

计量经济学 第四次作业

2020 年秋

注意事项:

1. 请于 **2020 年 12 月 18 日下午 5 点**前提交电子版至网络学堂, 不接受以其他形式提交的作业。对作业提交有疑问请发邮件联系助教汤鑫显 (tangxx_thu@163.com).
2. 本次作业不包含上机题
3. 请将所有作业的答案生成一份 PDF 文档 (手写扫描或者打印皆可) 提交。在提交前, 请确认文件是否可以正常打开.
4. 欢迎在提交作业前参加助教答疑, 也可以和同学讨论作业思路, 但请提交你自己写的答案。

[极大似然估计] 假设 x 和 y 是两个随机变量, 各自均只取 0 和 1 两个值。它们的概率分布为

$$p(x=1) = \alpha,$$
$$p(y=1|x) = \frac{e^{\beta x}}{1 + e^{\beta x}}.$$

给定一个样本量为 N 的随机样本 (y_i, x_i) , 在样本中, $(y=0, x=0)$ 的样本个数为 N_1 , $(y=1, x=0)$ 的样本个数为 N_2 , $(y=0, x=1)$ 的样本个数为 N_3 , $(y=1, x=1)$ 的样本个数为 N_4 .

(1) 利用公式 $p(y, x) = p(y|x)p(x)$, 将下列概率写成关于 α 和 β 的方程 (20 分)

- $P(y=0, x=0)$
- $P(y=0, x=1)$

- $P(y=1, x=0)$
- $P(y=1, x=1)$

(2) 写出似然方程，并用极大似然法估计 α 和 β (15 分)

[联立方程组：识别] 考虑结构方程组

$$\begin{aligned} Q^d &= \alpha_1 P + u^d, \\ Q^s &= \alpha_2 P + \beta_2 z^s + u^s. \end{aligned}$$

这个方程组代表了农产品的需求函数（第一个等式）和供给函数（第二个等式）。 P 代表价格， Q 代表需求量/产量， z^s 代表影响产量的某个因素（例如天气），而 u^d 和 u^s 分别代表其他无法观测到的影响需求和供给的因素。我们假设 z^s 是外生的，即它和 u^d 与 u^s 都不相关。

(1) 在均衡条件下产量等于需求量。根据 $Q^s = Q^d$ 写出均衡下 P 和 Q 的表达式（将它们分别写成关于 z^s ， u^d 和 u^s 的方程，方程中可以包含参数 α 和 β ，但是不能包含彼此（比如， P 的表达式中不能包含 Q 。）(10 分)

(2) 推导：在这个方程组中，如果我们观测到了 P, Q, z^s ，则我们可以识别 α_1 。(10 分)

(3) 如果要想识别 α_2 ，我们还需要观察到什么信息？简单解释你的原因。(5 分)

[平稳性和弱相关性] 令 $\{e_t : t = -1, 0, 1, \dots\}$ 代表均值为 0，方差为 1 的独立同分布随机变量序列。定义如下随机过程：

$$x_t = e_t - \frac{1}{4}e_{t-1} + \frac{1}{2}e_{t-2}, t = 1, 2, \dots$$

(1) 求 $E(x_t)$ 和 $Var(x_t)$ 。它们取决于 t 吗？(10 分)

(2) 证明 $\{x_t : t = 1, \dots\}$ 是协方差平稳过程（提示：求解 $cov(x_t, x_{t+1})$, $cov(x_t, x_{t+2})$, $cov(x_t, x_{t+h}), \forall h > 2$) (15 分)

(3) $\{x_t : t = 1, \dots\}$ 是渐进无关的吗？请简单解释原因（提示：求解 $corr(x_t, x_{t+h}), \forall h > 2$) (15 分)