

# Blatt 1 - Übungsgruppe Y – Abgabegruppe 04

Giovanni Ngodji Djeuha, Mike Lenz, Jonas Tesfamariam,  
Bastian Schmitt, Luca Winterkamp

22. April 2023

## Aufgabe 1.1

```
1  add(x,y):  
2      c[0] = 0  
3      for i = 0,...,n do:  
4          (c[i+1],z[i]) = x[i]-y[i]-c[i]  
5      return z
```

Da die Elementaroperation in der Schleife enthalten ist, ist die Laufzeit  $\sum_{i=0}^n 1 = n$ . Das Ausführen einer Elementaroperation hat die Laufzeit 1 und wir führen diese in der Schleife  $n$  mal aus, weshalb wir eine Laufzeit von  $n$  haben.

**Aufgabe 1.2**

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{3}{2} - \sum_{j=0}^i \left( \frac{1}{3} \right)^j \right) &= \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{3}{2} + \frac{\left( \frac{1}{3} \right)^{i+1} - 1}{\frac{2}{3}} \right) = \\ \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^{i+1} \right) &= \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^i \right) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{3} \right)^i = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

## Aufgabe 1.3

**a)**

Aufeinanderfolgende Zeilen wurden Zusammengefasst, i.e. Zeile 1 bis 10 = 1-10.  
Sequenz: 1-10, 3-10, 3-10, 3-6, 11-12  
Ergebnis: 6

**b)**

Es wird die Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{N}^* &\rightarrow \mathbb{N} \\ n &\rightarrow n! \end{aligned}$$

durch das Programm berechnet. Es werden zudem  $8 + 8(n - 1)$  Operationen ausgeführt. 8 Standard Operationen die immer ausgeführt werden und 8 Operationen pro benötigten Loop.

**c)**

## Aufgabe 1.4

a)

Mit  $f_1(n), f_2(n) \in O(g)$ :

$$f_1(n) + f_2(n) \in O(f_1(n)) + O(f_2(n)) = O(f_1(n) + f_2(n)) = O(\max\{g, g\}) = O(g)$$

b)

$\binom{n}{2} \in \Theta(n^2)$ , Beweis mithilfe des Grenzwert Lemma:

$$\frac{n^2}{\frac{n \cdot (n-1)}{2}} = \frac{2n}{n \cdot (n-1)} = \frac{2n}{n-1} = \frac{2n}{n \cdot (1 - \frac{1}{n})} = \frac{2}{1 - \frac{1}{n}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{2}{1 - 0} = 2$$

Da eine Zahl zwischen 0 und  $\infty$  rauskommt muss  $\binom{n}{2} \in \Theta(n^2)$  laut dem Grenzwert Lemma.

c)

d)

e)