

例题分析一

LeetCode 第 10 题,正则表达式匹配:给你一个字符串 s 和一个字符规律 p , 请你来实现一个支持 '.' 和 '*' 的正则表达式匹配。

- '.' 匹配任意单个字符
- '*' 匹配零个或多个前面的那一个元素

注意:所谓匹配,是要涵盖整个字符串 s 的,而不是部分字符串。

说明:

- s 可能为空,且只包含从 $a-z$ 的小写字母。
- p 可能为空,且只包含从 $a-z$ 的小写字母,以及字符 '.' 和 '*'。

示例 1

输入:

$s = "aa"$

$p = "a"$

输出: false

解释: "a" 无法匹配 "aa" 整个字符串。

示例 2

输入:

```
s = "aa"
```

```
p = "a*"
```

输出: true

解释: 因为 '*' 代表可以匹配零个或多个前面的那一个元素, 在这里前面的元素就是 'a'。因此, 字符串 "aa" 可被视为 'a' 重复了一次。

示例 3

输入:

```
s = "ab"
```

```
p = ".*"
```

输出: true

解释: ".*" 表示可匹配零个或多个 ('*') 任意字符 ('.') 。

示例 4

输入:

```
s = "aab"
```

```
p = "c*a*b"
```

输出: true

解释: 因为 '*' 表示零个或多个, 这里 'c' 为 0 个, 'a' 被重复一次。因此可以匹配字符串 "aab"。

示例 5

输入:

`s = "mississippi"`

`p = "mis*is*p*."`

输出: false

解释: 'p'与'i'无法匹配。

解题思路

不要害怕，这道题只要求实现正则表达式里的小功能。

判断 s 和 p 匹配

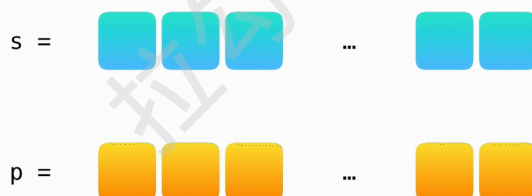
举例：给定两个字符串 s 和 p，判断 s 和 p 是否匹配。

解法：s 和 p 必须要相等。定义两个指针 i 和 j，分别指向 s 和 p 的第一个字符，然后逐个去比较，一旦发现不相等，就立即知道 s 和 p 不匹配。

10. 正则表达式匹配

解题思路

▸ 判断 s 与 p 是否匹配



此时，假设 s 字符串的长度为 m ， p 字符串的长度为 n ， s 和 p 匹配的条件就是 s 和 p 从头到尾一直匹配，即 $i == m$ 同时 $j == n$ 是 s 和 p 匹配的唯一条件。

点匹配符 '.'

'.' 匹配任意单个字符，首先要明确的是，它是一一对应关系，和 '*' 匹配符不一样。举例说明如下。

输入：

```
s = "leetcode"
```

```
p = "l..tc..e"
```

输出: true

因为 '.' 可以匹配任何字符，即，一旦遇上了 '.' 匹配符，可以让 i 指针和 j 指针同时跳到下一个位置。

10. 正则表达式匹配

解题思路

► p 字符串中的出现的点匹配符 '.'

s = l e e t c o d e

p = l . . t c . . e

星匹配符 '*'

'*' 匹配符较难，先要理解这个星匹配符的定义。题目 “ '*' 匹配零个或多个前面的那一个元素” 中包含三个重要的信息：

1. 它匹配的是 p 字符串中，该 '*' 前面的那个字符。
2. 它可以匹配零个或多个。
3. '*' 匹配符前面必须有一个非星的字符。

因此，在分析 '*' 匹配符的时候，一定要把 '*' 以及它前面的一个字符作为一个整体， '*' 不能单独作为一个个体来看（例如点匹配符）。例如，p 字符串是 a*，则把 (a*) 当作一个整体来看。

10. 正则表达式匹配

解题思路

- ▶ p 字符串中的出现的星匹配符 '*' -> '*' 匹配零个或多个前面的哪一个元素
 - 它匹配的是 p 字符串中，该星号前面的那个字符
 - 它可以匹配零个或多个
 - 星号匹配符前面必须有一个非星的字符



对 p 字符串说明如下。

10. 正则表达式匹配

解题思路

- ▶ p 字符串中的出现的星匹配符 '*'



- p 可以表示空字符串，因为 '*' 可以匹配 0 个前面的字符，即当有 0 个 a 的时候，为空字符串。
- a* 还能匹配一个 a，两个 a，三个 a，一直到无穷个 a。

- 当 p 等于 $'.'$ 的时候，可以表示一个空字符串，也可以表示一个点，两个点，三个点，一直到无穷个点。即它可以表示任何长度的一段字符串，包括空串。

举例说明

输入：

$s = \text{"aaabacd"}$

$p = \text{"ac*a*b.."}.$

- 用两个指针 i 和 j 分别指向 s 和 p 的开头。

10. 正则表达式匹配

解题思路

$s =$

a	a	a	b	c	d
---	---	---	---	---	---

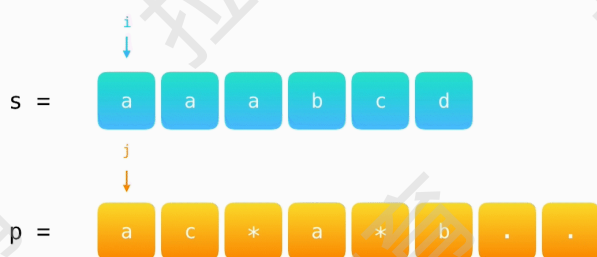
$p =$

a	c	*	a	*	b	.	.
---	---	---	---	---	---	---	---

- 在 p 字符串里， a 的下一个字符是 c ，不是 $'.'$ ，比较 $s[i]$ 和 $p[j]$ 。因为它们都是字符 a ，所以这个位置匹配正确， i 和 j 同时指向下一个。此时 j 的下一个字符是 $'.'$ ，要将 c^* 当作一个整体去看待。

10. 正则表达式匹配

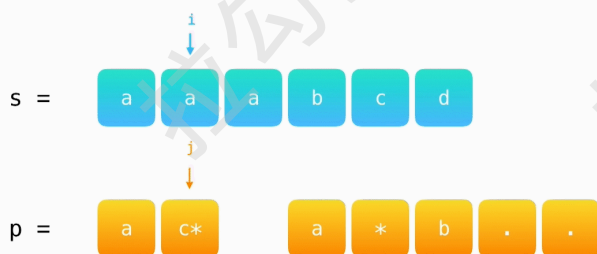
解题思路



3. 将 c^* 看成是空字符， p 如下所示。

10. 正则表达式匹配

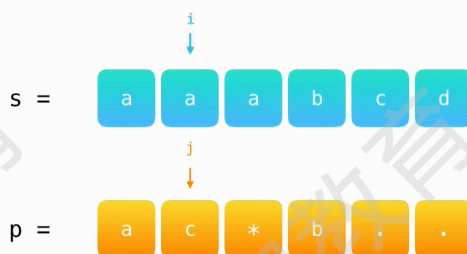
解题思路



4. 若匹配中不一致即 c^* 不能当作空字符串，则当作一个 c 字符，此时 p 如下。

10. 正则表达式匹配

解题思路



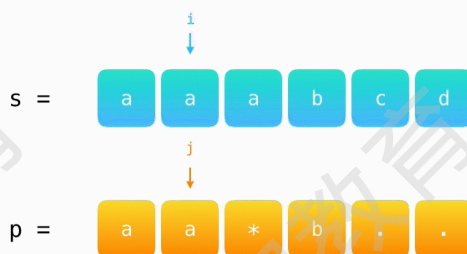
5. 若不行，则看作两个 c。

以此类推，应用了回溯的思想。

对于将 c^* 作为空字符串的情况。每一次，都要看看当前 j 指向的字符的下一个是不是 '*'。如果是 '*'，就要作为整体考虑。很明显， a 的下一个字符是 '*'。

10. 正则表达式匹配

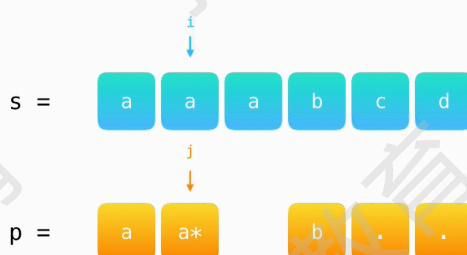
解题思路



同样，先将 a^* 作为空字符串看待。此时， $a \neq b$ ，两个字符串不匹配，因此回溯。现在将 a^* 看成是一个 a ，此时 $a = a$ ，两个位置的字符匹配。

10. 正则表达式匹配

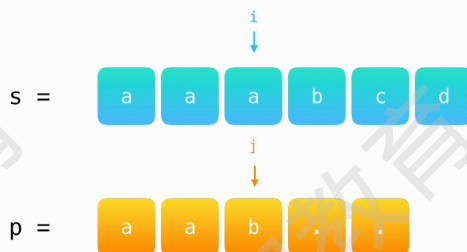
解题思路



j 的下一个字符不是 '*'，而是点号，比较 $s[i]$ 和 $p[j]$ ，发现 $a \neq b$ 。于是再次回溯，将 a^* 看成是两个 a ，回到刚才的位置。

10. 正则表达式匹配

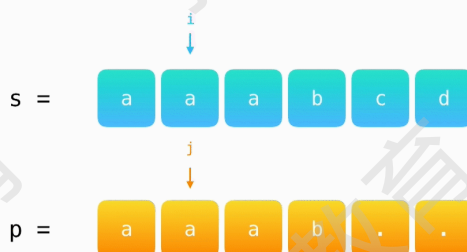
解题思路



最后遇到了两个点号，由于点号可以匹配任何字符，因此可以直接忽略。 i 和 j 同时往前一步，再次遇到了点号。 i 和 j 继续往前一步。

10. 正则表达式匹配

解题思路



此时， i 和 j 都已经同时结束了各自的遍历，表明 s 和 p 是匹配的。

提示：重点是把这种回溯的思想掌握好。对于这道题，可以采用递归的写法，也可以采用动态规划的写法。

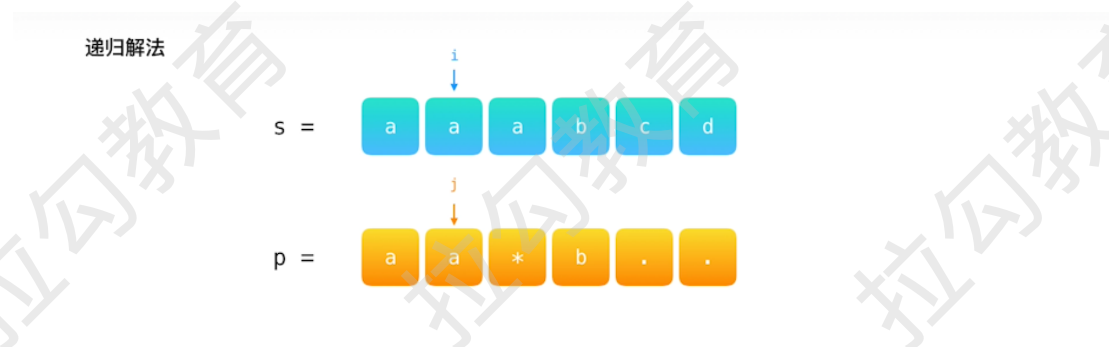
递归法一

一开始，用两个指针 i 和 j 分别指向字符串 s 和 p 的第一个字符，当我们发现它们指向的字符相同时，我们同时往前一步移动指针 i 和 j 。

接下来重复进行相同的操作，即，若将函数定义为 $\text{isMatch}(\text{String } s, \text{int } i, \text{String } p, \text{int } j)$ 的话，通过传递 i 和 j ，就能实现重复利用匹配逻辑的效果。

当遇到点匹配符的时候，方法类似。

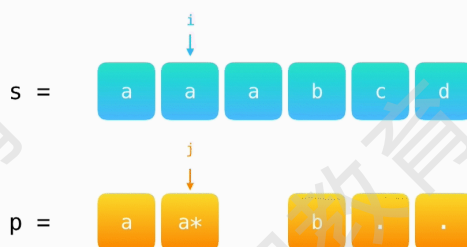
来看看当遇到星匹配符的情况，举例说明如下。要不断地用 a^* 去表示一个空字符串，一个 a ，两个 a ，一直到多个 a



当 a^* 表示空字符串的时候， i 和 j 应该如何调整呢？此时 i 保持不变， $j+2$ ，递归调用函数的时候，变成 $\text{isMatch}(s, i, p, j + 2)$ 。

10. 正则表达式匹配

递归解法

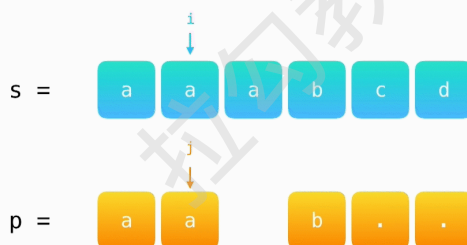


此时，指向的字符和 j 指向的字符不匹配，于是回溯，回到原来的位置。11:57

用 a^* 去表示一个 a ， i 指向的字符与 a 匹配，那么 $i+1$ 。指针 j ，已经完成了用 a^* 去表示一个 a 的任务，接下来要指向 b ，调用的时候应该是 $\text{isMatch}(s, i+1, p, j+2)$ 。

10. 正则表达式匹配

递归解法

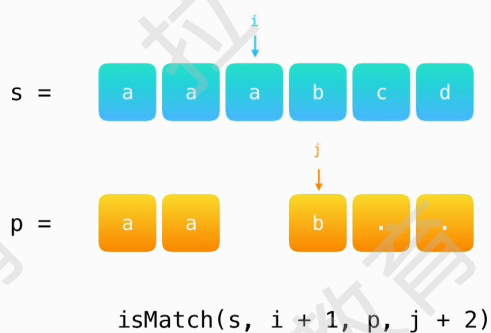


i 指向的字符和 j 指向的字符不匹配,又进行回溯,但是不用回到最开始的位置。

已知用 a^* 去表示空字符串不行,表示一个 a 也不行,那么尝试两个 a 字符,于是, i 再往前一步,用 a^* 去匹配两个 a , i 就到了 b 的位置上,调用的时候就是 $\text{isMatch}(s, i + 2, p, j + 2)$ 。

10. 正则表达式匹配

递归解法



不断地这样操作,一旦遇到了 '*' 组合,就不断地尝试,直到最后满足匹配;或者尝试过所有的可能还是不行则表示 s 和 p 无法匹配。

代码实现

根据上面的思路,一起来写递归的实现。主体函数如下。

```
boolean isMatch(String s, String p) {  
    if (s == null || p == null) {  
        return false;  
    }  
  
    return isMatch(s, 0, p, 0);  
}
```

主体函数非常简单，一开始做简单的判断，只要 s 和 p 有一个为 null，就表示不匹配。

注意：面试的时候，一定要注意对这些基本情况的考量，千万不要认为输入的值都是有效的。

接下来实现递归函数。

```
boolean isMatch(String s, int i, String p, int j) {
    int m = s.length();
    int n = p.length();

    // 看看 pattern 和字符串是否都扫描完毕
    if (j == n) {
        return i == m;
    }

    // next char is not '*': 必须满足当前字符并递归到下一层
    if (j == n - 1 || p.charAt(j + 1) != '*') {
        return (i < m) &&
                (p.charAt(j) == '.' || s.charAt(i) == p
                .charAt(j)) &&
                isMatch(s, i + 1, p, j + 1);
    }

    // next char is '*', 如果有连续的 s[i] 出现并且都等于 p[j]，一
    直尝试下去
    if (j < n - 1 && p.charAt(j + 1) == '*') {
        while ((i < m) && (p.charAt(j) == '.' || s.charAt(i)
        == p.charAt(j))) {
            if (isMatch(s, i, p, j + 2)) {
                return true;
            }
            i++;
        }
    }
}
```

```
// 接着继续下去
return isMatch(s, i, p, j + 2);
}
```

1. 函数接受四个输入参数， s 字符串， p 字符串， i 指针， j 指针。
2. 开始时计算 s 字符串和 p 字符串的长度，分别记为 m 和 n 。
3. 当 j 指针遍历完了 p 字符串后，可以跳出递归，而 i 也刚好遍历完，说明 s 和 p 完全匹配。
4. 判断 j 字符的下一个是不是 $*$ ，不是，则递归地调用 `isMatch` 函数， $i + 1$ ， $j + 1$ 。
5. 若是，则不断地将它和 $*$ 作为一个整体，分别去表示空字符串，一个字符，两个字符，依此类推。如果其中一种情况能出现 s 和 p 的匹配，就返回 `true`。
6. `while` 循环是整个递归算法的核心，前提条件如下。
 - a. i 指向的字符必须要能和 j 指向的字符匹配，其中 j 指向的可能是点匹配符。
 - b. 若无法匹配， $i++$ ，即用 $*$ 组合去匹配更长的一段字符串。
7. 当 i 字符和 j 字符不相同，或者 i 已经遍历完了 s 字符串，同时 j 字符后面跟着一个 $*$ 的情况，只能用 $*$ 组合去表示一个空字符串，然后递归下去。

递归法二

上法是从前往后进行递归地调用，现在从后往前地分析这个问题。例如：

```
s = "aaabcd"
```

```
p = "a*b.d"
```


递归解法 二

s = a a a b c d

p = a * b . d

实现过程如下所示。

10. 正则表达式匹配

递归解法 二

s = a a a b c d

p = a * b . d

1. p 字符串的最后一个字符 d 必须要和 s 字符串的最后一个字符相同，才能使 p 有可能与 s 匹配，那么当它们都相同的时候，问题规模也缩小。

2. `p` 字符串的最后一个字符不是 `*`, 而是点号。它可以匹配 `s` 字符串里的任意一个字符, 且它是最后一个, 所以对应的就是 `s` 字符串里的 `c`, 很明显互相匹配, 继续缩小问题规模。
3. 同样, `b` 不是 `*`, 比较它与 `s` 字符串的最后一个字符是否相同, 是, 则继续缩小问题规模。
4. 遇到 `*`, `*` 可以表示一个空字符串, 与前一个字符表示空字符串的时候, 将问题变成了判断两个字符串是否匹配, 其中, `s` 等于 `aaa`, 而 `p` 是空字符串, 很明显不能匹配。
5. 用 `a*` 去表示一个 `a`。
6. `p` 的最后一个还是 `*`, 用同样的策略。
7. 继续用 `a*` 去表示一个 `a`。
8. 用 `a*` 去表示空字符串。
9. 最后 `s` 和 `p` 都变成了空字符串, 互相匹配。

代码实现

主函数代码如下。

```
boolean isMatch(String s, String p) {  
    if (s == null || p == null) return false;  
    return isMatch(s, s.length(), p, p.length());  
}
```

在主函数里, 进行一些简单基础的判断, 如果 `s` 和 `p` 有一个是 `null`, 则返回 `false`。

递归函数代码如下。

```
boolean isMatch(String s, int i, String p, int j) {
    if (j == 0) return i == 0;
    if (i == 0) {
        return j > 1 && p.charAt(j - 1) == '*' && isMatch(s, i, p, j - 2);
    }

    if (p.charAt(j - 1) != '*') {
        return isMatch(s.charAt(i - 1), p.charAt(j - 1)) &&
            isMatch(s, i - 1, p, j - 1);
    }

    return isMatch(s, i, p, j - 2) || isMatch(s, i - 1, p, j) &&
        isMatch(s.charAt(i - 1), p.charAt(j - 2));
}

boolean isMatch(char a, char b) {
    return a == b || b == '.';
}
```

1. 递归函数的输入参数有四个，分别是字符串 s ，当前字符串 s 的下标，字符串 p ，以及字符串 p 的当前下标。由主函数可以看到，两个字符串的下标都是从最后一位开始。
2. 若 p 字符串为空，并且如果 s 字符串也为空，就表示匹配。
3. 当 p 字符串不为空，而 s 字符串为空，如上例所示，当 s 为空字符串，而 p 等于 a^* ，此时只要 p 总是由 $'*'$ 组合构成，一定能满足匹配，否则不行。
4. 若 p 的当前字符不是 $'*'$ ，判断当前的两个字符是否相等，如果相等，就递归地看前面的字符。
5. 否则，如果 p 的当前字符是 $'*'$ ：

- a. 用 '*' 组合表示空字符串，看看是否能匹配；
- b. 用 '.' 组合表示一个字符，看看能否匹配。

动态规划法

递归的方法比较好理解，但是容易造成重叠计算。为了避免重叠计算，可以用动态规划，自底向上地实现刚才的策略。

代码实现

a.

```
// 分别用 m 和 n 表示 s 字符串和 p 字符串的长度
boolean isMatch(String s, String p) {
    int m = s.length(), n = p.length();

    // 定义一个二维布尔矩阵 dp
    boolean[][] dp = new boolean[m + 1][n + 1];

    // 当两个字符串的长度都为 0，也就是空字符串的时候，它们互相匹配
    dp[0][0] = true;

    for (int j = 1; j <= n; j++) {
        dp[0][j] = j > 1 && p.charAt(j - 1) == '*' && dp[0][j - 2];
    }

    for (int i = 1; i <= m; i++) {
        for (int j = 1; j <= n; j++) {
            // p 的当前字符不是 '*'，判断当前的两个字符是否相等，
            // 如果相等，就看 dp[i-1][j-1] 的值，因为它保存了前一个匹配的结果
            if (p.charAt(j - 1) != '*') {
                dp[i][j] = dp[i - 1][j - 1] &&
                    isMatch(s.charAt(i - 1), p.charAt(j - 1));
            } else {
                dp[i][j] = dp[i][j - 2] || dp[i - 1][j] &&
                    isMatch(s.charAt(i - 1), p.charAt(j - 1));
            }
        }
    }
    return dp[m][n];
}
```

```

        isMatch(s.charAt(i - 1), p.charAt(j - 2));
    }
}

return dp[m][n];
}

boolean isMatch(char a, char b) {
    return a == b || b == '.';
}

```

注意：

- 初始化二维矩阵第一行的所有值时，当 s 字符串为空，对于 p 字符串的任何一个位置，要使到这个位置的子串能和空字符串匹配，要求该子串都是由一系列的 '*' 组合构成。
- 对二维矩阵填表，运用到的逻辑跟递归一摸一样。
- p 的当前字符不是 '*'，判断当前的两个字符是否相等。如果相等，就看 $dp[i-1][j-1]$ 的值，因为它保存了前一个匹配的结果。
- 如果 p 的当前字符是 '*'：
 - 用 '*' 组合表示空字符串，能否匹配，也就是 $dp[i][j-2]$ ；
 - 用 '*' 组合表示一个字符，能否匹配，也就是 $dp[i-1][j]$ 。

复杂度分析

运用动态规划，把时间复杂度控制在 $O(n^2)$ ，而空间复杂度也是 $O(n^2)$ 。