

透镜焦距的测定

刘泓尊 计 84 2018011446

1 实验目的

- 1. 加深理解薄透镜的成像规律.
- 2. 学习简单电路的分析和调节技术(主要是共轴调节和消视差).
- 3. 学习几种测量透镜焦距的方法.

2 实验原理

定义：薄透镜是指透镜中央厚度  $d$  比透镜焦距  $f$  小很多的透镜。

1. 薄透镜成像规律

在近轴光线（靠近光轴且与光轴夹角很小的光线）条件下，薄透镜成像规律为：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$
$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{q}{p}$$

相关字母与物理量的对应关系如下表：

物理量	符号	正	负
物距	$p$	实物	虚物
像距	$q$	实像	虚像
焦距	$f$	凸透镜	凹透镜
物的大小	$y$	光轴之上	光轴之下
像的大小	$y'$	光轴之上	光轴之下

$\beta$  为线放大率。

实验中，为满足近轴光线条件，常采取：(1)在透镜前加一光阑以挡住边缘光线；(2)调节各元件使之共轴。

薄透镜的成像规律可用如下光路图表示：

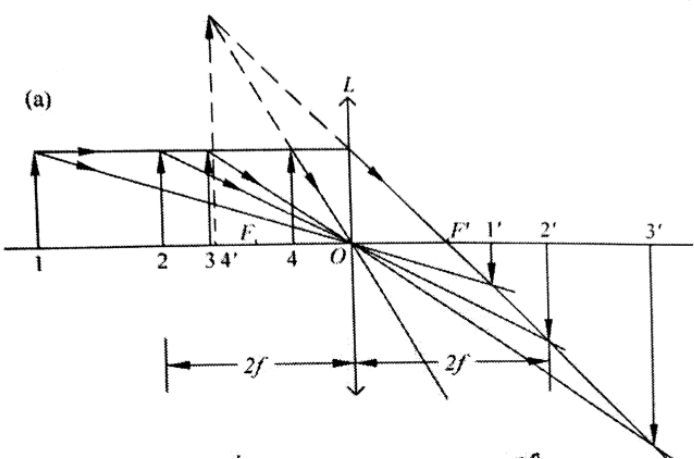


图 1 薄凸透镜成像规律

说明：  
本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落，均使用 Latex 编写，以截图形式载入 PDF

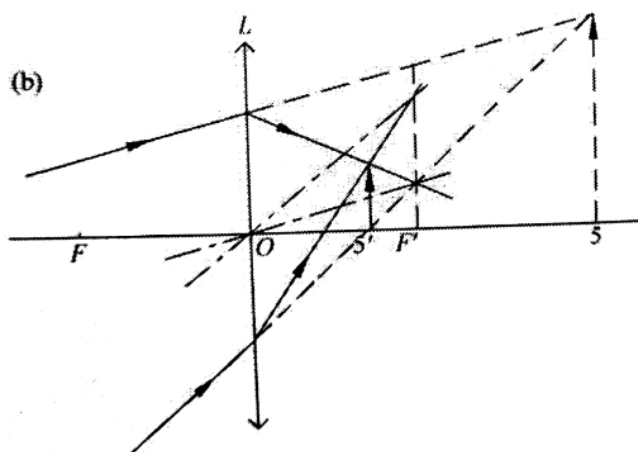


图 2 薄凹透镜成像规律

### 3 实验仪器

导轨、滑块、焦距仪、平行光管、测微目镜、物屏、像屏、凸透镜、凹透镜、平面镜等。

**注意事项:**

1. 平行光管内的玻罗板位于平行光管物镜的焦平面上,其上刻有 5 对平行线。
2. 测微目镜由目镜、固定分划板、滑动分划板和鼓轮组成。测量时,使得被测物成像于分划板上,用叉丝依次对准被测点,测出他们的位置。被测点位置的整数部分由固定分划板上的毫米刻尺读出,小数部分由鼓轮上的刻度读出。估读到 0.001mm.

### 4 调节方法

#### 1. 消视差

要测准物体的大小,必须将量度标尺与被测物体紧贴在一起。在光学实验中,如果待测像与标尺之间有视差,说明它们没有贴紧,应该调节像或标尺的位置,直至无视差后开始测量。

#### 2. 共轴调节

为了获得质量好的像,必须使各个透镜的主光轴重合(共轴),并使物体位于透镜的主光轴附近。方法为:

- (1) 先**粗调**: 将光源、物和透镜靠拢,调节它们的取向和高低左右位置,使它们的中心处在一条和导轨平行的直线上,使透镜的主光轴与导轨平行,并且使物(或物屏)和成像平面(或像屏)与导轨垂直;
- (2) 再**细调**: 靠其它仪器或成像规律来判断和调节,不同的装置可能有不同的具体调节方法。

### 5 实验方法与步骤

#### 1. 共轭法测凸透镜焦距

如图 1,使物与屏之间距离  $b > 4f$  保持不变,当凸透镜在  $O_1$  处时,屏上呈放大实像;再将透镜移到  $O_2$  处,屏上呈缩小实像。设 PQ 间距为  $b$ ,  $O_1O_2$  间距为  $a$ ,由成像规律:

说明:

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落,均使用 Latex 编写,以截图形式载入 PDF

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{b-x} = \frac{1}{f}$$

当  $b > 4f$  时, 上述方程有两解, 对应于  $O_1$ 、 $O_2$  位置。又  $O_2 - O_1 = a$ , 得:

$$f = \frac{b^2 - a^2}{4b}$$

操作要点:

- (1) 粗侧凸透镜焦距
- (2) 取  $b$  略大于  $4f$
- (3) 登高共轴调节
- (4) 测 6 组数据取平均值

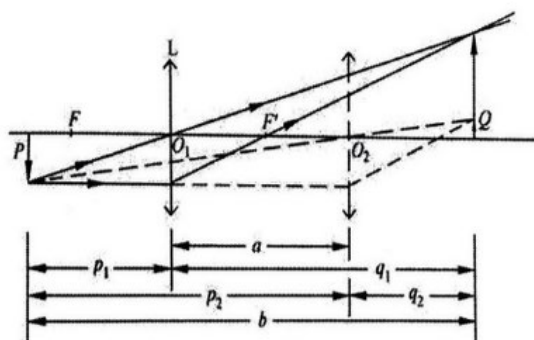


图 3 共轭法测量凸透镜焦距

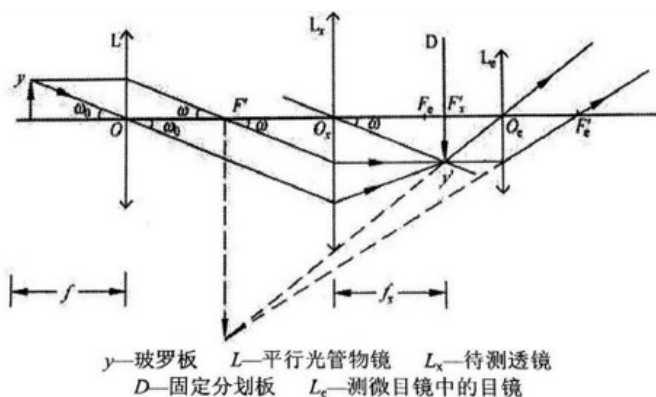
## 2. 焦距仪测凸透镜焦距

由物 (物高为  $y$ ) 发出的光经平行光管物镜  $L$  后成为平行光, 再经待测透镜  $L_x$  后成像在其焦平面上, 像高为  $y'$ , 设  $f$  为平行光管物镜的焦距,  $f_x$  为待测透镜的焦距, 由图 3 可知:

$$\tan \omega_0 = \frac{y}{f} = \tan \omega = \frac{y'}{f_x}$$

所以:

$$f_x = \frac{y'}{y} f$$



说明:

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落, 均使用 Latex 编写, 以截图形式载入 PDF

图 4 焦距仪光路图

操作要点:

- (1) “等高共轴”调节
- (2) 测微目镜的调节与读数
- (3) 为减小误差,使像位于视场中央,同时注意消除视差与空程,重复测量 6 次,取平均值
- (4) 估算  $y'$  的不确定度  $y'$ , 最后估算出  $f_x$  的不确定度  $f_x$

已知  $\frac{\Delta f}{f} = 0.03\% \quad \frac{\Delta y}{y} = 0.02\%$  (可略去不计)

### 3. 自准法测凹透镜焦距

如图 3,物屏上的箭矢 AB 经过凸透镜  $L_1$  后成实像  $A'B'$ , 图中  $O_1F_1 = f_1$  为  $L_1$  的焦距。将待测凹透镜  $L_2$  置于  $L_1$  与  $A'B'$  之间,此时  $A'B'$  成为  $L_2$  的虚物。若虚物  $A'B'$  正好在  $L_2$  的焦平面上,则从  $L_2$  出射的光为平行光。若在  $L_2$  后面垂直于光轴放置一个平面镜,则该平行光经反射并以此通过  $L_2, L_1$ , 最后在物屏上成实像  $A''B''$ 。在图中,  $O_2F$  就是待测凹透镜的焦距  $f$ 。

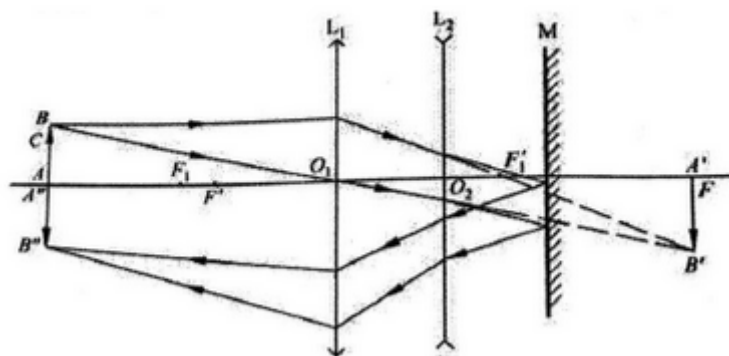


图 5 自准法测量凹透镜焦距光路图

注意事项:

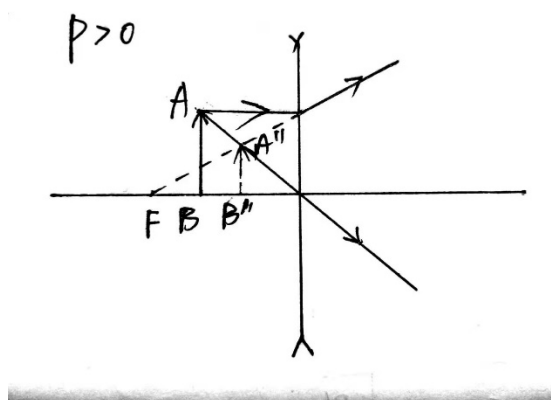
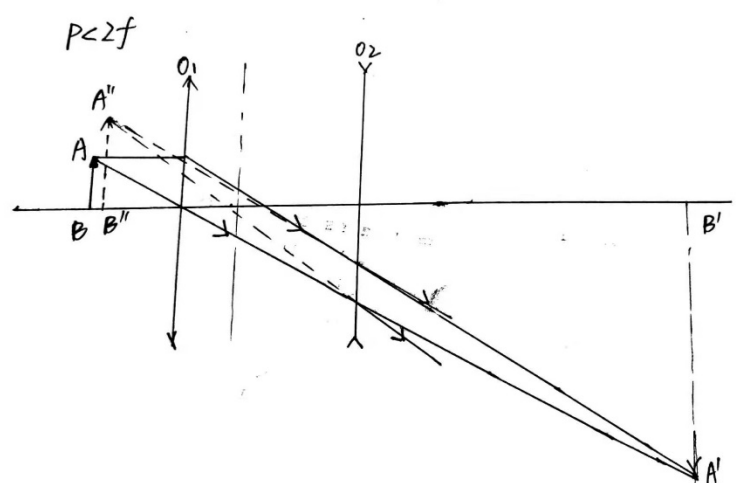
- (1) AB 和  $O_1$  的间距略小于  $2f_1$
- (2) B 点  $L_1, L_2$  的“等高共轴”调节
- (3) 将凹透镜转 180 度后重复测量,取平均值
- (4) 位于  $O_2$  与 F 的测量各重复 6 次后取平均

### 4. 薄凹透镜成像规律的研究

(1) 研究薄凹透镜成像规律时,物距( $p$ )和像距( $q$ )的正负以透镜中心为参考点,向左  $p > 0$ , 向右  $q > 0$ , 注意以  $F, 2F$  为界,总结物象关系,画出曲线图。

说明:

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落,均使用 Latex 编写,以截图形式载入 PDF

图6 薄凹透镜成像规律( $p > 0$ )的光路图图7 薄凹透镜成像规律( $p < 2f$ )的光路图

(2) 为使得从凹透镜出射的光线汇聚为实像, 应使用虚物, 如下图4和图5为探究薄凹透镜成像规律在物距  $0 > p > f$  及  $f > p > 2f$  时的光路图。

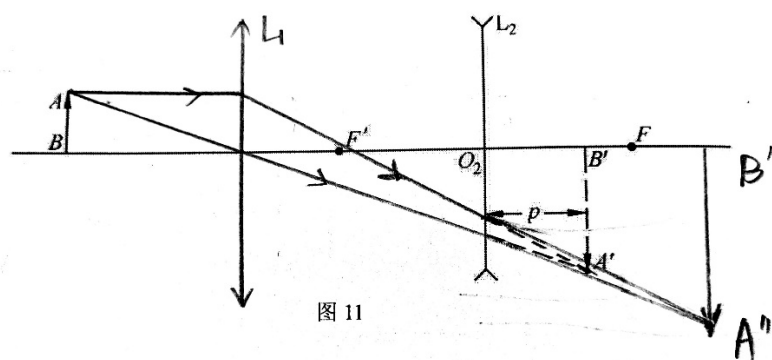


图11

图8 薄凹透镜成像规律( $0 > p > f$ )的光路图

说明:

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落, 均使用 Latex 编写, 以截图形式载入 PDF

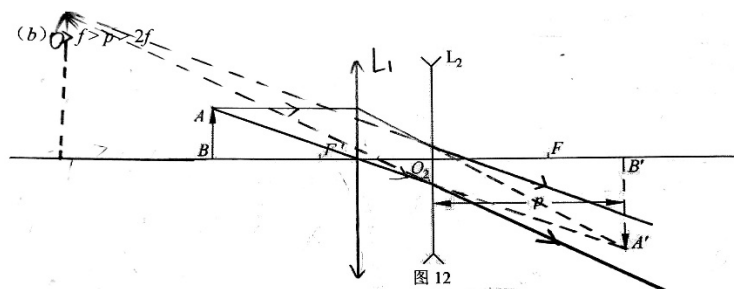
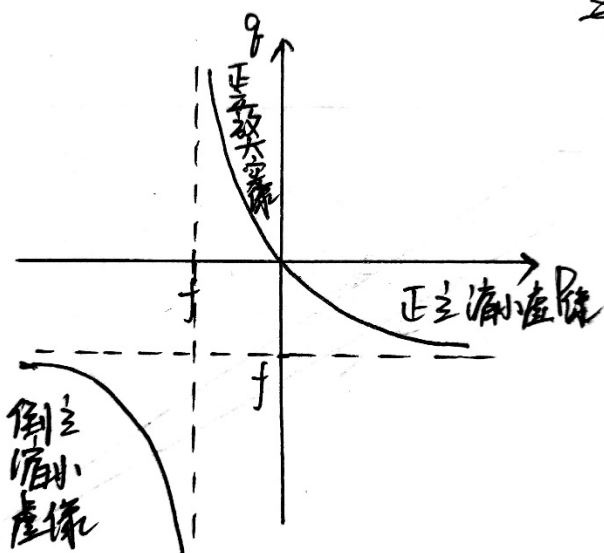
图 9 薄凹透镜成像规律( $f > p > 2f$ )的光路图

图 10 凹透镜成像规律曲线

## 6 数据处理

### 1. 共轭法测凸透镜焦距

物屏位置  $P = \underline{107.95}$  cm      像屏位置  $Q = \underline{35.97}$  cm

测量序号	1	2	3	4	5	6
凸透镜位置 $O_1/\text{cm}$	84.75	84.80	84.85	84.81	84.75	84.80
凹透镜位置 $O_2/\text{cm}$	58.60	58.55	58.45	58.50	58.48	58.50
$a =  O_1 - O_2 /\text{cm}$	26.15	26.25	26.40	26.31	26.27	26.30

计算得  $b = \underline{71.98}$  cm       $f = \frac{b^2 - a^2}{4b} = \underline{15.59}$  cm

不确定度分析:

实验室给出不确定度 :  $\Delta a = 0.25\text{cm}, \Delta b = 0.20\text{cm}$

因为

$$\ln f = \ln \frac{b^2 - a^2}{4b}$$

说明:

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落, 均使用 Latex 编写, 以截图形式载入 PDF

$$\frac{\partial \ln f}{\partial a} = \frac{-2a}{b^2 - a^2}$$

$$\frac{\partial \ln f}{\partial b} = \frac{2b}{b^2 - a^2} - \frac{1}{b}$$

所以

$$\frac{\Delta f}{f} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial a}\right)^2 (\Delta a)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial b}\right)^2 (\Delta b)^2} = 4.665 \times 10^{-3}$$

即

$$\Delta f = 0.07 \text{ cm}$$

$$f = 15.59 \pm 0.07 \text{ cm}$$

## 2. 焦距仪测凸透镜焦距

平行光管物镜焦距  $f = 552.63 \text{ mm}$  选定玻罗板一对平行线的线距  $y = 10.0004 \text{ mm}$

测量序号	1	2	3	4	5	6
$y1'/\text{mm}$	1.503	1.511	1.500	1.501	1.501	1.500
$y2'/\text{mm}$	4.320	4.335	4.329	4.337	4.331	4.330
$y' =  y1' - y2' /\text{mm}$	2.817	2.824	2.829	2.836	2.830	2.830

不确定度分析:

已知某一位置的仪器误差为  $0.004 \text{ cm}$  已知测量平行间距过程中,  $\Delta_B = \sqrt{2} \times 0.004 \text{ cm}$  再综合考虑测量误差

$$S_{y'} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y}')^2}{6}} = 0.0059 \text{ mm}$$

$$\Delta_{y'} = \sqrt{S_{y'}^2 + \Delta_B^2} = 0.0082 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_x}{f_x} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f_x}{\partial y'}\right)^2 (\Delta y')^2 + \left(\frac{\partial \ln f_x}{\partial y}\right)^2 (\Delta y)^2 + \left(\frac{\partial \ln f_x}{\partial f}\right)^2 (\Delta f)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta y'}{y'}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \\ &= 0.00462 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\Delta f_x = 0.072 \text{ cm}$$

$$f_x = (15.626 \pm 0.072) \text{ cm}$$

## 3. 自准法测凹透镜焦距

物屏位置  $P = 107.95 \text{ cm}$ ; 凸透镜的位置  $O_1 = 81.71 \text{ cm}$

测量序号	1	2	3	4	5	6
凹透镜位置 $O2'/\text{cm}$	65.00	64.90	64.89	64.90	64.80	64.81
凹透镜位置 $O2''/\text{cm}$	66.10	65.90	65.90	65.63	65.80	65.81
$O2 = (O2' + O2'')/2 / \text{cm}$	65.55	65.40	65.40	65.27	65.30	65.31
虚物位置 $F/\text{cm}$	43.40	43.31	43.40	43.20	43.45	43.30

说明:

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落, 均使用 Latex 编写, 以截图形式载入 PDF

$$f = -|F - O_2| = -22.03 \text{ cm}$$

不确定度分析:

$$S_{O_2} = \sqrt{\frac{\sum (O_{2i} - \overline{O_2})^2}{6}} = 0.094 \text{ cm}$$

$$S_F = \sqrt{\frac{\sum (F_i - \overline{F})^2}{6}} = 0.083 \text{ cm}$$

$$\Delta f = \sqrt{(\Delta O_2)^2 + (\Delta F)^2 + 3(\Delta_{in})^2} = 0.15 \text{ cm}$$

故,

$$f = (-22.03 \pm 0.15) \text{ cm}$$

#### 4. 薄凹透镜成像规律的研究

$L_1$  的焦距  $f_1 = 15.626 \text{ cm}$ ;  $L_2$  的焦距  $f_2 = 22.027 \text{ cm}$ .

测量序号	箭矢 AB 的位置/cm	$L_1$ 的位置 $O_1$ /cm	$L_2$ 的位置 $O_2$ /cm	A'B' 的位置/cm	物距 p /cm	A''B'' 的位置 /cm	像距 q/cm
(a <sub>1</sub> )	109.02	85.60	49.75	38.20	11.55	26.33	23.42
(a <sub>2</sub> )	109.02	85.60	47.38	38.20	9.18	32.10	15.28
(b <sub>1</sub> )	109.02	85.60	——	38.20	——	——	——
(b <sub>2</sub> )	109.02	85.60	——	38.20	——	——	——

其中(a<sub>i</sub>)组为  $0 > p > f$  的情况, (b<sub>i</sub>)组为  $f > p > 2f$  的情况. ( $i = 1, 2$ ), 由于 b 组为虚像, 所以没有测量与像相关的距离。

由观察可得结论, 当  $0 > p > f$  时凹透镜成 倒立、放大 的 实 像;

当  $f > p > 2f$  时凹透镜成 正立、放大 的 虚 像。

## 7 思考题

- 为什么要调节光轴? 调节光轴的主要步骤如何? 怎样判断物上的某一点已经调至透镜的光轴上了? 依据的原理是什么?

答:

a. 透镜成像公式中的物距、像距都是沿主光轴计算长度, 为了测量准确, 必须将透镜的主光轴与导轨平行, 同时使得每个器件的主光轴重合 (在同一与导轨平行的直线上)。

#### b. 调节步骤:

b<sub>1</sub>. **粗调**: 将光源、物和透镜靠拢, 调节它们的取向和高低左右位置, 使它们的中心处在一条和导轨平行的直线上, 使透镜的主光轴与导轨平行, 并且使物 (或物屏) 和成像平面 (或像屏) 与导轨垂直

b<sub>2</sub>. **细调**: 靠其它仪器或成像规律来判断和调节, 不同的装置可能有不同的具体调节方法。在本实验中, 可通过在  $O_1$ 、 $O_2$  位置反复细调使得物的某一点在透镜光轴上。

c. 在本实验中, 对于只有一个凸透镜的情况,  $b > 4f$  时, 采用“大像追小像”即“成小像时调光屏、成大像时调透镜”的方法可以使光源、透镜和屏在共轴。

说明:

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落, 均使用 Latex 编写, 以截图形式载入 PDF



当大像点与小像点重合时，此点已经调至透镜的光轴上。

d. 因为沿主光轴的光方向不会随着物距变化而改变，如果某点在主光轴上，它的像的高低左右位置一定不随物距的改变而改变。

## 2. 共轭法测凸透镜焦距时，为什么 $b$ 略大于 $4f$ ?

答：由透镜成像规律：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

数学上由不等关系：

$$b = p + q = f(p + q)\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right) = f\left(2 + \frac{p}{q} + \frac{q}{p}\right) \geq 4f$$

可以看到，在  $b < 4f$  时无法在像屏上成两个“一大一小”的像，所以  $b$  应略大于  $4f$ 。

## 3. 能否用自准法测凸透镜焦距？若可用，请画出原理光路图。

答：可以，光路图如下图所示：

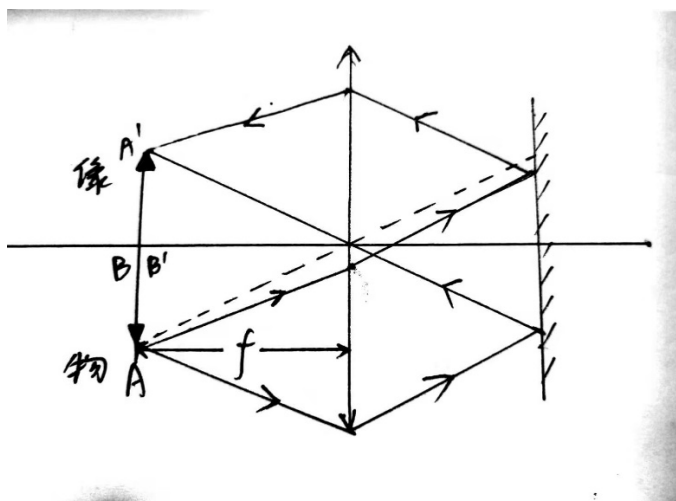


图 11 自准法测凸透镜焦距光路图

## 4. 试证明，自准法测凹透镜焦距时，凹透镜转 $180^\circ$ 后重复测量，取正反两次的平均值能够消除透镜光心装配不准而造成的系统误差。

答：

设光心与底座标注刻度之间的距离为  $d$ ，光心刻度对应位置为  $x$ ，则在旋转前，底盘刻度位置为  $x - d$ ，旋转后，重新成像时，底盘刻度位置为  $x + d$ ，两次结果取平均，得到光心位置

$$x_0 = \frac{(x + d) + (x - d)}{2} = x$$

所以两次测量结果的平均值就是实际的光心位置。

## 5. 试分析焦距仪测焦距时可能存在的误差来源。

答：

- a. 仪器本身的系统误差
- b. 读数结果存在的偶然误差
- c. 用测微目镜读数时存在的无法完全消除的视差

说明：

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落，均使用 Latex 编写，以截图形式载入 PDF

d. 调整鼓轮时，目镜位置会发生微小的移动，引起误差

## 8 实验总结

本次实验是我大学生涯的第一个物理实验。总体而言，这次实验进行比较顺利，原因在于自己进行了充分的预习，并且在课前老师又耐心讲解了实验的注意事项和基本操作方法。

通过本实验，我对于不确定度的分析有了实践上的强化，更加深刻地理解了不确定度分析对实验的重要性。这次实验的一大收获就是“理论 $\neq$ 实际”，平时司空见惯的“光轴”在实验中变得难以轻松确定，我也收获了调节光轴的方法。同时本次实验扩展了我对凹透镜知识的掌握，在中学阶段，我只学习了凹透镜成虚像，但是本次实验将凹透镜的所有可能成像结果均展现在了我眼前，我认识到凹透镜和凸透镜之间的对偶关系，对于还没有学光学的我是一次很好的预热与视野开拓。

最后，感谢老师在本实验中的悉心指导和答疑解惑。我将带着本次实验中的认真严谨态度，继续学习接下来的实验及其他课程！

说明：

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落，均使用 Latex 编写，以截图形式载入 PDF

## 实验数据记录表格

## 1. 共轭法测凸透镜焦距

物屏位置  $P = 107.95$  cm 像屏位置  $Q = 35.97$  cm

测量序号	1	2	3	4	5	6
凸透镜位置 $O_1$ /cm	84.75	84.80	84.85	84.81	84.75	84.80
凹透镜位置 $O_2$ /cm	58.60	58.55	58.45	58.50	58.48	58.50
$a =  O_1 - O_2 $ /cm	26.15	26.25	26.40	26.31	26.27	26.30

## 2. 焦距仪法测凸透镜焦距

平行光管物镜焦距  $f = 552.63$  mm 选定玻罗板一对平行线的线距  $y = 10.0004$  mm

测量序号	1	2	3	4	5	6
$y_1$ /mm	1.503	1.511	1.500	1.501	1.501	1.500
$y_2$ /mm	4.320	4.335	4.329	4.337	4.331	4.330
$y' =  y_1 - y_2 $ /mm	2.817	2.824	2.829	2.836	2.830	2.830

## 3. 自准法测凹透镜焦距

物屏位置  $P = 107.95$  cm; 凸透镜的位置  $O_1 = 81.71$  cm

测量序号	1	2	3	4	5	6
凹透镜位置 $O_2$ /cm	65.00	64.90	64.89	64.90	64.80	64.81
凹透镜位置 $O_2''$ /cm	66.10	65.90	65.90	65.13	65.80	65.81
$O_2 = (O_2' + O_2'')/2$ /cm	65.55	65.40	65.40	65.27	65.30	65.31
虚物位置 $F$ /cm	43.40	43.31	43.40	43.20	43.45	43.30

## 4. 薄凸透镜成像规律的研究

 $L_1$  的焦距  $f_1 =$  cm;  $L_2$  的焦距  $f_2 =$  cm.

测量序号	箭头 AB 的位置/cm	$L_1$ 的位置 $O_1$ /cm	$L_2$ 的位置 $O_2$ /cm	虚物的位置/cm	虚物的大小/cm	物距 $p$ /cm	像的位置/cm	像的大小/cm	像距 $q$ /cm
(a1)									
(a2)									
(b1)									
(b2)									

其中(a1)组为  $0 > p > f$  的情况, (b1)组为  $f > p > 2f$  的情况。(i = 1, 2)

## 5. 薄凹透镜成像规律的研究

 $L_1$  的焦距  $f_1 =$  cm;  $L_2$  的焦距  $f_2 =$  cm.

测量序号	箭头 AB 的位置/cm	$L_1$ 的位置 $O_1$ /cm	$L_2$ 的位置 $O_2$ /cm	虚物的位置/cm	虚物的大小/cm	物距 $p$ /cm	像的位置/cm	像的大小/cm	像距 $q$ /cm
(a1)	109.02	85.60	49.75	38.20	—	11.55	26.33	—	27.42
(a2)	109.02	85.60	47.38	38.20	—	9.18	32.10	—	15.28
(b1)	109.02	85.60	—	38.20	—	—	—	—	—
(b2)	109.02	85.60	—	38.20	—	—	—	—	—

其中(a1)组为  $0 > p > f$  的情况, (b1)组为  $f > p > 2f$  的情况。(i = 1, 2)由观察可得结论, 当  $0 > p > f$  时凹透镜成 倒立、放大 的 实 像;  
当  $f > p > 2f$  时凹透镜成 正立、放大 的 虚 像。

说明:

本实验报告中的重要公式以及含众多字母的段落, 均使用 Latex 编写, 以截图形式载入 PDF