2012—2013 学年第二学期《医科数学 BⅡ》试卷

（2012 级药学专业用）

2013 年 6 月 27 日

一	二	三	四	五	六	总　分

得 分

一、填空题(共 5 道小题，每小题 3 分，满分 15 分)

1．幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{5n}$ 的收敛域为________________________.

2．函数 $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$ 的麦克劳林级数是__________________________.

3．微分方程 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=\frac{2xy'}{1+x^2}$ 的通解是____.

4．函数 $u=2xy-z^2$ 在点 $\left(2,-1,1\right)$ 处的方向导数的最大值是__________________.

5．设曲线 L 为圆周 $x=a\cos t$，$y=a\sin t\ (0\le t\le 2\pi)$，则 $\int_L (x^2+y^2)^{2009}\,\mathrm{d}s=$ _______________.

得 分

二、选择题(共 5 道小题，每小题 3 分，满分 15 分)

1．下列级数收敛的是（　　　）.

(A)．$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{n+1}$；　(B)．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}$；　(C)．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2^n}$；　(D)．$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$.

2．微分方程 $y''=y'$ 的通解 $y=$（　　　）.

(A)．$C_1+C_2e^x$；　(B)．$C_1x+C_2e^x$；　(C)．C_1+C_2x；　(D)．$C_1x+C_2x^2$.

3．微分方程 $y''+y=\sin x$ 的特解具有的形式 $y*=$（　　　）.

(A)．$a\sin x$；　(B)．$a\cos x$；　(C)．$x(a\sin x+b\cos x)$；　(D)．$a\sin x+b\cos x$.

4．函数 $f(x,y)$ 在点 $P(x,y)$ 的某一邻域内具有一阶连续的偏导数是 $f(x,y)$ 在该点可微的（　　　）.

(A)．必要条件，但不是充分条件；　(B)．充分条件，但不是必要条件；

(C)．充分必要条件；　(D)．既不是充分条件，也不是必要条件.

5．设 $I=\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{1-y}}f(x,y)\,\mathrm{d}x$，则改变积分次序后 $I=$（　　　）.

（A）．$\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{1-x}}f(x,y)\,\mathrm{d}y$；　（B）．$\int_0^{\sqrt{1-y}}\mathrm{d}x\int_0^1 f(x,y)\,\mathrm{d}y$；

（C）．$\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{1+x^2}f(x,y)\,\mathrm{d}y$；　（D）．$\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{1-x^2}f(x,y)\,\mathrm{d}y$.

得 分

三、(共 2 道小题，每小题 8 分，满分 16 分)

1．判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{a^n n!}\quad (a>0, a\neq e)$的敛散性.

2．将函数 $f(x)=\frac{1}{4}\ln\frac{1+x}{1-x}+\frac{1}{2}\arctan x-x$ 展成 x 的幂级数.

得 分

四、(共 2 道小题，第 1 小题 9 分，第 2 小题 7 分，满分 16 分)

1．设可导函数 $f(x)$ 满足 $f(x)\cos x-2\int_0^x f(t)\sin t\,\mathrm{d}t=x+1$，求 $f(x)$．

2．用 *Laplace* 变换求微分方程组 $\begin{cases} x'+x-y=e^t, \\ y'+3x-2y=2e^t, \end{cases}$ 满足初始条件 $\begin{cases} x\big|_{t=0}=1, \\ y\big|_{t=0}=1 \end{cases}$ 的特解.

得 分

五、（共 3 道小题，第 1，2 小题 6 分，第 3 小题 7 分，满分 19 分）

1．设函数 $z = y^2 + f(x, \frac{x}{y})$，其中 f 具有连续偏导数，求 $\mathrm{d}z$.

2．设 $z^3 - 3xyz = a^3$，试证 $x\frac{\partial z}{\partial x} = y\frac{\partial z}{\partial y}$.

3．求函数 $z=\ln(x+y)$ 在抛物线 $y^2=4x$ 上点 $(1,2)$ 处，沿着这抛物线在该点处偏向 x 轴正方向的切线方向的方向导数．

得 分

六、计算下列积分(共 3 道小题，第 1 小题 7 分，第 2，3 小题 6 分，满分 19 分)

1. $\int_0^1 \mathrm{d}x \int_x^{\sqrt{x}} \frac{\sin y}{y} \mathrm{d}y$.

2. $\iint\limits_{D}\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}\sigma$，其中 D 是由抛物线 $y=x^2$，直线 $y=x$ 所围成的区域.

3. 计算 $I=\int_L (e^x\sin y-b(x+y))\,\mathrm{d}x+(e^x\cos y-ax)\,\mathrm{d}y$，其中 $a,\ b$ 为正的常数，L 为从点 $A(2a,0)$ 沿曲线 $y=\sqrt{2ax-x^2}$ 到点 $O(0,0)$ 的弧.