热电子发射的里查孙-德西曼公式:

$$J_e = 2(1-R_e)A_1T^2e^{-(W_a-W_i)/kT}$$

式中 J_e 为单位面积的发射电流，$W_a - W_i = e_0\phi$ 为该金属的逸出功，单位常用 eV(电子伏特) 表示,ϕ 为逸出电位,$A_1 = 60.09A/(cm\cdot K)^2$ 为普适常数,R_e 为金属表面对发射电子的反射系数。若令 $2(1-R_e)A_1 = A$, 则

$$J_e = AT^2e^{-e_0\phi/kT}$$

于是发射电流公式为:

$$I_e = AST^2e^{-e_0\phi/kT}$$

其中 S 为阴极金属的有效发射面积。

物理量 A 直接与金属表面对发射系数 R_e 有关;R_e 与金属表面的化学纯度有很大关系，其数值决定于位能壁垒。如果金属表面处理不够洁净，电子管内真空度又不够高，则所得的 R_e 值就有很大差别，直接影响到 A 值。其次由于金属表面是粗糙的，计算出的阴极发射面积与实际的有效面积 S 也可能有差异，因此，A 和 S 由于实际的各种原因而难以测量，甚至无法测量。

为此，可对上面的公式进行适当处理，使得 $\lg\frac{I_e}{T^2}$ 与 $\frac{1}{T}$ 成线性关系。若以 $\lg\frac{I_e}{T^2}$ 与 $\frac{1}{T}$ 作为横纵坐标，则由直线斜率可以得到 ϕ 的大小，此方法称为里查孙直线法。处理后的公式如下:

$$\lg\frac{I_e}{T^2} = \lg(AS) - 5.039\times10^3\frac{\phi}{T}$$

在 $\lg\frac{I_e}{T^2} - \frac{1}{T}$ 曲线上，由直线斜率可以求出 ϕ

为消除空间电荷对后续电子的阻碍，需要外加电场 E_α, 外加电场的粗子啊产生肖特基效应，此时有

$$I'_e = I_e e^{4.39\sqrt{E_\alpha}/T}$$

在一般情况下，外加电压 $U_a >> U'_a$。把阳极做成圆柱形，并于阴极共轴，忽略接触电位差, 有

$$\lg I'_e = \lg I_e + \frac{4.39}{2.303T}\frac{1}{\sqrt{r_1\ln(r_2/r_1)}}\sqrt{U_a}$$

由此可见，在阴极温度一定的情况下，$\lg I'_e$ 和 $\sqrt{U_a}$ 成线性关系。可以画出在不同阴极温度下的 $\lg I'_e$ 与 $\sqrt{U_a}$ 的关系曲线，并将其外推至 $\sqrt{U_a} = 0$ 处，此时的 $\lg I'_e$ 即为 $\lg I_e$, 由此可以定出所需要的 I_e 值。

本实验是通过测量阴极加热电流来确定阴极温度。对于纯钨丝，一定的比加热电流 I_1 与阴极温度的关系已有前人精确地测算出了，并列成表。(加热电流与阴极温度的关系并不是一成不变的。它与阴极材料的纯度有关，管子的结构情况也影响阴极的热辐射.)

$$I_1 = \frac{I_f}{d_K^{3/2}}$$

其中 I_f 为阴极加热电流，d_K 为阴极钨丝直径。可以由阴极电流的大小得出比加热电流的大小，从而查表得出对应的温度 T。

其中,$R_1 = R_2 = 18k\Omega, R_4 = 1M\Omega, R_5 = 1k\Omega, R_{e1} = 2.7k\Omega, R_{e2} = 300\Omega$

2. 利用 **Matlab** 对测量数据作线性拟合，对 $\lg I'_e - \sqrt{U_a}$ 进行线性拟合, 得

3. 对 $\lg(U_e/T^2) - 1/T$ 进行线性拟合，得

4. 计算 ϕ 由 $\lg \frac{I_e}{T^2} = \lg(AS) - 5.039 \times 10^3 \frac{\phi}{T}$ 得

$$\lg \frac{U_e}{T^2} = \lg \frac{I_e R}{T^2} = \lg(AS) + \lg R - 5039 \frac{\phi}{T}$$

故 $\lg \frac{U_e}{T^2} - \frac{1}{T}$ 的直线斜率为

$$k = -5039\phi$$

故

$$\phi = \frac{-k}{5039} = \frac{22853.5}{5039} = V$$

故逸出功为

$$W = e\phi = eV$$

/***/

$$T = \frac{I_T}{I_0}$$

$$T_i = \frac{I_2}{I_1}$$

$$T_i = e^{-\alpha d}$$

$$\begin{aligned} I_T &= T_{T1} + T_{T2} + T_{T3} + \cdots \\ &= I_0(1-R)^2 e^{-\alpha d} + I_0(1-R)^2 R^2 e^{-3\alpha d} + I_0(1-R)^2 R^4 e^{-5\alpha d} + \cdots \\ &= \frac{I_0(1-R)^2 e^{-\alpha d}}{1 - R^2 e^{-2\alpha d}} \end{aligned} \tag{1}$$

$$T = \frac{I_T}{I_0} = \frac{I_0(1-R)^2 e^{-\alpha d}}{1 - R^2 e^{-2\alpha d}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{e^{-\alpha d_2}(1 - R^2 e^{-2\alpha d_1})}{e^{-\alpha d_1}(1 - R^2 e^{-2\alpha d_2})}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{-\alpha(d_2 - d_1)}$$

$$\alpha = \frac{\ln T_1 - \ln T_2}{d_2 - d_1}$$

$$T_i = \frac{T_2}{T_1}$$

$$T_i = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\alpha = \frac{\ln n_1 - \ln n_2}{d_2 - d_1}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{a}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{d}{D}$$

计算得:

$$a=180mm$$

$$x=90mm$$

$$\alpha=\frac{\ln n_1-\ln n_2}{d_2-d_1}=\frac{\ln n_1-\ln n_2}{3mm}$$

/**/

等效电路总阻抗 $Z=U_p/I$, 等效电路的总导纳为:

$$Y=\frac{I}{U_p}=y_0+y_1=j\omega C_0+\left(R_1+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^{-1}\right)$$

$$y_0=jb_0=j\omega C_0 \qquad y_1=g_1+b_1=\left(R_1+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^{-1}\right)$$

$$g_1=\frac{R_1}{R_1^2+(\omega L-1/(\omega C))^2} \qquad b_1=-\frac{\omega L-1/(\omega C)}{R_1^2+(\omega L-1/(\omega C))^2}$$

其中 $\omega C_0=b_0$ 为静态导纳，ω 为角频率，若记 $r=1/(2R_0), b_0=\omega C_0$ 得:

$$(g_1-r)+b_1^2=r^2$$

分别以 g_1, jb_1 为横、纵坐标轴，当频率改变时，y_1 是圆心在 $(r,0)$ 点、半径为 r，直径为 D 的圆，由于测量过程中 ω 的变化小于 $\pm 1\%$, 可近似看作常数。所以 $Y=y_0+y_1$ 也是一个圆，称为导纳圆，圆与纵轴相切.

当 $b=b_0=\omega C_0$ 时 $\omega L-1/(\omega C)=0$, 圆方程的解只有 $g=0$ 或 $g=2r=1/R_1$，而压电元件总要辐射能量，$g\neq 0$，所以只有 $g=1/R_1$ 存在，这时即 $\omega=\omega_s=1/\sqrt{LC}$。因此图上 $(1/R_1\ 0)$ 点的频率即是 ω_s，称为串联共振频率或机械共振频率。

过圆心 O 作平行于电纳轴的线交圆于 ω_1, ω_2, 可得到

$$L=\frac{R_1}{\omega_2-\omega_1} \qquad C_1=\frac{1}{\omega_1\omega_2 L}=\frac{1}{\omega_s^2 L} \qquad C_0\approx\frac{b_0}{\omega_s}$$

品质因数

$$Q_m=\frac{\omega_s L_1}{R_1}=\frac{1}{\omega_s C_1 R_1}=\frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$$

$$g=\frac{U_1}{UR}\cos\phi=\frac{U_1}{UR}\cos\frac{2\pi\tau}{T} \qquad b=\frac{U_1}{UR}\sin\phi=\frac{U_1}{UR}\sin\frac{2\pi\tau}{T}$$

上式中，U_1 是示波器测得的电压振幅，τ 是两信号的时间差。由于测量时，加入了小采样电阻，所以 L_1, D, C_0 要修改为

$$L_1 = \frac{R_1 + R}{\omega_2 - \omega_1} \qquad C_0 \approx \frac{\bar{A}\bar{C}}{\omega_s}(1 + \frac{R}{R_1}) \qquad R_1 + R = \frac{1}{D}$$

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = 0$$

设 $\dot{U} = |U|\angle\phi_U, \dot{I} = |I|\angle\phi_{UI}, \dot{Y} = |Y|\angle\phi_Y$, 则

$$\dot{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{|I|}{|U|}\angle(\phi_{UI} - \phi_U)$$

故

$$\phi_Y = \phi_{UI} - \phi_U$$

由 $\phi_Y = \frac{2\pi\tau}{T}$ 知

$$\tau = \frac{T}{2\pi}(\phi_{UI} - \phi_U)$$

/**** 数据处理 ****/

计算 R_1, L_1, C_1, Q_m：由于 $R_1 + R = 1/D$，且 $D = ms, R = \Omega, \omega_s = kHz$, 故

$$R_1 = \frac{1}{D} - R = \frac{1}{23.404 \times 10^{-3}} - 3.08 = \Omega$$

而

$$L_1 = \frac{R_1 + R}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{1}{2\pi D(f_2 - f_1)}$$

其中 $f_1 = kHz, f_2 = kHz$, 故

$$L_1 = \frac{1}{2\pi D(f_2 - f_1)} = \frac{1}{test} = H$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega_1\omega_2 L} = \frac{1}{4\pi^2 f_1 f_2 L_1} = \frac{1}{test} = F = pF$$

由 $\overline{AC} = mS$ 得

$$C_0 = \frac{\overline{AC}}{\omega_s}(1 + \frac{R}{R_1}) = F = pF$$

品质因数

$$Q = \frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{L_1}{C_1}} =$$

综上

$$R_1 = \Omega, L_1 = mH, C_1 = pF, C_0 = pF, Q_m =$$

在图中观察到 $\triangle R_{1max} = \Omega$

$$\triangle R_{1max} = \frac{2\pi f M^2}{2L_2} = \Omega$$

相对偏差 $\delta = \frac{19-14}{14} \times 100\% = \%$

/**************************************/

$$e = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\delta_r = \frac{2\pi(n_s - n_f)d}{\lambda_0} = \frac{\omega(n_s - n_f)d}{c}$$

/************************************/

$$\triangle = 2d\cos\phi = k\lambda$$

$$2d(1 - \frac{D^2}{8f^2}) = k\lambda$$

$$\triangle D^2 = D_{k+1}^2 - D_k^2 = \frac{4\lambda f^2}{d}$$

$$\triangle\lambda_{ab} = \frac{\lambda^2}{2d} = \frac{D_b^2 - D_b^2}{D_{k-1}^2 - D_k^2}$$

$$\triangle\tilde{v} = \widetilde{v_b} - \widetilde{v_a} = \frac{\triangle D_{ab}^2}{2d\triangle D^2}$$

$$\triangle = 2nd\cos\phi = k\lambda$$

$$-2nd\sin\phi\triangle\phi = \triangle k\lambda$$

$$\phi_k - \phi_{k+1} = -\triangle\phi \approx \frac{\lambda}{2nd\sin\phi}$$

$$\triangle\tilde{v} = \widetilde{v_b} - \widetilde{v_a} = \frac{D_b^2 - D_b^2}{2d(D_{k-1}^2 - D_k^2)}$$

$$\triangle\tilde{v} = (7-3)\frac{L}{2} = 2L$$

由 $D_{k,7}, D_{k-1,3}, D_{k-1,7}$ 算出 $\triangle\tilde{v}$, 得到 L, 带入 $L = 0.467B$ 即得 B

$$\overline{B} = \frac{\sum_{i=1}^{5} B_i}{5} = T$$