

# 0415题目讨论

## A 聚会

带权中位数。

维护前缀和和后缀和，最好的位置就是前缀和+后缀和最小的那里。

## B 青蛙

首先能够想到的是：第  $i$  个青蛙能够跳的步长一定是  $g_i = GCD(m, a_i)$ ，所以能占领的石头编号就是  $g_i$  的倍数，就拿第一个样例来说吧：

```
2 12
9 10
```

对于第一只青蛙来说  $g_1 = GCD(12, 9) = 3$ ，所以步长为 3，那么他能跳的石头编号就是 0, 3, 6, 9 对于第二只青蛙来说  $g_2 = GCD(12, 10) = 2$ ，所以步长为 2，那么他能跳的石头编号就是 0, 2, 4, 6, 8, 10 显然第一只青蛙和第二只青蛙占领的石头编号有重复的地方，那么我们为了消除这些重复的值，我们规定第  $i$  个石头只能由  $GCD(m, i)$  的步长的来占领。那么就有：2, 10 只能由步长为 2 的来占领；3, 9 只能由步长为 3 的来占领；4, 8 只能由步长为 4 的来占领；6 只能由步长为 6 的来占领；这样的话，就消除了重复的地方，现在问题就是怎么计算这样的和。显然这些步长是由  $< m$  的  $m$  的因子组成，那么我们首先把这些因子预处理出来，然后判断该因子是否符合条件，即是不是能够被  $gcd(m, a_i)$  中的一个整除，在然后我们将这些步长当成公共因子提出来发现：  
 $2 + 10 = 2 * (1 + 5)$   $3 + 9 = 3 * (1 + 3)$   $4 + 8 = 4 * (1 + 2)$   $6 = 6 * 1$  对于步长为  $x$  的求和来说，就是  $x * (\text{与 } \frac{m}{x} \text{ 互素的个数的和})$  需要知道一个结论：在  $[1, x]$  中与  $x$  互素的数的和为：  $\frac{\Phi(x) * x}{2}$  那么显然有：对于步长为  $x$  的求和来说， $x * \frac{\Phi(\frac{m}{x}) * \frac{m}{x}}{2}$  整理得：  $\frac{\Phi(\frac{m}{x}) * m}{2}$  所以最终的结果就是：  $\sum \frac{\Phi(\frac{m}{x}) * m}{2}$

## C 分层图最短路

我们可以考虑，怎么样去维护层与层之间的连通，是他们相互通过花费为  $C$  呢？我们考虑每层新添加两个虚拟节点，一个只出不进，一个只进不出。只出不进的结点可以连着上下两层只进不出的结点