

线段树



重庆南开信竞基础课程

动态开点

重庆南开信竞基础课程

例题 蒟蒻的数列 NK0J4394

有一个数列，初始值均为0，进行N次操作，每次将数列 $[a, b]$ 这个区间中所有比k小的数改为k，想知道N次操作后数列中所有元素的和。这个问题留给你解决。

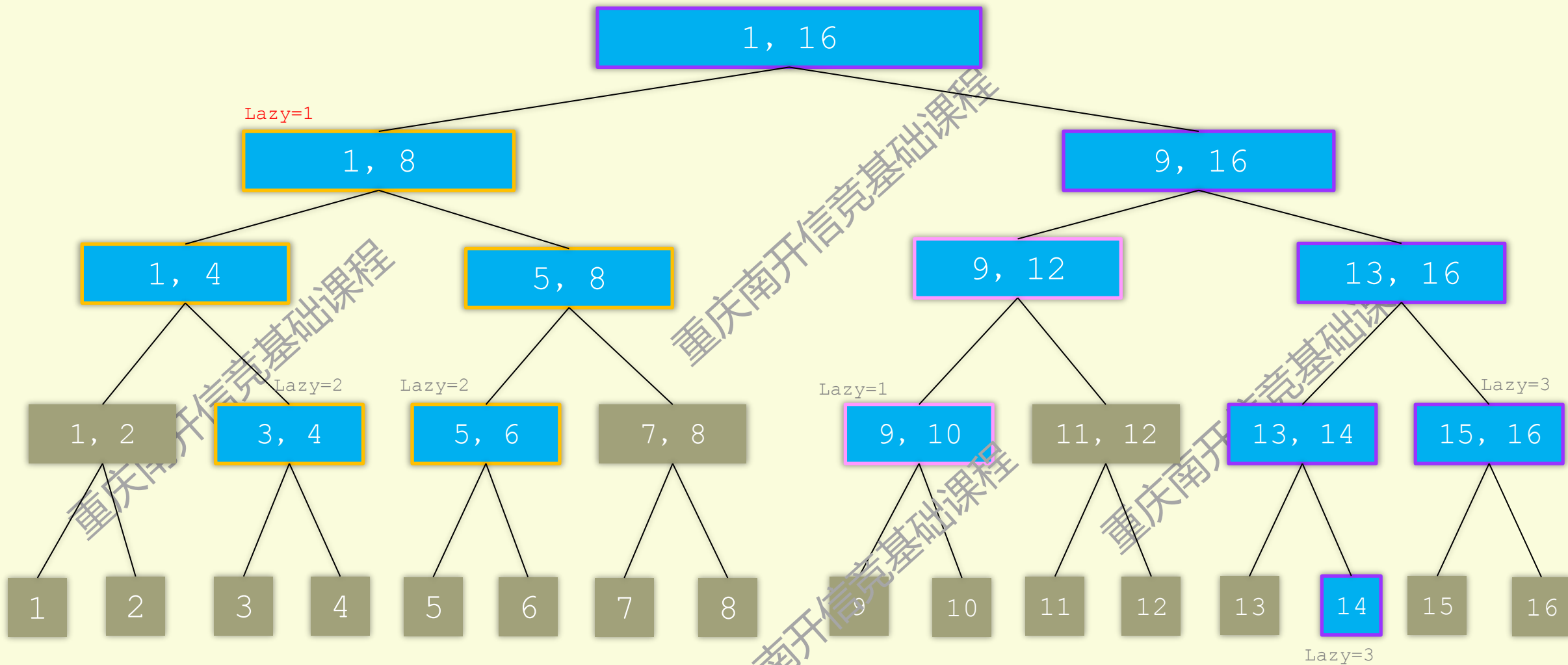
输入样例：

第一行一个整数N，然后有N行，每行三个正整数a、b、k。

$N \leq 50000$ ， $a, b, k \leq 10^9$

输出样例：

一个数，数列中所有元素的和



设 $1 \leq a, b, k \leq 16$ 有下面一组数据：

1 10 1

3 6 2

14 16 3

动态开点线段树

朴素的线段树最开始要建立一颗树。但是有的问题节点规模很大，建立一棵完整树会超空间限制。

线段树动态开点的意思是一开始不用建立树，当我们在进行操作过程中，发现需要走到一个节点时，如果这个节点还没建立，我们才建立这个节点。

动态开点的作用是节约空间、避免离散化

例题 蒟蒻的数列 参考代码

```
void ADD(int p, int L, int R ,int x, int y, int d) //p号点表示的区间为[L,R]
{
    if(x<=L && R<=y){ Lazy[p]=max(Lazy[p],d);    return; }//Lazy[p]记下覆盖p点的最大值

    int Mid=L+R>>1;
    if(x<=Mid)
    {
        if(Ls[p]==0) Ls[p]=++Tot;
        ADD(Ls[p],L,Mid,x,y,d);
    }
    if(Mid<y)
    {
        if(Rs[p]==0) Rs[p]=++Tot;
        ADD(Rs[p],Mid+1,R,x,y,d);
    }
}
```

```
const int MaxR=1e9;
int Tot=1;

for(i=1;i<=N;i++)
{
    scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
    ADD(1,1, MaxR, x, y, z);
}
```

例题 蒟蒻的数列 参考代码

//更简洁的写法

```
void ADD(int &p,int L,int R,int x,int y,int d)
{
    if(!p) p=++Tot;
    if(x<=L && y>=R) {Lazy[p]=max(Lazy[p],d); return;}
    int Mid=L+R>>1;
    if(x<=mid&&y>=L) ADD(ls[p],L,Mid,x,y,d);
    if(x<=R&&y>mid) ADD(rs[p],Mid+1,R,x,y,d);
}
```

```
const int MaxR=1e9;
int Root=0,Tot=0;

for(i=1;i<=N;i++)
{
    scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
    ADD(Root,1, MaxR, x, y, z);
}
```

例题 蒟蒻的数列 参考代码

```
long long getAns(int p,int L,int R)
{
    PutDown(p);
    if(L==R) return Lazy[p];

    long long sum=0;
    int mid=L+R>>1;
    if(Ls[p]) sum+=getAns(Ls[p],L,mid);
    else sum+=Lazy[p]*(mid-L+1);
    if(Rs[p]) sum+=getAns(Rs[p],mid+1,R);
    else sum+=Lazy[p]*(R-mid);

    return sum;
}
```

```
void PutDown(int p)
{
    if(Ls[p]) Lazy[Ls[p]] = max(Lazy[Ls[p]], Lazy[p]);
    if(Rs[p]) Lazy[Rs[p]] = max(Lazy[Rs[p]], Lazy[p]);
}
```


习题 数列操作 (加强版) 4395

描述：给出一列数 $\{A_i\}$ ($1 \leq i \leq n$)，一开始数列中所有元素都是0，总共有 m 次操作，操作分两种：

1. $x \ y \ z$ 将 x 到 y 区间的**所有数字**加上 z
2. $x \ y$ 将 x 到 y 区间的**最大一个数字**输出

输入样例：

```
10 5 // n和m
1 1 4 3
2 2 3
2 3 5
1 2 4 2
2 2 5
```

输出样例：

```
3
3
5
```

数据规模

$m \leq 20,000$

$n \leq 1,000,000,000$

```

void Modify(int p,int l,int r,int x,int y,int k)
{
    if(lazy[p]) Putdown(p);
    if(x<=l && r<=y)
    {
        lazy[p] +=k;    Max[p] +=k;    return;
    }

    int mid=l+r>>1;
    if(x<=mid)
    {
        if(!ls[p]) ls[p]=++tot;
        Modify(ls[p],l,mid,x,y,k);
    }
    if(mid<y)
    {
        if(!rs[p]) rs[p]=++tot;
        Modify(rs[p],mid+1,r,x,y,k);
    }

    if(ls[p]) Max[p]=max(Max[p],Max[ls[p]]);
    if(rs[p]) Max[p]=max(Max[p],Max[rs[p]]);
}

```

```

void Putdown(int p)
{
    if(!ls[p]) ls[p]=++tot;
    if(!rs[p]) rs[p]=++tot;
    lazy[ls[p]] +=lazy[p];
    Max[ls[p]] +=lazy[p];
    lazy[rs[p]] +=lazy[p];
    Max[rs[p]] +=lazy[p];
    lazy[p]=0;
}

```

```
int GetMax(int p ,int l,int r,int x, int y)
{
    if (lazy[p]) Putdown(p);
    if (x<=l&&r<=y) return Max[p];
    int mid=l+r>>1, MaxL=0, MaxR=0;
    if (x<=mid&&ls[p]) MaxL=GetMax(ls[p], l,mid,x,y);
    if (mid<y&&rs[p]) MaxR=GetMax(rs[p], mid+1,r,x,y);
    return max(MaxL,MaxR);
}
```

我们将问题看作一个长度为 $n+m$ 的序列。一开始，我们可以看作：
在序列1到 n 中，第 i 个元素的值为 i 。
在序列 $n+1$ 到 $n+m$ 中，每个元素的值都为0。

我们用线段树来维护这个序列，其中线段树中的节点维护下列几个域：

```
{  
    int  Ls,Rs;   节点的左右儿子编号。  
    int  a,b;    节点的左右端点。  
    int  cnt;    在区间 $[a,b]$ 中存在的数字的个数。  
}
```

对于离队和归队事件，我们可以看作线段树的点修改。

设当前为第 t 次事件：

1. 离队：左起第 x 个同学离队

相当于将左起第 x 个数字删除，**找到序列左起第 x 个非零数字**，设它在序列中的下标为 k 。

将线段树中包含“ k ”的节点的 cnt 值全部 -1 ；

2. 归队：

相当于**在 $n+t$ 位置插入一个数字**，即包含“ $n+t$ ”的节点的 cnt 值全部 $+1$ ；
再将 $n+t$ 位置的数值记录在一个数组里面。

因为1到 n 中，第 i 号位置的值就是 i ，而 $n+1$ 到 $n+m$ 是前面的数字移来的，需要记录下对应的值。

1. 离队：左起第 x 个同学离队

相当于将左起第 x 个数字删除，找到序列左起第 x 个非零数字，设它在序列中的下标为 k 。

将线段树中包含“ k ”的节点的 cnt 值全部-1；

怎么查询左起第 x 个存在的数字？

对于当前点 p ，要在 p 中查询左起第 x 个存在的数字：

若 $Ls[p].cnt \geq x$ ，就在查询 p 的左儿子。

若 $Ls[p].cnt < x$ ，就修改 $x = x - Ls[p].cnt$ ，再在右儿子去查询 x 。

反复上述操作，当 $x=1$ 时，对应点就是要找的。