

吉 林 大 学

2012~2013学年第二学期《高等数学AII》试卷

2013 年 6 月 27 日

一	二	三	四	总分

得 分

一、单项选择题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1. 曲线 $y = \sqrt{x}$ 与 $y = 1, x = 4$ 所围成平面图形的面积 $S = (\quad)$.

- (A) $\frac{14}{3}$. (B) $\frac{5}{3}$. (C) $\frac{10}{3}$. (D) $\frac{16}{3}$.

2. 设直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$ 与 $L_2: \begin{cases} x-y=6, \\ 2y+z=3. \end{cases}$ 则 L_1 与 L_2 的

夹角为 (\quad) .

- (A) $\frac{\pi}{6}$. (B) $\frac{\pi}{4}$. (C) $\frac{\pi}{3}$. (D) $\frac{\pi}{2}$.

3. 由方程 $x^2 + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{3} = 1$ 所表示的二次曲面为 (\quad) .

- (A) 椭球面. (B) 椭圆锥面. (C) 椭圆柱面. (D) 椭圆抛物面.

4. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{3xy}{x^2 + y^2} = (\quad)$.

- (A) $\frac{3}{2}$. (B) 0. (C) $\frac{6}{5}$. (D) 不存在.

5. 如果 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数都存在, 则 (\quad) .

(A) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的某个邻域内有界.

(B) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的某个邻域内可微.

(C) $f(x, y_0)$ 在点 x_0 处连续, $f(x_0, y)$ 在点 y_0 处连续.

(D) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处连续.

6. 设 $I_1 = \iint_D (x+y)^2 d\sigma$, $I_2 = \iint_D (x+y)^3 d\sigma$. 其中区域 D 是由 x 轴、 y 轴及直线 $x+y=1$ 所围成的闭区域. 则 I_1 与 I_2 的大小关系为 ().

(A) $I_1 > I_2$.

(B) $I_1 < I_2$.

(C) $I_1 = I_2$.

(D) 根据所给条件不能确定.

得分

二、填空题 (共 6 道小题, 每小题 3 分, 满分 18 分).

1. $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}} =$ _____.

2. 设向量 $\mathbf{a} = (3, 2, \lambda)$, $\mathbf{b} = (-1, 4, -5)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则常数 $\lambda =$ _____.

3. 在 Oxz 面上的抛物线 $z^2 = 5x$ 绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为_____.

4. 由方程 $xy - yz + zx = e^z$ 所确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 在点 $(1, 1)$ 处的全微分为_____.

5. 如果曲面 $z = \frac{x^2}{2} + y^2$ 的切平面与平面 $2x + 2y - z = 0$ 平行, 则切点的坐标为_____.

6. $\int_0^1 x^2 dx \int_x^1 e^{-y^2} dy =$ _____.

得分

三、按要求解答下列各题（共4道小题，每小题 8 分，满分 32 分）.

1. 当 k 为何值时，反常积分 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^k}$ 收敛?

2. 设 f, φ 是 $C^{(2)}$ 类函数, $z = yf(\frac{x}{y}) + x\varphi(\frac{y}{x})$, 求: (1) $\frac{\partial z}{\partial y}$; (2) $x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 计算 $I = \iint_D (xy + |x^2 + y^2 - 2|) d\sigma$, 其中区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 3\}$.

4. 设函数 $f(x, y, z)$ 连续, 且 $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2} + z \iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV$, 其中区域 $\Omega = \{(x, y, z) | \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1\}$, 求 $f(x, y, z)$ 的表达式.

得 分

四、按要求解答下列各题（共4道小题，每小题8分，满分 32 分）.

1. 求摆线 $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$ 的全长.

2. 在曲线 $y = x^2 (x \geq 0)$ 上某点 A 处作一切线，使之与曲线及 x 轴所围图形 D 的面积为 $\frac{1}{12}$ ，试求：(1) 切点 A 的坐标；(2) 由上述平面图形 D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

3. 求函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 3y$ 在闭区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq 4 - x, 0 \leq x \leq 4\}$ 上的最大值和最小值.

4. 设函数 $f(x, y, z) = xy^2 - xyz + z^3$. 求: (1)函数在点(1, 1, 2)处的梯度; (2)在点(1, 1, 2)处沿方向 $\boldsymbol{l} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$ 的方向导数.