

ImageWarping 实验报告

刘浩晨

引言

图像变形 (Image Warping) 是计算机视觉领域的一个重要主题, 它涉及将图像转换为新的几何形状或尺寸, 或者扭曲图像的形状以实现特定的效果. 本文旨在用 IDW 算法和 RBF 算法实现图像变形.

1 问题描述

将原图像看作矢量场 $u(p), p \in \mathbb{R}^2$, 其中 $u(p)$ 代表图像在 p 点的 RGB 值, 图像变形是要在给定 n 对控制点 $(p_i, q_i), p_i, q_i \in \mathbb{R}^2, i = 1, \dots, n$, 求得一个插值函数 $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, 满足 $f(p_i) = q_i$, 记变形后的图像为 $v(p)$, 则 $v(f(p)) = u(p)$. 此时 $v(q_i) = u(p_i)$, 即图像在 p_i 点的值变到了 q_i 点. 我们称这种变形为正向变形 (Forward Warping).

本文实现的 IDW 和 RBF 算法都是正向变形, 后文将会看到正向变形的缺陷在于变形后的图像, 在遍历原图的所有点之后, v 可能存在某些内部点无法被填补.

与之相对的是反向变形 (Inverse Warping), $v(p) = u(f^{-1}(p))$. 这种方法的优势在于可以避免空洞和不连续. 但相对复杂.

2 IDW 算法

IDW 算法要求我们寻找一个插值函数

$$f(p) = \sum_i^n W_i(p) f_i(p), \quad p \in \mathbb{R}^2 \quad (1)$$

其中 $f_i(p)$ 是对 f 在 p_i 点附近的近似, 满足 $f_i(p_i) = q_i$

在本实验中, 简单的取 $f_i(p) = q_i + (p - p_i)$.

权重函数 $W_i(p) \in [0, 1]$ 要在接近 p_i 时相对更大, 并满足 $W_i(p_i) = 1$ 及 $\sum_i W_i(p) = 1, \forall p \in \mathbb{R}^2$, 本实验取

$$W_i(p) = \frac{\sigma_i}{\sum_j \sigma_j(p)}$$

其中

$$\sigma_i = \frac{1}{d^\mu(p, p_i)}$$

$d(p, p_i)$ 为 p 到 p_i 的距离.

3 RBF 算法

RBF 算法要求找到如下形式的插值函数

$$f(p) = \sum_i^n \alpha_i g_i(d(p, p_i)) + \mathbf{A}p + b$$

其中 $\alpha_i \in \mathbb{R}^2$ 为要求解的权重系数, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 是要变换求解的矩阵, $b \in \mathbb{R}^2$ 是要求解的平移向量. $g_i(d)$ 为径向函数, 本文取为

$$g_i(x) = \exp\left(\frac{-x^2}{\sigma_i^2}\right)$$

要求解的项有 $\alpha_i, \mathbf{A}, b, 2n + 4 + 2$ 项, $f(p_i) = q_i$ 一共有 $2n$ 个方程, 自由度为 6, 可选的补充约束为

$$\begin{bmatrix} p_1 & \cdots & p_n \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = 0$$

4 实验结果分析

4.1 IDW 实验结果分析

IDW 的实验结果如下图所示, 比较了不同的 μ 所得的结果.

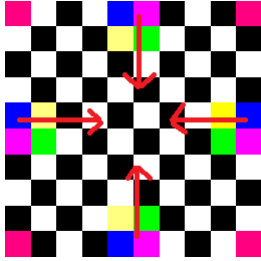


图 1: 原图

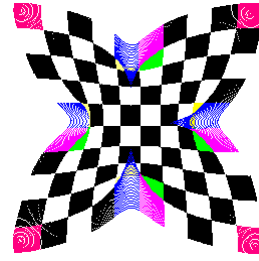


图 2: $u=1$

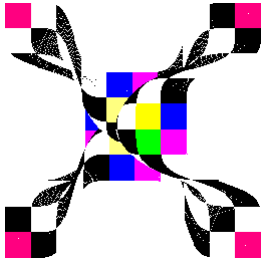


图 3: $u=5$

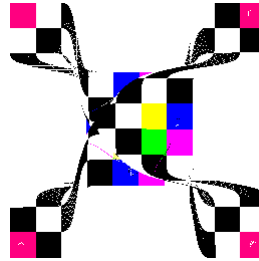


图 4: $u=10$

可以发现 μ 越大, 图片的变形程度就越大. 另一方面我们发现图片中存在一些空洞不连续的地方, 这个问题我们在问题描述的正向变形中讨论过. 由于图像的存储是存储在离散的整数点上, 正向变形 $v(f(p)) = u(p)$ 的过程中, p 被遍历后对应的 $f(p)$ 在取整过程中并不能跑遍对应应该得到的所有整数点.

对于向外变形, 我们的实验结果也是类似的.

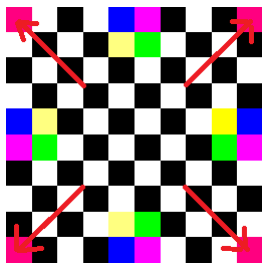
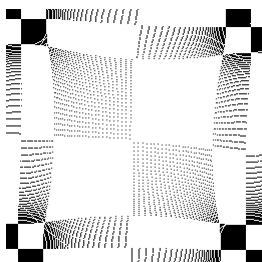
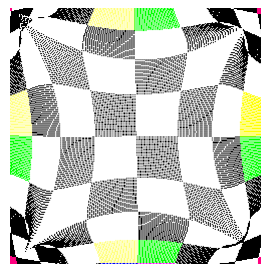
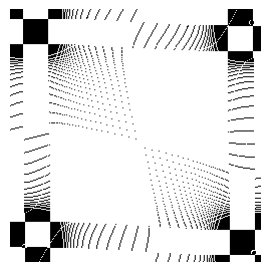


图 5: 原图

图 7: $u=5$ 图 6: $u=1$ 图 8: $u=10$

4.2 RBF 实验结果分析

RBF 实验中, 实验结果与 σ_i 相关. 从高斯函数的性质可以知道 σ_i 是与 p_i 到 q_i 的距离相关的, 取令 $\sigma_i = cd(p_i, q_i)$, 得出了如下的结果.

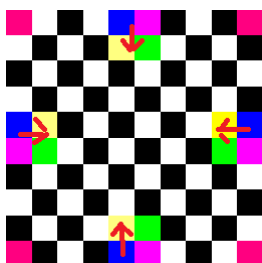
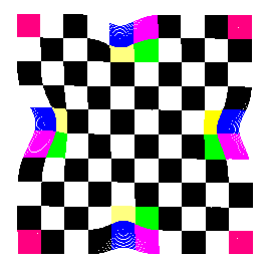
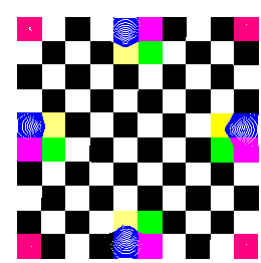
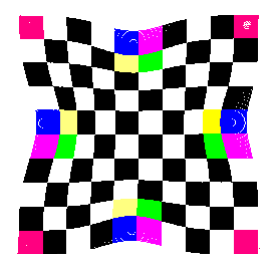


图 9: 原图

图 11: $c=1$ 图 10: $c=0.5$ 图 12: $c=2$

可以发现, 当 c 越小的时候, 变形的效果越局部, 这是因为当 c 较小时 $\exp(\frac{-x^2}{\sigma_i^2})$ 衰减的更快, 这就会出现距离 p_i 很远的点几乎不受影响. 同样的, 这种方法也会出现一些白色的空洞. 对比 IDW 和 RBF 可以发现, IDW 的变换相对更整体, RBF 相对更局部.

4.3 改进后的实验结果分析

空洞的点的颜色由邻近的点来决定, 本文做的改进是搜索空洞的点邻近的点, 并将其邻近的点填充到空洞的点上, 得到如下的实验结果.

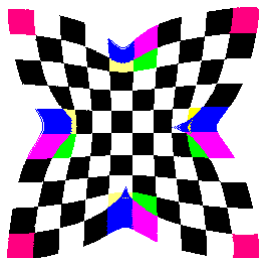


图 13: 填补后的 *IDW1*

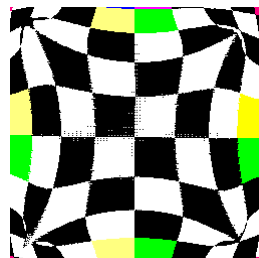


图 14: 填补后的 *IDW2*

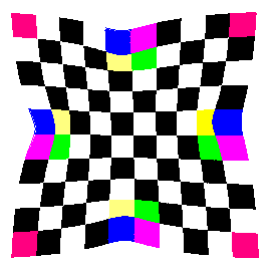


图 15: 填补后的 *RBF1*

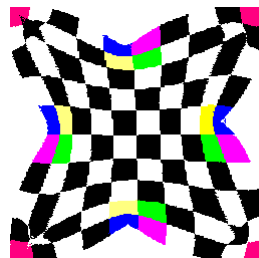


图 16: 填补后的 *RBF2*

可以发现出现空洞的情况有了极大的改善.