

Interrogador para LPGs utilizando FBGs e Rede Neural

Felipe O. Barino

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Juiz de Fora
Juiz de Fora, MG, Brasil
felipe.barino@engenharia.ufjf.br

Alexandre Bessa dos Santos

Departamento de Circuitos Elétricos
Universidade Federal de Juiz de Fora
Juiz de Fora, MG, Brasil
alexandre.bessa@engenharia.ufjf.br

Resumo—Este trabalho introduz um novo método para interrogação de sensores ópticos baseados em redes de período longo (LPGs) operando no infravermelho em fibras monomodo. Neste método, determina-se o comprimento de onda ressonante da LPG interrogada utilizando um arranjo de redes de Bragg (FBGs) para extrair informações do espectro da LPG e uma rede neural artificial para processar estas informações. Este trabalho demonstra o projeto do banco de filtros FBG e da rede neural *Multilayer Perceptron*, que são a base do funcionamento do interrogador desenvolvido neste trabalho. A performance do interrogador é analisada com relação ao erro quadrático médio, erro absoluto médio e distribuição dos resíduos da estimativa. Esta análise é feita com diferentes LPGs, com as mais variadas características espectrais, e estima-se que o comprimento de onda ressonante destas pode ser determinado com incerteza de 2,82 nm, considerando um intervalo de confiança de 95%.

Palavras-chave—redes de período longo, redes neurais, sensor óptico, interrogação, redes de Bragg

I. INTRODUÇÃO

Os avanços no mercado de comunicações ópticas vêm beneficiando o desenvolvimento da tecnologia de sensores ópticos, tanto pelo aumento da oferta de componentes a um bom custo-benefício, quanto pelo aumento do número de fornecedores [1]. Dentre os diversos tipos de sensores ópticos a fibra, pode-se destacar os sensores baseados em redes de difração em fibra, as chamadas Redes de Bragg (Fiber Bragg Grating - FBGs) e Redes de Período Longo em Fibra (Long Period Fiber Grating - LPGs). Dentre estes dois, as LPGs são estruturas de simples fabricação, pois devido ao período de modulação consideravelmente maior, elas podem ser facilmente fabricadas por técnicas ponto a ponto, como por exemplo a técnica do arco elétrico [2].

O funcionamento das redes de difração é baseado no acoplamento de energia entre modos de propagação da fibra óptica. Nas LPGs o modo de propagação do núcleo de uma fibra monomodo é acoplado a um modo copropagante de casca e, por espalhamento da luz na interface entre casca e meio externo, a energia do modo de casca é atenuada [3], [4]. Esse acoplamento ocorre em comprimentos de onda específicos, dados por:

$$\lambda_{res}^m = (n_{eff,co} - n_{eff,cl}^m)\Lambda \quad (1)$$

onde $n_{eff,co}$ é o índice de refração efetivo do modo do núcleo, $n_{eff,cl}^m$ é o índice de refração do m -ésimo modo de casca, Λ o período da grade e λ_{res}^m é o comprimento de onda ressonante do m -ésimo modo de acoplamento e, devido a perda de energia por espalhamento, há uma banda de atenuação centrada nele.

As LPGs podem ser utilizados como sensores, pois λ_{res} é função de parâmetros que podem variar com o ambiente, como o índice de refração do núcleo $n_{eff,co}$, da casca $n_{eff,cl}$ e também do período Λ da LPG, [4], [5]. Dessa maneira deve-se correlacionar a grandeza mensurada com a variação do espectro de transmissão do dispositivo, em específico com a variação de λ_{res} .

Esse processo recebe o nome de interrogação e, em sua maioria, ele requer equipamentos volumosos e de alto custo. Uma abordagem consiste em aplicar uma fonte luminosa de banda larga ao sensor óptico e observar seu espectro em um Analisador de Espectro Óptico (OSA). Outra técnica utiliza lasers com comprimento de onda central variável para varrer o espectro óptico [6], [7]. Ambas as técnicas obtêm todo o espectro de transmissão da LPG, ou uma secção suficiente para identificar o comprimento de onda ressonante. E então, a partir desta identificação, obtém-se o mensurando. Uma solução mais barata e compacta consiste em filtrar o espectro do sensor (com um ou mais filtros ópticos) que se deseja interrogar e correlacionar a potência óptica nos filtros com o mensurando [8]–[12].

Porém os interrogadores baseados em leituras de potência reportados até então são projetados para trabalhar com LPGs específicas, uma vez que deve-se conhecer o espectro do sensor LPG e a posição dos filtros deve ser otimizada para a característica espectral deste. Para contornar este problema [13] propõe um sistema de interrogação baseado em *Arrayed waveguide grating* (AWG, grades dispostas em guias de onda, em tradução livre) modulado por temperatura. Tal sistema é capaz de obter a potência em diversos comprimentos de onda diferentes e recuperar o espectro de transmissão de uma LPG genérica, mas apesar dos AWGs serem compactos, eles possuem alto custo. Outra proposta, de menor custo, é apresentada por [14], e consiste em um interrogador fabricado a partir três lasers modulados por temperatura. Nesta proposta, o espectro é obtido a partir do ajuste das potências obtidas pelo esquema de lasers e fotodetectores ao espectro por meio

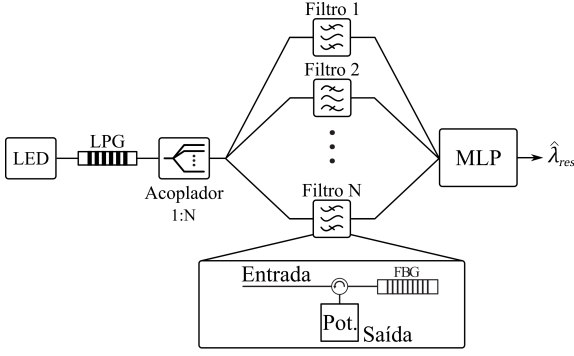


Figura 1: Esquema do interrogador proposto.

de uma função matemática. Apesar desta função ser única para diversas LPGs, seus parâmetros devem ser otimizados para cada sensor, diminuindo a capacidade de generalização da proposta.

Com objetivo de manter o baixo custo, mas conservando a generalidade dos métodos citados anteriormente, este trabalho propõe uma nova técnica de interrogação baseada em filtros ópticos. Esta técnica utiliza um arranjo de filtros ópticos FBG e, a partir da potência óptica em cada elemento desse arranjo, estima-se o comprimento de onda ressonante da LPG. O processamento dos dados deste arranjo, usado para estimar λ_{res} , é feito por meio de uma rede neural *Multi-layer Perceptron* (MLP) que tem como entrada a potência óptica filtrada em cada elemento do arranjo e como saída o comprimento de onda ressonante da LPG interrogada. Em propostas anteriores, nós demonstramos um esquema semelhante: com arranjo de FBGs modulado por deformação e temperatura utilizando redes neurais para estimar todo o espectro [15], [16]. A nova proposta dispensa a modulação das FBGs e estima o comprimento de onda ressonante da LPG diretamente, sem realizar estimação do espectro de transmissão.

II. MÉTODOS

O uso de Redes Neurais Artificiais (RNAs) na interrogação de sensores LPGs é reportado na literatura, em geral, como ferramenta para obter o mensurando a partir do espectro de transmissão do transdutor. As aplicações variam de sensores multi-parâmetro a multi-dimensionais, e até classificadores [17]–[21].

Porém estes trabalhos têm como entrada das RNAs dados espectrais da LPG, como comprimento de onda e atenuação do vale de ressonância, que são geralmente extraídos por um OSA. Além do mais, as técnicas de interrogação para LPGs focam em sensores específicos e, em geral, o interrogador está acoplado ao sistema sensor. Por outro lado, neste trabalho usa-se RNAs para determinar o comprimento de onda ressonante da LPG, ou seja, para interrogar de fato o transdutor óptico. O esquema da proposta pode ser visto na Figura 1, note que as entradas do MLP são as potências medidas em um arranjo com N filtros FBG, e a saída o comprimento de onda ressonante da LPG.

Redes neurais são adequadas para o interrogador proposto, pois são modelos computacionais capazes de mapear pares entrada-saída com base em um conhecimento adquirido durante seu treinamento [22], [23]. Dentre as topologias e algoritmos de RNAs, o MLP se destaca em casos de regressão não linear, já que é capaz de aproximar qualquer função que possua um número finito de descontinuidades com apenas uma camada escondida [24].

Um MLP possui três ou mais camadas: camada de entrada, $N_e \geq 1$ camada(s) escondida(s) e uma camada de saída. Os nós destas camadas são conectados por meio de pesos, chamados de pesos sinápticos e, exceto pela camada de entrada, esses nós são chamados de neurônios. Cada neurônio possui uma função de ativação que mapeia a combinação linear entre suas entradas e seus pesos à sua saída. O MLP utilizado neste trabalho possui uma única camada escondida, com N nós de entrada, H neurônios na camada escondida e um nó de saída.

Os pesos sinápticos, denotados por $w_{n,a}$, são atualizados, durante o treinamento da RNA, para minimizar o erro entre a estimativa da rede neural e a saída conhecida. O subscrito n indica o índice do nó destino e a do nó de início. O processamento ao longo do MLP se dá, na saída do i -ésimo neurônio da camada escondida, por:

$$h_i = f \left(b_i + \sum_{k=0}^{N-1} x_k w_{i,k} \right) \quad (2)$$

em que b_i é o termo independente (*bias*) do i -ésimo neurônio, $w_{i,k}$ o peso sináptico que conecta a entrada k a este neurônio e $f(\cdot)$ sua função de ativação. Já a saída da rede é calculada em função da saída dos H neurônios:

$$y = b_y + \sum_{i=0}^{H-1} h_i w_{y,i} \quad (3)$$

onde b_y é o termo independente do neurônio de saída e $w_{y,i}$ o peso sináptico que conecta o i -ésimo neurônio a este.

O modelo MLP descrito acima foi projetado e avaliado com um banco de dados formado por 528 espectros, contendo um único vale de ressonância, obtidos com um OSA. Estes espectros são provenientes de 83 LPGs com variados parâmetros de fabricação, como período e intensidade de modulação, conferindo ao banco de dados variabilidade quanto às características de transmissão das LPGs. Para somar os 528 espectros, as LPGs foram submetidas a variações de temperatura e deformação. O comprimento de onda ressonante destes foi extraído utilizando ajuste gaussiano ao redor da região do vale de atenuação das LPGs. O comprimento de onda ressonante, largura a meia altura (FWHM) e potência na ressonância, para cada um dos espectros deste banco de dados estão resumidos na Figura 2, note o espalhamento e variabilidade destas características.

Os dados foram aleatoriamente separados em grupos de treino (60%), validação (20%), e teste (20%). O projeto dos filtros FBG é feito a partir da análise da FWHM e λ_{res} dos

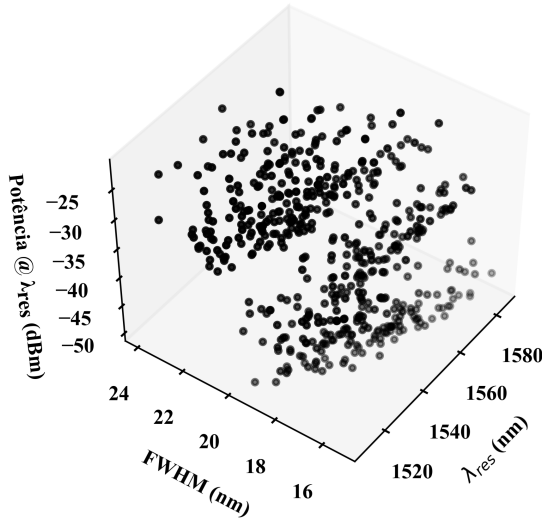


Figura 2: Características espectrais dos espectros que compõe o banco de dados utilizado.

espectros do grupode projeto (união dos grupos de treino e teste). Os valores máximo e mínimo do λ_{res} determinam a faixa dinâmica do interrogador e, consequentemente, o maior e menor valor do comprimento de onda de Bragg das FBGs. Já o valor mínimo da largura a meia altura determina o espaçamento necessário entre os filtros deste arranjo, que deve ser menor que metade do FWHM, garantindo que pelo menos uma FBG estará no vale de qualquer uma das LPGs analisadas.

Além do mais, analisa-se a relação entre o comprimento de onda ressonante e a potência óptica filtrada por cada FBG que compõe o interrogador. Essa análise permite visualizar a contribuição média de cada filtro na extração de informação do posicionamento do comprimento de onda ressonante. Para tal, os espectros foram agrupados em 20 regiões, de acordo com λ_{res} , e a média da potência filtrada por cada FBG nestes

grupos foi calculada para compor o gráfico usado nesta análise.

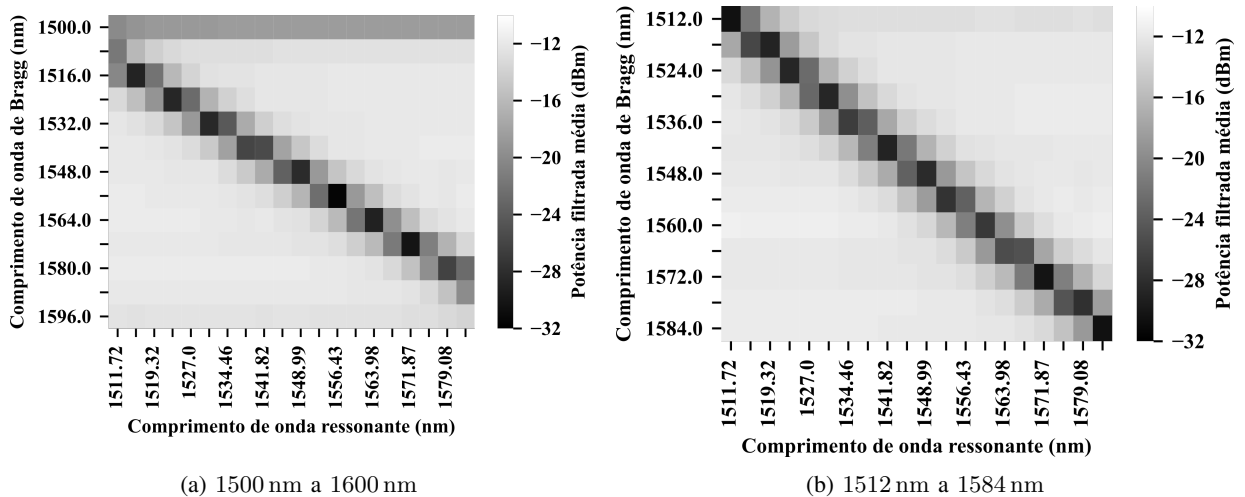
Após o projeto dos filtros, coletou-se as potências ópticas de todos os espectros do banco de dados, utilizando o *setup* ilustrado na Figura 1, obtendo então os pares entrada-saída para desenvolvimento e avaliação do MLP. Os dados de entrada (potência óptica nas FBGs) foram normalizados para o intervalo $[0, 1]$. Os neurônios do MLP foram configurados com função de ativação ReLU (*Rectified Linear Unit*) e seus pesos otimizados pelo método LBFGS. Todo o processo foi desenvolvido em *python* com auxílio da biblioteca *sci-kit learn* [25].

O tamanho da camada escondida (número de neurônios) foi determinado em vinte testes por tamanho, variando de 3 a 8 neurônios. A métrica utilizada tanto para otimização dos pesos quanto para a escolha do número de neurônios é o Erro Quadrático Médio (MSE, do inglês *Mean Squared Error*). Seleciona-se então o modelo com menor erro e variação durante os vinte testes realizados, note que para essa escolha o MSE foi avaliado no conjunto de validação.

Por fim, o modelo foi avaliado com os dados de teste, pelo erro absoluto médio da estimativa de λ_{res} , análise dos resíduos desta, e também pela relação entre o valor real e o estimado pelo interrogador. A primeira métrica dá uma ideia da distância entre os valores obtidos e os reais, já a segunda determina a distribuição dos erros da estimativa, enquanto a última provê uma visualização do modelo proposto para identificação de λ_{res} .

III. RESULTADOS

Análise dos espectros indica que o comprimento de onda ressonante das LPGs está no intervalo de 1510 nm a 1585 nm e que o menor valor de FWHM é 15.3 nm. Portanto, deve-se projetar um arranjo tal que as FBGs tenham aproximadamente 7.7 nm de distância no espectro. Para a janela de 1500 nm a 1596 nm do espectro óptico, 13 FBGs conferem 7.69 nm igualmente espaçados entre as FBGs.



(a) 1500 nm a 1600 nm

(b) 1512 nm a 1584 nm

Figura 3: Relação entre λ_{res} e potência extraída pelas 13 FBGs de (a) 1500 nm a 1600 nm e (b) 1512 nm a 1584 nm.

Observando o comportamento deste banco de filtros nos espectros do conjunto de projeto, observa-se que este apresenta comportamento redundante. A Figura 3 mostra a relação entre o comprimento de onda ressonante e a potência óptica filtrada pelo arranjo FBG, com o eixo-x representando faixas de λ_{res} , o eixo-y a posição de cada FBG do banco de filtros e a intensidade representando a potência extraída por cada filtro, observe que quanto mais escura a região, menos potência é filtrada, indicando que a FBG está próxima ao vale da LPG. Na Figura 3a nota-se que para o arranjo contendo 13 FBGs na região 1500 nm a 1596 nm a potência óptica das FBGs próximas a 1500 nm e 1596 nm variam pouco com o comprimento de onda ressonante, indicando que a informação fornecida por estes filtros, em média, não é fundamental para identificar o comprimento de onda ressonante, já que é praticamente contante para todo λ_{res} . Portanto o arranjo foi reajustado para 13 FBGs distantes por 6 nm na faixa 1512 nm a 1584 nm e o resultado pode ser visto na Figura 3b. Para este segundo arranjo projetado, há maior sobreposição entre as regiões escuras e todas as FBGs apresentam variação semelhante ao longo dos diferentes espectros de transmissão das LPGs do conjunto de projeto, indicando que os filtros contribuem bem para a determinação do comprimento de onda ressonante das LPGs que compõe o banco de dados utilizado neste trabalho.

Com relação ao projeto do MLP, os resultados da seleção do tamanho da camada oculta estão expressos no gráfico de caixas da Figura 4, note que para uma camada oculta maior que cinco neurônios não há melhora significativa no MSE do grupo de validação do banco de dados. Portanto, a fim de se manter o menor modelo, que tende a ter menor variância, seleciona-se o MLP com cinco neurônios na camada escondida com menor erro entre os vinte testados. O modelo final, projetado, para o interrogador é então: um banco de filtros com 13 FBGs espaçadas por 6 nm na região de 1512 nm a

1584 nm do espectro óptico, com suas potências normalizadas para o intervalo $[0, 1]$, que são utilizadas como entrada em um MLP de três camadas, com 5 neurônios na camada escondida e um único neurônio na camada de saída, que exprime a estimativa do comprimento de onda ressonante do espectro da LPG interrogada.

O MSE do modelo selecionado, calculado no grupo de testes do banco de dados, é 1.98 nm^2 enquanto o erro absoluto médio é de 1.00 nm. Já a relação entre o valor estimado pelo interrogador e o valor real do comprimento de onda ressonante pode ser visto na Figura 5, onde em preto está representada a reta de um modelo ideal, ou seja $y = x$, em que os valores observados são iguais aos valores estimados, já em vermelho estão representados os eventos do grupo de teste. Observe que estes acompanham a reta preta com pouca dispersão, de fato o R^2 do MLP é igual a 0.993, indicando que este modelo explica bem os dados observados.

Observe que a diferença entre os pontos vermelhos e a reta preta na Figura 5 representam os resíduos da estimativa do comprimento de onda ressonante e o valor médio desses resíduos representam a tendência, ou a polarização, do interrogador. Note que, essa métrica é diferente do erro absoluto médio, que representa a distância vertical média entre os pontos e a reta. Na Figura 6 tem-se o histograma dos resíduos dessa estimativa, juntamente com o ajuste paramétrico deste com uma distribuição normal.

O valor médio da distribuição normal mostrada na Figura 6 é $\mu = -0.0330 \text{ nm}$ e o seu desvio padrão é $\sigma = 1.41 \text{ nm}$, ou seja, o interrogador projetado possui uma tendência de -33.0 pm e uma incerteza de 2.82 nm , considerando um intervalo de confiança de 95%.

IV. CONCLUSÃO

Este trabalho propõe um interrogador genérico para sensores LPGs, usando um arranjo de filtros FBG para extração de parâmetros do espectro de transmissão do sensor e utilização

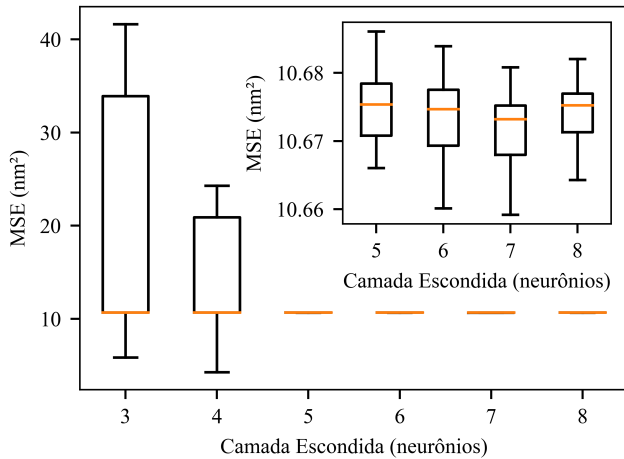


Figura 4: Relação entre tamanho da camada oculta e MSE nos 20 testes por número de neurônios.

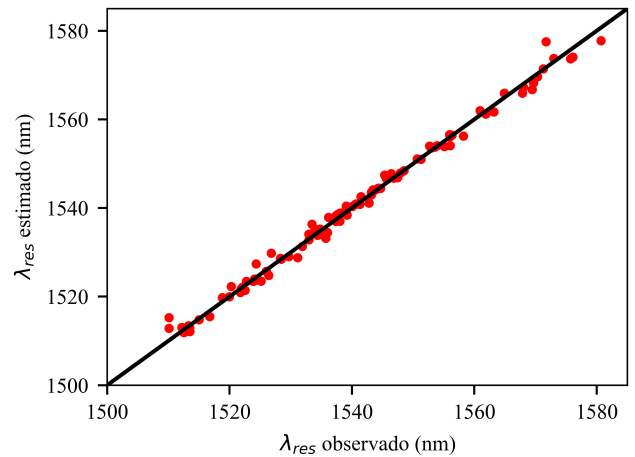


Figura 5: Relação entre valor estimado e valor real do comprimento de onda ressonante.

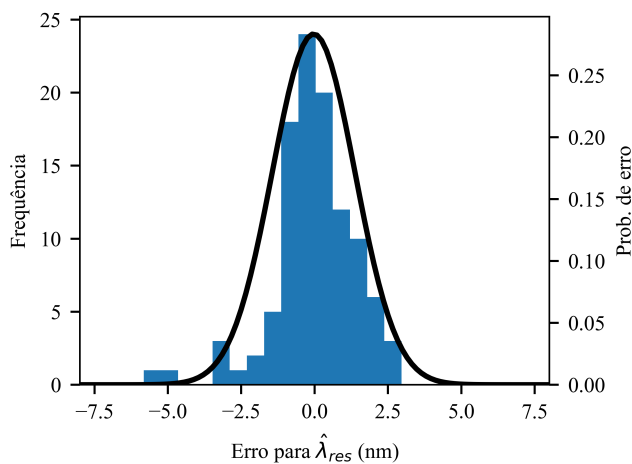


Figura 6: Distribuição dos resíduos da estimativa do comprimento de onda ressonante, à esquerda o histograma no eixo y e à direita a distribuição gaussiana dos resíduos.

destes como entrada de uma rede MLP que realiza a estimativa do comprimento de onda ressonante da LPG. O projeto do banco de filtros, bem como da rede neural utilizada são mostrados e estima-se que este novo método de interrogação possa determinar o comprimento de onda ressonante de uma LPG qualquer na faixa de 1510 nm a 1585 nm com incerteza de 2.82 nm, a partir da potência medida em 13 FBGs.

Além do mais, pode-se projetar um interrogador seguindo os passos demonstrados neste trabalho para diferentes faixas do espectro, de acordo com os requisitos do interrogador. Maiores investigações com relação ao impacto da densidade do banco de filtros na incerteza do interrogador são interessantes para determinar a relação de compromisso entre o número de FBGs e a performance do interrogador, assim como análise do interrogador frente à variações ambientais, já que as FBGs são sensíveis à temperatura e deformação.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio da CAPES, CNPq, Inerge-UFJF e Santo Antônio Energia.

REFERÊNCIAS

- [1] J. L. Santos and F. Farahi, *Handbook of optical sensors*, 1st ed. CRC Press, 2014.
- [2] G. Rego, P. Marques, J. Santos, and H. Salgado, "Arc-induced long-period gratings," *Fiber and Integrated Optics*, vol. 24, no. 3-4, pp. 245–259, 2005.
- [3] A. M. Vengsarkar, P. J. Lemaire, J. B. Judkins, V. Bhatia, T. Erdogan, and J. E. Sipe, "Long-period fiber gratings as band-rejection filters," *Journal of lightwave technology*, vol. 14, no. 1, pp. 58–65, 1996.
- [4] T. Erdogan, "Fiber grating spectra," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, no. 8, pp. 1277–1294, 1997.
- [5] X. Shu, L. Zhang, and I. Bennion, "Sensitivity characteristics of long-period fiber gratings," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 20, no. 2, pp. 255–266, 2002.
- [6] B. C. Lee, E.-J. Jung, C.-S. Kim, and M. Y. Jeon, "Dynamic and static strain fiber Bragg grating sensor interrogation with a 1.3 μ m fourier domain mode-locked wavelength-swept laser," *Measurement Science and Technology*, vol. 21, no. 9, p. 094008, 2010.
- [7] J. Park, Y. S. Kwon, M. O. Ko, and M. Y. Jeon, "Dynamic fiber bragg grating strain sensor interrogation based on resonance fourier domain mode-locked fiber laser," in *Avionics and Vehicle Fiber-Optics and Photonics Conference (AVFOP), 2016 IEEE*. IEEE, 2016, pp. 291–292.
- [8] H. Patrick, G. Williams, A. Kersey, J. Pedrazzani, and A. Vengsarkar, "Hybrid fiber Bragg grating/long period fiber grating sensor for strain/temperature discrimination," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 8, no. 9, pp. 1223–1225, 1996.
- [9] T. Allsop, T. Earthrowl, R. Reeves, D. J. Webb, and I. Bennion, "The interrogation and multiplexing of long period grating curvature sensors using a bragg grating based, derivative spectroscopy technique," *Measurement Science and Technology*, vol. 15, no. 1, p. 44, 2003.
- [10] J. Carvalho, L. Coelho, M. Pontes, A. Barbero, M. Martinez, R. Ribeiro, J. Weyl, J. Baptista, M. Giralaldi, I. Dias *et al.*, "Long-period gratings dynamic interrogation with modulated fiber bragg gratings and optical amplification," *IEEE Sensors Journal*, vol. 12, no. 1, pp. 179–183, 2011.
- [11] G. Kahandawa, J. Epaarachchi, H. Wang, D. Followell, and P. Birt, "Use of fixed wavelength Fibre-Bragg Grating (FBG) filters to capture time domain data from the distorted spectrum of an embedded fbg sensor to estimate strain with an artificial neural network," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 194, pp. 1–7, 2013.
- [12] M. A. Jucá and A. B. dos Santos, "Fiber Bragg grating interrogation using fbg filters and artificial neural network," in *Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), 2017 SBMO/IEEE MTT-S International*. IEEE, 2017, pp. 1–4.
- [13] H. Guo, G. Xiao, N. Mrad, and J. Yao, "Interrogation of a long-period grating sensor by a thermally tunable arrayed waveguide grating," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 20, no. 21, pp. 1790–1792, 2008.
- [14] P. S. dos Santos, P. A. Jorge, J. M. de Almeida, and L. Coelho, "Low-cost interrogation system for long-period fiber gratings applied to remote sensing," *Sensors*, vol. 19, no. 7, p. 1500, 2019.
- [15] F. O. Barino, D. Discini, T. Coelho, and A. B. dos Santos, "Estimativa do espectro de transmissão de LPFGs utilizando arranjo FBG modulado por estresse e rede neural," in *MOMAG 2018 - 18 SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e o 13 CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, 2018. SBMO, 2018.
- [16] F. O. Barino and A. B. dos Santos, "LPG spectrum estimation using neural networks and temperature modulated FBG," in *Proceedings of Latin America Workshop on Optical Fiber Sensors*. SBMO, 2019, pp. 55–58.
- [17] J. Sun, C. Chan, K. Tan, X. Dong, and P. Shum, "Application of an artificial neural network for simultaneous measurement of bending curvature and temperature with long period fiber gratings," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 137, no. 2, pp. 262–267, 2007.
- [18] J. Sun, C. Chan, X. Dong, and P. Shum, "Application of an artificial neural network for simultaneous measurement of temperature and strain by using a photonic crystal fiber long-period gratings," *Measurement Science and Technology*, vol. 18, no. 9, p. 2943, 2007.
- [19] R. Costa, G. Possetti, L. De Arruda, M. Muller, and J. Fabris, "Curvature vector smart sensing with a long-period fibre grating probed by artificial intelligence," *Measurement Science and Technology*, vol. 21, no. 9, p. 094027, 2010.
- [20] F. Barino, F. Delgado, M. A. Jucá, T. V. Coelho, and A. B. dos Santos, "Comparison of regression methods for transverse load sensor based on optical fiber long-period grating," *Measurement*, vol. 146, pp. 728–735, 2019.
- [21] G. Possetti, L. Côcco, C. Yamamoto, L. De Arruda, R. Falate, M. Muller, and J. Fabris, "Application of a long-period fibre grating-based transducer in the fuel industry," *Measurement Science and Technology*, vol. 20, no. 3, p. 034012, 2009.
- [22] P. K. Simpson, *Artificial Neural Systems Foundations, Paradigms, Applications, and Implementations*. McGraw-Hill, New York, 1990.
- [23] D. W. Patterson, *Artificial neural networks: theory and applications*. Prentice Hall PTR, 1998.
- [24] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White, "Multilayer feedforward networks are universal approximators," *Neural networks*, vol. 2, no. 5, pp. 359–366, 1989.
- [25] L. Buitinck, G. Louppe, M. Blondel, F. Pedregosa, A. Mueller, O. Grisel, V. Niculae, P. Prettenhofer, A. Gramfort, J. Grobler, R. Layton, J. VanderPlas, A. Joly, B. Holt, and G. Varoquaux, "API design for machine learning software: experiences from the scikit-learn project," in *ECML PKDD Workshop: Languages for Data Mining and Machine Learning*, 2013, pp. 108–122.