北京工业大学2019—2020学年第一学期末
《概率论与数理统计》(工、经类)课程考试试卷(A卷)

考试说明：考试闭卷；可使用文曲星外的计算器。
承诺：本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》， 承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。 若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：____________ **学号：**____________ **班号：**__________ **得分：**__________

注：本试卷共 6 页, 满分100分。 考试时必须使用统一发放的答题纸、草稿纸。

页 面 成 绩 汇 总 表 （阅卷教师填写）

题号	一	二(1)	二(2)	二(3)	二(4)	二(5)	总分
得分							

一、填空题(15个空, 每空2分, 共30分)

1. 设A与B为事件, $P(A)=0.6,\ P(B)=0.4,\ P(A|B)=0.5$. 则 $P(A\cup B)=$_______, $P(B-A)=$_______.

2. 设连续型随机变量X有分布函数 $F(x)=\begin{cases} a+be^{-0.5x}, & x\geq 0\\ 0, & x<0.\end{cases}$ 其中a与b为常数, 则 $a=$_______ , $b=$_______.

3. 设随机变量X服从参数为λ的泊松分布, 且 $P\{X\geq 1\}=1-e^{-2}$, 则 $\lambda=$_______, $E(X^2)=$_______.

4. 若随机变量X可能取的值为-2, 0和1, 且 $P\{X=-2\}=0.2,\ P\{X=0\}=0.4$. 则 $E(X)=$ _______, $Var(X)=$ _______.

5. 若随机变量X_1与X_2相互独立, 且 $X_1\sim N(3,\ 3^2),\ X_2\sim N(1,\ 2^2),\ X=X_1-2X_2$, 则 $X\sim$ _______. 进一步, 记$\Phi(x)$为标准正态分布的分布函数, 且 $\Phi(1)=0.8413$, $\Phi(2)=0.9772$, 则 $P\{-9<X<6\}=$ _______.

6. 设$X_1,\cdots,X_{10}$ 为抽自参数为 2 的泊松分布的随机样本, 记$\overline{X}$与S^2分别为样本均值与方差, 则 $E(\overline{X})=$ _______, $Var(\overline{X})=$ _______, $E(S^2)=$ _______.

7. 设$X_1,\cdots,X_n$为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$的随机样本, 记$\overline{X}$与S^2分别为样本均值与方差. 则μ的置信度为$1-\alpha$的置信区间为 ____________________________, σ^2的置信度为$1-\alpha$的置信区间为 ____________________________.

二、解答题(每题14分, 共70分)

注：解答以下各题时，要求写出解题过程，否则不得分！

1. 甲乙两盒分装同型号、同质的小球若干, 甲盒装球8个, 3个色白, 5个色黑; 乙盒装球7个, 5个色白, 2个色黑. 现从甲盒中随机取出两球放入乙盒, 再从乙盒中随机取出1球. 求:

(1). 从乙盒中取出的球是白球的概率;

(2). 在从乙盒中取出的球是白球的情况下, 从甲盒中取出的两球都是白球的概率.

2. 设连续型随机变量X有概率密度函数

$$f_X(x) = \begin{cases} 1-|x|, & x \in (-1, 1) \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

设随机变量 $Y = X^2$, 求:

(1). Y的概率密度函数$f_Y(y)$; (2). Y的期望$E(Y)$和方差$Var(Y)$.

3. 设二维连续型随机变量(X, Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0<x<y<\infty, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1). 求X和Y的边缘概率密度函数$f_X(x)$和$f_Y(y)$;
(2). 判断X与Y是否独立, 为什么?
(3). 求$E(XY)$.

4. 设$X_1, X_2, \cdots, X_n$是抽自正态总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$的随机样本, 试求:
(1). μ和σ^2的矩估计$\widehat{\mu}$和$\widehat{\sigma}^2$;
(2). μ和σ^2的极大似然估计$\widetilde{\mu}$和$\widetilde{\sigma}^2$;
(3). $E(\widehat{\mu})$和$E(\widehat{\sigma}^2)$.

5. 设某厂生产的一批零件的长度(单位: mm)服从正态分布$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ和σ^2是未知参数, 需要进行统计检验. 现从该批产品中随机抽取零件25件, 算得零件长度的样本均值为75.5, 标准差为3.95. 问在显著性水平$\alpha = 0.05$下, 从样本看：

(1). 是否接受“$\mu = 75$”的假设? (2). 是否接受“$\sigma \leq 4.0$”的假设?

t 分布与 χ^2分布表

$t_{24}(0.025) = 2.0639$	$t_{24}(0.05) = 1.7109$	$t_{25}(0.025) = 2.0595$	$t_{25}(0.05) = 1.7081$
$\chi^2_{24}(0.025) = 39.364$	$\chi^2_{24}(0.05) = 36.415$	$\chi^2_{25}(0.025) = 40.646$	$\chi^2_{25}(0.05) = 37.652$
$\chi^2_{24}(0.975) = 12.401$	$\chi^2_{24}(0.95) = 13.848$	$\chi^2_{25}(0.975) = 13.120$	$\chi^2_{25}(0.95) = 14.611$