2012-2013第一学期　高等数学E 试题A卷

(生命学院2013)

一	二	三	四	五	总　分

得　分

第一题：填空题（每题3分，6题共18 分）

1. $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\tan(\sin x)}{\sin(\tan x)}=$______________.

2. $f(x)=2^x-\frac{2x}{3}\int_1^2 f(x)dx$，则$f(x)=$ ______________.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}[\sqrt{1+(\frac{1}{n})^2}+\sqrt{1+(\frac{2}{n})^2}+\cdots+\sqrt{1+(\frac{n}{n})^2}]=$______________.

4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x-x-\cos x+1}{e^{x^2}-1}=$______________.

5. 曲线 $y=sh(x)$ 在 $x=\ln 3$ 处的切线方程是______________.

6. $y=xe^{3x}$,则$y^{(98)}=$______________.

得　分

第二题：选择题（每题3分，6题共18 分）

1. $f(x)=\begin{cases}\frac{e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}}+ae^x, & x\geq 0\\ \frac{e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}}, & x<0\end{cases}$ 是连续函数，则$a=$ [　　]

(A). 0　　(B). 1　　(C). -1　　(D). e

2. 曲线 $y=x^2$ 围绕y轴旋转得到的旋转曲面方程是[　　]

(A). $y^2=x^2-z$　　(B). $y+z^2=x^2$,

(C). $y=x^2+z^2$,　　(D). $y^2=z^2-x^2$

3. $\int \frac{\sin a}{\sin x \sin(x+a)} dx =$[ ]

(A). $\ln|\sin x \sin(x+a)|+C$ (B). $\ln|\sin x+\sin(x+a)|+C$

(C). $\ln|\sin x-\sin(x+a)|+C$ (D). $\ln|\frac{\sin x}{\sin(x+a)}|+C$

4. $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2} =$ [ ]

(A). $\frac{1}{2}\arctan x-\frac{3}{2}\frac{x}{1+x^2}+C$ (B). $\frac{3}{2}\arctan x-\frac{1}{2}\frac{x}{1+x^2}+C$

(C). $\frac{3}{2}\arctan x+\frac{3}{2}\frac{1}{1+x^2}+C$ (D). $\frac{1}{2}\arctan x+\frac{1}{2}\frac{x}{1+x^2}+C$

5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\int_0^x (\arctan t)^3 dt}{x+\sin x} =$ [ ]

(A). ∞ (B). $(\frac{\pi}{2})^3$ (C). $-(\frac{\pi}{2})^3$ (D). $[\frac{1}{1+(\frac{\pi}{2})^2}]^3$

6. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)-x-ax^2}{x^3} = b$,则$a =$ [ ]

(A). $-\frac{1}{2}$ (B). $\frac{1}{2}$ (C). $-\frac{1}{6}$ (D). $\frac{1}{6}$

得 分

第三题：计算题（每题8分，5题共40 分）

1. 计算 $\int \frac{7x-5}{(x-2)(x-3)} dx$。

2. 计算 $\int_3^8 \frac{1}{(x+1)[(x+1)^{\frac{5}{2}}-1]}dx$。

3. y是由$\sqrt{x^2+y^2}-\ln y=3$定义的x的函数,计算$\frac{dy}{dx}$。

4. 已知参数方程$\begin{cases} x = 2\cos^3\theta \\ y = 3\sin^2\theta \end{cases}$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

5. $f(x)$是定义在$[1,\infty)$上的可导函数,$f(1)=1$,
而且 $\int_1^x f'(t^2)dt = x\ln x - x + 1$, 求$f(x)$。

得　分

第四题：证明题（每小题8分，3题一共24分）

1. 证明曲线 $xy=1$ 的切线在x和y轴截距乘积为常数。

2. 已知$x \in (\frac{4}{5}, 1)$, 求证 $\frac{3}{2}x < \arcsin x < \frac{\sqrt[3]{1+x^3}}{\sqrt{1-x^2}}$

3. $f(x)$ 是定义在 $[0,1]$ 上的可导函数, $f(0)=e, f(1)=1$, 求证必然存在一个点 $\xi \in (0,1)$, 使得 $f'(\xi)=-f(\xi)$。