

## 实验二：共轭梯度法

2021 年 7 月 7 日

### 一、实验目的：

1. 熟悉无约束优化问题的共轭梯度法；
2. 熟悉共轭梯度法并编制程序；
3. 培养Matlab编程与上机调试能力。

### 二、实验课时：4 课时

### 三、实验准备

- 1 复习无约束优化问题的共轭梯度法；
- 2 熟悉Matlab软件的基本操作。

### 四、实验内容

课堂上机实验演示：根据共轭梯度法编写程序，求函数

$$\min f(x_1, x_2) = (1 - x_1)^2 + 2(x_2 - x_1^2)^2$$

其中初始点为 $x_0 = (0, 0)^T$ 。

### 五、实验步骤：

#### 5.0 matlab 准备

- (1) 以函数文件的形式建立目标函数和梯度；
- (2) 黄金分割法程序
- (3) if-else-end, while-end 结构；

## 5.1 共轭梯度法算法描述

**Algorithm 1** 重新开始FR 共轭梯度法

初始化: 选取初始点 $x_0$ , 精度 $\epsilon > 0$ .

计算 $f_0 = f(x_0)$ ,  $\nabla f_0 = \nabla f(x_0)$ ;

**if**  $\|\nabla f_0\| \leq \epsilon$  **then**

    终止

**else**

    令 $\beta_{-1} = 0$ ,  $d_{-1} = 0$ . 置 $k := 0$ .

**while** 不终止 **do**

        令 $d_k = -\nabla f_k + \beta_{k-1}d_{k-1}$ ;

        计算最优步长 $\alpha_k$ , 使得

$$f(x_k + \alpha_k d_k) = \min_{\alpha \geq 0} f(x_k + \alpha d_k).$$

        令 $x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$ .

        计算 $\nabla f_{k+1} = \nabla f(x_{k+1})$ .

**if**  $\|\nabla f_{k+1}\| \leq \epsilon$  **then**

$x^* = x_{k+1}$ ;

            终止循环.

**else**

**if**  $k+1$  能被 $n+1$  整除 **then**

$\beta_k = 0$ ;

**else**

$$\beta_k = \frac{\|\nabla f_{k+1}\|^2}{\|\nabla f_k\|^2};$$

**end if**

            置 $k := k + 1$ .

**end if**

**end while**

**end if**

输出:  $x^*$ .

注意到上面算法中, 在一次迭代中只用到 $x_k$  和 $x_{k+1}$  两个迭代点. 故而在实际编程中, 为了简便起见, 可以用 $xold$ ,  $xnew$  表示这两个迭代点, 循环更替.

## 5.2 定义目标函数和梯度函数

和实验一相同. 注意: 一般说来, 如果函数的梯度比较容易计算, 则将其表达式算出来, 写成一个函数文件比较好. 格式如下

```
function gf=gradf(x)
    gf = [...;...];
end
```

如果梯度很难算出表达式, 则可用数值微分方法计算, 这里不做介绍.

另外, 不建议利用matlab 的符号运算功能计算函数梯度.

### 5.3 精确搜索.

要求使用实验一所写的黄金分割程序来计算精确步长. 为此, 可能需要对实验一的程序进行改写.

方法一: 构造一个新函数, 假设命名为 psi.m

```
function psix=psi(alp,x,d)
    psix=funf(x+alp*d);
end
```

其中,  $x$  为当前点,  $d$  为搜索方向, funf 为目标函数. 再对 alp 进行一维搜索. 取初始区间为  $[0, 1]$  或适当放大点的区间, 如  $[0, 2]$ . 分别用  $alp1$ ,  $alp2$  和  $psix1 = psi(alp1, x, d)$ ,  $psix2 = psi(alp2, x, d)$  代替原黄金分割程序中的  $x_1$ ,  $x_2$  和  $f_1$ ,  $f_2$  即可.

方法二: 用分别用  $alp1$ ,  $alp2$  和  $f(x + alp1d)$ ,  $f(x + alp2d)$  代替原黄金分割程序中的  $x_1$ ,  $x_2$  和  $f_1$ ,  $f_2$ .

### 5.3 循环和选择

同实验一一样, 这个实验里需要用到while 语句和if 语句.

## 五、课堂实验任务

编写函数文件, 实现共轭梯度法, 求函数

$$f(x) = \frac{x_1^4}{4} + \frac{x_2^2}{2} - x_1x_2 + x_1 - x_2.$$

的极小值, 始点分别为  $x^{(0)} = [0, 0]^T$  和  $x^{(0)} = [1.5, 1]^T$ .

备注: 同学们也可以自行选择所要求解的例题, 但必须使用共轭梯度法.

在完成课堂实验任务的基础上, 同学们可以考虑使用PRP 共轭梯度法或者拟Newton 法求解.

## 六、实验主要步骤

1. 熟悉Matlab中共轭梯度算法的常用命令;
2. 编写m文件以创建和保存各函数;
3. 运行程序, 保存结果;

4. 撰写实验报告。

## 七、实验报告的撰写要求

1. 写出实验课程名称、姓名和学号；
2. 写出实验目的及实验内容；
3. 写出实验过程及结果（程序代码及数值解），尽量给出其图像；
4. 递交实验报告：
  - (1) 课程结束后1周内，实验报告的电子版请发到sonqiang@163.com，标题和附件名称相同，格式如下：实验序号\_姓名\_学号\_实验名称.rar  
例：实验2\_张某\_12345678\_共轭梯度法.rar
  - (2) 笔试(结课考试)前，实验报告的纸质版，由班长或者学习委员，按照每位同学收齐，交给任课教师。
5. 实验报告格式模板（见文件：实验报告模板.doc）