数学作业纸

1、解：$f(t)$为周期信号，且满足采样定理（给定频率上限），故

$$f(t)=\sum_{k=0}^{N-1}F_k e^{j\frac{2k\pi}{T}t}$$

设 $f(t)$ 一个周期内采样序列为 $x(n)$，其中 $n=0,1\cdots N-1$

且 $DFT[x(n)]=X(k)$，则

$$x(n)=IDFT[X(k)]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{j\frac{2nk\pi}{N}}$$

且 $x(n)=f(n\frac{T}{N})$

$$\therefore f(n\tfrac{T}{N})=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{j\frac{2nk\pi}{N}}$$

令 $t=\frac{nT}{N}$ 得

$$f(t)=\sum_{k=0}^{N-1}\frac{X(k)}{N}e^{j\frac{2nk\pi}{N}}, \quad n=0,1\cdots N-1,\ t=\frac{nT}{N}$$

因为 $f(t)$ 满足采样定理，故 FS 唯一，对比系数可得：

$$F_k=\frac{X(k)}{N} \quad k=0,1\cdots N-1$$

故 $X(k)=NF_k \quad k=0,1\cdots N-1$

2、解：(1) $x(n)$ 周期延拓后为 $x'(n)$

$$X'(k)=\sum_{n=0}^{MN-1}x'(n)W_{MN}^{nk}=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}x'(Nm+n)W_{MN}^{(Nm+n)k}$$

$$=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_{MN}^{(Nm+n)k}$$

$$=\sum_{m=0}^{M-1}W_{MN}^{Nmk}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_{MN}^{nk}$$

$$=\begin{cases}MX(\frac{k}{M}), & \frac{k}{M}\in Z\\ 0, & \frac{k}{M}\notin Z\end{cases}$$

(2) $$Y(k)=\sum_{n=0}^{MN-1}y(n)W_{MN}^{nk}=\sum_{n=0}^{N-1}y(Mn)W_{MN}^{Mnk}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_{MN}^{Mnk}$$

$$=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk}=X(k \bmod N)$$

数学作业纸

班级:　　姓名:　　编号:　　科目:　　　　第　　页

(c) $Y(k)=\sum_{n=0}^{MN-1} y(n) W_{MN}^{nk}=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_{MN}^{nk}=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_{N}^{n\frac{k}{M}}$

$=\begin{cases} X(\frac{k}{M}), & \frac{k}{M}\in Z \\ \text{不可解}, & \frac{k}{M}\notin Z \end{cases}$ (没有非采样点信息).