变量说明

常量

D 待机地域集合，$D_1, D_2 \in D$

Z 转载地域集合，$Z_1, Z_2, \dots, Z_6 \in Z$

F 发射点集合，$F_1, F_2, \dots, F_60 \in F$

FA_1 第一阶段中待机地域 D_1 对应发射点集合

FA_2 第一阶段中待机区域 D_2 对应发射点集合

FB 第二阶段中发射点集合

J 道路节点集合，$J_1, J_2, \dots, F_62 \in J$

V 所有节点集合，$V = D \cup Z \cup F \cup J$

E 所有可行路径集合

E_1 道路节点之间的其他道路可行路径集合

E_2 道路节点之间的主干道可行路径集合

E_3 道路节点与发射点之间的可行路径集合

E_4 道路节点与转载地域之间的可行路径集合

A_i, B_i, C_i 位于待机地域 D 的发射装置集合

$Device$ 发射装置集合

$v_{A1}, v_{A2}, v_{B1}, v_{B2}, v_{C1}, v_{C2}$ A,B,C 类发射装置在主干道和其他道路上的行驶速度

d_{ij} 弧 (i,j) 间距离

0-1 决策变量

$x_{ij\ device_k}$ 若发射装置 k 经过路径 (i,j) 则取 1，否则取 0；

$y_{ij\ device_k device_l}$ 若在经过路径 (i,j) 发生发射装置 k 与发射装置 l 追及则取 1，否则取 0；

$z_{i\ device_j}$ 若发射装置 j 到发射点 i 进行发射则取 1，否则取 0；

变量

$R_{i\ device_j}$ 发射装置 j 到达点 i 的时间，其中 $R_{D_i\ decive_j}$ 为发射装置 j 在待机地域 D_i 出发时间；

第一阶段数学模型

目标函数

题目优化目标为暴露时间最短，在第一阶段的求解过程中，我们需要最小化每个发射装置从出发到达发射点的暴露时间总和，得到目标函数如下所示

$$\min \sum_{D_i \in D} \sum_{device_k \in Device} \left(\max_{i \in FA_1 \cup FA_2, device_j \in Device} R_{i\ device_j} \bullet z_{i\ device_j} - R_{D_i\ devicek} \right)$$

约束条件

约束 1：保证每个发射点由且仅由一个发射装置完成发射任务, 其中 $z_{i\ device_j}$ 若发射装置 j 到发射点 i 进行发射则取 1，否则取 0；

$$\forall i \in FA_1 \cup FA_2 : \sum_{device_j \in Device} z_{i\ device_j} = 1$$

约束 2：保证每个发射装置出发完成发射任务, 对 $i = 1, 2$ 有

$$\forall device_j \in A_i \cup B_i \cup C_i : \sum_{i \in FA_i} z_{idevice_j} = 1$$

约束 3：保证每个路口节点的出度入度一致

$$\forall i \in Z \cup J, \forall device_k \in Device : \sum_{j \in V} x_{ij\ device_k} - \sum_{j \in V} x_{ji\ device_k} = 0$$

约束 4：变量 $R_{i\ device_k}$ 表示发射装置 k 到达点 i 的时间，当发射装置 k 从点 i 经过弧 (i,j) 到达点 j，若弧 (i,j) 为连接发射点与道路节点之间的可行路径或者主干道，则不会发生两车冲突的情况，该发射装置到达点 j 的时间为到达点 i 的时间与经过弧 (i,j) 所用时间之和，约束如下所示

$$R_{D_i\ decive_j} >= 0$$

$$\forall (i,j) \in E_2, \forall device_k \in Device : R_{i\ device_k} + d_{ij}/v_{device_k\ 1} - R_{j\ device_k} <= (1 - x_{ij\ device_k}) \bullet M$$

$$\forall (i,j) \in E_3, \forall device_k \in Device : R_{i\ device_k} + d_{ij}/v_{device_k\ 2} - R_{j\ device_k} <= (1 - x_{ij\ device_k}) \bullet M$$

若弧 (i,j) 为连接道路节点之间的其他道路，则有可能发生两车追及的情况，若在弧 (i,j) 上发射装置 k 需要等待发射装置 l 通过，假设发射装置 k 速度可以保持与发射装置 l 一致，则发射装置 k 到达点 j 的时间与发射装置 l 到达点 j 的时间，约束如下所示

$$\forall (i,j) \in E_1 \cup E_4, \forall device_k, device_l \in Device : R_{i\ device_l} + d_{ij}/v_{device_l\ 2} - R_{j\ device_k} <= (1 - x_{ij\ device_k}) \bullet M$$

引入 0-1 变量 $y_{ijdevice_k device_l}$ 描述这一情况，若发生则取该值为 1，否则为 0，则对于道路节点之间的其他可行路径，有

$$\forall (i,j) \in E_1 \cup E_4, \forall device_k, device_l \in Device : (R_{i\ device_l} + d_{ij}/v_{device_l\ 2}) \bullet y_{ij\ device_k device_l} +$$

$$(1 - y_{ij\ device_k device_l}) \bullet (R_{i\ device_k} + d_{ij}/v_{device_k\ 2}) - R_{j\ device_k} <= (2 - x_{ij\ device_k} - x_{ij\ device_l}) \bullet M$$

其中当 $R_{i\ device_l} < R_{j\ device_k}$ 且 $R_{i\ device_l} + d_{ij}/v_{device_l\ 2} > R_{j\ device_k} + d_{ij}/v_{device_k\ 2}$ 同时满足时有 $y_{ij\ device_k device_l}$ 取值为 1，将该逻辑约束线性化, 引入中间 0-1 变量 a_1, a_2，得到约束如下所示

$$R_{i\ device_l} - R_{j\ device_k} < (1 - a_1) \bullet M$$

$$R_{j\ device_k} + d_{ij}/v_{device_k\ 2} - R_{i\ device_l} + d_{ij}/v_{device_l\ 2} < (1 - a_2) \bullet M$$

$$y_{ij\ device_k device_l} <= a_1$$

$$y_{ij\ device_k device_l} <= a_2$$

$$y_{ij\ device_k device_l} >= a_1 + a_2 - 1$$

$$a_1, a_2 \in \{0, 1\}$$