Компьютерная графика

Лекция 13: Анимации, easing functions, keyframes, bitmap-анимации, кватернионы, иерархии объектов, скелетная анимация, форматы 3D моделей

2023

• Анимация (в общем смысле) – что угодно, меняющееся со временем

- Анимация (в общем смысле) что угодно, меняющееся со временем
 - Двигающийся объект

- Анимация (в общем смысле) что угодно, меняющееся со временем
 - Двигающийся объект
 - Анимированный элемент интерфейса

- Анимация (в общем смысле) что угодно, меняющееся со временем
 - Двигающийся объект
 - Анимированный элемент интерфейса
 - Анимированная модель

- Анимация (в общем смысле) что угодно, меняющееся со временем
 - Двигающийся объект
 - Анимированный элемент интерфейса
 - Анимированная модель
 - Движущаяся камера

- Анимация (в общем смысле) что угодно, меняющееся со временем
 - Двигающийся объект
 - Анимированный элемент интерфейса
 - Анимированная модель
 - Движущаяся камера
 - · etc.

- Анимация (в общем смысле) что угодно, меняющееся со временем
 - Двигающийся объект
 - Анимированный элемент интерфейса
 - Анимированная модель
 - Движущаяся камера
 - · etc.
- Сводится к вопросу о том, что и как мы меняем в зависимости от времени

• Зачем нужна анимация?

- Зачем нужна анимация?
 - Часто в ней заключается суть (напр. почти все игры)

- Зачем нужна анимация?
 - Часто в ней заключается суть (напр. почти все игры)
 - Анимация выглядит приятнее и понятнее, чем дискретное изменение состояния (напр. в UI)

• Вычисление анимаций лучше привязывать к реальному времени, а не к номеру кадра (напр. state += speed * dt a не state += speed)

- Вычисление анимаций лучше привязывать к реальному времени, а не к номеру кадра (напр. state += speed * dt a не state += speed)
 - · Будет лучше работать при выключенном VSync

- Вычисление анимаций лучше привязывать к реальному времени, а не к номеру кадра (напр. state += speed * dt a не state += speed)
 - · Будет лучше работать при выключенном VSync
 - Будет лучше работать, когда CPU/GPU не справляются с нагрузкой

- Вычисление анимаций лучше привязывать к реальному времени, а не к номеру кадра (напр. state += speed * dt a не state += speed)
 - · Будет лучше работать при выключенном VSync
 - Будет лучше работать, когда CPU/GPU не справляются с нагрузкой
- В общем случае анимация это зависимость какой-то величины от времени x=f(t)

- Вычисление анимаций лучше привязывать к реальному времени, а не к номеру кадра (напр. state += speed * dt a не state += speed)
 - · Будет лучше работать при выключенном VSync
 - Будет лучше работать, когда CPU/GPU не справляются с нагрузкой
- В общем случае анимация это зависимость какой-то величины от времени x=f(t)
- Как задать функцию f(t)?

- Вычисление анимаций лучше привязывать к реальному времени, а не к номеру кадра (напр. state += speed * dt a не state += speed)
 - · Будет лучше работать при выключенном VSync
 - Будет лучше работать, когда CPU/GPU не справляются с нагрузкой
- В общем случае анимация это зависимость какой-то величины от времени x=f(t)
- Как задать функцию f(t)?
 - Явной формулой

- Вычисление анимаций лучше привязывать к реальному времени, а не к номеру кадра (напр. state += speed * dt a не state += speed)
 - Будет лучше работать при выключенном VSync
 - Будет лучше работать, когда CPU/GPU не справляются с нагрузкой
- В общем случае анимация это зависимость какой-то величины от времени x=f(t)
- Как задать функцию f(t)?
 - Явной формулой
 - Склеить из кусочков (сплайн)

- Вычисление анимаций лучше привязывать к реальному времени, а не к номеру кадра (напр. state += speed * dt a не state += speed)
 - Будет лучше работать при выключенном VSync
 - Будет лучше работать, когда CPU/GPU не справляются с нагрузкой
- В общем случае анимация это зависимость какой-то величины от времени x=f(t)
- Как задать функцию f(t)?
 - Явной формулой
 - Склеить из кусочков (сплайн)
 - Вычислять неявно на основе текущего состояния

• Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new_x

- Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new_x
- Вариант 1: запомнить старое и новое значения, интерполировать между ними учитывая прошедшее время x = lerp(old_x, new_x, time)

- Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на $new_{-}x$
- Вариант 1: запомнить старое и новое значения, интерполировать между ними учитывая прошедшее время x = lerp(old_x, new_x, time)
 - + Легко настраивать форму интерполяции (easing functions)

- Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new x
- Вариант 1: запомнить старое и новое значения, интерполировать между ними учитывая прошедшее время x = lerp(old x, new_x, time)
 - + Легко настраивать форму интерполяции (easing functions)
 - — Нужно обрабатывать ситуацию, когда новое значение изменилось в процессе анимации

• Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new_x

- Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new_x
- Вариант 2: обновлять х только на основе нового значения:

```
x = lerp(x, new_x, speed * dt)
```

• Если dt > 1/speed, возникнет нестабильность

- Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new_x
- Вариант 2: обновлять х только на основе нового значения:

```
x = lerp(x, new_x, speed * dt)
```

- Если dt > 1/speed, возникнет нестабильность
- Более точная, стабильная формула:

```
x = lerp(x, new_x, 1 - exp(- speed * dt))
```

- Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new_x
- Вариант 2: обновлять х только на основе нового значения:

```
x = lerp(x, new_x, speed * dt)
```

- Если dt > 1/speed, возникнет нестабильность
- Более точная, стабильная формула:

```
x = lerp(x, new_x, 1 - exp(- speed * dt))
```

• Для точного вычисления $\exp(x)$ -1 для маленьких значений x есть функция std::expm1

- Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new_x
- Вариант 2: обновлять х только на основе нового значения:

```
x = lerp(x, new_x, speed * dt)
```

- Если dt > 1/speed, возникнет нестабильность
- Более точная, стабильная формула:

```
x = lerp(x, new x, 1 - exp(- speed * dt))
```

- Для точного вычисления $\exp(x)-1$ для маленьких значений x есть функция std::expm1
- \cdot Решение дифференциального уравнения $rac{dx}{dt} = speed \cdot (x_{new} x)$

- Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new_x
- Вариант 2: обновлять х только на основе нового значения:

```
x = lerp(x, new_x, speed * dt)
```

- Если dt > 1/speed, возникнет нестабильность
- Более точная, стабильная формула:

```
x = lerp(x, new x, 1 - exp(- speed * dt))
```

- Для точного вычисления $\exp(x)$ -1 для маленьких значений x есть функция std::expm1
- Решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{dt} = speed \cdot (x_{new} x)$
- Удобно для анимации камеры, элементов интерфейса

- Пусть у нас есть некая величина x, и мы хотим плавно поменять её значение на new_x
- Вариант 2: обновлять х только на основе нового значения:

```
x = lerp(x, new_x, speed * dt)
```

- Если dt > 1/speed, возникнет нестабильность
- Более точная, стабильная формула:

```
x = lerp(x, new x, 1 - exp(- speed * dt))
```

- Для точного вычисления $\exp(x)-1$ для маленьких значений x есть функция std::expm1
- Решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{dt} = speed \cdot (x_{new} x)$
- Удобно для анимации камеры, элементов интерфейса
- Подробная статья про этот метод

Анимации: easing functions

• При временной интерполяции между двумя значениями вместо линейной интерполяции $x = lerp(old_x, new_x, t)$ можно использовать т.н. easing functions

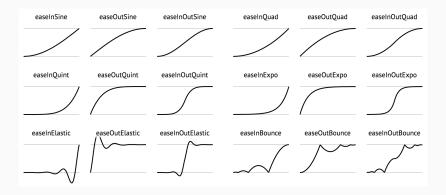
Анимации: easing functions

- При временной интерполяции между двумя значениями вместо линейной интерполяции $x = lerp(old_x, new_x, t)$ можно использовать т.н. easing functions
- Применяются к параметру интерполяции $t \in [0,1]$ и сглаживают анимацию: x = lerp(old_x, new_x, easing(t))

Анимации: easing functions

- При временной интерполяции между двумя значениями вместо линейной интерполяции $x = lerp(old_x, new_x, t)$ можно использовать т.н. easing functions
- Применяются к параметру интерполяции $t \in [0,1]$ и сглаживают анимацию: x = lerp(old_x, new_x, easing(t))
- Примеры easing functions:
 - f(t) = t
 - $f(t) = 3t^2 2t^3$
 - $f(t) = t^2$
 - $f(t) = 1 (1 t)^2$
 - · $f(t) = \sqrt{t}$
 - · Больше примеров: easings.net

Анимация: easing functions



Анимация: сплайны

• Часто значения интерполируют, используя сплайны: кривые, позволяющие удобно настраивать зависимость некой величины от параметра t

Анимация: сплайны

- Часто значения интерполируют, используя сплайны: кривые, позволяющие удобно настраивать зависимость некой величины от параметра t
- Обычно сплайн строится по набору значений в точках (keyframes) и, возможно, значений производных в этих точках

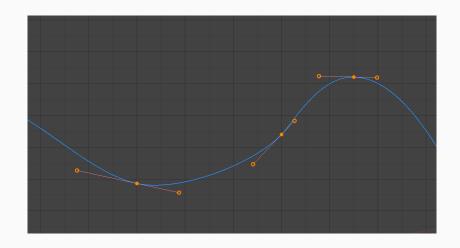
Анимация: сплайны

- Часто значения интерполируют, используя сплайны: кривые, позволяющие удобно настраивать зависимость некой величины от параметра t
- Обычно сплайн строится по набору значений в точках (keyframes) и, возможно, значений производных в этих точках
- Виды сплайнов:
 - Сплайны Безье
 - Кубические сплайны
 - В-сплайны
 - · NURBS
 - · etc.

Анимация: сплайны

- Часто значения интерполируют, используя сплайны: кривые, позволяющие удобно настраивать зависимость некой величины от параметра t
- Обычно сплайн строится по набору значений в точках (keyframes) и, возможно, значений производных в этих точках
- Виды сплайнов:
 - Сплайны Безье
 - Кубические сплайны
 - В-сплайны
 - NURBS
 - · etc.
- NB: спектр применения сплайнов <u>не ограничивается</u> анимациями!
 - · Curve fitting
 - Представление сложных геометрических форм (напр. зданий, шрифтов)
 - · etc.

Анимация: сплайны



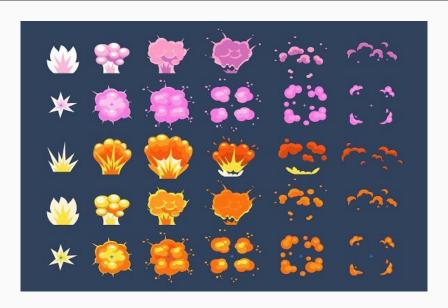
• Меняющееся со временем изображение

- Меняющееся со временем изображение
- 3D текстура
 - Номер кадра Зя текстурная координата (нормированная)
 - Сама интерполирует между кадрами

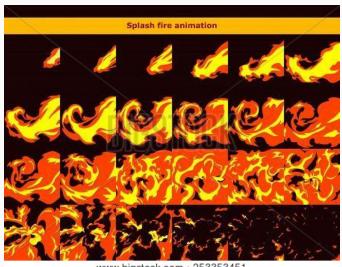
- Меняющееся со временем изображение
- 3D текстура
 - Номер кадра Зя текстурная координата (нормированная)
 - Сама интерполирует между кадрами
- · 2D array текстура
 - Номер кадра 3я текстурная координата (не нормированная)
 - Не интерполирует сама между кадрами

- Меняющееся со временем изображение
- 3D текстура
 - Номер кадра Зя текстурная координата (нормированная)
 - Сама интерполирует между кадрами
- · 2D array текстура
 - Номер кадра 3я текстурная координата (не нормированная)
 - Не интерполирует сама между кадрами
- 2D текстурный атлас текстура, хранящая несколько изображений бок о бок
 - По номеру кадра вычисляются настоящие текстурные координаты
 - Не интерполирует сам между кадрами

Текстура-атлас с анимацией



Текстура-атлас с анимацией



www.bigstock.com · 253353451

- Обычно мы представляли вращения матрицами:
 - \cdot Матрица 3 imes 3 9 значений, это много

- Обычно мы представляли вращения матрицами:
 - Матрица $3 \times 3 9$ значений, это много
 - Применить матрицу к вектору минимум операций сложения и умножения

- Обычно мы представляли вращения матрицами:
 - Матрица $3 \times 3 9$ значений, это много
 - Применить матрицу к вектору минимум операций сложения и умножения
 - Композиция вращений произведение матриц, довольно быстрая операция

- Обычно мы представляли вращения матрицами:
 - Матрица $3 \times 3 9$ значений, это много
 - Применить матрицу к вектору минимум операций сложения и умножения
 - Композиция вращений произведение матриц, довольно быстрая операция
 - Интерполяция между двумя матрицами вращения почти всегда **не** матрица вращения

- Обычно мы представляли вращения матрицами:
 - Матрица 3 × 3 9 значений, это много
 - Применить матрицу к вектору минимум операций сложения и умножения
 - Композиция вращений произведение матриц, довольно быстрая операция
 - Интерполяция между двумя матрицами вращения почти всегда **не** матрица вращения
- Вращения образуют 3х-мерную группу SO(3), т.е. описываются 3-мя параметрами, например углами Эйлера

- Обычно мы представляли вращения матрицами:
 - Матрица $3 \times 3 9$ значений, это много
 - Применить матрицу к вектору минимум операций сложения и умножения
 - Композиция вращений произведение матриц, довольно быстрая операция
 - Интерполяция между двумя матрицами вращения почти всегда **не** матрица вращения
- Вращения образуют 3х-мерную группу SO(3), т.е. описываются 3-мя параметрами, например углами Эйлера
 - Применить вращение, выраженное через углы Эйлера много тригонометрических функций, медленно

- Обычно мы представляли вращения матрицами:
 - Матрица 3 × 3 9 значений, это много
 - Применить матрицу к вектору минимум операций сложения и умножения
 - Композиция вращений произведение матриц, довольно быстрая операция
 - Интерполяция между двумя матрицами вращения почти всегда **не** матрица вращения
- Вращения образуют 3х-мерную группу SO(3), т.е. описываются 3-мя параметрами, например углами Эйлера
 - Применить вращение, выраженное через углы Эйлера много тригонометрических функций, медленно
 - Композиция таких вращений очень сложная операция, много тригонометрических функций

- Обычно мы представляли вращения матрицами:
 - Матрица $3 \times 3 9$ значений, это много
 - Применить матрицу к вектору минимум операций сложения и умножения
 - Композиция вращений произведение матриц, довольно быстрая операция
 - Интерполяция между двумя матрицами вращения почти всегда **не** матрица вращения
- Вращения образуют 3х-мерную группу SO(3), т.е. описываются 3-мя параметрами, например углами Эйлера
 - Применить вращение, выраженное через углы Эйлера много тригонометрических функций, медленно
 - Композиция таких вращений очень сложная операция, много тригонометрических функций
- Хочется компромисс между сложностью, объёмом хранения и удобством использования

Кватернионы

- Кватернионы \mathbb{H} четырёхмерная некоммутативная алгебра над вещественными числами с тремя мнимыми единицами i,j,k
- Каждый элемент $q \in \mathbb{H}$ представляется в виде q = a + bi + cj + dk, где $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ коэффициенты кватерниона

Кватернионы

- Кватернионы \mathbb{H} четырёхмерная *некоммутативная* алгебра над вещественными числами с тремя мнимыми единицами i,j,k
- Каждый элемент $q \in \mathbb{H}$ представляется в виде q = a + bi + cj + dk, где $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ коэффициенты кватерниона
- Правила умножения:
 - $i^2 = j^2 = k^2 = -1$
 - ij = -ji = k
 - \cdot jk = -kj = i
 - ki = -ik = j

Кватернионы

- Сопряжённый кватернион определяется как $\overline{q} = a bi cj dk$
- Норма кватерниона: число $q \cdot \overline{q} = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = |q|^2$
- Обратный кватернион: $q^{-1} = \frac{1}{|q|^2} \overline{q}$
- Единичный кватернион: |q|=1
- Единичные кватернионы образуют трёхмерную сферу \mathbb{S}^3 (вложенную в четырёхмерное пространство $\mathbb{R}^4 \cong \mathbb{H}$)

- Для кватерниона q = a + bi + cj + dk назовём его скалярной частью число a, а векторной частью вектор v = (b, c, d)
- · Кватернион пара скаляр + вектор: q=(a,v)

- Для кватерниона q = a + bi + cj + dk назовём его скалярной частью число a, а векторной частью вектор v = (b, c, d)
- Кватернион пара скаляр + вектор: q = (a, v)
- \cdot Сопряжённый кватернион: (a,-v)

- Для кватерниона q = a + bi + cj + dk назовём его скалярной частью число a, а векторной частью вектор v = (b, c, d)
- Кватернион пара скаляр + вектор: q = (a, v)
- Сопряжённый кватернион: (a, -v)
- Произведение кватернионов:

$$(a_1, v_1) \cdot (a_2, v_2) = (a_1 \cdot a_2 - v_1 \cdot v_2, a_1v_2 + a_2v_1 + v_1 \times v_2)$$

- Для кватерниона q = a + bi + cj + dk назовём его скалярной частью число a, а векторной частью вектор v = (b, c, d)
- Кватернион пара скаляр + вектор: q = (a, v)
- Сопряжённый кватернион: (a, -v)
- Произведение кватернионов: $(a_1, v_1) \cdot (a_2, v_2) = (a_1 \cdot a_2 v_1 \cdot v_2, a_1 v_2 + a_2 v_1 + v_1 \times v_2)$
- В таком виде кватернионы удобно реализовывать в шейдерах

• Представим произвольный трёхмерный вектор v как кватернион с нулевой скалярной частью (0,v)

- Представим произвольный трёхмерный вектор v как кватернион с нулевой скалярной частью (0, v)
- Вращение вокруг оси w (единичный вектор) на угол θ можно реализовать как $q\cdot(0,v)\cdot q^{-1}$, где $q=(\cos\frac{\theta}{2},w\cdot\sin\frac{\theta}{2})$

- Представим произвольный трёхмерный вектор v как кватернион с нулевой скалярной частью (0, v)
- Вращение вокруг оси w (единичный вектор) на угол θ можно реализовать как $q\cdot(0,v)\cdot q^{-1}$, где $q=(\cos\frac{\theta}{2},w\cdot\sin\frac{\theta}{2})$
- **NB**: |q| = 1
- NB: $q^{-1} = (\cos \frac{\theta}{2}, -w \cdot \sin \frac{\theta}{2})$

- Представим произвольный трёхмерный вектор v как кватернион с нулевой скалярной частью (0, v)
- Вращение вокруг оси w (единичный вектор) на угол θ можно реализовать как $q\cdot (0,v)\cdot q^{-1}$, где $q=(\cos\frac{\theta}{2},w\cdot\sin\frac{\theta}{2})$
- **NB**: |q| = 1
- NB: $q^{-1} = (\cos \frac{\theta}{2}, -W \cdot \sin \frac{\theta}{2})$
- Любое вращение представляется единичным кватернионом, и любой единичный кватернион описывает вращение

- Представим произвольный трёхмерный вектор v как кватернион с нулевой скалярной частью (0, v)
- Вращение вокруг оси w (единичный вектор) на угол θ можно реализовать как $q\cdot (0,v)\cdot q^{-1}$, где $q=(\cos\frac{\theta}{2},w\cdot\sin\frac{\theta}{2})$
- **NB**: |q| = 1
- NB: $q^{-1} = (\cos \frac{\theta}{2}, -W \cdot \sin \frac{\theta}{2})$
- Любое вращение представляется единичным кватернионом, и любой единичный кватернион описывает вращение
- q и -q описывают одно и то же вращение (и только они)

• Для вращения нужны только алгебраические операции \Longrightarrow быстро!

- Для вращения нужны только алгебраические операции \Longrightarrow быстро!
- Композиция вращений произведение кватернионов: $q_2 \cdot (q_1 \cdot (0, v) \cdot q_1^{-1}) \cdot q_2^{-1} = (q_2 \cdot q_1) \cdot (0, v) \cdot (q_1^{-1} \cdot q_2^{-1}) = (q_2 q_1) \cdot (0, v) \cdot (q_2 q_1)^{-1}$

- Для вращения нужны только алгебраические операции \Longrightarrow быстро!
- Композиция вращений произведение кватернионов: $q_2 \cdot (q_1 \cdot (0, v) \cdot q_1^{-1}) \cdot q_2^{-1} = (q_2 \cdot q_1) \cdot (0, v) \cdot (q_1^{-1} \cdot q_2^{-1}) = (q_2 q_1) \cdot (0, v) \cdot (q_2 q_1)^{-1}$
- <u>Стандартный способ</u> представления вращений объектов в 3D движках

• Линейная интерполяция двух единичных кватернионов – почти всегда **не** единичный кватернион

- Линейная интерполяция двух единичных кватернионов почти всегда **не** единичный кватернион
- Можно отнормировать результат, но это не будет соответствовать равномерной интерполяции

- Линейная интерполяция двух единичных кватернионов почти всегда **не** единичный кватернион
- Можно отнормировать результат, но это не будет соответствовать равномерной интерполяции
- Правильный способ: использовать геодезическую кривую на поверхности сферы

- Линейная интерполяция двух единичных кватернионов почти всегда **не** единичный кватернион
- Можно отнормировать результат, но это не будет соответствовать равномерной интерполяции
- Правильный способ: использовать геодезическую кривую на поверхности сферы
- Эта операция называется slerp (spherical linear interpolation), имеет явную формулу и реализована в большинстве математических библиотек (в т.ч. glm)

Кватернионы: представление в коде

• Есть два варианта представить кватернион q = w + xi + yj + zk:

Кватернионы: представление в коде

- Есть два варианта представить кватернион
 - q = w + xi + yi + zk:
 - Как четырёхмерный вектор [w, x, y, z] логичнее с математической точки зрения
 - Как четырёхмерный вектор [x, y, z, w] удобнее работать в GLSL (и других шейдерных языках)

Кватернионы: представление в коде

- Есть два варианта представить кватернион
 - q = w + xi + yj + zk:
 - Как четырёхмерный вектор [w, x, y, z] логичнее с математической точки зрения
 - Как четырёхмерный вектор [x, y, z, w] удобнее работать в GLSL (и других шейдерных языках)
- Общепринятого варианта нет
- В библиотеке glm [w, x, y, z] (есть наполовину сломанная поддержка [x, y, z, w])
- · Формат моделей glтf описывает вращения как [x, y, z, w]

Кватернионы: ссылки

- · en.wikipedia.org/wiki/Quaternion
- en.wikipedia.org/wiki/Quaternions_and_spatial_rotation
 - ${\tt en.wikipedia.org/wiki/Rotation_formalisms_in_three_dimensions}$
- · en.wikipedia.org/wiki/Slerp

• Часто для задания преобразования, применяемого к объекту, нам не нужна целиком матрица аффинного преобразования

- Часто для задания преобразования, применяемого к объекту, нам не нужна целиком матрица аффинного преобразования
- Обычно это масштабирование + поворот + сдвиг (в таком порядке!)

- Часто для задания преобразования, применяемого к объекту, нам не нужна целиком матрица аффинного преобразования
- Обычно это масштабирование + поворот + сдвиг (в таком порядке!)
- Масштабирование одно число s (изотропное масштабирование) или три числа (разный масштаб по разным осям)

- Часто для задания преобразования, применяемого к объекту, нам не нужна целиком матрица аффинного преобразования
- Обычно это масштабирование + поворот + сдвиг (в таком порядке!)
- Масштабирование одно число s (изотропное масштабирование) или три числа (разный масштаб по разным осям)
- Поворот кватернион q

- Часто для задания преобразования, применяемого к объекту, нам не нужна целиком матрица аффинного преобразования
- Обычно это масштабирование + поворот + сдвиг (в таком порядке!)
- Масштабирование одно число s (изотропное масштабирование) или три числа (разный масштаб по разным осям)
- Поворот кватернион q
- \cdot Сдвиг вектор сдвига t

- Часто для задания преобразования, применяемого к объекту, нам не нужна целиком матрица аффинного преобразования
- Обычно это масштабирование + поворот + сдвиг (в таком порядке!)
- Масштабирование одно число s (изотропное масштабирование) или три числа (разный масштаб по разным осям)
- Поворот кватернион q
- Сдвиг вектор сдвига t
- Преобразование вершин: $v \mapsto q(s \cdot v)q^{-1} + t$

- Часто для задания преобразования, применяемого к объекту, нам не нужна целиком матрица аффинного преобразования
- Обычно это масштабирование + поворот + сдвиг (в таком порядке!)
- Масштабирование одно число s (изотропное масштабирование) или три числа (разный масштаб по разным осям)
- Поворот кватернион д
- Сдвиг вектор сдвига t
- Преобразование вершин: $v \mapsto q(s \cdot v)q^{-1} + t$
- Преобразование нормалей: $n\mapsto qnq^{-1}$ либо $n\mapsto \frac{q(s^{-1}\cdot n)q^{-1}}{\|q(s^{-1}\cdot n)q^{-1}\|}$

• В общем случае, если вершины модели преобразуются какой-то матрицей *М*, нормали могут **перестать** быть перпендикулярны к поверхности

- В общем случае, если вершины модели преобразуются какой-то матрицей *М*, нормали могут **перестать** быть перпендикулярны к поверхности
- Пусть n нормаль к точке некой гладкой поверхности, и v любой касательный вектор к поверхности в этой точке

- В общем случае, если вершины модели преобразуются какой-то матрицей *М*, нормали могут **перестать** быть перпендикулярны к поверхности
- Пусть n нормаль к точке некой гладкой поверхности, и v любой касательный вектор к поверхности в этой точке
- Из ортогональности $n \cdot v = 0$ не следует, что $(Mn) \cdot (Mv) = 0!$

- В общем случае, если вершины модели преобразуются какой-то матрицей *М*, нормали могут **перестать** быть перпендикулярны к поверхности
- Пусть n нормаль к точке некой гладкой поверхности, и v любой касательный вектор к поверхности в этой точке
- Из ортогональности $n \cdot v = 0$ не следует, что $(Mn) \cdot (Mv) = 0!$
- Но, по свойствам матриц и скалярного произведения $0 = n \cdot v = n \cdot (M^{-1}M)v = n \cdot M^{-1}(Mv) = (M^{-1})^T n \cdot (Mv)$

- В общем случае, если вершины модели преобразуются какой-то матрицей *М*, нормали могут **перестать** быть перпендикулярны к поверхности
- Пусть n нормаль к точке некой гладкой поверхности, и v любой касательный вектор к поверхности в этой точке
- Из ортогональности $n \cdot v = 0$ не следует, что $(Mn) \cdot (Mv) = 0!$
- Но, по свойствам матриц и скалярного произведения $0 = n \cdot v = n \cdot (M^{-1}M)v = n \cdot M^{-1}(Mv) = (M^{-1})^T n \cdot (Mv)$
- Таким образом, вектор $M^{-T}n$ будет перпендикулярен преобразованной поверхности

- В общем случае, если вершины модели преобразуются какой-то матрицей *М*, нормали могут **перестать** быть перпендикулярны к поверхности
- Пусть n нормаль к точке некой гладкой поверхности, и v любой касательный вектор к поверхности в этой точке
- Из ортогональности $n \cdot v = 0$ не следует, что $(Mn) \cdot (Mv) = 0!$
- Но, по свойствам матриц и скалярного произведения $0 = n \cdot v = n \cdot (M^{-1}M)v = n \cdot M^{-1}(Mv) = (M^{-1})^T n \cdot (Mv)$
- Таким образом, вектор $M^{-T}n$ будет перпендикулярен преобразованной поверхности
- $\cdot \Longrightarrow$ В общем случае нормали нужно преобразовывать матрицей M^{-T}

Преобразование нормалей: частные случаи

• Если M – матрица вращения, то $M^T = M^{-1}$ и $M^{-T} = M$, т.е. нормали вращаются так же, как сами вершины

Преобразование нормалей: частные случаи

- Если M матрица вращения, то $M^T = M^{-1}$ и $M^{-T} = M$, т.е. нормали вращаются так же, как сами вершины
- Если M диагональная матрица неизотропного масштабирования, то $M^T=M$ и $M^{-T}=M^{-1}$, т.е. к нормалям применяется масштаб, обратный масштабу вершин

 Часто объекты сцены/мира образуют иерархическую структуру (шапка на человеке, человек в машине, машина на корабле)

- Часто объекты сцены/мира образуют иерархическую структуру (шапка на человеке, человек в машине, машина на корабле)
- Удобно описывать полное преобразование объекта (позиция + поворот + масштабирование) не относительно центра сцены/мира, а относительно родительского объекта

- Часто объекты сцены/мира образуют иерархическую структуру (шапка на человеке, человек в машине, машина на корабле)
- Удобно описывать полное преобразование объекта (позиция + поворот + масштабирование) не относительно центра сцены/мира, а относительно родительского объекта
- Обычно в такой ситуации есть один корневой объект сцена

- Часто объекты сцены/мира образуют иерархическую структуру (шапка на человеке, человек в машине, машина на корабле)
- Удобно описывать полное преобразование объекта (позиция + поворот + масштабирование) не относительно центра сцены/мира, а относительно родительского объекта
- Обычно в такой ситуации есть один корневой объект сцена
- Нужно уметь вычислять итоговое преобразование объекта, т.е. композицию всех преобразований от корня до нашего объекта

Композиция аффинных преобразований

$$(t_2, q_2, s_2) \cdot (t_1, q_1, s_1) \cdot v = (t, q, s) \cdot v$$
 (1)

$$(t_2, q_2, s_2) \cdot (t_1, q_1, s_1) \cdot v = q_2 s_2 (q_1 s_1 v q_1^{-1} + t_1) q_2^{-1} + t_2 =$$

$$= s_2 s_1 (q_2 q_1) v (q_2 q_1)^{-1} + s_2 q_2 t_1 q_2^{-1} + t_2 =$$

$$(s_2 q_2 t_1 q_2^{-1} + t_2, q_2 q_1, s_2 s_1) \cdot v$$

$$q = q_2 q_1 \tag{3}$$

$$S = S_2 S_1 \tag{4}$$

$$t = s_2 q_2 t_1 q_2^{-1} + t_2 (5)$$

• Работает только для изотропных масштабирований!

(2)

Анимация трёхмерных моделей

• Анимация положения объекта в пространстве – неплохо, но скучно

Анимация трёхмерных моделей

- Анимация положения объекта в пространстве неплохо, но скучно
- Хочется анимировать саму модель, т.е. двигать её вершины

Анимация трёхмерных моделей

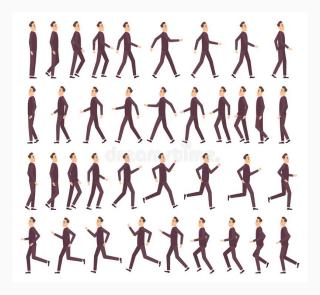
- Анимация положения объекта в пространстве неплохо, но скучно
- Хочется анимировать саму модель, т.е. двигать её вершины
- 2 способа:
 - · Покадровая анимация (morph-target animation)
 - · Скелетная анимация (skeletal animation)

• Анимируются в явном виде все вершины по отдельности

- Анимируются в явном виде все вершины по отдельности
- Анимация хранится в виде 'кадров': фиксированных состояний модели (наборов координат вершин)

- Анимируются в явном виде все вершины по отдельности
- Анимация хранится в виде 'кадров': фиксированных состояний модели (наборов координат вершин)
- Вершинный шейдер принимает два набора атрибутов позиций вершин и интерполирует между ними
 - · Интерполяция может использовать easing functions

- Анимируются в явном виде все вершины по отдельности
- Анимация хранится в виде 'кадров': фиксированных состояний модели (наборов координат вершин)
- Вершинный шейдер принимает два набора атрибутов позиций вершин и интерполирует между ними
 - · Интерполяция может использовать easing functions
- Фактически, это сплайн, значение которого набор координат всех вершин



- Много вариантов реализации:
 - · При смене кадра анимации загружать в VBO новые данные
 - При смене кадра менять VBO/VAO
 - Хранить кадры отдельно (например, в buffer textures), передавать в шейдер только номер кадра

- Много вариантов реализации:
 - При смене кадра анимации загружать в VBO новые данные
 - При смене кадра менять VBO/VAO
 - Хранить кадры отдельно (например, в buffer textures), передавать в шейдер только номер кадра
- Много проблем:

- Много вариантов реализации:
 - · При смене кадра анимации загружать в VBO новые данные
 - При смене кадра менять VBO/VAO
 - Хранить кадры отдельно (например, в buffer textures), передавать в шейдер только номер кадра
- Много проблем:
 - — Сложно модифицировать: нужно двигать все вершины модели

- Много вариантов реализации:
 - · При смене кадра анимации загружать в VBO новые данные
 - При смене кадра менять VBO/VAO
 - Хранить кадры отдельно (например, в buffer textures), передавать в шейдер только номер кадра
- Много проблем:
 - Сложно модифицировать: нужно двигать все вершины модели
 - Сложно добавлять процедурную анимацию (напр. поворачивать голову в нужную сторону)

Покадровая анимация моделей

- Много вариантов реализации:
 - · При смене кадра анимации загружать в VBO новые данные
 - При смене кадра менять VBO/VAO
 - Хранить кадры отдельно (например, в buffer textures), передавать в шейдер только номер кадра
- Много проблем:
 - Сложно модифицировать: нужно двигать все вершины модели
 - — Сложно добавлять процедурную анимацию (напр. поворачивать голову в нужную сторону)
 - — Требует много памяти

Покадровая анимация моделей

- Много вариантов реализации:
 - · При смене кадра анимации загружать в VBO новые данные
 - При смене кадра менять VBO/VAO
 - Хранить кадры отдельно (например, в buffer textures), передавать в шейдер только номер кадра
- Много проблем:
 - — Сложно модифицировать: нужно двигать все вершины модели
 - — Сложно добавлять процедурную анимацию (напр. поворачивать голову в нужную сторону)
 - — Требует много памяти
 - Для хорошего качества нужно много кадров, иначе будут артефакты интерполяции (напр. модель начнёт пересекать саму себя)

Покадровая анимация моделей

- Много вариантов реализации:
 - · При смене кадра анимации загружать в VBO новые данные
 - При смене кадра менять VBO/VAO
 - Хранить кадры отдельно (например, в buffer textures), передавать в шейдер только номер кадра
- Много проблем:
 - — Сложно модифицировать: нужно двигать все вершины модели
 - Сложно добавлять процедурную анимацию (напр. поворачивать голову в нужную сторону)
 - — Требует много памяти
 - Для хорошего качества нужно много кадров, иначе будут артефакты интерполяции (напр. модель начнёт пересекать саму себя)
- · Обычно не используется для 3D моделей

• Модель привязывается к виртуальному скелету

- Модель привязывается к виртуальному скелету
- Скелет иерархия виртуальных костей

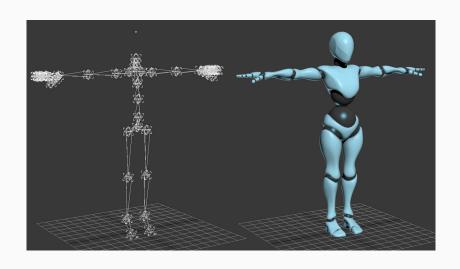
- Модель привязывается к виртуальному скелету
- Скелет иерархия виртуальных костей
- Каждая вершина привязана к одной или (чаще) нескольким костям

- Модель привязывается к виртуальному скелету
- Скелет иерархия виртуальных костей
- Каждая вершина привязана к одной или (чаще) нескольким костям
- Каждой паре вершина-кость соответствует некоторый вес: насколько эта кость влияет на эту вершину (сумма весов для одной вершины должна равняться 1)

- Модель привязывается к виртуальному скелету
- Скелет иерархия виртуальных костей
- Каждая вершина привязана к одной или (чаще) нескольким костям
- Каждой паре вершина-кость соответствует некоторый вес: насколько эта кость влияет на эту вершину (сумма весов для одной вершины должна равняться 1)
- Кадры анимации задаются только для скелета (исходная модель существует в одном экземпляре)

- Модель привязывается к виртуальному скелету
- Скелет иерархия виртуальных костей
- Каждая вершина привязана к одной или (чаще) нескольким костям
- Каждой паре вершина-кость соответствует некоторый вес: насколько эта кость влияет на эту вершину (сумма весов для одной вершины должна равняться 1)
- Кадры анимации задаются только для скелета (исходная модель существует в одном экземпляре)
- Интерполируются только преобразования костей (костей гораздо меньше, чем вершин \Longrightarrow это не страшно делать даже на CPU)

- Модель привязывается к виртуальному скелету
- Скелет иерархия виртуальных костей
- Каждая вершина привязана к одной или (чаще) нескольким костям
- Каждой паре вершина-кость соответствует некоторый вес: насколько эта кость влияет на эту вершину (сумма весов для одной вершины должна равняться 1)
- Кадры анимации задаются только для скелета (исходная модель существует в одном экземпляре)
- Интерполируются только преобразования костей (костей гораздо меньше, чем вершин \Longrightarrow это не страшно делать даже на CPU)
- В вершинном шейдере вычисляется итоговое преобразование для вершины как среднее между преобразованиями связанных с ней костей



```
uniform mat4x4 bones[16];
layout (location = 0) in vec4 in_position;
layout (location = 1) in ivec2 in_joints;
layout (location = 2) in vec2 in weights;
void main()
  gl Position =
      in_weights.x * bones[in_joints.x] * in_position
    + in weights.y * bones[in joints.y] * in position;
```

• К нормалям тоже нужно применять преобразования (но не сдвиги!)

- К нормалям тоже нужно применять преобразования (но не сдвиги!)
- Кости обычно тоже выстроены в иерархию \Longrightarrow перед применением нужно вычислить суммарное преобразование (композицию)

- К нормалям тоже нужно применять преобразования (но не сдвиги!)
- Кости обычно тоже выстроены в иерархию \Longrightarrow перед применением нужно вычислить суммарное преобразование (композицию)
- Преобразования костей часто заданы в локальной для кости системе координат для удобства ⇒ перед применением нужно умножить на преобразование, переводящее из системы координат модели в локальную систему координат кости (inverse bind matrix в формате gltf)

- К нормалям тоже нужно применять преобразования (но не сдвиги!)
- Кости обычно тоже выстроены в иерархию \Longrightarrow перед применением нужно вычислить суммарное преобразование (композицию)
- Преобразования костей часто заданы в локальной для кости системе координат для удобства ⇒ перед применением нужно умножить на преобразование, переводящее из системы координат модели в локальную систему координат кости (inverse bind matrix в формате gltf)
- Нужно быть внимательным к особенностям задания преобразований и системам координат в разных редакторах и форматах!

• Обычно вычисление преобразования для кости выглядит как

```
...
* bone.parent.parent.local_transform
* bone.parent.local_transform *
* bone.local_transform
* bone.inverse_bind_matrix
```

• + Удобно и интуитивно модифицировать (все 3D-редакторы имеют поддержку скелетных анимаций)

- + Удобно и интуитивно модифицировать (все 3D-редакторы имеют поддержку скелетных анимаций)
- + Небольшой расход памяти (модель не дублируется)

- + Удобно и интуитивно модифицировать (все 3D-редакторы имеют поддержку скелетных анимаций)
- + Небольшой расход памяти (модель не дублируется)
- + Легко добавлять процедурную анимацию

- + Удобно и интуитивно модифицировать (все 3D-редакторы имеют поддержку скелетных анимаций)
- + Небольшой расход памяти (модель не дублируется)
- + Легко добавлять процедурную анимацию
- Самый распространённый способ анимировать модели

Скелетная анимация

• Откуда брать скелетную анимацию?

Скелетная анимация

- Откуда брать скелетную анимацию?
 - Сплайны так обычно описываются анимации в 3D редакторах и форматах моделей (отдельный сплайн для вращения, масштаба и сдвига каждой кости)

Скелетная анимация

- Откуда брать скелетную анимацию?
 - Сплайны так обычно описываются анимации в 3D редакторах и форматах моделей (отдельный сплайн для вращения, масштаба и сдвига каждой кости)
 - Процедурная анимация код, генерирующий анимацию на лету

• Вычисление координат вершины по известным преобразованиям костей называется forward kinematics

- Вычисление координат вершины по известным преобразованиям костей называется forward kinematics
- Часто хочется уметь решать обратную задачу: по финальному положению вершины вычислить подходящие преобразования костей

- Вычисление координат вершины по известным преобразованиям костей называется forward kinematics
- Часто хочется уметь решать обратную задачу: по финальному положению вершины вычислить подходящие преобразования костей
 - Повернуть голову, чтобы она смотрела в нужном направлении

- Вычисление координат вершины по известным преобразованиям костей называется forward kinematics
- Часто хочется уметь решать обратную задачу: по финальному положению вершины вычислить подходящие преобразования костей
 - Повернуть голову, чтобы она смотрела в нужном направлении
 - Поставить ногу на ландшафт с неизвестным заранее наклоном

- Вычисление координат вершины по известным преобразованиям костей называется forward kinematics
- Часто хочется уметь решать обратную задачу: по финальному положению вершины вычислить подходящие преобразования костей
 - Повернуть голову, чтобы она смотрела в нужном направлении
 - Поставить ногу на ландшафт с неизвестным заранее наклоном
 - Повернуть руку так, чтобы кисть схватила нужный объект

- Вычисление координат вершины по известным преобразованиям костей называется forward kinematics
- Часто хочется уметь решать обратную задачу: по финальному положению вершины вычислить подходящие преобразования костей
 - Повернуть голову, чтобы она смотрела в нужном направлении
 - Поставить ногу на ландшафт с неизвестным заранее наклоном
 - Повернуть руку так, чтобы кисть схватила нужный объект
- Удобно при формировании анимации в редакторе;
 необходимо для нетривиальных процедурных анимаций

- Вычисление координат вершины по известным преобразованиям костей называется forward kinematics
- Часто хочется уметь решать обратную задачу: по финальному положению вершины вычислить подходящие преобразования костей
 - Повернуть голову, чтобы она смотрела в нужном направлении
 - Поставить ногу на ландшафт с неизвестным заранее наклоном
 - Повернуть руку так, чтобы кисть схватила нужный объект
- Удобно при формировании анимации в редакторе;
 необходимо для нетривиальных процедурных анимаций
- Эта (обратная) задача называется inverse kinematics (IK)

• Финальное положение точки – функция от преобразований отдельных костей

- Финальное положение точки функция от преобразований отдельных костей
- Часто кости могут только вращаться (напр. тело человека), но не сдвигаться или масштабироваться

- Финальное положение точки функция от преобразований отдельных костей
- Часто кости могут только вращаться (напр. тело человека), но не сдвигаться или масштабироваться
- Тогда положение точки функция углов $p = f(\theta_1, \theta_2, \dots \theta_n)$

- Финальное положение точки функция от преобразований отдельных костей
- Часто кости могут только вращаться (напр. тело человека), но не сдвигаться или масштабироваться
- \cdot Тогда положение точки функция углов $p=f(heta_1, heta_2,\dots heta_n)$
- · p известна, $\{\theta_i\}$ неизвестны \Longrightarrow IK сводится к задаче решения нелинейной системы уравнений

- Финальное положение точки функция от преобразований отдельных костей
- Часто кости могут только вращаться (напр. тело человека), но не сдвигаться или масштабироваться
- \cdot Тогда положение точки функция углов $p=f(heta_1, heta_2,\dots heta_n)$
- p известна, $\{\theta_i\}$ неизвестны \Longrightarrow IK сводится к задаче решения нелинейной системы уравнений
- В некоторых простых частных случаях можно решить явно (напр. поровот головы atan2 от вектора направления)

Inverse kinematics

- Финальное положение точки функция от преобразований отдельных костей
- Часто кости могут только вращаться (напр. тело человека), но не сдвигаться или масштабироваться
- \cdot Тогда положение точки функция углов $p=f(heta_1, heta_2,\dots heta_n)$
- p известна, $\{\theta_i\}$ неизвестны \Longrightarrow IK сводится к задаче решения нелинейной системы уравнений
- В некоторых простых частных случаях можно решить явно (напр. поровот головы atan2 от вектора направления)
- В общем случае решается итеративными методами (напр. многомерным методом Ньютона)

• Если для модели задано несколько анимаций (ходьба, бег, прыжок, поворот, и т.д.) нужно уметь между ними переключаться

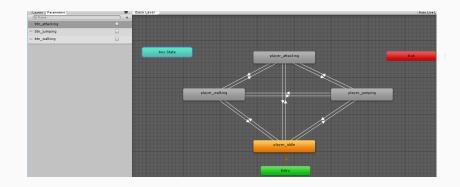
- Если для модели задано несколько анимаций (ходьба, бег, прыжок, поворот, и т.д.) нужно уметь между ними переключаться
- Обычно достаточно интерполировать local_transform каждой кости от первой ко второй анимации

- Если для модели задано несколько анимаций (ходьба, бег, прыжок, поворот, и т.д.) нужно уметь между ними переключаться
- Обычно достаточно интерполировать local_transform каждой кости от первой ко второй анимации
- Не все переходы имеют смысл (напр. люди обычно не переходят в лежачее положение сразу из бега или прыжка)

 ⇒ часто используют state-машины анимаций с настраиваемыми переходами между состояниями

- Если для модели задано несколько анимаций (ходьба, бег, прыжок, поворот, и т.д.) нужно уметь между ними переключаться
- Обычно достаточно интерполировать local_transform каждой кости от первой ко второй анимации
- В современности почти всегда используется комбинированный подход: state-машина для переходов между заранее подготовленными анимациями + специфичная для ситуации процедурная анимация

State-машина для анимации



• Есть способы для некоторых ситуаций полностью процедурно генерировать анимацию

- Есть способы для некоторых ситуаций полностью процедурно генерировать анимацию
- Анимация передвижения пауков: youtube.com/watch?v=e6Gjhr1IP6w

- Есть способы для некоторых ситуаций полностью процедурно генерировать анимацию
- Анимация передвижения пауков: youtube.com/watch?v=e6Gjhr1IP6w
- · Оффлайн генерация анимации движения для двуногих: youtube.com/watch?v=pgaEE27nsQw

Скелетная анимация: ссылки

- · en.wikipedia.org/wiki/Skeletal_animation
- · en.wikipedia.org/wiki/Inverse_kinematics
- learnopengl.com/Guest-Articles/2020/Skeletal-Animation
- · ogldev.org/www/tutorial38/tutorial38.html
- · Skeletal animation in glTF
- Видео-туториал по скелетной анимации
- Видео про графы анимаций в крупных движках

• Существует колоссально много форматов для 3D-моделей

- Существует колоссально много форматов для 3D-моделей
- Они отличаются

- Существует колоссально много форматов для 3D-моделей
- Они отличаются
 - Набором атрибутов вершин (вторые текстурные координаты, весы для анимации)

- Существует колоссально много форматов для 3D-моделей
- Они отличаются
 - Набором атрибутов вершин (вторые текстурные координаты, весы для анимации)
 - Поддержкой материалов и их сложностью

- Существует колоссально много форматов для 3D-моделей
- Они отличаются
 - Набором атрибутов вершин (вторые текстурные координаты, весы для анимации)
 - Поддержкой материалов и их сложностью
 - Поддержкой иерархии объектов и сцен

- Существует колоссально много форматов для 3D-моделей
- Они отличаются
 - Набором атрибутов вершин (вторые текстурные координаты, весы для анимации)
 - Поддержкой материалов и их сложностью
 - Поддержкой иерархии объектов и сцен
 - Поддержкой анимаций

· . x – устаревший формат, часто использовавшийся вместе с DirectX

- .x устаревший формат, часто использовавшийся вместе с DirectX
- .3ds устаревший формат, использовавшийся в девяностых и нулевых, не поддерживал анимацию и нормали

- .x устаревший формат, часто использовавшийся вместе с DirectX
- .3ds устаревший формат, использовавшийся в девяностых и нулевых, не поддерживал анимацию и нормали
- · .obj текстовый формат, использующийся из-за своей простоты, не поддерживает нестандартных атрибутов и анимацию

- .x устаревший формат, часто использовавшийся вместе с DirectX
- .3ds устаревший формат, использовавшийся в девяностых и нулевых, не поддерживал анимацию и нормали
- . obj текстовый формат, использующийся из-за своей простоты, не поддерживает нестандартных атрибутов и анимацию
- · .dae (COLLADA) распространённый современный XML-формат, поддерживает почти всё

- · .x устаревший формат, часто использовавшийся вместе с DirectX
- .3ds устаревший формат, использовавшийся в девяностых и нулевых, не поддерживал анимацию и нормали
- · . obj текстовый формат, использующийся из-за своей простоты, не поддерживает нестандартных атрибутов и анимацию
- .dae (COLLADA) распространённый современный XML-формат, поддерживает почти всё
 - Из-за многословности XML формат занимает очень много памяти; обычно используется как промежуточный перед конвертацией в специфичный для движка бинарный формат

- · . x устаревший формат, часто использовавшийся вместе с DirectX
- .3ds устаревший формат, использовавшийся в девяностых и нулевых, не поддерживал анимацию и нормали
- · . obj текстовый формат, использующийся из-за своей простоты, не поддерживает нестандартных атрибутов и анимацию
- .dae (COLLADA) распространённый современный XML-формат, поддерживает почти всё
 - Из-за многословности XML формат занимает очень много памяти; обычно используется как промежуточный перед конвертацией в специфичный для движка бинарный формат
- .gltf современный JSON-формат, разработанный Khronos Group; поддерживает нетривиальные атрибуты, материалы и анимацию; в JSON хранится логическое описание данных, а сами бинарные данные (вершины, индексы, анимации) могут храниться в отдельных файлых; очень удобен для загрузки и использования в OpenGL

Форматы 3D моделей: ссылки

- · Документация по COLLADA
- · Документация по glTF
- · Список 3D форматов