# 北京工业大学 2012——2013 学年第 Ⅱ 学期

# “概率论与数理统计”课程(工)考试试卷

**考试说明：** <u>考试闭卷；可使用文曲星除外的计算器。</u>

**承诺：**本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

**承诺人：**_______________**学号：**____________________ **班号：**____________

**注：**本试卷共 <u>6</u> 页，满分 100 分；考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

**卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）**

| 题号 | 一 | 二(1) | 二(2) | 二(3) | 二(4) | 二(5) | 总成绩 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 满分 | 30 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | |
| 得分 | | | | | | | |

## 一、填空题（每空 2 分,共 30 分）

1．设 $A, B$ 为事件，$P(A)=0.4,\ P(A\cup B)=0.6$。当 $A$ 与 $B$ 互不相容时，$P(B)=$_________；当 $A$ 与 $B$ 相互独立时，$P(B)=$__________。

2．设连续型随机变量 $X$ 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} a+be^{-0.5x}, & x\ge 0, \\ 0, & x<0. \end{cases}$ 其中 $a$ 与 $b$ 为常数，则

$a=$_________，$b=$________。

3．设随机变量 $X$ 服从参数为 $\lambda$ 的泊松分布，且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$，则 $\lambda=$_________，$E(X)=$__________。

4．设随机变量 $X_1, X_2$ 相互独立，且 $X_1 \sim N(3,\ 3^2)$，$X_2 \sim N(1,\ 2^2)$。令 $X=X_1-2X_2$，则 $EX=$________，$Var(X)=$________。进一步，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，且 $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$，则 $P\{-4<X<11\}=$____________。

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n>2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2 .$$

则 $\overline{X}\sim$______________，$\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)/\sqrt{S^2}\sim$____________，$(n-1)S^2/\sigma^2\sim$____________。

6. 设 $X_1, \cdots, X_{25}$ 是抽自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，经计算得 $\overline{x}=5,\ s^2=0.09$。根据本试卷第 6 页上的 $t$ 分布表与 $\chi^2$ 分布表，得未知参数 $\mu$ 的置信系数为 0. 95 的置信区间为[________, _________]，$\sigma^2$ 的置信系数为 0. 95 的置信区间为[_________, __________]。

## 二、解答题（每小题14分，共70分）

**注： 每题要有解题过程，无解题过程不能得分**

1. 根据世界卫生组织数据，我国居民肺癌患病率为38.46人/10万人。另外根据我国《居民营养与健康状况调查》结果，居民吸烟率为31%，而根据医学研究发现，吸烟者患肺癌的概率是不吸烟者的10.8倍。

   (1). 求不吸烟者患肺癌的概率与吸烟者患肺癌的概率各是多少；

   (2). 随机抽取一位居民做检查后，发现其患有肺癌。求这个居民是吸烟者的概率。

2. 设随机变量 $X$ 有概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}1-|x|, & x\in(-1,\ 1)\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$ 令 $Y=X^2$，求：

(1). $Y$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$；(2). $P\{0.25<Y<1.96\}$；(3). $E(Y)$ 和 $Var(Y)$。

3．设二维随机变量$(X, Y)$的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} c\cdot e^{-y}, & 0\le x\le y<\infty, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1)．求常数 $A$；　　(2)．求 $X$ 和 $Y$ 的边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$；

(3)．问 $X$ 和 $Y$ 是否独立？为什么？　　(4)．求 $E(Y)$。

4．若 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n>2)$ 为抽自总体 $X$ 的随机样本，总体 $X$ 有概率密度函数

$$f_X(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1;\\ 0 & \text{其他}.\end{cases}$$

其中 $\theta>-1$ 为待估参数，求 $\theta$ 的矩估计 $\hat{\theta}$ 与极大似然估计 $\theta^*$。

5. 设学生某次考试成绩服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，现从该总体中随机抽取25位的考试成绩，算得样本均值为76.5，标准差为9.5分。问在显著性水平0.05下，从样本看，

(1). 是否接受“$\mu=75$”的假设？

(2). 是否接受“$\sigma=10$”的假设？

**附** $t$分布与$\chi^2$分布表

| | | | |
|---|---|---|---|
| $t_{24}(0.025)=2.0639$ | $t_{24}(0.05)=1.7109$ | $t_{25}(0.025)=2.0595$ | $t_{25}(0.05)=1.7081$ |
| $\chi_{24}^2(0.025)=39.364$ | $\chi_{24}^2(0.05)=36.415$ | $\chi_{25}^2(0.025)=40.646$ | $\chi_{25}^2(0.05)=37.652$ |
| $\chi_{24}^2(0.975)=12.401$ | $\chi_{24}^2(0.95)=13.848$ | $\chi_{25}^2(0.975)=13.120$ | $\chi_{25}^2(0.95)=14.611$ |

# 草　稿　纸

**姓名：____________　　　　学号：________________**