某单位负反馈系统的开环传函为：

$$G(s)=\frac{25K}{s\left(s^{2}+24s+100\right)}$$

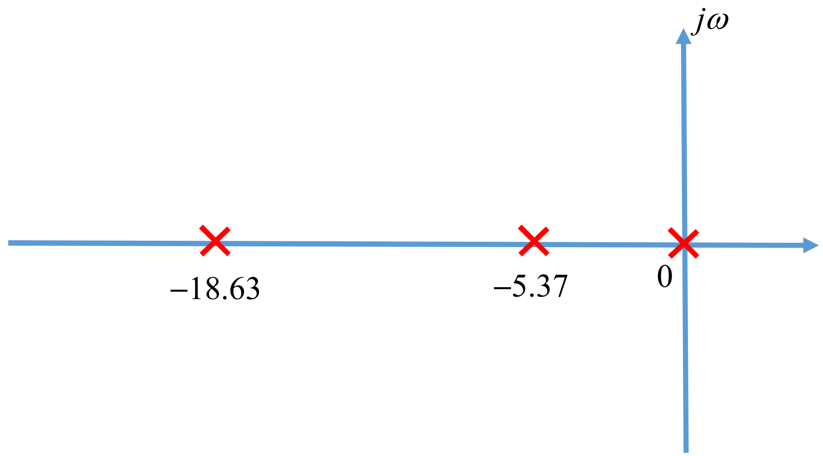
1、画出系统增益 $K:0\to\infty$ 系统的根轨迹

2、当K为何值时，闭环系统不稳定

1、系统开环传函的极点为

$$s_1 = 0 \qquad s_2 = -5.37 \qquad s_3 = -18.63$$

系统没有开环零点，根轨迹支路数为3



2、实轴上根轨迹的范围为

$$(-\infty, -18.63] \cup [-5.37, 0]$$

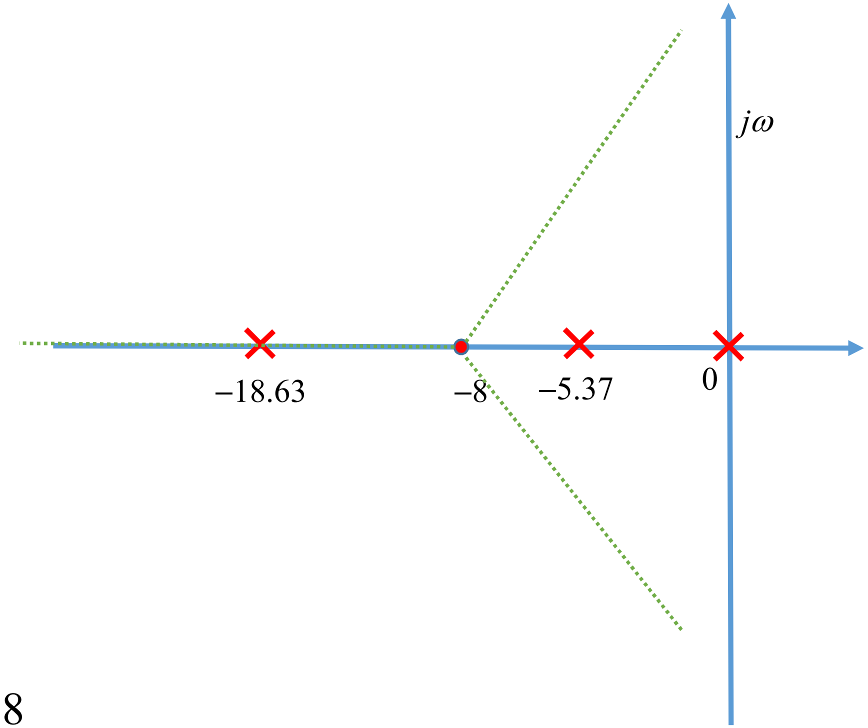
3、没有零点，三条根轨迹起于极点，终于无穷远处；

渐近线与实轴夹角为 $\varphi_a = \dfrac{(2k+1)\pi}{n-m}$

$$k=0 \qquad \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$$

$$k=1 \qquad \varphi_2 = \pi$$

$$k=2 \qquad \varphi_3 = \frac{5\pi}{3}$$



渐近线与实轴交点为：

$$\sigma_a = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m} = \frac{0-5.3688-18.6322}{3} = -8$$

4、在实轴 [−5.37,0] 上，必然存在根轨迹分离点
分离点在实轴上的坐标满足

$$\sum \frac{1}{d-p_i} = \sum \frac{1}{d-z_i}$$

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d+5.37}+\frac{1}{d+18.63}=0$$

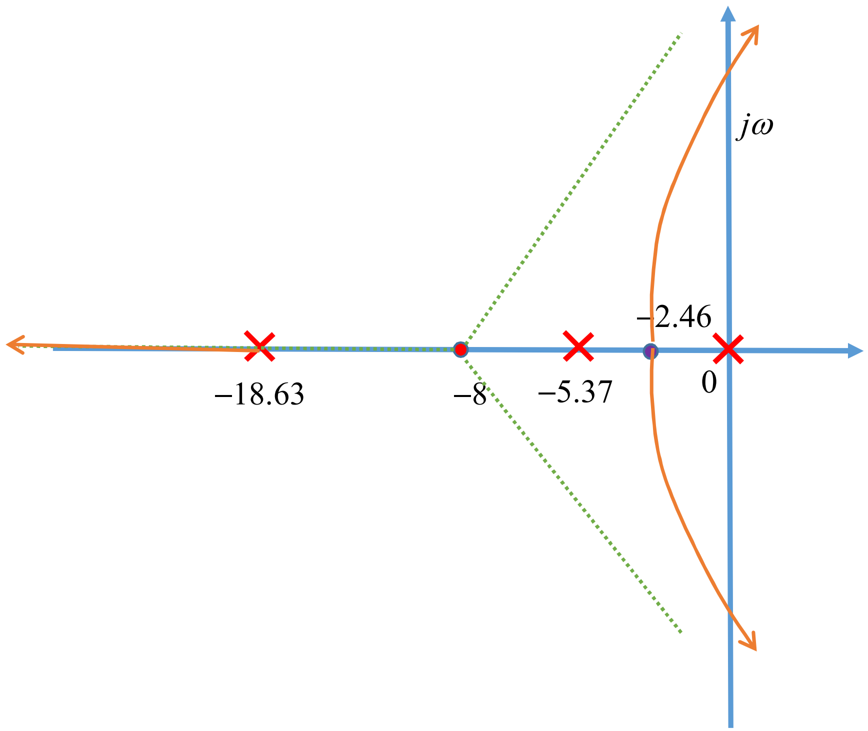
$$(d+5.37)(d+18.63)+d(d+18.63)+d(d+5.37)=0$$

$$3d^2+48d+100=0$$

$$d = \frac{-48\pm\sqrt{48^2-1200}}{6}=\frac{-48\pm 33.23}{6}$$

$$d_1=-53.53 \qquad d_2=-2.46$$

$$d_2 \in (-\infty,-18.63]\cup[-5.37,0]$$



分离角 $\gamma=\frac{(2k+1)\pi}{l}$

$k=1 \qquad \gamma_1=\frac{\pi}{2}$

$k=2 \qquad \gamma_1=\frac{3\pi}{2}$

5、求根轨迹与虚轴交点

闭环特征方程为：

$$s\left(s^2+24s+100\right)+25K=0$$

令 $s=j\omega$

$$s^3+24s^2+100s+25K=0$$

$$-j\omega^3-24\omega^2+100j\omega+25K=0$$

$$\begin{cases} -\omega^3+100\omega=0 \\ -24\omega^2+25K=0 \end{cases}$$

$$\omega=10 \qquad K=96$$