北京工业大学2011—2012学年第一学期末
概率论与数理统计(工)课程试卷

考试方式：闭卷　　　　　　　　考试时间：2012年1月

考生学号______________姓名______________成绩______________

注：本试卷共六大题，满分100分

题号	一	二	三	四	五	六	成绩
得分							

一、填空题(每空2分, 共30分)

1. 已知$P(A)=0.5,\ P(A\cup B)=0.7.$
   若A与B互斥，则$P(B)=?$　　答:__________
   若A与B相互独立，则$P(B)=?$　　答:__________
2. 设随机变量X服从参数为λ的泊松分布，即$X\sim P(\lambda)$.
   若 $P\{X\geq 1\}=1-e^{-2}$，则 $\lambda=?$　　答:__________
   $P\{X=1\}=?$　　答:__________
3. 已知随机变量$X\sim N(2,9)$，利用试卷末附表得到
   $P\{-1<X<11\}=?$　　答:__________
4. 设$X\sim B(6,0.3),\ Y\sim P(1.5)$，且$X$和$Y$相互独立，
   则$E(X-2Y)=?$　　答:__________
   $Var(X-2Y)=?$　　答:__________
5. 设X,Y独立同分布，记$U=X-Y,\ V=X+Y,$
   则U和V的协方差$\mathrm{Cov}(U,V)=?$　　答:__________
6. 设离散型随机变量X的分布函数为:
   $$F(x)=\begin{cases}0, & x<-2\\ 0.35, & -2\leq x<0\\ 0.85 & 0\leq x<4\\ 1, & x\geq 4.\end{cases}$$
   则 $P\{0\leq X\leq 3\}=?$　　答:__________
   $E(X)=?$　　答:__________
7. 设离散型随机变量(X,Y)的联合概率分布为:

(X,Y)	$(1,1)$	$(1,2)$	$(1,3)$	$(2,1)$	$(2,2)$	$(2,3)$
p_{ij}	$1/6$	$1/9$	$1/18$	$1/3$	a	b

   且X与Y相互独立，则$a=?$　　答:__________
   $b=?$　　答:__________
8. 设随机变量$X\sim N(\mu,1)$, $Y\sim\chi^2_{10}$，且X与Y相互独立。
   令 $T=\sqrt{10}\dfrac{X-\mu}{\sqrt{Y}}$，则$T\sim ?$　　答:__________
9. 设$x_1,x_2,\cdots,x_7$是抽自总体$N(\mu,\sigma^2)$的一组随机样本，
   样本均值 $\overline{x}=8.16$，样本方差$s^2=0.36$。
   当已知$\sigma^2=0.25$时，μ的置信系数为0.90的置信区间为?　　答:__________
   当σ^2未知时，μ的置信系数为0.90的置信区间为?　　答:__________

(由此以下各题目要求写过程，否则没有分数)

二、(14分) 根据世界卫生组织数据，我国居民肺癌患病率为38.46人/10万人。另外根据我国《居民营养与健康状况调查》结果，居民吸烟率为31 %。而根据医学研究发现，吸烟者患肺癌的概率是不吸烟者的10.8倍。

(1). 求不吸烟者患肺癌的概率与吸烟者患肺癌的概率各是多少。

(2). 随机抽取一位居民做检查后发现其患有肺癌，求该居民是吸烟者的概率。

三、(14分)　设连续型随机变量X的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} a(x-1) & x \in [1\,,\,2] \\ 0 & \text{其他}. \end{cases}$$

设随机变量 $Y = e^{-X}$，求:

(1). 常数 a；

(2). $E(X)$；

(3). Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$；

(4). $E(Y)$.

四、(14分)　设二维随机向量 (X,Y) 联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} 1, & -1\le x\le 1,\ x+y\le 1,\ 0\le y\le x+1 \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1). 求 X 的边缘密度函数 $f_X(x)$；
(2). 求 Y 的边缘密度函数 $f_Y(y)$；
(3). 回答 X 与 Y 相互独立吗？说明理由；
(4). 求 $E(X$ 和 $Var(X)$.

五、(14分)　设$X_1, X_2, \cdots, X_n$是来自总体X的简单样本，X的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 5^\theta \theta x^{-(\theta+1)}, & x \geq 5 \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \quad (\theta > 1\text{是未知参数})$$

(1). 求 θ 的矩估计 $\widehat{\theta}$；
(2). 求 θ 的极大似然估计 θ^*.

六、(14分)　(此题借鉴了《国家标准 GB11673–2003：含乳饮料卫生标准》的有关条款)　某饮料制品公司生产一种瓶装含乳饮料。设这种饮料每瓶脂肪含量X(单位: 克) 服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，μ 和 σ^2未知。 现在随机抽取7瓶这种饮料化验其脂肪含量，数据如下：

$$5.40\,,\, 5.41\,,\, 5.64\,,\, 6.23\,,\, 4.90\,,\, 5.06\,,\, 4.91.$$

如果要求这种饮料每瓶的平均脂肪含量是5.5克，标准差不得超过0.3克。做以下假设检验：

(1). 取显著性水平$\alpha = 0.05$, 能否认为这种饮料每瓶的平均脂肪含量符合要求?

(2). 取显著性水平$\alpha = 0.05$, 能否认为这种饮料每瓶脂肪含量的标准差符合要求?

标准正态分布表

x	1	1.28	1.645
$\Phi(x)$	0.8413	0.90	0.95
x	1.96	2	3
$\Phi(x)$	0.975	0.9772	0.9987

t分布表：$t_n(\alpha)$值

$n \setminus \alpha$	0.10	0.05	0.025
6	1.4398	1.9432	2.4469
7	1.4149	1.8946	2.3646
8	1.3968	1.8595	2.3060
9	1.3830	1.8331	2.2622

χ^2分布表：$\chi_n^2(\alpha)$值

$n \setminus \alpha$	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025
6	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449
7	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013
8	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535
9	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023