



# 贪心算法

Greedy

## 4. 贪心思想的应用

### 第二节 线段覆盖

## 例4：摄像头1 nkoj5220

在一条长度为 $L$ 的笔直的公路上安装若干个摄像头，用于监控交通状况。我们可以把这条公路看作数轴 $[0,L]$ 。

有 $n$ 个要求需要满足，每个要求形如 $[x,y]$ ，表示在 $[x,y]$ 这段区间至少要安置一个摄像头。

最少需要安装多少个摄像头？

$$1 \leq n \leq 100000$$

$$0 \leq x \leq y \leq L \leq 1000000000$$

## 例4：摄像头1 解题分析

### 贪心策略：

- 1.将n个要求按**右边界**由小到大排序；
- 2.靠右安装摄像头：若一段区间 $[x,y]$ 中必须要有一个摄像头，我们将它安装在y位置；
- 3.从左往右扫描每一段区间，若该区间没有摄像头，则在区间右端点处安装一个；

```
sort(D+1,D + n + 1, cmp);           //按区间右端点由小到大排序, 区间i的左右界分别是D[i].Left   D[i].Right
int cnt = 1;
int Now = D[1].Right;                 //Now表示当前安装摄像头的位置
for(i = 2; i <= n; i++)
    if( Now < D[i].Left )             //i号区间没有被摄像头覆盖
    {
        cnt++;
        Now = D[i].Right;             //新安装摄像头的位置
    }
```

## 例5：摄像头2 nkoj5221

在一条长度为 $L$ 的笔直的公路，我们可以把这条公路看作数轴 $[0, L]$ 。

在这条路上安装有 $n$ 个摄像头，每个摄像头都有一定的拍摄区间，第 $i$ 个摄像头覆盖的区间为 $[x_i, y_i]$

最少开启几个摄像头就可以将整个这条路都置于视频监控中？

$$1 \leq n \leq 100000$$

$$1 \leq L \leq 1000000000$$

$$0 \leq x \leq y \leq 1000000000$$

**最小线段覆盖问题：最少几条线段就能覆盖整个指定区间**

## 例5：摄像头2 解题分析

### 贪心策略：

已知： $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6$

**考虑1：**有如下四条线段，优先选哪一条？

$[x_1, x_2]$     $[x_1, x_4]$     $[x_2, x_3]$     $[x_2, x_4]$

显然，选  $[x_1, x_4]$ ，即左端点越小越好，若相同，右端点越大越好。

**考虑2：**若已选  $[x_1, x_4]$ ，如下三条线段，优先选哪一条？

$[x_2, x_5]$     $[x_3, x_5]$     $[x_3, x_6]$

显然，选  $[x_3, x_6]$ ，即选左端点在区间  $[x_1, x_4]$  中且右端点尽可能大的线段

### 贪心算法：

1. 将线段按左端点由小到大排序，若左端点相同，按右端点由大到小排序（这是根据**考虑1**的结论）；
2. 从左往右讨论每条线段。优先选择右端点大的线段：

记录目前已选线段中，往右最远能覆盖到的位置  $\text{NowFar}$

讨论所有 左端点  $\leq \text{NowFar}$  且未被讨论过的线段，记录其中右端点的最大值  $\text{MaxRight}$ （这是根据**考虑2**的结论）

若  $\text{MaxRight} > \text{NowFar}$ ，则将  $\text{NowFar} = \text{MaxRight}$  否则 无解。

## 例5：摄像头2 解题分析

```
int solve()
{
    if(D[1].L>0) return -1;           //数组D[]记录每条线段，已排序，D[i].L和D[i].R记录i号线段的左右端点。
    int cnt=1;                         //本题覆盖的起点从0开始
    int NowFar=D[1].R;                 //NowFar记录当前覆盖到的位置，即[0,NowFar]都被覆盖了。
    int MaxRight=D[1].R;
    if ( NowFar>=Len ) return cnt;
    int i=2;
    while(true)
    {
        //下面for循环找出所有左端点<=Now且未被讨论过的线段中，右端点的最大值
        for(;i<=n&&D[i].L<=NowFar; i++) MaxRight=max(MaxRight,D[i].R);
        if(MaxRight<=NowFar) return -1; //说明区间断开了，无法连续覆盖
        cnt++;
        NowFar=MaxRight;
        if(NowFar>=Len) return cnt;
    }
    return -1;
}

//时间复杂度？
//每条线段只有一次被讨论的机会，时间复杂度O(n)
```

## 例6: 遛狗 nkoj5227

公园里有一条长度为 $L$ 的笔直的道路，我们可以把这条路看作数轴 $[0, L]$ 。

有 $n$ 个人想要在该路上遛狗，第 $i$ 个人的狗喜欢在区间 $[x_i, y_i]$ 上活动。

但是一旦两条狗相遇，它们就会打架。

公园规定不准狗打架。问，最多能安排多少人遛狗？

$$1 \leq n \leq 100000$$

$$1 \leq L \leq 1000000000$$

$$0 \leq x \leq y \leq 1000000000$$

**即最多选出多少条不相交的线段？**



## 例6：遛狗 解题分析

贪心策略：优先选择长度短的线段

算法：

1. 将线段按右端点有小到大排序；
2. 从左往右讨论每条线段。优先选择与前面线段不相交且右端点小的线段：

```
sort(a+1, a+1+n, cmp);
```

```
int End=a[1].R;
```

//End记录前一条选中的狗活动的右边界

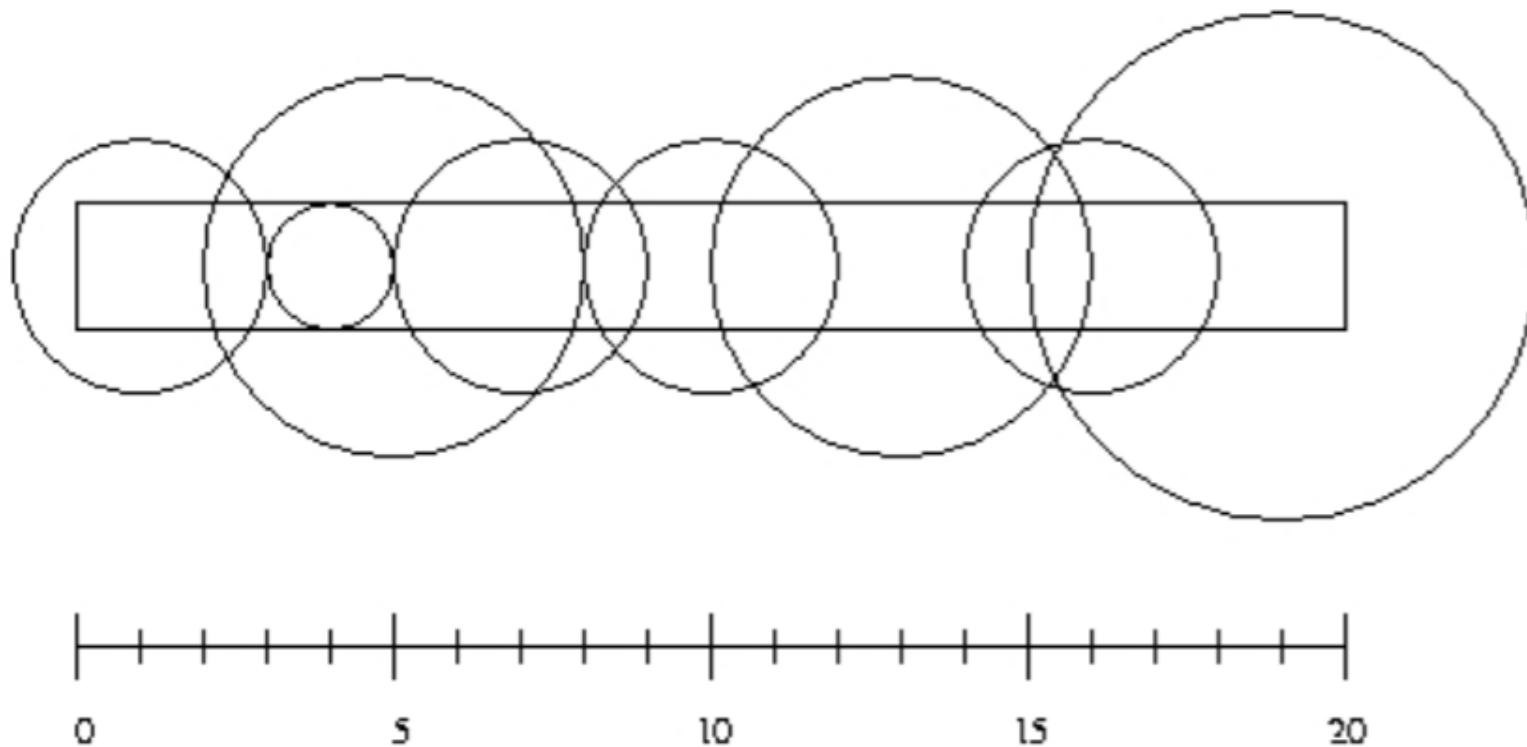
```
for(int i=2; i<=n; i++)
```

```
    if(a[i].L>End) {End=a[i].R; ans++; }
```

## 例7：喷水装置nkoj5224

长  $L$  米，宽  $W$  米的草坪里装有  $n$  个浇灌喷头。每个喷头都装在草坪中心线上（离两边各  $\frac{W}{2}$  米）。我们知道每个喷头的位置（离草坪中心线左端的距离），以及它能覆盖到的浇灌范围。

请问：如果要同时浇灌整块草坪，最少需要打开多少个喷头？



$$n \leq 15000$$

# 奋斗吧少年

巨大的成功需要付出巨大的代价

no sacrifice, no success