**Modelos de computación (2015-2016)**
Grado en Ingeniería Informática
Universidad de Granada

# Práctica 6

José Carlos Martínez Velázquez

15 de enero de 2016

## 1. Dar un autómata con pila que acepte las cadenas del siguiente lenguaje por el criterio de pila vacía $L = \{a^i b^j c^k d^l / (i = l) \vee (j = k)\}$.

El autómata con pila que vamos a definir será una sextupla de la forma M=(Q,A,B,$\delta$,$q_0$,$Z_0$,F), donde Q es un conjunto de estados, A es el alfabeto de entrada, B el alfabeto de la pila, *delta* es el conjunto de transiciones, $q_0$ el estado inicial, $Z_0$ el símbolo inicial de la pila y F es el conjunto de estados finales. Dado que vamos a definir un autómata por el criterio de pila vacía, F=$\emptyset$.

Lo primero que definimos es el conjunto de transiciones, de donde sacaremos todo lo demás segun nos haga falta:

- $\delta(q_0, a, R) = \{(q_0, AR)\}$ Símbolo a en el estado inicial.
- $\delta(q_0, a, A) = \{(q_0, AA)\}$ Símbolo a habiendo ya más a's.
- $\delta(q_0, b, A) = \{(q_1, BA)\}$ Símbolo b precedido de una o más a's.
- $\delta(q_0, b, R) = \{(q_1, BR)\}$ Símbolo b sin a's delante.
- $\delta(q_1, b, B) = \{(q_1, BB)\}$ Símbolo b habiendo ya más b's.
- $\delta(q_1, c, B) = \{(q_2, \varepsilon)\}$ Símbolo c precedido de una o más b's.
- $\delta(q_2, c, B) = \{(q_2, \varepsilon)\}$ Símbolo c precedido de una o más c's.
- $\delta(q_0, c, A) = \{(q_2, A)\}$ Símbolo c precedido de una o más a's.
  $N_b(u) \neq N_c(u) \Rightarrow N_a(u) = N_d(u)$
- $\delta(q_1, \varepsilon, B) = \{(q_3, \varepsilon)\}$ Puedo comenzar a introducir d's sin que haya c's.
  $N_b(u) \neq N_c(u) \Rightarrow N_a(u) = N_d(u)$
- $\delta(q_2, d, B) = \{(q_3, \varepsilon)\}$ Hubo más b's que c's $\Rightarrow N_a(u) = N_d(u)$.
- $\delta(q_3, d, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$ Puedo compensar una d con una a quitando A de la pila.
- $\delta(q_2, d, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$ Era la última b y comienzo a leer d's. No hay c's, pero sí a's.
- $\delta(q_0, d, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$ No hay ni b's ni c's. Paso de leer a's a leer d's.
- $\delta(q_0, a, R) = \{(q_0, \varepsilon)\}$ Una palabra compuesta por una a es válida.
- $\delta(q_0, b, R) = \{(q_1, \varepsilon)\}$ Una palabra compuesta por una b es válida.
- $\delta(q_0, c, R) = \{(q_2, \varepsilon)\}$ Una palabra compuesta por una c es válida.
- $\delta(q_0, d, R) = \{(q_3, \varepsilon)\}$ Una palabra compuesta por una d es válida.
- $\delta(q_0, \varepsilon, R) = \{(q_0, \varepsilon)\}$ Si suponemos que $i, j, k, l \geq 0$, $\varepsilon$ es válida.

- $\delta(q_3, \varepsilon, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$ Si $N_a(u) \geq N_d(u)$, entonces puedo compensar a's sin contar d's.
- $\delta(q_2, \varepsilon, B) = \{(q_2, \varepsilon)\}$ Si $N_b(u) \geq N_c(u)$, entonces puedo compensar b's sin contar c's.
- $\delta(q_3, \varepsilon, R) = \{(q_3, R)\}$ Si $N_d(u) \geq N_a(u)$, entonces puedo compensar d's sin contar a's.
- $\delta(q_2, \varepsilon, A) = \{(q_2, A)\}$ Si $N_c(u) \geq N_b(u)$, entonces puedo compensar c's sin contar b's.
- $\delta(q_2, c, R) = \{(q_2, R)\}$ Si no hay a's ni d's y más c's que b's.
- $\delta(q_2, c, R) = \{(q_2, \varepsilon)\}$ Si no hubiera a's ni d's y más c's que b's, la palabra sería válida.
- $\delta(q_3, \varepsilon, R) = \{(q_3, \varepsilon)\}$ Vaciar la pila del todo sin consumir entrada. Terminacion usual.

Hemos necesitado los siguientes estados:

$q_0$: Leyendo a's.

$q_1$: Leyendo b's.

$q_2$: Leyendo c's.

$q_3$: Leyendo d's.

Entonces, el autómata resultante es el siguiente:

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c, d\}, \{R, A, B\}, \delta, q_0, R, \emptyset)$$

# 2. Dar un autómata con pila determinista que acepte, por el criterio de pila vacía, las cadenas definidas sobre el alfabeto A de los siguientes lenguajes. Si no fuera posible encontrarlo por el criterio de pila vacía, entonces justifica por qué no ha sido posible y utiliza el criterio de estados finales.

## A. $L_1 = \{0^i 1^j 2^k 3^m / i, j, k \geq 0, m = i + j + k\}$, $A = \{0, 1, 2, 3\}$

Supongamos una palabra arbitraria del lenguaje, por ejemplo 012333. Un prefijo de toda palabra es $\varepsilon$, pero ¿pertenece $\varepsilon$ al lenguaje $L_1$? La respuesta es sí. Si suponemos $i = j = k = 0$ (lo que se permite por la condición $i, j, k \geq 0$), entonces $m = i + j + k = 0$

y, $0^0 1^0 2^0 3^0 = \varepsilon$, que pertenece al lenguaje. Dado que un prefijo de una palabra pertenece al lenguaje, podemos asegurar que no se cumple la propiedad prefijo en éste lenguaje y no será posible encontrar un autómata con pila determinista por el criterio de pila vacía.

Vamos a definir una autómata con pila determinista por el criterio de estados finales.

Como $\varepsilon \in L_1$, el estado inicial, será también final. En cuanto se introduzca un símbolo, ya pasaremos a $q_1$ y habrá que estudiar cuando es una palabra válida, momento en que se pasará a $q_2$ estado que será final también.

- $\delta(q_0, 0, R) = \{(q_1, AR)\}$ La palabra empieza por 0.
- $\delta(q_0, 1, R) = \{(q_2, BR)\}$ La palabra empieza por 1.
- $\delta(q_0, 2, R) = \{(q_3, CR)\}$ La palabra empieza por 2.
- $\delta(q_1, 0, A) = \{(q_1, AA)\}$ El anterior simbolo es 0 y lo siguiente es otro 0.
- $\delta(q_1, 1, A) = \{(q_2, BA)\}$ El anterior simbolo es 0 y lo siguiente es un 1.
- $\delta(q_1, 2, A) = \{(q_3, CA)\}$ El anterior simbolo es 0 y lo siguiente es un 2.
- $\delta(q_1, 3, A) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ El anterior simbolo es 0 y lo siguiente es un 3.
- $\delta(q_2, 1, B) = \{(q_2, BB)\}$ El anterior símbolo es 1 y lo siguiente es otro 1.
- $\delta(q_2, 2, B) = \{(q_3, CB)\}$ El anterior símbolo es 1 y lo siguiente es un 2.
- $\delta(q_2, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ El anterior símbolo es 1 y lo siguiente es un 3.
- $\delta(q_3, 2, C) = \{(q_3, CC)\}$ El anterior símbolo es 2 y lo siguiente es otro 2
- $\delta(q_3, 3, C) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ El anterior símbolo es 2 y lo siguiente es un 3.
- $\delta(q_4, 3, C) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ Compenso un 3 con un 2.
- $\delta(q_4, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ Compenso un 3 con un 1.
- $\delta(q_4, 3, A) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ Compenso un 3 con un 0.
- $\delta(q_4, 3, R) = \{(q_5, R)\}$ La palabra es válida.

Entonces, el autómata resultante es el siguiente:

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1, 2, 3\}, \{R, A, B, C\}, \delta, q_0, R, \{q_0, q_5\})$$

## **B.** $L_2 = \{0^i1^j2^k3^m4 / i,j,k \geq 0, m = i+j+k\}$, $A = \{0,1,2,3,4\}$

Supongamos los mismos valores de i,j,k,m que en el apartado anterior, entonces tendríamos la palabra 0123334. Vamos a ver si $\varepsilon \in L_2$. Cualquier palabra que pertenezca al lenguaje debe terminar con uno y sólo un 4, luego, en éste caso $\varepsilon \notin L_2$. En el lenguaje anterior, no podríamos tener ningún prefijo que no fuera $\varepsilon$, entonces, si en este caso $\varepsilon \notin L_2$ podremos encontrar un autómata con pila determinista por el criterio de pila vacía.

Lo único que tendremos que hacer es conseguir una palabra válida del autómata anterior y vaciar la pila añadiéndole un 4:

- $\delta(q_0, 0, R) = \{(q_1, AR)\}$ La palabra empieza por 0.
- $\delta(q_0, 1, R) = \{(q_2, BR)\}$ La palabra empieza por 1.
- $\delta(q_0, 2, R) = \{(q_3, CR)\}$ La palabra empieza por 2.
- $\delta(q_1, 0, A) = \{(q_1, AA)\}$ El anterior simbolo es 0 y lo siguiente es otro 0.
- $\delta(q_1, 1, A) = \{(q_2, BA)\}$ El anterior simbolo es 0 y lo siguiente es un 1.
- $\delta(q_1, 2, A) = \{(q_3, CA)\}$ El anterior simbolo es 0 y lo siguiente es un 2.
- $\delta(q_1, 3, A) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ El anterior simbolo es 0 y lo siguiente es un 3.
- $\delta(q_2, 1, B) = \{(q_2, BB)\}$ El anterior símbolo es 1 y lo siguiente es otro 1.
- $\delta(q_2, 2, B) = \{(q_3, CB)\}$ El anterior símbolo es 1 y lo siguiente es un 2.
- $\delta(q_2, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ El anterior símbolo es 1 y lo siguiente es un 3.
- $\delta(q_3, 2, C) = \{(q_3, CC)\}$ El anterior símbolo es 2 y lo siguiente es otro 2
- $\delta(q_3, 3, C) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ El anterior símbolo es 2 y lo siguiente es un 3.
- $\delta(q_4, 3, C) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ Compenso un 3 con un 2.
- $\delta(q_4, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ Compenso un 3 con un 1.
- $\delta(q_4, 3, A) = \{(q_4, \varepsilon)\}$ Compenso un 3 con un 0.
- $\delta(q_4, 3, R) = \{(q_5, R)\}$ A la palabra sólo le falta el 4 final.
- $\delta(q_5, 4, R) = \{(q_5, \varepsilon)\}$ La palabra es válida.

Entonces, el autómata resultante es el siguiente:

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1, 2, 3\}, \{R, A, B, C\}, \delta, q_0, R, \emptyset)$$