Постройте таблицу значений функции $f(x)$ на сегменте $[a, b]$ с шагом $\delta$ (краткие сведения о цилиндрических функциях и определительные формулы для них см. в [1]):

1. $f(x) = J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $a = 0$, $b = 1$, $\delta = 10^{-5}$;

2. $f(x) = J_1(x)$ — функция Бесселя первого рода, $a = 0$, $b = 2$, $\delta = 10^{-5}$;

3. $f(x) = J_2(x)$ — функция Бесселя первого рода, $a = 0$, $b = 2$, $\delta = 10^{-5}$;

4. $f(x) = Y_1(x)$ — функция Бесселя второго рода (функция Неймана), $a = 1$, $b = 3$, $\delta = 10^{-5}$;

5. $f(x) = Y_2(x)$ — функция Бесселя второго рода (функция Неймана), $a = 1$, $b = 3$, $\delta = 10^{-5}$;

6. $f(x) = I_1(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода, $a = 0$, $b = 1$, $\delta = 10^{-5}$;

7. $f(x) = I_2(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода, $a = 0$, $b = 1$, $\delta = 10^{-5}$;

8. $f(x) = K_1(x)$ — модифицированная функция Бесселя второго рода (функция Макдональда), $a = 1$, $b = 2$, $\delta = 10^{-5}$.

*Пример решения варианта №1.*

Функции Бесселя $J_\nu(x)$ первого рода, где $\nu \in \mathbb{R}$, удовлетворяют дифференциальному уравнению

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - \nu^2)y = 0.$$

Воспользуемся известным разложением в степенной ряд [1] (список цитированной литературы см. в конце файла):

$$J_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{4^k k! \Gamma(\nu + k + 1)},$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция (напомним, что $\Gamma(n) = (n-1)!$ для натуральных значений аргумента).

Для частного случая функции Бесселя нулевого порядка степенной ряд является рядом Тейлора в окрестности $x = 0$ и имеет более простой вид:

$$J_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{2k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4^k (k!)^2} x^{2k}.$$

Полученное соотношение позволяет вычислить значения $J_0(x)$. Естественно, в вычислительной программе имеется возможность суммирования только конечного числа слагаемых в выражении

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{2k} = (a_0 + a_1 x^2 + \ldots + a_{k_{\max}} x^{2k_{\max}}) + \sum_{k=k_{\max}+1}^{\infty} a_k x^{2k}.$$

Заметим, что погрешность вычисления знакопеременного ряда легко оценить — она не превышает по абсолютной величине $a_{k_{\max}}$, т. е. заключительного учтённого слагаемого. Это следствие теоремы Лейбница о знакочередующихся рядах [2].

Следует отметить, что хотя ряд Тейлора $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^{2k}$ для функции $J_0(x)$ сходится при всех $x \in \mathbb{R}$, члены данного ряда возрастают с ростом индекса $k$ при значениях $k$ до $k \sim |x|$. Недостаточно быстрая сходимость приводит к необходимости учитывать не менее $k_{\max} \gg |x|$ слагаемых степенного ряда для вычисления функции Бесселя $J_0(x)$.

На практике пользуются следующим удобным критерием достижения требуемой точности: разложение продолжают до тех пор, пока текущий член знакопеременного степенного ряда не станет по абсолютной величине меньшим заранее заданной константы — точности вычислений.

Программа табулирования функции $J_0(x)$ организована следующим образом. Точность вычисления значений функции обозначена через символическую константу `EPSILON` и принимается равной $10^{-14}$. Левая и правая границы сегмента $a$, $b$, а также шаг вычислений $\delta$ задаются в исходном файле `input.txt`, расположенном в текущем каталоге. Количество точек, в которых требуется вычислить значение функции, на единицу больше целой части отношения длины сегмента $b - a$ к шагу $\delta$.

Функция `BesselJ0` с помощью ряда Тейлора вычисляет $J_0(x)$ в конкретной точке $x$. Коэффициенты $a_k = \dfrac{(-1)^k}{4^k(k!)^2}$ в сумме для $J_0(x)$ удовлетворяют, как легко видеть, рекуррентному соотношению

$$\begin{cases} a_k = -\dfrac{1}{4k^2}a_{k-1}, \quad k \geqslant 1, \\ a_0 = 1. \end{cases}$$

Основной вычислительный цикл перебирает точки интервала $[a, b]$ и заполняет массив `res` величинами $J_0(x)$. Поскольку итерации цикла независимы, применение директивы

`#pragma omp parallel for schedule(guided)`

распределяет итерации по доступным нитям ансамбля. Окончательно таблица значений функции Бесселя нулевого порядка, записанных в массив `res`, выводится в файл `output.txt`.

*Листинг 2.*

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <omp.h>

#define EPSILON 1.0e-14   // точность вычисления
                          // значений функции
double BesselJ0(double);

int main()
{
  double a, b, delta;
  double *res;            // объявление массива
                          // значений функции
  int N;

  FILE *fp;

```