

Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego  
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy  
SZKOŁA NAUK ŚCISŁYCH



**ZAGADNIENIE NAJKRÓTSZEGO CZASU PRZEJAZDU W SIECI MIEJSKIEJ  
(ZMIENNE W CZASIE PARAMETRY RUCHU DROGOWEGO)**

Igor Litner  
Bartosz Chreścionko

Warszawa 2021

# Spis treści

1. Wstęp.....	3
2. Opis modelu.....	4
2.1. Założenia.....	4
2.2. Algorytm Dijkstry.....	6
2.3. Algorytm wyznaczania trasy.....	6
2.4. Schemat krokowy działania programu.....	7
3. Opis struktury programu.....	8
3.1. Opis środowiska.....	8
3.2. Opis klas.....	8
3.3. Opis plików.....	9
3.4. Schemat blokowy działania programu.....	10
3.5. Interfejs.....	11
3.6. Wybrane fragmenty kodu.....	15
3.6.1. Ruch samochodu.....	15
3.6.2. Losowanie prędkości i jednokierunkowości.....	16
3.6.3. Macierz incydencji.....	17
4. Bibliografia.....	18
5. Zawartość nośnika.....	18
6. Podział pracy. Chreścionko, Litner.....	18
7. Oświadczenie.....	18

## 1. Wstęp.

Zagadnienie przejazdu z punktu A do punktu B jest ważnym zagadnieniem optymalizacyjnym ze względów ekonomicznych. W zależności od potrzeb danej osoby lub firmy możemy rozpatrywać optymalizację względem najkrótszej drogi przejazdu, najszybszego czasu przejazdu, czy też najmniejszego spalania paliwa. Niniejsza praca opisuje zagadnienie najkrótszego czasu przejazdu w sieci miejskiej, czyli zmienne w czasie wagi łuków. W tym wypadku wagi łuków, to są aktualne prędkości dróg – czasami drogi są puste, a innym razem zakorkowane. Jest to oczywiście zmienne w czasie oraz względnie losowe. Miasto posiada też drogi jednokierunkowe, co często będzie oznaczało w praktyce, że droga z A do B będzie inna niż droga z B do A.

Program odwzorowuje to zagadnienie, dla środkowej części Warszawy, dla głównych dróg w Warszawie. Został on napisany w języku zorientowanym obiektowo – C# [1] w środowisku programistycznym Microsoft Visual Studio 2017 [2]. Interfejs użytkownika bazuje na WPF, czyli Windows Presentation Foundation [3] - nazwa silnika graficznego i API bazującego na .NET 3. Algorytmem liczącym drogę jest algorytm Dijkstry [4].

## 2. Opis modelu.

### 2.1. Założenia.

Na potrzeby programu została wycięta środkowa część Warszawy. Drogi, które są na mapie, to główne drogi w Warszawie. Ma to zastosowanie praktyczne, ponieważ głównymi drogami jeździ się szybciej i najczęściej są one niejednopasmowe.



Na mapie jest 107 skrzyżowań – małe czarne kropki, które połączone są ze sobą zielonymi liniami – drogami. Mapa ta jest grafem skierowanym, gdzie małe czarne kropki to węzły (skrzyżowania), zielone linie to krawędzie (drogi), a białe koło z czerwonym obwodem oznacza, że połączenie od skrzyżowania dalszego od znaku do skrzyżowania bliższego znaku istnieje, ale odwrotne już nie (jednokierunkowość). Dzięki temu możemy stworzyć macierz sąsiedztwa, która jest niezbędna do wyznaczenia trasy, gdzie trasa w tym wypadku jest optymalną ścieżką w grafie. Program wykorzystuje ten graf do algorytmu Dijkstry, z uwzględnieniem odległości (rzeczywistej w kilometrach) skrzyżowań od siebie, prędkości tymczasowych, które zależą od ograniczeń stałych i jednokierunkowości.

W programie zostały użyte następujące założenia:

1. **Stałe ograniczenia na drogach.** W rzeczywistości działają one jak znak drogowy ograniczający prędkość. Ograniczenia stałe losowane są ze zbioru  $\{30\frac{km}{h}, 40\frac{km}{h}, 50\frac{km}{h}, 60\frac{km}{h}, 70\frac{km}{h}\}$  – są to realne prędkości na drogach w Warszawie w godzinach szczytu. Oznacza to, że na danej drodze nie można jechać szybciej niż wynosi jej ograniczenie.

2. **Prędkości tymczasowe na drogach.** One też są losowane ze zbioru  $\{30\frac{km}{h}, 40\frac{km}{h}, 50\frac{km}{h}, 60\frac{km}{h}, 70\frac{km}{h}\}$ , ale potem bierzemy  $\min(\text{wylosowana wartość}, \text{ograniczenie stałe})$ . Istotne jest to, że ograniczenie stałe jest ważniejsze niż tymczasowe, czyli jeśli droga ma ograniczenie stałe  $40\frac{km}{h}$  i zostanie wylosowane  $60\frac{km}{h}$  to ta droga będzie miała prędkość  $40\frac{km}{h}$ . Po dojechaniu auta do skrzyżowania, z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{3}$  następuje losowanie, czy prędkości tymczasowe dróg się zmieniły. Jeśli prawdopodobieństwo byłoby większe, to wariancja byłaby zbyt duża i trasa przejazdu mogłaby się zmieniać praktycznie co każde skrzyżowanie. W rzeczywistości warunki na drogach zmieniają się w czasie, ale też nie za często.

3. **Jednokierunkowość.** Niektóre drogi (niezgodnie z rzeczywistością) są jednokierunkowe, co oznacza, że jeśli można przejechać z punktu A do punktu B, to nie można przejechać z B do A. W rzeczywistości mogą to być jakieś roboty drogowe, które wyłączą dany pas ruchu i w efekcie stworzy się droga jednokierunkowa.

4. **Korki.** Istnieje możliwość w sposób deterministyczny wprowadzenia korka na trasie. Można zasymulować korek, poprzez wygenerowanie ograniczenia prędkości tymczasowej równej  $10\frac{km}{h}$  na drodze wygenerowanej trasy, co w efekcie w większości przypadków wymusi na programie znalezienie innej trasy.

## 2.2. Algorytm Dijkstry.

1. Wybierz punkt startowy  $s$  i nadaj mu wartość stałą 0 oraz punkt docelowy  $t$ .
2. Wprowadzamy dwa zbiory  $S$  – zbiór wierzchołków z wartościami stałymi oraz  $G$  – zbiór wierzchołków z wartościami tymczasowymi,  $s$  należy do  $S$ , inne wierzchołki należą do  $G$ .
3. Nadaj pozostałym wierzchołkom wartość tymczasową równą nieskończoność.
4. Wszyscy sąsiedzi  $w_i$  punktu  $s$  otrzymują wartość tymczasową równą  $d(s, w_i)$ , gdzie  $d$  jest czasem przejazdu z wierzchołka  $s$  do  $w_i$ .
5. Spośród wszystkich sąsiadów  $s$  wybieramy taki  $w_k$ , który ma najmniejszą wartość tymczasową  $d(s, w_k)$  i jego wartość tymczasowa staje się wartością stałą.
6.  $w_k$  przechodzi do zbioru  $S$ .
7. Dla wierzchołka  $w_k$  liczymy wartości tymczasowe równe  $d(w_k, w_j)$  jego sąsiadów, którzy należą do zbioru  $G$ .
8. Sprawdzamy, czy spełniony jest warunek  $d(s, w_i) > d(s, w_k) + d(w_k, w_i)$ .
- 8.1. Jeśli warunek jest spełniony to  $d(s, w_i) = d(s, w_k) + d(w_k, w_i)$ .
- 8.2. Jeśli warunek nie jest spełniony to  $d(s, w_i)$  zostaje niezmienione.
9. Ze zbioru  $G$  wierzchołek  $x$ , który ma najmniejszą wartość tymczasową, otrzymuje wartość stałą oraz przechodzi on do zbioru  $S$ .
10. Przechodzimy do punktu 5, tylko zamiast  $s$  bierzemy  $x$ .
11. Po pewnej ilości iteracji punkt końcowy  $t$  będzie mieć wartość stałą, co kończy algorytm.

## 2.3. Algorytm wyznaczania trasy.

1. Oznaczamy na mapie pewne drogi, które są jednokierunkowe.
2. Wprowadzamy losowo ograniczenia stałe na drogach.
3. Wprowadzamy odległości między skrzyżowaniami, które są obliczane za pomocą twierdzenia Pitagorasa.
4. Wprowadzamy w sposób losowy prędkości tymczasowe dla dróg między skrzyżowaniami z uwzględnieniem ograniczeń stałych i jednokierunkowości.
5. Wagi krawędzi (dróg) grafu są czasami przejazdu na danej drodze.
6. Zauważmy, że mogą wylosować się różne prędkości tymczasowe, co oznacza, że często w dwóch różnych kierunkach ta sama krawędź będzie mieć inną wagę.
7. Algorytm Dijkstry wyznacza trasę na podstawie grafu.
8. Można dodać korki.
- 8.1. Jeśli zostaną dodane korki, wróć do punktu 5.
9. Po przejechaniu do skrzyżowania następuje losowanie, gdzie z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{3}$  wracamy do punktu 4 oraz z prawdopodobieństwem  $\frac{2}{3}$  wracamy do punktu 5.

## 2.4. Schemat krokowy działania programu.

1. Uruchom plik wykonywalny.
2. Wybierz punkt startowy i docelowy.
3. Zastosuj algorytm wyznaczania trasy na mapie i zaznacz trasę niebieską krzywą łamaną.

### KOMENTARZ

Pan chciał, żeby były tu dwa algorytmy wyznaczania najkrótszej trasy, ale tutaj w punkcie trzecim jest algorytm 2.3, gdzie jest wszystko opisane.

4. Wykonaj ruch samochodu do skrzyżowania.
5. Jeśli samochód nie znalazł się w punkcie docelowym, wróć do punktu 3.
6. Jeśli samochód znalazł się w punkcie docelowym, wróć do 2.

## 3. Opis struktury programu.

### 3.1. Opis środowiska.

Program jest napisany obiektowo w języku C#. Środowiskiem programistycznym użytym do wykonania programu jest Microsoft Visual Studio 2017. Interfejs programu jest przedstawiony za pomocą WPF – Windows Presentation Foundation. Wersja frameworku wykorzystywana w programie to .NET Framework 4.5.

### 3.2. Opis klas.

W programie znajdują się następujące klasy:

- **Cross** – klasa, która reprezentuje skrzyżowanie; ta klasa zawiera w sobie tylko definicję skrzyżowania, czyli: indeks, współrzędne x i y, listę sąsiadów, listę odległości od sąsiadów oraz listę prędkości do danych sąsiadów.
- **Dijkstra** – klasa, w której zaimplementowany jest algorytm Dijkstry; główną metodą tej klasy jest metoda `int[] Dijkstra(double[,] matrix, int Start)`, która zwraca listę, która dla każdego indeksu ma wartość jego „rodzica” (rodzicem punktu startowego jest -1, rodzicem sąsiadów punktu startowego jest punkt startowy itd.) w taki sposób, że droga od punktu docelowego do startowego będzie najszybsza; klasa ma też metody wypisujące drogę do konsoli oraz metodę zwracającą konkretną ścieżkę dla punktu startowego i końcowego.
- **MainWindow** – klasa główna, zawiera całość interfejsu oraz metody pozwalające wyznaczyć drogę, narysować ją, jeździć po niej i robić korki.

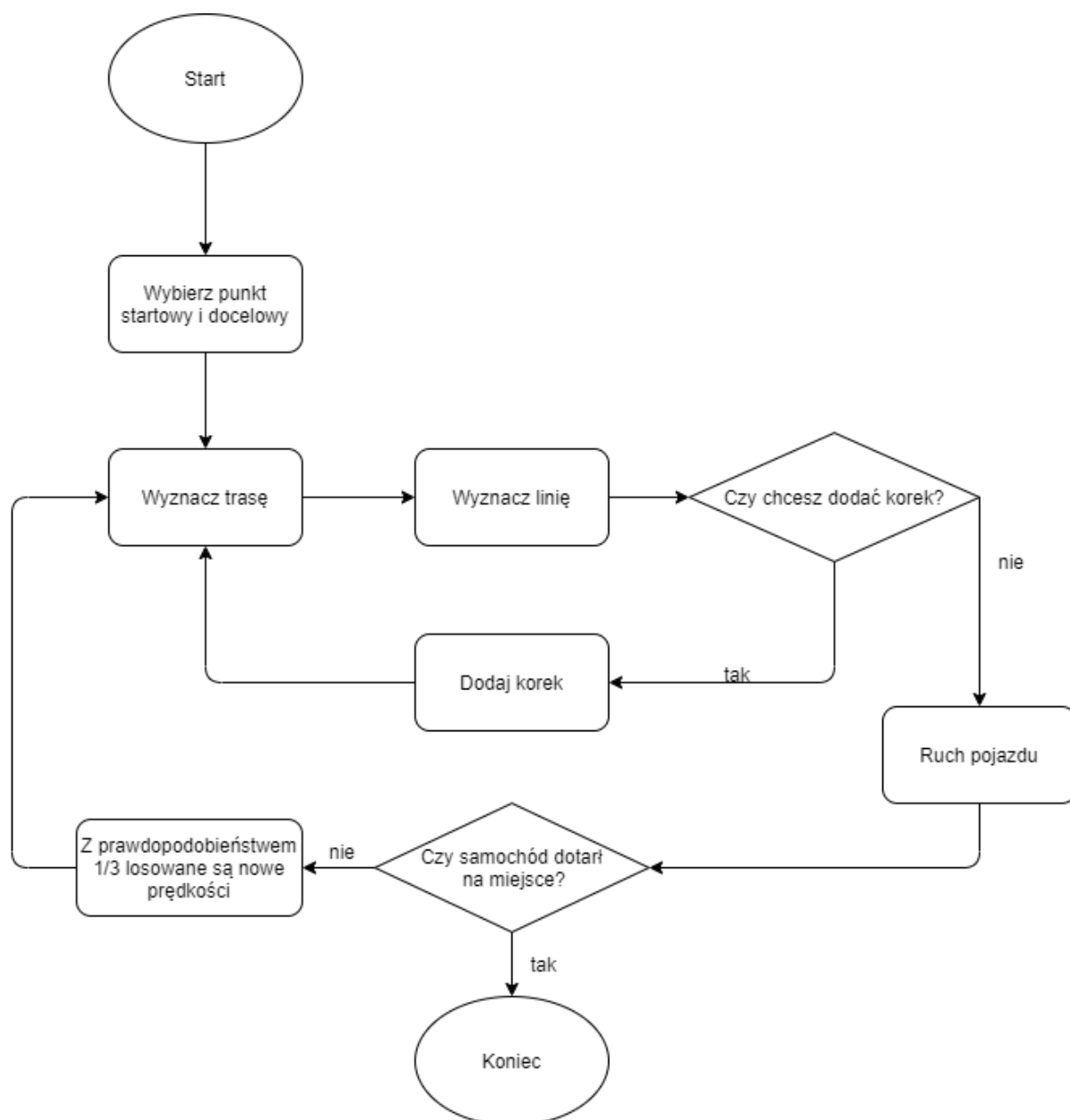


### 3.3. Opis plików.

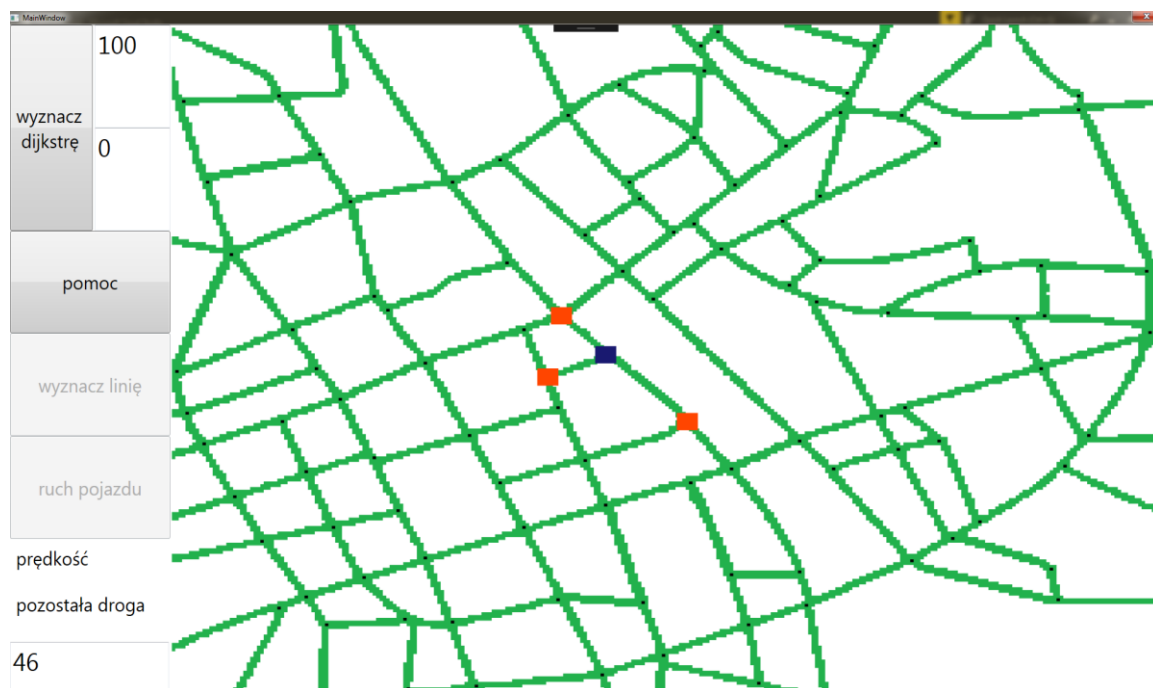
Program posiada następujące pliki:

- **Cross.cs** – plik zawierający klasę Cross,
- **Dijkstra.cs** – plik zawierający klasę Dijkstra,
- **MainWindow.xaml** – plik, w którym jest interfejs w języku XAML – Extensible Application Markup Language,
- **MainWindow.cs** – plik, w którym jest kod odpowiedzialny za całość działania programu, czyli przyciski, samochód itp.,
- **help.txt** – plik tekstowy, który jest wyświetlany, po wciśnięciu przycisku pomoc,
- **Warszawa.png** – plik źródłowy uproszczonej mapy drogowej Warszawy,
- **Warszawa2.png, Warszawa3.png** – pliki, które zostały wyrenderowane poprzez obróbkę pliku Warszawa.png
- **Crosses.png** – plik finalny mapy Warszawy, który jest używany w programie,
- **Crosses.txt** – plik, w którym zapisane są skrzyżowania z ich sąsiadami; w trakcie uruchamiania program pobiera dane z tego pliku.

### 3.4. Schemat blokowy działania programu.



### 3.5. Interfejs.



Jest to ekran startowy. Mapa składa się z zielonych dróg oraz skrzyżowań (małych czarnych punktów) między nimi. Na mapie jest 107 skrzyżowań numerowanych od 0 do 106. W lewym dolnym rogu widzimy liczbę 46. Z kolei na mapie widzimy jeden fioletowy prostokąt oraz trzy czerwone. Fioletowym kolorem jest oznaczone skrzyżowanie jest 46, a czerwone, to są jego sąsiedzi. Kliknięciem w skrzyżowanie podświetlamy je i jego sąsiadów na wyżej wymienione kolory. Wtedy w lewym dolnym rogu pojawia się numer skrzyżowania. Działa to też w drugą stronę – można w lewym dolnym rogu napisać liczbę od 0 do 106, i wtedy się na mapie podświetli.

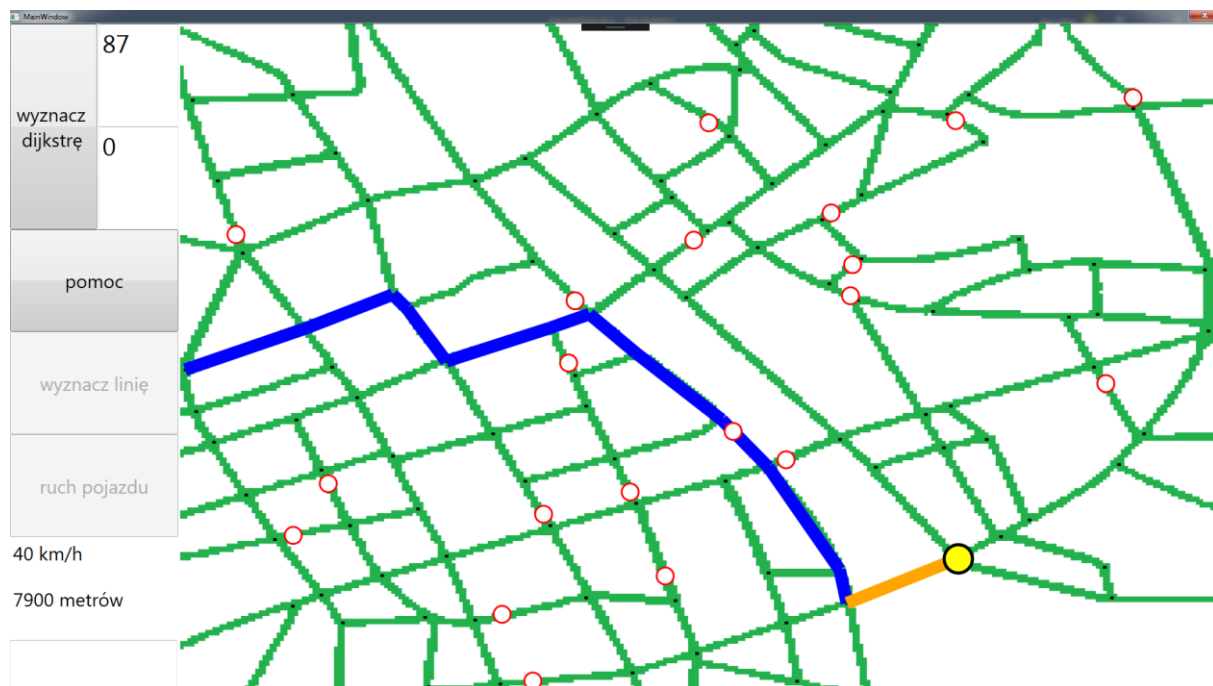
W lewym górnym rogu widzimy liczby 100 i 0 – 100 jest skrzyżowaniem startowym, 0 jest skrzyżowaniem końcowym. Aktywnymi przyciskami jest **wyznacz dijkstrę** oraz **pomoc**. Na dole napisy **prędkość** i **pozostała droga**, będą wyświetlać wartości prędkości i odległości w trakcie jazdy. Po wciśnięciu **wyznacz dijkstrę** program oblicza najlepszą trasę i odblokowuje się przycisk **wyznacz linię**. Po kliknięciu go na mapie rysuje się krzywa łamana, przycisk staje się nieaktywny, a w polu, gdzie była pozostała droga, pojawia się odległość wyrażona w metrach z krokiem 50m.



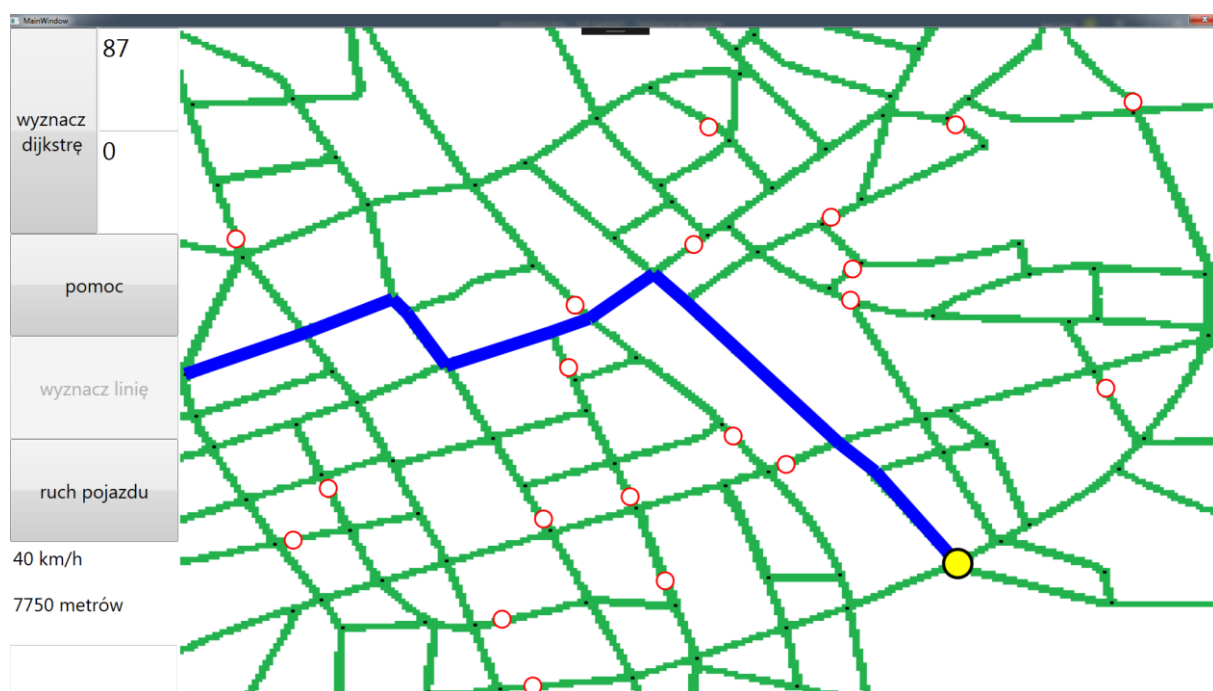
Zauważmy, że na mapie pojawiły się białe kółka z czerwoną obwódką – znak B1 w ruchu drogowym. Ten znak będzie oznaczał drogi jednokierunkowe – od strony bliższego skrzyżowania do tego znaku, nie będzie można w danym kierunku jechać. Teraz pozostaje nam przycisk **ruch pojazdu**.



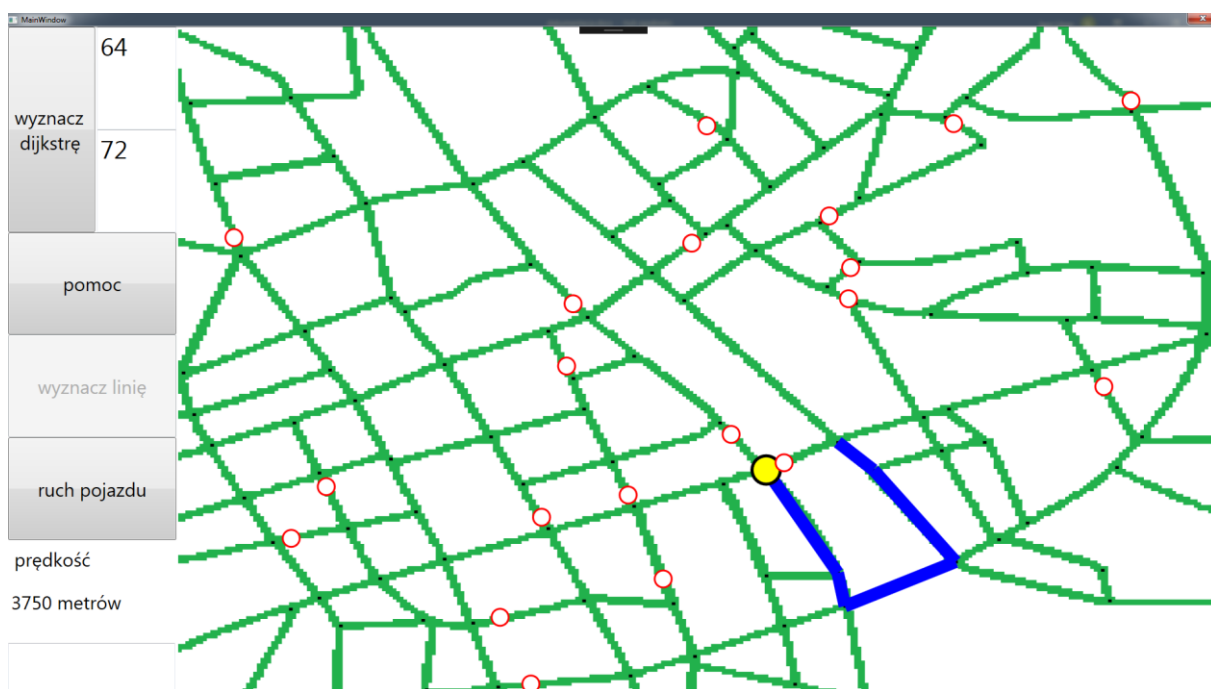
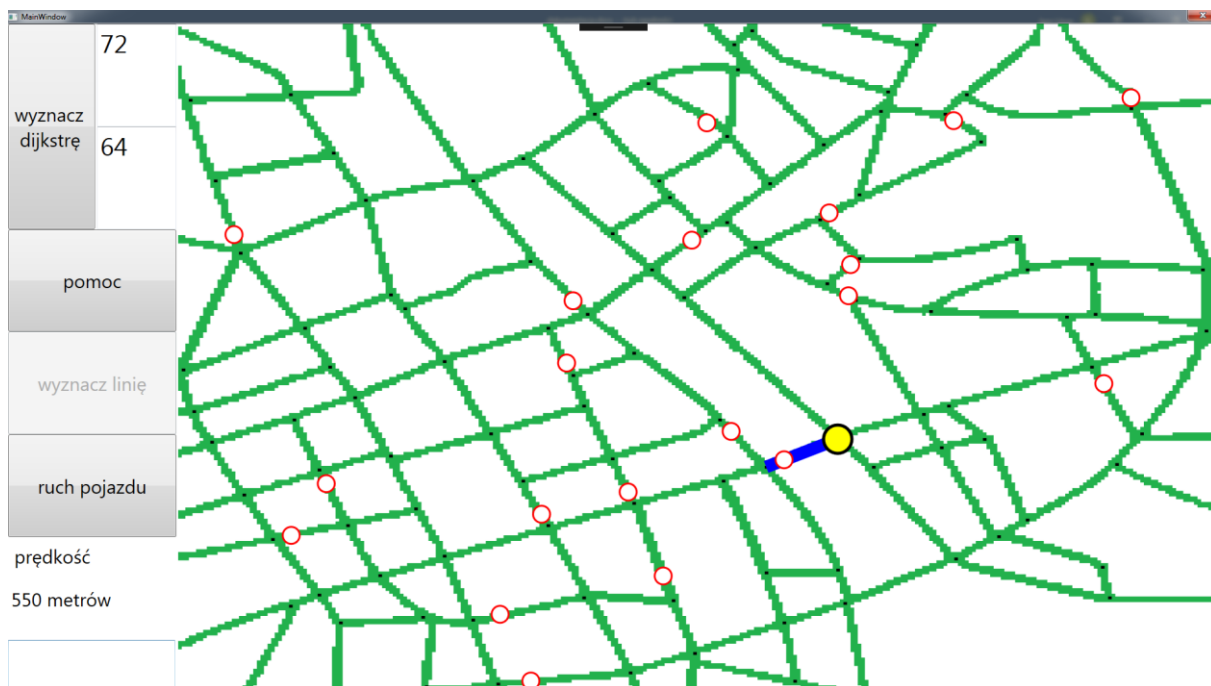
Pojazd porusza się z prędkością  $40 \frac{km}{h}$ , a droga do końca zmniejsza się.



Po dojechaniu możemy kliknąć na następny odcinek drogi – staje się on pomarańczowy. Oznacza to, że tam teraz jest korek, czyli prędkość na tym odcinku wynosi  $10 \frac{km}{h}$ . Przyciski **wyznacz linię** i **ruch pojazdu** są wyłączane, więc pozostaje nam przycisk **wyznacz dijkstrę**. Trasa zostanie wyznaczona ponownie z uwzględnieniem korków. Z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{3}$  zmienią się prędkości tymczasowe na drogach. Niemniej jednak ograniczenia stałe, korki i drogi jednokierunkowe mają większe znaczenie w wyznaczaniu trasy za pomocą algorytmu Dijkstry.



Nowa trasa różni się od starej tak jak i odległość. W każdym momencie w lewym górnym rogu można zmienić punkt startowy i końcowy, co przeniesie samochód na nowy punkt startowy. Na koniec jeszcze pokażę, że jednokierunkowość faktycznie działa na przykładzie skrzyżowań 64 i 72.



## 3.6. Wybrane fragmenty kodu.

### 3.6.1. Ruch samochodu.

```
504
505 //matematyka kąta
506 double x0 = crosses[route[counter]].x * map.ActualWidth / (double)bitmap.Width;
507 double x1 = crosses[route[counter + 1]].x * map.ActualWidth / (double)bitmap.Width;
508 double y0 = crosses[route[counter]].y * map.ActualHeight / (double)bitmap.Height;
509 double y1 = crosses[route[counter + 1]].y * map.ActualHeight / (double)bitmap.Height;
510 double x = x1 - x0;
511 double y = y1 - y0;
512 angle = y / x;
513 if (y < 0 && x > 0)
514     angle = -Math.Abs(angle);
515 if (y < 0 && x < 0)
516     angle = -Math.Abs(angle);
517 if (y > 0 && x < 0)
518     angle = Math.Abs(angle);
519
520
521 var newPlace = car.Margin;
522 if (crosses[route[counter + 1]].x < crosses[route[counter]].x)
523     newPlace.Left--;
524 else
525     newPlace.Left++;
526 newPlace.Top = newPlace.Top + angle;
527 car.Margin = new Thickness(newPlace.Left, newPlace.Top, 0, 0);
528
529 //kasowanie przejechanej drogi
530 if (x > 0)
531     roads[route.Count - counter - 2].X2++;
532 else
533     roads[route.Count - counter - 2].X2--;
534 roads[route.Count - counter - 2].Y2 += angle;
```

W liniijkach 506-509 obliczamy współrzędne dwóch skrzyżowań trasy. Następnie obliczamy kąt pod jakim pojazd będzie się poruszał po mapie (górze/dół) oraz kierunek (lewo, prawo). W liniiice 522 przesuwamy pojazd o jeden pixel w lewo/prawo, a w liniiice 526 przesuwamy o 1 pixel pomnożony przez kąt. W liniiice 527 samochód przesuwa się na wcześniej obliczone miejsce. Następnie kasowany jest fragment przejechanej drogi.

### 3.6.2. Losowanie prędkości i jednokierunkowości.

```
262 //losowanie prędkości dróg
263 var rnd = new Random(0);
264 var rnd2 = new Random();
265 if (rnd2.Next(3)==0 || crosses[0].velocity.Count == 0)
266 {
267     for (int i = 0; i < crosses.Count; i++)
268         crosses[i].velocity.Clear();
269     for (int i = 0; i < crosses.Count; i++)
270     {
271         for (int j = 0; j < crosses[i].neighbours.Count; j++)
272         {
273             int x = rnd.Next(0, 14);
274             if (x == 0)
275                 crosses[i].velocity.Add(0);
276             else
277             {
278                 int vel = rnd2.Next(3);
279                 crosses[i].velocity.Add(30 + 10 * vel);
280             }
281         }
282     }
283 }
284
```

Jest to prosty kod, który na początku używa dwóch generatorów liczb losowych. Na początku mamy warunek, który sprawdza, czy nastąpiło zdarzenie losowania nowych prędkości dla dróg. Jeśli tak się zdarzyło, to usuwane są poprzednie prędkości dróg. W linii 273 losujemy jednokierunkowość. Zauważmy, że to są liczby z generatora **rnd**, który ma stałe ziarno, więc drogi jednokierunkowe zawsze będą takie same. Następnie losowane są prędkości dla dróg pozostałych. Jeśli wylosowana prędkość byłaby większa niż ograniczenie, to metoda `.Add` to wychwyci i nada prędkość równą ograniczeniu stałemu.



### 3.6.3. Macierz incydencji.

```
307     var graph = new double[crosses.Count, crosses.Count];
308     for (int i = 0; i < crosses.Count; i++)
309     {
310         for (int j = 0; j < crosses.Count; j++)
311         {
312             for (int k = 0; k < crosses[i].neighbours.Count; k++)
313             {
314                 if (crosses[i].neighbours[k] == crosses[j].index)
315                 {
316                     graph[i, j] = crosses[i].distance[k] * 1 / crosses[i].velocity[k];
317                     break;
318                 }
319                 else
320                     graph[i, j] = 0;
321             }
322         }
323     }
324
325     return graph;
326 }
```

W tej potrójnej pętli dla każdej pary skrzyżowań (i,j) ustalamy wagę w grafie równą rzeczywistej odległości podzielonej przez prędkość. Zauważmy, że jeżeli skrzyżowania nie są połączone, to wartość w grafie wynosi 0. Z kolei jeśli połączenie jest, ale jest to droga jednokierunkowa, to jej prędkość wynosi 0. Zatem 1 dzielone przez 0, to jest nieskończoność. Wtedy algorytm Dijkstry nie będzie takiej drogi brał pod uwagę.

## 4. Bibliografia.

- [1] C# od podszewki. Wydanie IV, autor Jon Skeet
- [2] <https://visualstudio.microsoft.com/pl/>
- [3] <https://docs.microsoft.com/>
- [4] [https://pl.wikipedia.org/wiki/Algorytm\\_Dijkstry](https://pl.wikipedia.org/wiki/Algorytm_Dijkstry)

## 5. Zawartość nośnika.

## 6. Podział pracy. Chreścionko, Litner.

## 7. Oświadczenie.