信号处理原理：实验一

刘泓尊 2018011446 计84

一、周期2pi的方波信号

$$
\begin{gathered}
T=2\pi,\omega=1 \\
a_0=\frac{1}{T}\int_0^{2\pi}f(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}1dt=0.5 \\
a_n=\frac{2}{T}\int_0^{2\pi}f(t)\cos(nt)dt=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(nt)dt=0 \\
b_n=\frac{2}{T}\int_0^{2\pi}f(t)\sin(nt)dt=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin(nt)dt=\frac{1-(-1)^n}{n\pi} \\
n\text{为奇数时：}b_n=\frac{2}{n\pi} \\
n\text{为偶数时：}b_n=0
\end{gathered}
$$

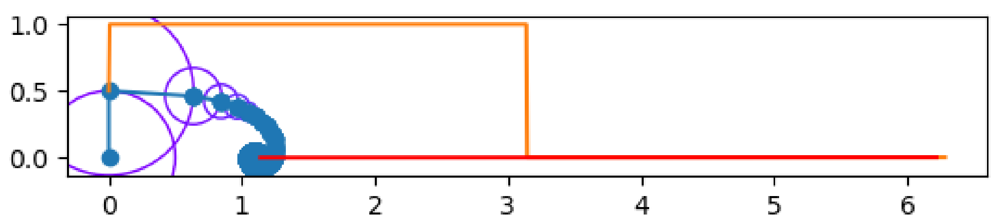
在代码中，可以将输入参数n转化为对应的a_n和b_n， 即

$$
\begin{gathered}
n\text{为偶数}:n'=n//2,\text{返回}\,a_{n'} \\
n\text{为奇数}:n'=(n+1)//2,\text{返回}\,b_{n'}
\end{gathered}
$$

对于原始波信号，只需要将表达式用代码写出来即可：

```
0.5 * (1.0 + np.sign(np.sin(t)))
```

下面是运行过程中的截图：



二、半圆波信号

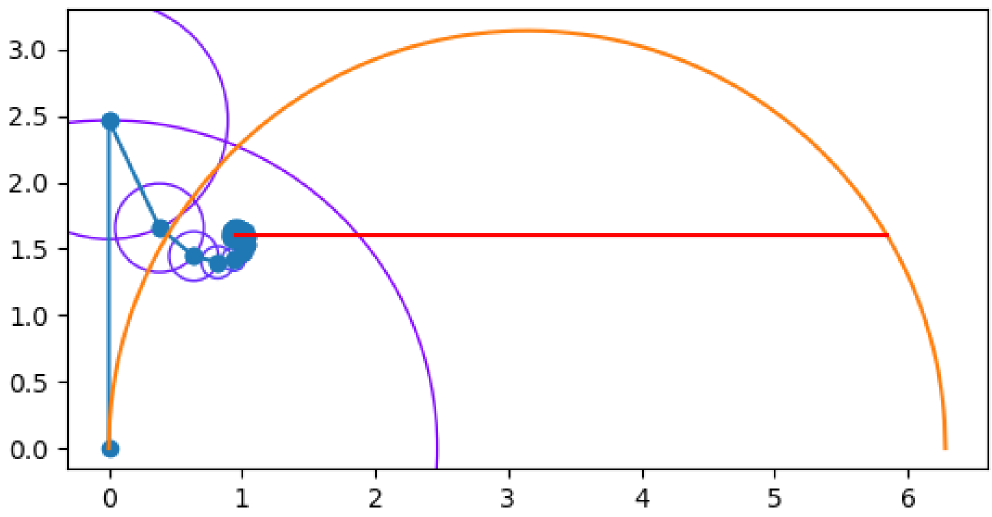
$$
\begin{gathered}
T = 2\pi, \omega = 1 \\
a_0 = \frac{1}{T}\int_0^{2\pi} f(t)dt = \frac{1}{2\pi}\frac{\pi^3}{2} = (\frac{\pi}{2})^2 \\
a_n = \frac{2}{T}\int_0^{2\pi} f(t)\cos(nt)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\sqrt{2\pi t - t^2}\cos(nt)dt \\
b_n = \frac{2}{T}\int_0^{2\pi} f(t)\sin(nt)dt = 0(\text{利用对称性})
\end{gathered}
$$

其中a_n项中的积分使用数值方法，使用梯形法估计积分面积，将[0, 2pi分割为1000份，实现数值逼近，准确度较高。当然计算时间较长。

对于原始波信号的绘制，基于周期函数的性质，先将输入自变量转移到[0, 2pi]之间，然后再带入半圆函数进行求值。

```
offset = t - int(t / (2*np.pi)) * (2*np.pi)
return np.sqrt((2*np.pi - offset) * offset)
```

下面是运行过程中的截图:



实验结论

　从视频文件中可以看到，展开项数越多，对原函数的逼近越精确。使用傅里叶级数可以很好地逼近原函数。在涉及函数变化较快的地方（比如方波函数的上升下降沿）可能会出现逼近不够精确，拟合函数出现较大偏离的现象。