

弹性模量的测量（简要报告）

刘泓尊 2018011446 计 84

1. 实验目的

- a. 学习用拉伸法测量杨氏模量
- b. 掌握螺旋测微计和读数显微镜的使用
- c. 学习用逐差法处理数据
- d. 学习一种更实用、更准确的测量杨氏模量的方法——动力学法
- e. 学习用实验方法研究与修正系统误差

2. 数据处理

1.拉伸法

仪器编号 1

(1)测钢丝直径 D

测定螺旋测微计的零点 d（单位 mm）

|        |        |        |        |                   |
|--------|--------|--------|--------|-------------------|
| 测量前/mm | -0.008 | -0.009 | -0.009 | 平均零点:<br>-0.009mm |
| 测量后/mm | -0.009 | -0.009 | -0.009 |                   |

测量细线直径及其修正:

|                       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 序号                    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |
| $D_{测i}/mm$           | 0.212 | 0.210 | 0.210 | 0.211 | 0.210 | 0.210 |
| $D_i = D_{测i} - d/mm$ | 0.221 | 0.219 | 0.219 | 0.220 | 0.219 | 0.219 |

钢丝的平均直径  $\overline{D} = 0.220\text{ mm}$

标准偏差

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum(D_i - \overline{D})^2}{6 - 1}} = 0.00084mm$$

螺旋测微计示数误差  $\Delta_{仪} = 0.004mm$  , 故

$$\Delta D = \sqrt{(S_D)^2 + (\Delta_{仪})^2} = 0.004mm$$

故

$$D = (0.220 \pm 0.004)mm$$

(2)测钢丝长度 L 及其伸长量  $\delta L$

钢丝长度 L = 99.8 cm

| 序号 | $F_i(F_i = mg)/N$ | $y_i/mm$ |      | $l'_i(l'_i = y_{i+5} - y_i)/mm$ |               | $l_i(l_i = \frac{l_+ + l_-}{2})/mm$ |
|----|-------------------|----------|------|---------------------------------|---------------|-------------------------------------|
|    |                   | 增砝码时     | 减砝码时 | 增砝码时<br>$l_+$                   | 减砝码时<br>$l_-$ |                                     |

|    |               |       |       |       |       |  |
|----|---------------|-------|-------|-------|-------|--|
| 1  | 0.200×1×9.80  | 0.550 | 0.531 | 1.350 | 1.350 | 1.350  |
| 2  | 0.200×2×9.80  | 0.845 | 0.825 | 1.295 | 1.290 | 1.293  |
| 3  | 0.200×3×9.80  | 1.088 | 1.062 | 1.325 | 1.348 | 1.337  |
| 4  | 0.200×4×9.80  | 1.356 | 1.321 | 1.304 | 1.309 | 1.307  |
| 5  | 0.200×5×9.80  | 1.639 | 1.590 | 1.331 | 1.345 | 1.338  |
| 6  | 0.200×6×9.80  | 1.900 | 1.881 | _____ |       | $\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^5 l_i}{5}$ $= \underline{1.325mm}$ |
| 7  | 0.200×7×9.80  | 2.140 | 2.115 |       |       |  |
| 8  | 0.200×8×9.80  | 2.413 | 2.410 |       |       |  |
| 9  | 0.200×9×9.80  | 2.660 | 2.630 |       |       |  |
| 10 | 0.200×10×9.80 | 2.970 | 2.935 |       |       |  |

### (3)总不确定度的计算

$$S_l = \sqrt{\frac{\sum (l_i - \bar{l})^2}{5 - 1}} = 0.0239mm$$

读数显微镜测某一位置误差为 0.01mm, 因此用它测一段伸长量  $l_i = y_{i+5} - y_i$  的不确定度:

$$\Delta_{\text{仪}} = \sqrt{2} \times 0.01mm$$

故

$$\Delta l = \sqrt{S_l^2 + (\Delta_{\text{仪}})^2} = 0.028mm$$

又因为,

$$\delta l = \frac{\bar{l}}{6 - 1} = 0.265mm$$

$$\Delta \delta l = \frac{\Delta l}{6 - 1} = 0.006mm$$

故,

$$\delta l = (0.265 \pm 0.006)mm$$

分析钢丝弹性模量:

$$F = mg = 0.200 \times 9.80 = 1.96N$$

由实验原理得:

$$E = \frac{4Fl}{\pi D^2 \delta l} = 1.942 \times 10^{11} Pa$$

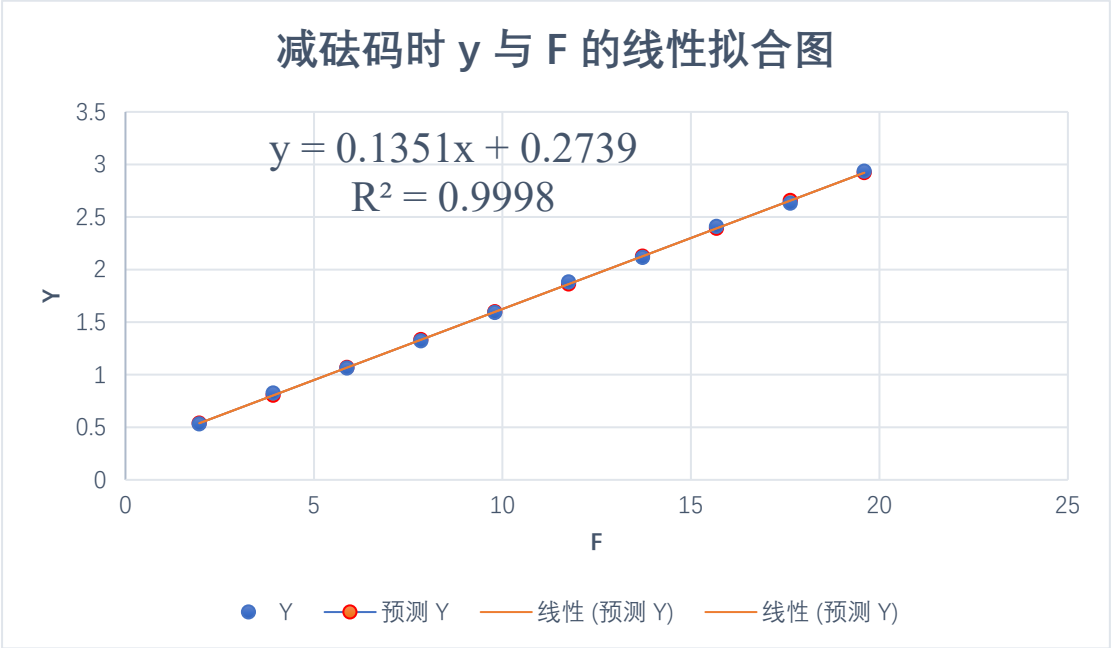
实验室给出  $\frac{\Delta F}{F} = 0.5\%$ ,  $\Delta l = 3mm$ , 则

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \delta l}{\delta l}\right)^2} = 0.0432$$

$$\Delta E = E \frac{\Delta E}{E} = 8.40 \times 10^9 Pa$$

$$E = (1.942 \pm 0.084) \times 10^{11} Pa = (194.2 \pm 8.4) GPa$$

(4)直线拟合处理数据



由直线拟合得到拟合直线和相关系数 (选择减砝码时的数据):

$$y = a + bx = 0.1351x + 0.2739, r = 0.9998$$

由于  $E = \frac{4FL}{\pi D^2 \delta L}$ ,  $\delta L = y - y_0$ , 得到:

$$y = y_0 + \frac{4L}{\pi D^2 E} F$$
$$b = \frac{4L}{\pi D^2 E}$$

故,

$$E = \frac{4L}{\pi D^2 b} = 1.943 \times 10^{11} Pa = 194.3 GPa$$

得到的弹性模量和公式法得到的弹性模量相近。

2.动力学法

仪器编号\_\_4\_\_

(1)测棒的长度 l 和质量 m

|           |         |        |    |
|-----------|---------|--------|----|
| 游标卡尺零点/mm | 样品长度/mm | 样品质量/g | 材料 |
| 0.00      | 199.60  | 32.47  | 黄铜 |

(2)测棒的直径

测定螺旋测微计的零点 d (单位 mm)

|        |       |       |       |                  |
|--------|-------|-------|-------|------------------|
| 测量前/mm | 0.102 | 0.103 | 0.102 | 平均零点:<br>0.103mm |
| 测量后/mm | 0.103 | 0.102 | 0.103 |                  |

测量铜棒直径及其修正:

| 序号                                  | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |
|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $d_{\text{测}i}/\text{mm}$           | 5.082 | 5.083 | 5.090 | 5.081 | 5.081 | 5.080 |
| $d_i = d_{\text{测}i} - d/\text{mm}$ | 4.979 | 4.980 | 4.987 | 4.978 | 4.978 | 4.977 |

平均直径  $\bar{d} = 4.980\text{mm}$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{6 - 1}} = 0.00366\text{mm}$$

又  $\Delta_{\text{仪}} = 0.004\text{mm}$

$$\Delta d = \sqrt{(S_d)^2 + (\Delta_{\text{仪}})^2} = 0.00542\text{mm}$$

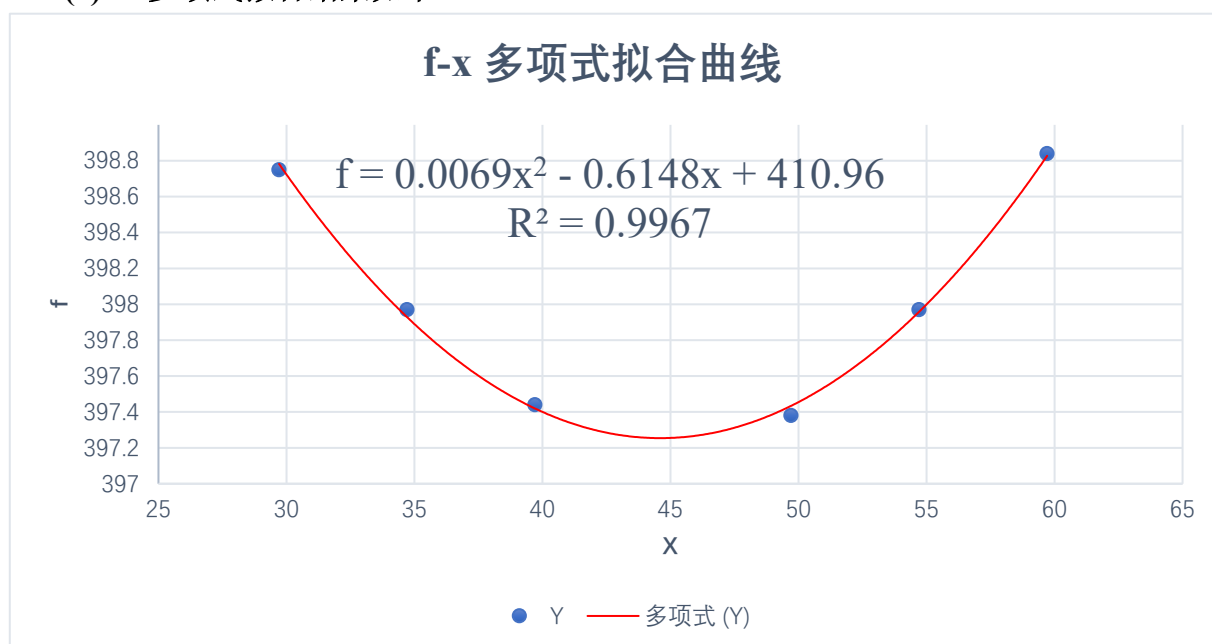
$$d = (4.980 \pm 0.005)\text{mm}$$

(3)确定悬线在节点位置的基频共振频率

| 序号            | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |
|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $x/\text{mm}$ | 29.71  | 34.71  | 39.71  | 49.71  | 54.71  | 59.71  |
| $f/\text{Hz}$ | 398.75 | 397.97 | 397.44 | 397.38 | 397.97 | 398.84 |

其中,  $f$  为黄铜棒的基频共振频率,  $x$  为悬线位置与棒端点的距离.

(4) $f$ - $x$  多项式拟合结果如下:



驻点位置  $x_1 = 0.224\text{ l} = 44.71\text{ mm}$ ,  $x_2 = 0.776\text{ l} = 154.89\text{mm}$

多项式拟合结果:

$$f = 0.0069x^2 - 0.6148x + 410.96$$

代入  $x = 44.71\text{mm}$  得:

$$f = 397.27\text{Hz}$$

故,

$$E = 1.6067 \frac{l^3 m}{d^4} f^2 T_1 = 1.0678 \times 10^{11} \text{Pa} = 106.78 \text{GPa}$$

### (5) 不确定度分析

由于

$$\ln E = \ln(1.6067 T_1) + 3 \ln l + \ln m + 2 \ln f - 4 \ln d$$

$$\Delta f = 0.10\text{Hz}, \Delta m = 0.05\text{g}, \Delta L = 0.02\text{mm}$$

故

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E}{E} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \ln E}{\partial l}\right)^2 (\Delta l)^2 + \left(\frac{\partial \ln E}{\partial m}\right)^2 (\Delta m)^2 + \left(\frac{\partial \ln E}{\partial f}\right)^2 (\Delta f)^2 + \left(\frac{\partial \ln E}{\partial d}\right)^2 (\Delta d)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{3\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta f}{f}\right)^2 + \left(\frac{4\Delta d}{d}\right)^2} \\ &= 0.00434 \end{aligned}$$

$$\Delta E = E \frac{\Delta E}{E} = 0.46 \text{GPa}$$

$$E = (106.8 \pm 0.5) \text{GPa}$$

## 3. 思考题

1. 螺旋测微计的使用注意事项是什么? 棘轮如何使用? 测微计使用完毕后应作何处理?

### a. 注意事项:

螺旋测微计在使用前后都要检查零点, 零点修正有正负。

在测量时手应握在螺旋测微计的绝热板部分, 尽量少接触被测工件, 以免热胀冷缩影响测量精度。

测量时必须使用棘轮

### b. 棘轮的使用:

当测微螺杆端面将要接触到被测物之前, 应转动棘轮, 至接触上被测物时, 棘轮会自动打滑, 发出三声“嗒”的声音, 然后停止旋转棘轮, 进行读数。

c. 螺旋测微计使用完毕之后应将螺杆回转几圈, 留出空隙, 防止热胀使螺杆变形。

2. 在本实验中读数显微镜作测量时, 哪些情况下会产生空程误差? 应如何消除

它？

a. 当手轮改变转动方向时，会产生一段空程。在连续测量过程中反转手轮，会产生空程误差。

b. 消除办法：

在增减砝码的测量过程中，始终按一个方向转动手轮，从增砝码变为减砝码时，在开始读取减砝码数据之前，应保证手轮已经往增砝码方向转过几圈，再进行回退。

3. 从 E 的不确定度计算式分析哪个量的测量对 E 的结果影响最大？测量中应注意哪些问题？

a. 由于

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \delta L}{\delta L}\right)^2}$$

式子中每一项的影响为：

表 1: 不确定度公式中各分量的影响

| $\frac{\Delta F}{F}$ | $\frac{\Delta L}{L}$ | $\frac{2\Delta D}{D}$ | $\frac{\Delta \delta L}{\delta L}$ |
|----------------------|----------------------|-----------------------|------------------------------------|
| 0.005                | 0.003                | 0.036                 | 0.022                              |

从表中得到，钢丝直径 D 的测量对 E 的结果影响最大。

b. 测量中应注意的问题：

① 测量钢丝直径 D 时，必须正确使用螺旋测微计的棘轮，并且选定多个测量点进行测量，减小偶然误差。同时不可过于用力，以免折弯钢丝使得伸长量测量不准确。

② 伸长量的测量对 E 的结果也有一定影响，由于刻线在测微目镜中图像较粗，易引起误差，所以测量时应在测微目镜中寻找一个固定的参考点，以免读数产生误差。

## 4. 实验小结

本次实验过程较为顺利。过程中遇到的障碍是在动力学法测弹性模量时，示波器的曲线总是存在很大的噪声。经过分析，我发现示波器显示波形是实时的实际信号值，我将示波器采样标准改为“显示平均值”时，可以减少波形的噪声，消除一定的误差。

此外，我发现动力学法测弹性模量的准确度更高，因为动力学法得到的不确定度明显低于拉伸法。但考虑到被测材料的特点，拉伸法依然适用于线状物体，动力学法适用于棒状物体。

最后感谢老师的悉心指导和帮助！

## 原始实验数据

## 1. 拉伸法

(1) 测钢丝长度  $L$  及其伸长量  $\delta L$ .仪器编号 8421; 钢丝长度  $L = 99.8 \text{ cm}$ 

| 序号 | $F_i (F_i = mg) / N$          | $y_i / \text{mm}$         |       | $l_i' (l_i' = y_{i+5} - y_i) / \text{mm}$ |               | $l_i \left( l_i = \frac{l_+ + l_-}{2} \right) / \text{mm}$  |
|----|-------------------------------|---------------------------|-------|---|---------------|---|
|    |                               | 增砝码时                      | 减砝码时  | 增砝码时<br>$l_+$                             | 减砝码时<br>$l_-$ |   |
| 1  | $0.200 \times 1 \times 9.80$  | <del>0.550</del><br>0.433 | 0.531 | 1.350                                     | 1.350         | 1.350   |
| 2  | $0.200 \times 2 \times 9.80$  | 0.845                     | 0.825 | 1.295                                     | 1.290         | 1.293   |
| 3  | $0.200 \times 3 \times 9.80$  | 1.088                     | 1.062 | 1.325                                     | 1.348         | 1.337   |
| 4  | $0.200 \times 4 \times 9.80$  | 1.356                     | 1.321 | 1.304                                     | 1.309         | 1.307   |
| 5  | $0.200 \times 5 \times 9.80$  | 1.639                     | 1.590 | 1.331                                     | 1.345         | 1.338   |
| 6  | $0.200 \times 6 \times 9.80$  | 1.900                     | 1.881 | —————                                     |               | $\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^5 l_i}{5}$ $= 1.325 \text{ mm}$ |
| 7  | $0.200 \times 7 \times 9.80$  | 2.140                     | 2.115 |   |               |   |
| 8  | $0.200 \times 8 \times 9.80$  | 2.413                     | 2.410 |   |               |   |
| 9  | $0.200 \times 9 \times 9.80$  | 2.660                     | 2.630 |   |               |   |
| 10 | $0.200 \times 10 \times 9.80$ | 2.970                     | 2.935 |   |               |   |

(2) 测钢丝直径  $D$ 测定螺旋测微计的零点  $d$  (单位  $\text{mm}$ )测量前  $-0.008$ ,  $-0.009$ ,  $-0.009$ ;测量后  $-0.009$ ,  $-0.009$ ,  $-0.009$ .平均值  $\bar{d} = -0.009 \text{ mm}$ 

| 序号                                   | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $D_{\text{测}} / \text{mm}$           | 0.212 | 0.210 | 0.210 | 0.211 | 0.210 | 0.210 |
| $D_i = D_{\text{测}} - d / \text{mm}$ | 0.221 | 0.219 | 0.219 | 0.220 | 0.219 | 0.219 |

钢丝的平均直径  $\bar{D} = 0.220 \text{ mm}$ , 标准偏差  $S_D = \text{mm}$ 

仪器编号: 4

## 2. 动力学法 4#

(1) 测棒的长度  $l$  和质量  $m$ 游标卡尺零点  $0.00 \text{ mm}$ 游标卡尺测样品长度  $l = 199.60 \text{ mm}$ 数显电子天平测得样品质量  $m = 32.47 \text{ g}$ 

材料: 黄铜

李盼  
2019.12.12  
J46

## (2) 测棒的直径

测定螺旋测微计的零点  $d$  (单位 mm)测量前  $0.102\text{ mm}$ ,  $0.103\text{ mm}$ ,  $0.102\text{ mm}$ ;测量后  $0.103\text{ mm}$ ,  $0.102\text{ mm}$ ,  $0.103\text{ mm}$ ;平均值  $\bar{d} = 0.103\text{ mm}$ 

| 序号                                  | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |
|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $d_{\text{测}i}/\text{mm}$           | 5.082 | 5.083 | 5.090 | 5.081 | 5.081 | 5.080 |
| $d_i = d_{\text{测}i} - d/\text{mm}$ | 4.979 | 4.980 | 4.987 | 4.978 | 4.978 | 4.977 |

平均直径  $\bar{d} = 4.980\text{ mm}$ , 标准偏差  $SD = \text{mm}$ 

## (3) 确定悬线在节点位置的基频共振频率

| 序号            | 1      | 2      | 3      | 4     | 5      | 6      | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---------------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|---|---|---|----|----|----|
| $x/\text{mm}$ | 29.71  | 34.71  | 39.71  | 44.71 | 49.71  | 54.71  |   |   |   |    |    |    |
| $f/\text{Hz}$ | 397.79 | 397.88 | 397.94 | 397.8 | 397.97 | 398.84 |   |   |   |    |    |    |

 $f$  为黄铜棒的基频共振频率,  $x$  为悬线位置与棒端点的距离.397.79  
397.97  
398.75

李洪斌



## 弹性模量的测量（预习报告）

刘泓尊 2018011446 计 84

### 1. 实验目的

- 学习用拉伸法测量杨氏模量
- 掌握螺旋测微计和读数显微镜的使用
- 学习用逐差法处理数据
- 学习一种更实用、更准确的测量杨氏模量的方法——动力学法
- 学习用实验方法研究与修正系统误差

### 2. 实验原理

#### a. 胡克定律与杨氏模量

在弹性形变范围内，正应力与线应变成正比：

$$\frac{F}{S} = E \frac{\delta L}{L}$$

E 为杨氏模量，其计算公式为：

$$E = \frac{F/S}{\delta L/L}$$

本实验测定钢丝弹性模量，如果测得钢丝直径为 D，则有结果：

$$E = \frac{4FL}{\pi D^2 \delta L}$$

#### b. 数据处理方法

实验采用逐差法处理数据，方法为：

$$\delta L = \frac{(y_6 - y_1) + (y_7 - y_2) + \dots + (y_{10} - y_5)}{5 \times 5}$$

#### c. 动力学法原理

一根细长棒的横振动满足如下动力学方程：

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho S} \frac{\partial^4 \eta}{\partial t^4} = 0$$

解此方程并加入修正之后，得到杨氏模量 E 的测量公式为：

$$E = 1.6067 \frac{l^3 m}{d^4} f^2 T_1$$

其中  $T_1 = 1.0031 \text{mm}$

### 3. 实验仪器

- 支架
- 读数显微镜

- c. 底座
- d. 钢尺、螺旋测微计
- e. 信号发生器
- f. 磁电式激振器和拾振器
- g. 示波器
- h. 游标卡尺