吉 林 大 学

2012～2013学年第二学期《高等数学CII》试卷

2013 年 6 月 27 日

一	二	三	四	总分

得 分

一、单项选择题（共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1. 由方程 $x^2+\dfrac{y^2}{2}+\dfrac{z^2}{3}=1$所表示的二次曲面为（　　　）.

(A) 椭球面.　　(B) 椭圆锥面.　　(C) 椭圆柱面.　　(D) 椭圆抛物面.

2. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{3xy}{x^2+y^2}=$（　　　）.

(A) $\dfrac{3}{2}$.　　(B) 0.　　(C) $\dfrac{6}{5}$.　　(D) 不存在.

3. 如果 $f(x,y)$的点(x_0,y_0)处的两个偏导数都存在，则（　　　）.

(A) $f(x,y)$在点(x_0,y_0)的某个邻域内有界.

(B) $f(x,y)$在点(x_0,y_0)的某个邻域内可微.

(C) $f(x,y_0)$在点x_0处连续，$f(x_0,y)$在点y_0处连续.

(D) $f(x,y)$在点(x_0,y_0)处连续.

4. 数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\ln^n 3}{2^n}+\dfrac{1}{n(n+1)}\right)$的和等于（　　　）.

(A) $\dfrac{4-\ln 3}{2-\ln 3}$.　　(B) $\dfrac{2}{2-\ln 3}$.　　(C) $\dfrac{\ln 3}{2-\ln 3}$.　　(D) 1.

5. 设 $\mathrm{I}_1=\iint\limits_D (x+y)^2\mathrm{d}\sigma$, $\mathrm{I}_2=\iint\limits_D (x+y)^3\mathrm{d}\sigma$. 其中区域$D$ 是由x轴、y轴及

直线$x+y=1$所围成的闭区域.则 I_1与 I_2的大小关系为（　　　）.

(A) $\mathrm{I}_1 > \mathrm{I}_2$.　　　　(B) $\mathrm{I}_1 < \mathrm{I}_2$.

(C) $\mathrm{I}_1 = \mathrm{I}_2$.　　　　(D) 根据所给条件不能确定.

6. 如果 2 是微分方程$y''+py'+qy=\mathrm{e}^{2x}$的特征方程的一个单根，则该微分方程必有一个特解的形式为$y^*=$（　　　）.

(A) $A\mathrm{e}^{2x}$.　　(B) $Ax\mathrm{e}^{2x}$.　　(C) $Ax^2\mathrm{e}^{2x}$.　　(D) $x\mathrm{e}^{2x}$.

得 分

二、填空题（共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1. 设向量$\boldsymbol{a}=(3,\ 2,\lambda)$，$\boldsymbol{b}=(-1,\ 4,-5)$,且$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则常数$\lambda=$____________________.

2. 由方程 $xy-yz+zx=\mathrm{e}^z$ 所确定的隐函数 $z=z(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处的全微分为____________________.

3. $\int_0^1 x^2\mathrm{d}x\int_x^1 \mathrm{e}^{-y^2}\mathrm{d}y=$____________________.

4. 函数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{|x|}{x}\right)^n$的收敛域为____________________.

5. 将函数$\ln(1+x)$展开成x的幂级数的形式为____________________.

6. 微分方程$xy'+y=0$满足$y(1)=1$的解为____________________.

得 分

三、按要求解答下列各题(共4道小题，每小题 8 分，满分 32 分).

1. 求直线$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$与平面$x+y+z=0$的交点和夹角$\varphi$.

2. 设f,φ是$\mathrm{C}^{(2)}$类函数, $z=yf(\dfrac{x}{y})+x\varphi(\dfrac{y}{x})$, 求：(1) $\dfrac{\partial z}{\partial y}$; (2) $x\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 计算$I=\iint\limits_D(xy+|x^2+y^2-2|)\mathrm{d}\sigma$,其中区域$D=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 3\}$.

4. 设函数$f(x,y,z)$连续, 且$f(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2}+z\iiint\limits_\Omega f(x,y,z)\mathrm{d}V$, 其中区域$\Omega=\{(x,y,z)|\sqrt{x^2+y^2}\leqslant z\leqslant 1\}$,求$f(x,y,z)$的表达式.

得 分

四、按要求解答下列各题（共4道小题，每小题8分，满分 32 分）.

1．求函数$f(x,y)=x^2+y^2-xy-3y$在闭区域$D=\{(x,y)|0\leqslant y\leqslant 4-x\ ,\ 0\leqslant x\leqslant 4\}$上的最大值和最小值.

2．求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} n(x+1)^{n-1}$的收敛域与和函数.

3. 设$f(x)$具有一阶连续导数, $f(\frac{1}{2})=3$，且满足方程 $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t=\frac{x}{2}f(x)+x$,求 $f(x)$.

4. 求微分方程 $y''+6y'+9y=0$ 满足 $y(0)=1$, $y'(0)=-3$ 的特解.