# MatrixFactorization 矩阵分解推荐算法

赵海臣

# 背景

#### 推荐系统

- 基于内容的过滤(Content Filtering):建立用户画像,通 过画像进行过滤
  - 适合解决冷启动,通常精确度比协同过滤要差。
- 协同过滤(Collaborative Filtering):基于用户的历史数据 进行反馈过滤
  - 通常比Content-Based推荐更加精确,但由于冷启动缺乏相 应的历史数据,所以冷启动存在问题。

# 协同过滤

- 协同过滤主要有两个领域:
  - 。邻域模型(neighborhood method)
    - 计算物品-物品之间,用户-用户之间的关系
      - 一个物品的邻域是用户们倾向于给出相同评价的其它物品。
      - 一个用户的领域是在不同的商品上倾向于给出一致评价的其它用户。
  - · 隐语义模型(latent factor method)
    - 尝试通过数学方式从用户对物品的评价中分析出物品、用户 各自的特征,从而解释为何用户如此评价、为何物品获此评价价

# 矩阵分解模型

- 矩阵分解模型能够将商品、用户都映射到一个"特征空间"(Joint Latent Factor Space),从而可以使用空间点积的方式来描述将用户、商品的关系。
  - 。每个商品被描述成特征空间里的一个向量qi
  - 。每个用户被描述成特征空间里的一个向量ui
  - 。用户对某个商品所表现特征的兴趣体现在二者向量的点积:
    - r = qi.ui

# SVD的困难

- ▶矩阵分解模型很类似SVD(Singular Value Decomposition)奇异值分解,但是SVD应用于协同过滤的困难在于:
  - 。用户-商品(评分)交互矩阵过于稀疏
  - 。标准SVD在交互矩阵不完整的情况下难以计算
  - 。仅仅考虑矩阵中已有的交互数据很容易造成过拟合
- ▶ 矩阵分解模型早期的SVD解决方式填补缺失的矩阵 元素,使得矩阵变稠密,但是:
  - 。它将显著增加处理的数据量
  - 。不精确的填补结果将严重扭曲数据

# MF方程

- ▶ 通过现有的用户-商品交互数据来形成模型:
- > 为了学习用户、商品的特征向量,可以通过最小化现有所有评分的预测误差error,当预测误差error 达到最小值时,即获得了我们最佳预测模型。
- ▶ MF方程:

$$\min_{q^*,p^*} \sum_{(u,i)\in\kappa} (r_{ui} - q_i^T p_u)^2 + \lambda(||q_i||^2 + ||p_u||^2)$$

- 其中 K是已知的用户-商品(u,i)交互数据  $r_{ui}$
- 。方程通过现有的观测数据来学习现有数据的规律,并用来 预测缺失的数据
- 。后面部分为了防止学习过程中出现过拟合, $\lambda$ 用于调节步长,具体的值需要通过交叉验证来确定

# MF方程的收敛算法

- ▶ MF方程的收敛算法
  - 。SGD(Stochastic Gradient Descent)随机梯度下降法
  - · ALS(Alternating Least Squares)交替最小二乘法

# SGD方法(LMS变种)

▶ Error误差方程:

$$e_{ui} = r_{ui} - q_i^T p_u$$

通过现有观测数据迭代逼近收敛:

$$q_i = q_i + \gamma \cdot (e_{ui} \cdot p_u - \lambda \cdot q_i)$$

$$p_u = p_u + \gamma \cdot (e_{ui} \cdot q_i - \lambda \cdot p_u)$$

λ:步长

 $\gamma$ :比例参数

# SGD方法(LMS变种)

#### ▶ 计算过程:

- 。假设所有商品、用户特征为n维描述
- 。比如拟合某一个商品i特征列,已知对其发生行为的用户{u} 集合
- 对商品i的特征列一个随机初始值,用户{u}随机初始值, 假设{u}的特征是确定的,并且有实际观测的{rui},所以可 以对用户一个接一个地迭代
  - · 迭代,直到error稳定低于某个设定阈值
    - · 计算u对i的残差error
    - · 将残差error反馈修正商品的特征列

#### ALS方法

- 如果我们将用户、商品中的任意一个矩阵修复上, 那么就能够获得另外一个矩阵的最优解

$$(\min_{q^*,p^*}) \sum_{(u,i)\in\kappa} (r_{ui} - q_i^T p_u)^2 + \lambda(||q_i||^2 + ||p_u||^2)$$

直到收敛到一个标准。

### ALS方法偏差处理与时间因素

- ▶ 用户打分倾向偏差Bias-bu
- ▶ 商品分数高低倾向偏差Bias-bi
- ▶ 动态因素:
  - 。用户打分倾向会随时间改变-bu(t)
  - 。商品分数高低倾向(流行度)会随时间改变-bi(t)
  - 。用户兴趣特征会随时间改变-pu(t)
  - 商品特征可以认为近乎静态
- 引入动态因素的预测分:

$$\hat{r}_{ui}(t) = \mu + b_i(t) + b_u(t) + q_i^T p_u(t)$$

# ALS implicit feedback处理

- ▶ 在隐反馈行为中,用户的喜好很难界定,只能陈述 "可能喜欢这个商品"或者"可能不喜欢这个商品"
- > 只能通过confidence信心值来估计用户的喜好度, 信心值来源于用户对某个商品的重复行为
- Confidence: 用户对某个商品的单次行为可能源于很多因素而非喜欢,但用户对一个商品的多次重复行为更可能反映出用户的倾向。

$$\min_{p^*,q^*,b^*} \sum_{(u,i)\in\kappa} c_{ui} (r_{ui} - \mu - b_u - b_i - p_u^T q_i)^2 + \lambda (||p_u||^2 + ||q_i||^2 + b_u^2 + b_i^2)$$

 $c_{ui}$ : 用户对商品的信心度Confidence

# The end