

一. 机械臂运动学控制导引

一. 机械臂运动学控制导引

- 1. 概略
- 2. 机械臂的基础概念
 - 2.1 机械臂定义
 - 2.2 机械臂的结构
 - 2.3 机械臂的自由度
- 3. 机械臂运动学
 - 3.1 正向运动学
 - 3.2 逆向运动学
- 4. 数学基础
 - 4.1 欧拉角
 - 4.2 数学基础
 - 4.2.1 Python-编程基础+科学计算库
 - 4.2.2 线性代数基础

1. 概略

本文讲解了机械臂的基础概念，什么是机械臂的运动学，以及这篇机械臂运动学控制课程的教学思路。最后还给出了学习机械臂运动学控制所需的预备知识。

2. 机械臂的基础概念

2.1 机械臂定义



机械臂就是机械手臂，是工业机器人领域数量最多的一种机器人类型。机械臂可以模仿人的手臂，完成特定的任务。在工业流水线上有广泛的应用。

更多关于机械臂的介绍见 [它诞生、它成长、它未来](#)

2.2 机械臂的结构

机械臂主体由连杆Link 和关节joint构成。



关节就是机械臂中连杆与连杆之间可以运动的部位。关节与关节间的连杆不可发生形变，属于刚体。



最基本的两种关节joint，一种是旋转关节 Revolute joint，另外一种滑动关节Sliding joint。



机械臂设计出来是为了帮人做事的,所以在机械臂的末端,都会有一个执行器,例如夹子,或者是钻头,这些都被称为**末端执行器 End Effector**。
选择末端执行器与机械臂连接的末端关节,称之为**腕关节 Wrist joint**,类似人的手腕,只不过有的机器人腕关节是可以旋转的,有的则是固定(Fixed)的。

2.3 机械臂的自由度

一般说机械臂的自由度,说的都是机械手臂主体的自由度,不包括末端执行器。
机械臂的自由度,等于机械臂活动关节个数。



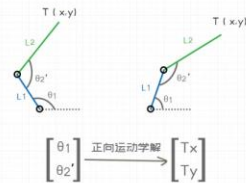
看和上面的机械臂,一共有4个关节, joint1, joint2, joint3是活动关节,而腕关节 joint4是固定的,并不能旋转,所以上面的这个机械臂也只有3个自由度,简称为3DoF。DoF是Degree Of Freedom的英文简称。

3. 机械臂的运动学

如果你想在控制机械臂到达空间中一个特定的点,需要求出能机械旋转角度,就需要学习机器人运动学的知识。
机器人运动学 robot kinematics 包括**正向运动学 Forward Kinematics**和**逆向运动学 Inverse Kinematics**。

3.1 正向运动学

正向运动学解决的问题是,已知每个关节旋转的角度,求出末端执行器在坐标系下的位置 Position和姿态 Pose (俗称 位姿)。一般来讲,正向运动学求解比较容易而且解也是唯一的,一组旋转的角度,对应着唯一的一个位置。



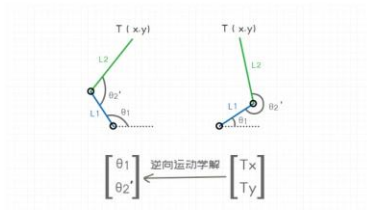
$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2' \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{正向运动学解}} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$
$$(\theta_1, \theta_2') \mapsto (T_x, T_y) \quad (1)$$

3.2 逆向运动学

而逆向运动学求解就难的多,逆向运动学解决的问题是,已知末端执行器的位置,让你求解出来各个关节的角度。

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2' \end{bmatrix} \xleftarrow{\text{逆向运动学解}} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$

逆向运动学求解往往存在多个解,下面举一个同一个末端执行器的位置求解出来两个坐标的例子:



在多个关节的运动学求解过程中考虑到关节角度的问题，可以拆解一部分解。

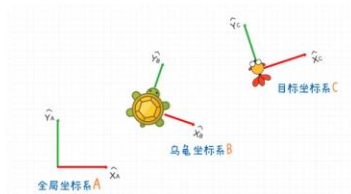
4. 教学思路

这节课的目标就是让你可以运用机械臂运动学知识，用机械臂对物体进行定点抓握。

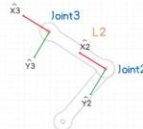
机械臂运动学求解核心就是坐标空间变换。从同一个坐标系向量的旋转与平移，再到同一个点在不同坐标系下的表示（映射 Mapping），研究坐标系与坐标系下的变换关系。

直接从三维入手会比较复杂，而且需要一定的空间想象能力，所以在课程设计上，先从2D平面坐标系下的变换，然后进阶过渡到3D立体空间下的变换。

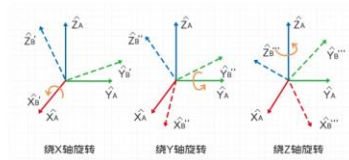
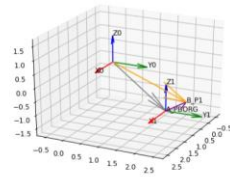
1. 要学习2D平面下空间变换的基础知识，列举小乌龟的例子，分析小乌龟的运动，观察小乌龟相对于全局坐标系的位置变换。



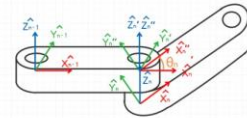
2. 开始分析2D坐标系下的机械臂模型，对其进行建模以及仿真。学习平面2自由度机械臂的正向运动学以及逆向运动学求解。



3. 将研究范围提高一个维度，分析三维空间下的坐标系与坐标系之间的变换，学会求解点在不同的坐标系下的映射。



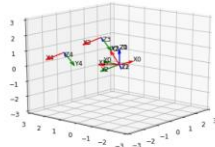
4. 学习机械臂建模的经典方法DH模型，分析DH模型的推导过程，通过实际的例子分析关节与关节之间的变换。



5. 以AMK1开源机械臂作为3自由度机械臂的实例，分析其关节结构，建立AMK1的DH模型，并提供AMK1开源机械臂的资料汇总，学生可以自行3D打印制作自己的低成本3自由度机械臂。



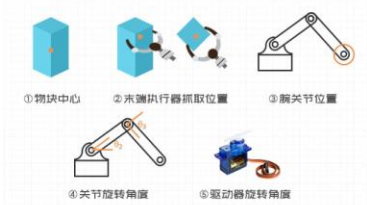
6. 对三自由度机械臂进行正向运动学推导，还有逆向运动学求解，使用python进行机械臂的模拟仿真，拖动滑块观察各关节设置不同的旋转角度对应的末端执行器的位置。



7. 对ARM的机械结构进行分析，理解坐标在关节角度与舵机旋转角度之间建立关系，并用MicroPython实现舵机驱动的控制。使用实际的ARM机械臂进行逆向运动学测试。



8. 分析机械臂运动学的一些步骤，教你怎么从末端执行器的位置推导出腕关节的位置。实现用机械臂进行物体抓取的动作。



5. 预备知识

5.1 数学基础

学习机械臂的运动学你需要有一定的数学基础，一是需要掌握三角函数（sin, cos, tan...）的知识，二是需要掌握线性代数基础（矩阵乘法，矩阵转置，正交矩阵等等），因为运动学模型的变化都是通过矩阵运算实现的。

5.2 Python编程基础+科学计算基础

我们的课程里非常注重代码实践，概念很抽象，只有代码验证了才能证明你学会了。

在学习课程概念的时候，需要使用Python进行：

- 交互式编程，图形化编程 Jupyter Notebook
- 矩阵运算 Numpy，在12实验室的数学网站上有免费的Numpy基础入门 [numpy教程 12lab.com](https://numpy.org/doc/1.16/numpy-100-questions.html)
- 可视化 Matplotlib
- 机械臂模拟仿真 (Numpy + Matplotlib)

5.3 硬件控制基础

至少会一种单片机语言，推荐使用MicroPython-ESP32开发，Arduino，C51,STM32皆可。

硬件控制部分不做强制要求，看个人喜好。