

Blatt 1 - Übungsgruppe (Mo - 13:45) – Abgabegruppe 04

Giovanni Ngodji Djeuha, Mike Lenz, Jonas Tesfamariam,
Bastian Schmitt, Luca Winterkamp

29. April 2023

Aufgabe 1.1

```
1 sub(x,y):  
2   c[0] = 0  
3   for i = 0,...,n do:  
4     (c[i+1],z[i]) = x[i]-y[i]-c[i]  
5   return z
```

Da die Elementaroperation in der Schleife enthalten ist, ist die Laufzeit $\sum_{i=0}^n 1 = n$. Das Ausführen einer Elementaroperation hat die Laufzeit 1 und wir führen diese in der Schleife n mal aus, weshalb wir eine Laufzeit von n haben.

Aufgabe 1.2

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2} - \sum_{j=0}^i \left(\frac{1}{3} \right)^j \right) &= \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2} + \frac{\left(\frac{1}{3} \right)^{i+1} - 1}{\frac{2}{3}} \right) = \\ \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{i+1} \right) &= \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^i \right) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3} \right)^i = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Aufgabe 1.3

a)

Aufeinanderfolgende Zeilen wurden Zusammengefasst, i.e. Zeile 1 bis 10 = 1-10.

Sequenz: 1-10, 3-10, 3-6, 11-12

Ergebnis: 6

b)

Es wird die Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{N}^* &\rightarrow \mathbb{N} \\ n &\rightarrow n! \end{aligned}$$

durch das Programm berechnet. Es werden zudem $8 + 8(n - 1)$ Operationen ausgeführt. 8 Standard Operationen die immer ausgeführt werden und 8 Operationen pro benötigten Loop.

c)

Durch das umdefinieren des Zahlenbereichs von Registern können RAMZ Programme in RAM Programme umgewandelt werden. Spezifisch stellen Zahlen von 0 bis $n/2$ die negativen Zahlen (also $-(n/2), \dots, -1$) und die Zahlen von $(n/2)+1$ bis n die positiven Zahlen (also $0, \dots, (n/2)-1$), wobei n der ursprüngliche Zahlenbereich der Register ist.

Aufgabe 1.4

a)

Mit $f_1(n), f_2(n) \in O(g)$:

$$f_1(n) + f_2(n) \in O(f_1(n)) + O(f_2(n)) = O(f_1(n) + f_2(n)) = O(\max\{g, g\}) = O(g)$$

b)

$\binom{n}{2} \in \Theta(n^2)$, Beweis mithilfe des Grenzwert Lemma:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\frac{n \cdot (n-1)}{2}} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{n \cdot (n-1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n-1} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n \cdot (1 - \frac{1}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{2}{1-0} = 2 \end{aligned}$$

Da eine Zahl zwischen 0 und ∞ rauskommt muss $\binom{n}{2} \in \Theta(n^2)$ laut dem Grenzwert Lemma.

c)

d)

e)