

THIRD SEMESTER PART TIME DIPLOMA
COURSE IN CME EXAMINATION

(New Course)

APPLIED MATHEMATICS – II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 100

Note : (i) Question number 1 is compulsory.

प्रश्न क्रमांक 1 अनिवार्य है।

(ii) Attempt any five from the remaining questions.

शेष प्रश्नों में से किन्हीं पाँच को हल कीजिए।

(iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. Choose the correct answer.

2 each

(i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$ is equal to :

(a) 0

(b) 3

(c) 9

(d) 27

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$ का मान है :

(अ) 0

(ब) 3

(स) 9

(द) 27

(ii) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ is equal to :

(a) $\tan x$

(b) $\sec x$

(c) $\cot x$

(d) $\operatorname{cosec} x$

$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ का मान है :

(अ) $\tan x$

(ब) $\sec x$

(स) $\cot x$

(द) $\operatorname{cosec} x$

(iii) If the vectors $i + 4j + 3k$ and $xi + 2j - 4k$ are perpendicular, then the value of x is :

(a) 4

(b) 3

(c) 2

(d) 0

यदि सदिश $i + 4j + 3k$ और $xi + 2j - 4k$ लम्बवत् हैं, तो x का मान है :

(अ) 4

(ब) 3

(स) 2

(द) 0

(iv) The Cartesian co-ordinates of the point $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ are :

- (a) (1, 2)
- (b) $(2, \sqrt{3})$
- (c) $(1, \sqrt{3})$
- (d) $\left(1, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

बिन्दु $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ के कार्तीय निर्देशांक हैं :

- (अ) (1, 2)
- (ब) $(2, \sqrt{3})$
- (स) $(1, \sqrt{3})$
- (द) $\left(1, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

(v) The eccentricity of rectangular hyperbola is :

- (a) 2
- (b) $\sqrt{2}$
- (c) 1
- (d) 0

आयतीय अतिपरवलय की उत्केन्द्रता है :

- (अ) 2
- (ब) $\sqrt{2}$
- (स) 1
- (द) 0

2. (b) Find the point of trisection nearer to P of the line segment joining the point P (4, 6) and Q (5, 8).

बिन्दु P (4, 6) और Q (5, 8) को मिलाने वाली रेखा के समविभाजित करने वाले P के पास वाले बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

(b) Find the equation of line which passes $(-1, 4)$ and parallel to the line $3x + 2y - 7 = 0$.

उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(-1, 4)$ से होकर जाती है तथा रेखा $3x + 2y - 7 = 0$ के समान्तर है।

3. (a) Find the centre and radius of circle :

$$3x^2 + 3y^2 = 9x + 8y$$

वृत्त $3x^2 + 3y^2 = 9x + 8y$ का केन्द्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(b) Find the equation of parabola whose focus is (1, 2) and directrix $x + 7 = 0$.

उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि (1, 2) और नियता $x + 7 = 0$ है।

4. (a) Find eccentricity, foci, latus rectum, vertices and directrix of the ellipse :

$$9x^2 + 16y^2 = 144$$

दीर्घवृत्त $9x^2 + 16y^2 = 144$ की उत्केन्द्रता, नाभि, नाभिलम्ब जीवा, शीर्ष और नियता ज्ञात कीजिए।

(b) Prove that the straight line $2x - y + 2\sqrt{5} = 0$ touches the circle $x^2 + y^2 = 4$.

सिद्ध कीजिए कि सरल रेखा $2x - y + 2\sqrt{5} = 0$ वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ को स्पर्श करती है।

5. (a) Integrate : 6

$$\sqrt{1 + \sin 2x}$$

समाकलन कीजिए :

$$\sqrt{1 + \sin 2x}$$

- (b) Evaluate : 12

(i) $\int \tan x \, dx$

(ii) $\int x^2 \log x \, dx$

मान ज्ञात कीजिए :

(i) $\int \tan x \, dx$

(ii) $\int x^2 \log x \, dx$

6. (a) Differentiate $\sin x$ by the first principle. 6
 $\sin x$ का प्रथम सिद्धान्त द्वारा अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

- (b) If $x = a(\theta + \sin \theta)$ and $y = a(1 - \cos \theta)$
 then find $\frac{dy}{dx}$ 12

यदि $x = a(\theta + \sin \theta)$ और $y = a(1 - \cos \theta)$ है
 तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. Find $\frac{dy}{dx}$ if : 18

(i) $y = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$

(ii) $y = x^{x-x}$

(iii) $y = x^2 \sin x \log_e x$

$\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि :

(i) $y = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$

(ii) $y = x^{x-x}$

(iii) $y = x^2 \sin x \log_e x$

8. (a) In a ΔABC prove that by vector : 6

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

त्रिभुज ABC में सदिश द्वारा सिद्ध कीजिए :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

- (b) Find a unit vector perpendicular to the
 vectors $3i + j + 2k$ and $2i - 2j + 4k$.
 Also find the sine of angle between them. 12

सदिश $3i + j + 2k$ और $2i - 2j + 4k$ पर लम्ब
 इकाई सदिश ज्ञात कीजिए। उनके बीच के कोण का ज्या
 भी ज्ञात कीजिए।