

蒲丰投针问题研究

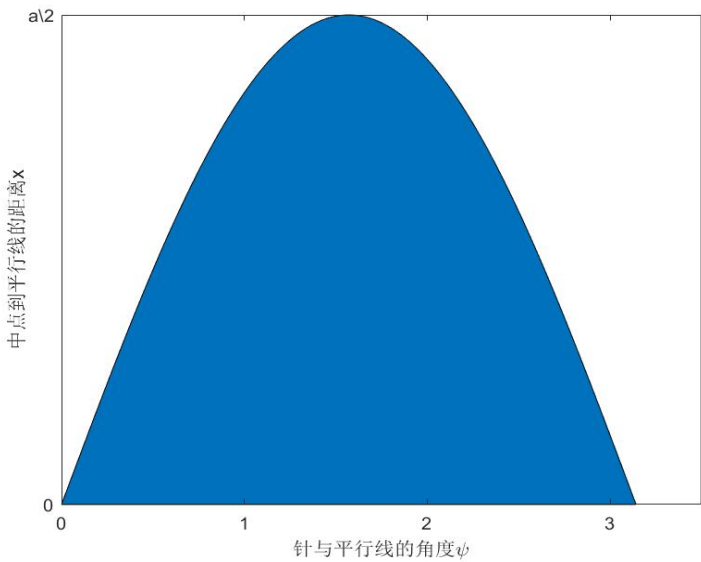
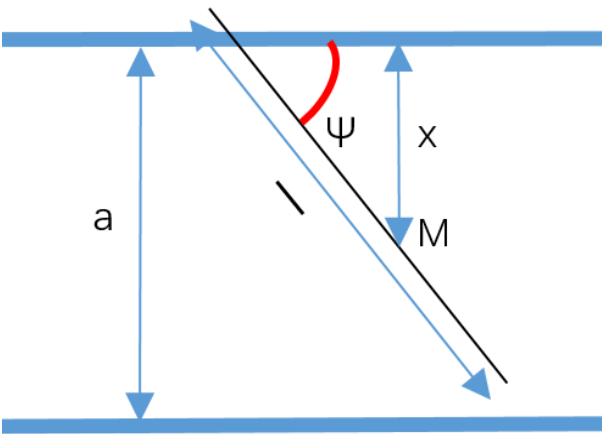
刘晗桐 171180526

摘要

本文简单介绍了蒲丰投针实验，使用Unity游戏引擎对实验进行了大数据模拟，并进行了结果的分析与总结

理论背景

以 M 表示针的中点， x 表示 M 与最近的一条平行线的距离， φ 表示投落针与平行线的夹角，以 a 表示两条平行线的距离，那么显然 $0 < x \leq \frac{a}{2}$ ，为了使得投针可以与平行线相交，需要满足 $x \leq \sin\varphi \frac{l}{2}$ ，满足这一关系式的区域记为 D ，阴影部分标记如下：



根据积分的几何意义，可以计算得出投针落在矩形区域的概率 p ：

$$p = \frac{D \text{ 的面积}}{\text{总落点的面积}} = \frac{\int_0^\pi \frac{l}{2} \sin \varphi dx}{\frac{1}{2} a \pi} = \frac{2l}{a\pi}$$

编程测试

根据上述原理，使用 unity 物理引擎在 Android 上搭建模拟投针平台，利用了Unity的**重力场模拟**以及**碰撞感应功能**，由于项目文件过大且多数为软件材质内容，综合考虑，可以通过以下两种方式进行体验：

- 直接下载安卓 apk 安装包后在安卓系统手机上安装运行，[点击下载](#)
- 查看完整运行过程动图gif，[点击查看](#)
- 进入[Github仓库地址](#)，clone 项目到本地后利用Unity软件自行构建运行

运行演示结果 | 测试于HUAWEI NOVA2

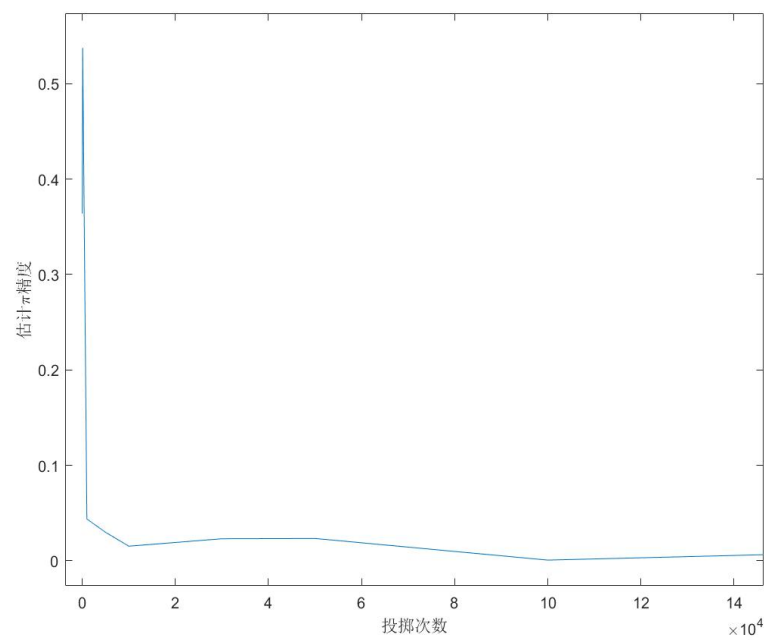


限定针的长度为 $l = 2500$ ，平行线间距为 $a = 3000$ ，满足 $l < a$ ，限于 unity 游戏引擎3D效果实现的屏幕刷新率限制，取投针次数从 10~1000000，验证此方案的可行性，得到测试结果表格和图表见下：

投针次数	碰撞次数	估计的 π 值
10	6	2.7778
100	64	2.6042
1000	538	3.0979
	2678	3.1118
10000	10000	3.1264
30000	16033	3.1186
50000	26724	3.1183
100000	61529	3.1422
150000	79408	3.1483

结果分析

使用`Matlab`绘图，直观展示随着投针次数的增加，逼近 π 值的精度变化：



可以看到，随着抛掷次数量级的上升，精度也在不断缩小，十万次以上的抛掷尝试可以得到圆周率 π 的小数点后两位3.14，相信更高量级的抛掷次数将会得到更加精确的结果，受限于计算机性能和时间的限制，不再做尝试。