

QUIZ 4

学号:

姓名:

成绩:

Problem 1. (2pt) 设 X_1, \dots, X_4 是来自总体 $N(0, \sigma^2)$ 的样本, 令

$$Y = a(X_1 - X_2)^2 + b(X_3 + 2X_4)^2.$$

若 Y 服从 χ^2 分布, 求 a, b 以及 Y 的自由度。

Problem 2. (2pt) 设 X_1, \dots, X_{10} 是来自总体 $U(0, 1)$ 的样本, 记 $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$. 求

$$D(\bar{X}).$$

Problem 3. (2pt) 设总体的概率密度为 (未知参数 $\theta > 0$)

$$f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} 1_{\{0 < x < 1\}}.$$

X_1, \dots, X_n 是来自总体的样本。求 (1) θ 的矩估计 (2) θ 的最大似然估计。

Problem 4. (2pt) 设一批零件的长度服从正态分布 $N(\mu, 1)$ ，其中 μ 未知。现从中随机取25个零件测得样本均值 $\bar{x} = 16$ ，写出 μ 的置信度为0.90的置信区间。

Problem 5. (2pt) 设总体 $X \sim N(\mu_1, 4)$, $Y \sim N(\mu_2, 4)$ 。分别抽取 $n_1 = 20, n_2 = 15$ 个样本。样本均值分别为 $\bar{x} = 10, \bar{y} = 8$ 。求 $\mu_1 - \mu_2$ 的95%置信区间。