# Blatt 4 - Übungsgruppe (Mo - 13:45) – Abgabegruppe 04

Giovanni Ngodji Djeuha, Mike Lenz, Jonas Tesfamariam, Bastian Schmitt, Luca Winterkamp

18. Mai 2023

# Aufgabe 4.1

## a)

/

## b)

Eine Rekurrenzgleichung kann aus dem Code abgelesen werden:

$$T(n) \leq T(\frac{n}{3/2}) + T(\frac{n}{3/2}) + T(\frac{n}{3/2}) + Dn \leq 3 \cdot T(\frac{n}{3/2}) + Dn$$

Anwenden des Master Theorems: $a = 3;\quad b = 3/2;\quad s = 1$

$$3 > 3/2 \quad \overset{\text{Fall 1}}{\rightarrow} \quad T(n) \in O(n^{\log_{3/2} 3})$$

# Aufgabe 4.2

## a)

### k=2

$\lceil \log_2(2!) \rceil = 1 \rightarrow 1$ Vergleich erlaubt.

```
if A[0] >= A[1]:
  swap(A[0], A[1])
```

Klar zu sehen, dass nur ein Vergleich verwendet wird

### k=3

$\lceil \log_2(3!) \rceil = 3 \rightarrow 3$ Vergleiche erlaubt.

```
if A[0] >= A[1]:
  swap(A[0], A[1])
if A[1] >= A[2]:
  swap(A[1], A[2])
if A[0] >= A[1]:
  swap(A[0], A[1])
```

Klar zu sehen, dass nur 3 Vergleiche verwendet werden.

### k=4

$\lceil \log_2(4!) \rceil = 5 \rightarrow 5$ Vergleiche erlaubt.

```
if A[0] >= A[1]:
  swap(A[0], A[1])
if A[2] >= A[3]:
  swap(A[2], A[3])
if A[0] >= A[2]:
  swap(A[0], A[2])
if A[1] >= A[3]:
  swap(A[1], A[3])
if A[1] >= A[2]:
  swap(A[1], A[2])
```

Klar zu sehen, dass nur 5 Vergleiche verwendet werden.

## b)

/

## c)

```
b = 0

for i in range(1,n):  //(n-1) Vergleiche
  if A[i] > A[b]:
    b = i
swap(A[b],A[n-1])

s = 0

for i in range(1,n-1) //(n-2) Vergleiche
  if A[i] < A[s]:
    s = i
swap(A[s],A[0])
```

Dieser Algorithmus macht (n-1) + (n-2) Vergleiche, jedoch nicht weniger als diese Anzahl.

# Aufgabe 4.3

## a)

Ein solcher Algorithmus müsste lediglich die k-Blöcke mit bereits bekannten Algorithmen, die in $O(n \log n)$ sortieren, sortieren. Wir nehmen an die funktion *sort* sortiert in $O(n \log n)$:

```
for i in range(k):
  sort(A, i*k, (i*k) + k) // sort the k-th block
```

Die Laufzeit für jeden Aufruf von *sort* ist hier $O(n \log k)$, da nur subarrays von länge k mit jedem Aufruf sortiert werden. Somit gilt für die Laufzeit

$$T(n) \in O(n \log k) + \ldots + O(n \log k) = O(n \log k)$$

Die Vergleichsschranke wird eingehalten, da:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n \log k}{n \log(n/k)} \overset{l'H}{=} \lim_{n\to\infty} \frac{\log k}{\log(n/k) + 1} = \infty \quad \rightarrow \quad n \log k \in o(n \log(n/k))$$

## b)

/

## c)

/