数学作业纸

班级：计84　姓名：刘泓等 编号：2018011446 科目：　　第　页

1. 一方面：

$$\frac{d}{dt}[f_1(t)*f_2(t)]=\frac{d}{dt}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t-\tau)f_2(\tau)\,d\tau\right]$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d}{dt}f_1(t-\tau)f_2(\tau)\,d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{df_1}{dt}(t-\tau)f_2(\tau)\,d\tau$$

$$=\frac{df_1(t)}{dt}*f_2(t)$$

另一方面：由卷积交换律：

$$\frac{d}{dt}[f_1(t)*f_2(t)]=\frac{d}{dt}[f_2(t)*f_1(t)]$$

$$=\frac{df_2(t)}{dt}*f_1(t)=f_1(t)*\left[\frac{d}{dt}f_2(t)\right]$$

$$\therefore\quad \frac{d}{dt}[f_1(t)*f_2(t)]=\left[\frac{df_1(t)}{dt}\right]*f_2(t)=f_1(t)*\left[\frac{df_2(t)}{dt}\right]$$，得证

2. $$\int_{-\infty}^{t}(f_1*f_2)(\lambda)\,d\lambda=\int_{-\infty}^{t}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}f_1(\lambda-\tau)f_2(\tau)\,d\tau\right)d\lambda$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\int_{-\infty}^{t}f_1(\lambda-\tau)\,d\lambda\right)f_2(\tau)\,d\tau$$

$$=\left(\int_{-\infty}^{t}f_1(\lambda)\,d\lambda\right)*f_2(t)$$

由卷积交换律：

$$\int_{-\infty}^{t}(f_1*f_2)(\lambda)\,d\lambda=\int_{-\infty}^{t}(f_2*f_1)(\lambda)\,d\lambda$$

$$=\left(\int_{-\infty}^{t}f_2(\lambda)\,d\lambda\right)*f_1(t)=f_1(t)*\left(\int_{-\infty}^{t}f_2(\lambda)\,d\lambda\right)$$

$$\therefore\quad \int_{-\infty}^{t}(f_1*f_2)(\lambda)\,d\lambda=\left(\int_{-\infty}^{t}f_1(\lambda)\,d\lambda\right)*f_2(t)$$

$$=f_1(t)*\left(\int_{-\infty}^{t}f_2(\lambda)\,d\lambda\right)$$，得证

数 学 作 业 纸

班级: 姓名: 编号: 科目: 第 页

3.

$$f(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-\tau)\,u(\tau)\,d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{0} f(t-\tau)\,u(\tau)\,d\tau + \int_{0}^{+\infty} f(t-\tau)\,u(\tau)\,d\tau$$

$$= 0 + \int_{0}^{+\infty} f(t-\tau)\,d\tau$$

$$\xrightarrow{x=t-\tau} -\int_{t}^{-\infty} f(x)\,dx$$

$$= \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx$$

~~$\int_{-\infty}^{t} f(t)\,dt$~~

$\therefore$ $f(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx$ ，得证