

2013—2014 学年第一学期《医科数学 A I》试卷

2014 年 1 月 2 日

一	二	三	四	五	六	总 分

得 分

一、填空题(共 6 道小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{k}{x}}, & x > 0, \\ e^{x-1}, & x \leq 0, \end{cases}$ 在 $x=0$ 点处连续, 则常数 $k =$ _____.
2. 若 $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ 与 $\sin 2\Delta x$ 为 $\Delta x \rightarrow 0$ 时的等价无穷小, 则 $f'(x_0) =$ _____.
3. 函数 $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ 的凸区间为 _____.
4. 曲线 $y = x + \frac{4}{x^2}$ 的斜渐近线为 _____.
5. $\int_{-1}^1 \frac{1+x^3}{1+x^2} dx =$ _____.
6. 微分方程 $y'' + 4y = 0$ 的通解为 _____.

得 分

二、选择题(共 6 道小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 曲线 $y^3 - 3xy + x^3 - 1 = 0$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为 ().
(A). $y = x + 1$; (B). $y = -x + 1$; (C). $y = x - 1$; (D). $y = -x - 1$.
2. 若点 $x = x_0$ 是函数 $y = f(x)$ 的极值点, 则 ().
(A). 必有 $f'(x_0)$ 存在且等于零; (B). 必有 $f'(x_0)$ 存在但不等于零;
(C). 如果 $f'(x_0)$ 存在则必等于零; (D). 如果 $f'(x_0)$ 存在则必不等于零.

(共 6 页 第 1 页)

3. 如果 $f(x)$ 的导数为 $\cos x$, 则 $f(x)$ 的一个原函数为 ().

- (A). $1 + \sin x$; (B). $1 - \sin x$; (C). $1 + \cos x$; (D). $1 - \cos x$.

4. 下列反常积分发散的是 ().

- (A). $\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$; (B). $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$; (C). $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$; (D). $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$.

5. 求方程 $yy'' - (y')^2 = 0$ 的通解时, 可令 ().

- (A). $y' = P$, 则 $y'' = \frac{dP}{dx}$; (B). $y' = P$, 则 $y'' = P \frac{dP}{dy}$;

- (C). $y' = P$, 则 $y'' = P \frac{dP}{dx}$; (D). $y' = P$, 则 $y'' = P' \frac{dP}{dy}$.

6. 函数 $f(x, y)$ 在点 $P(x, y)$ 的某一邻域内具有一阶连续的偏导数是函数 $f(x, y)$ 在该点可微的 ().

- (A). 必要条件, 但不是充分条件; (B). 充分必要条件;
(C). 充分条件, 但不是必要条件; (D). 既不是充分条件, 也不是必要条件.

得 分

三、计算下列各题 (共 5 道小题, 每小题各 6 分, 满分 30 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \int_0^{x^2} \cos t^2 dt}{x^{10}}$.

2. 求积分 $\int \frac{x + \ln(1-x)}{x^2} dx$.

3. 求积分 $\int_0^2 \frac{1}{(x^2 + 4)^{\frac{3}{2}}} dx$.

4. 求累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dy \int_y^{\sqrt{\frac{\pi y}{2}}} \frac{\sin x}{x} dx$.

5. 求积分 $\iint_D e^{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$, 其中 D 是由曲线 $x^2 + y^2 = 1$, $x=0$, $y=0$ 围成的第一象限部分区域.

得 分

四、(共 2 道小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

1. 设 $z = f(xe^y, x)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. 由方程 $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1$ 确定函数 $z = f(x, y)$, 求 dz .

得 分

五、(共 1 道小题，满分 8 分)

设可导函数 $f(x)$ 满足 $f'(x) - \frac{f(x)}{x} = \int_1^x \frac{f(t)}{t^2} dt - 3x^2$ ，且 $f(1) = 2$ ，求 $f(x)$ 。

得 分

六、应用题 (共 2 道小题, 第 1 小题 6 分, 第 2 小题 8 分, 满分 14 分)

1. 求函数 $f(x) = \frac{4(x+1)}{x^2} - 2$ 的极值, 并求曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

2. 设由曲线 $y = e^{-2x}$, 与其在 $(-\frac{1}{2}, e)$ 点处的切线及 y 轴围成的平面图形.

(1) 求该平面图形的面积; (2) 求由该平面图形绕 x 轴旋转所生成的旋转体的体积.