Blatt 1 - Übungsgruppe (Mo - 13:45) – Abgabegruppe 04

Giovanni Ngodji Djeuha, Mike Lenz, Jonas Tesfamariam, Bastian Schmitt, Luca Winterkamp

28. April 2023

Aufgabe 1.1

```
sub(x,y):
  c[0] = 0
  for i = 0,...,n do:
    (c[i+1],z[i]) = x[i]-y[i]-c[i]
  return z
```

Da die Elementaroperation in der Schleife enthalten ist, ist die Laufzeit $\sum_{i=0}^{n} 1 = n$. Das Ausführen einer Elementaroperation hat die Laufzeit 1 und wir führen diese in der Schleife n mal aus, weshalb wir eine Laufzeit von n haben.

Aufgabe 1.2

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2}-\sum_{j=0}^{i}\left(\frac{1}{3}\right)^{j}\right)=\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2}+\frac{(\frac{1}{3})^{i+1}-1}{\frac{2}{3}}\right)=$$
$$\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{i+1}\right)=\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{i}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{i}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{4}$$

Aufgabe 1.3

a)

Aufeinanderfolgende Zeilen wurden Zusamengefasst, i.e. Zeile 1 bis 10 = 1-10.
Sequenz: 1-10, 3-10, 3-6, 11-12
Ergebnis: 6

b)

Es wird die Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{N}^* &\to \mathbb{N} \\ n &\to n! \end{aligned}$$

durch das Programm berechnet. Es werden zudem $8 + 8(n - 1)$ Operationen ausgeführt. 8 Standard Operationen die immer ausgeführt werden und 8 Operationen pro benötigten Loop.

c)

Durch das umdefinieren des Zahlenbereichs von Registern können RAMZ Programme in RAM Programme umgewandelt werden. Spezifisch stellen Zahlen von 0 bis n/2 die negativen Zahlen (also -(n/2),. . .,-1) und die Zahlen von (n/2)+1 bis n die positiven Zahlen (also 0,. . .,(n/2)-1), wobei n der ursprüngliche Zahlenbereich der Register ist.

Aufgabe 1.4

a)

Mit $f_1(n), f_2(n) \in O(g)$:

$f_1(n) + f_2(n) \in O(f_1(n)) + O(f_2(n)) = O(f_1(n) + f_2(n)) = O(\max\{g, g\}) = O(g)$

b)

$\binom{n}{2} \in \Theta(n^2)$, Beweis mithilfe des Grenzwert Lemma:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{\frac{n\cdot(n-1)}{2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^2}{n\cdot(n-1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n-1}$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n\cdot(1-\frac{1}{n})} = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{1-\frac{1}{n}} = \frac{2}{1-0} = 2$$

Da eine Zahl zwischen 0 und ∞ rauskommt muss $\binom{n}{2} \in \Theta(n^2)$ laut dem Grenzwert Lemma.

c)

d)

e)