

Лабораторная работа №4

Вычисление наибольшего общего делителя

Баулин Егор Александрович, НФИМд-02-22

29 октября 2022

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Цели и задачи

Цель лабораторной работы

Ознакомиться с алгоритмами вычисления наибольшего общего делителя.

Задачи лабораторной работы

Реализовать четыре алгоритма вычисления НОД:

1. Алгоритм Евклида;
2. Бинарный алгоритм Евклида;
3. Расширенный алгоритм Евклида;
4. Расширенный бинарный алгоритм Евклида.

Выполнение лабораторной работы

Наибольший общий делитель

Наибольшим общим делителем (НОД) для двух целых чисел a и b называется наибольший из их общих делителей.

Наибольший общий делитель существует и однозначно определён, если хотя бы одно из чисел a или b не равно нулю.

Для вычисления наибольшего общего делителя двух целых чисел применяется способ повторного деления с остатком, называемый алгоритмом Евклида.

Бинарный алгоритм Евклида

Бинарный алгоритм Евклида является более быстрым при реализации на компьютере, поскольку использует двоичное представление чисел a и b .

Расширенный алгоритм Евклида

Расширенный алгоритм Евклида находит наибольший общий делитель d чисел a и b и его линейное представление, т. е. целые числа x и y , для которых $ax + by = d$.

Расширенный бинарный алгоритм Евклида

Расширенный бинарный алгоритм Евклида так же, как и предыдущий алгоритм, позволяет найти наибольший общий делитель d чисел a и b и его линейное представление, но при этом используется двоичное представление чисел a и b .

В данной работе были описаны 4 метода для нахождения наибольшего общего делителя. Каждый из методов принимает на вход два целых положительных числа a и b , причем a не должно быть меньше b . В результате отработки каждый из методов возвращает наибольший общий делитель этих двух целых чисел, а расширенные версии этих методов дополнительно возвращают x и y коэффициенты такие, что выполняется следующее равенство:

$$ax + by = d,$$

где d - наибольший общий делитель чисел a и b .

Полученные результаты

Алгоритм Евклида

```
Выберите алгоритм нахождения НОД:
  1 - Алгоритм Евклида;
  2 - Бинарный алгоритм Евклида;
  3 - Расширенный алгоритм Евклида;
  4 - Расширенный бинарный алгоритм Евклида;
  -----
  0 - Выход из программы
Введите номер операции:  1
Введите первое число:   10
Введите второе число:   15

Ваши числа:
  a = 15
  b = 10

НОД для 15 и 10 = 5
```

Figure 1: Алгоритм Евклида

Бинарный алгоритм Евклида

```
Выберите алгоритм нахождения НОД:
  1 - Алгоритм Евклида;
  2 - Бинарный алгоритм Евклида;
  3 - Расширенный алгоритм Евклида;
  4 - Расширенный бинарный алгоритм Евклида;
  -----
  0 - Выход из программы
Введите номер операции:  2
Введите первое число:  10
Введите второе число:  15

Ваши числа:
  a = 15
  b = 10

НОД для 15 и 10 = 5.0
```

Figure 2: Бинарный алгоритм Евклида

Расширенный алгоритм Евклида

```
Выберите алгоритм нахождения НОД:
  1 - Алгоритм Евклида;
  2 - Бинарный алгоритм Евклида;
  3 - Расширенный алгоритм Евклида;
  4 - Расширенный бинарный алгоритм Евклида;
  -----
  0 - Выход из программы
Введите номер операции: 3
Введите первое число: 10
Введите второе число: 15

Ваши числа:
  a = 15
  b = 10

НОД для 15 и 10 = 5
x = 1
y = 1

15*1 + 10*1 = 5
```

Figure 3: Расширенный алгоритм Евклида

Расширенный бинарный алгоритм Евклида

```
Выберите алгоритм нахождения НОД:
  1 - Алгоритм Евклида;
  2 - Бинарный алгоритм Евклида;
  3 - Расширенный алгоритм Евклида;
  4 - Расширенный бинарный алгоритм Евклида;
  -----
  0 - Выход из программы
Введите номер операции: 4
Введите первое число: 10
Введите второе число: 15

Ваши числа:
  a = 15
  b = 10

НОД для 15 и 10 = 5.0
x = 0.0
y = 0.0

15*0.0 + 10*0.0 = 5.0
```

Figure 4: Расширенный бинарный алгоритм Евклида

Выводы

Результаты выполнения лабораторной работы

В ходе выполнения данной лабораторной работы было выполнено ознакомление с различными методами нахождения наибольшего общего делителя.

В результате проделанной работы были программно реализованы следующие методы нахождения НОД: алгоритм Евклида, бинарный алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида и расширенный бинарный алгоритм Евклида.