

QUIZ 4

学号:

姓名:

成绩:

Problem 1. (2pt) 设 X_1, \dots, X_3 是来自总体 $N(2, 4)$ 的样本, 令

$$Y = \frac{1}{4}(X_1 - a)^2 + b(X_2 - 2X_3 - c)^2.$$

若 Y 服从 χ^2 分布, 求 a, b, c 以及 Y 的自由度。

Problem 2. (2pt) 设 X_1, \dots, X_{10} 是来自总体 $\text{Exp}(2)$ 的样本, 记 $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$, $K = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2$.

求

$$E(K).$$

Problem 3. (2pt) 设总体的概率密度为 (未知参数 $\lambda > 0$)

$$f(x; \theta) = \lambda e^{-\lambda x} 1_{\{x > 0\}}.$$

X_1, \dots, X_n 是来自总体的样本。求 (1) θ 的矩估计 (2) θ 的最大似然估计。

Problem 4. (2pt) 设一批零件的长度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 μ, σ^2 未知。

现从中随机取16个零件测得样本均值 $\bar{x} = 20$, 样本方差 $s^2 = 4$ 。写出 μ 的置信度为0.95的置信区间。

Problem 5. (2pt) 设总体 $X \sim N(\mu_1, 4)$, $Y \sim N(\mu_2, 1)$ 。分别抽取 $n_1 = 10, n_2 = 15$ 个样本。样本均值分别为 $\bar{x} = 80, \bar{y} = 75$ 。求 $\mu_1 - \mu_2$ 的95%置信区间。