

吉 林 大 学

2013~2014 学年第一学期《高等数学 CI》试卷

2014 年 1 月 6 日

一	二	三	四	总 分

得 分

一、单项选择题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. 曲线 $y = \frac{2x + 3\sin x}{x - \cos x}$ 的水平渐近线是 ()

- (A) $y = 0$. (B) $y = 2$. (C) $y = 3$. (D) $y = 4$.

2. 设 $y = 3x^2 + \arctan \frac{1}{x}$, 则 $x = 0$ 为函数的 ()

- (A) 跳跃间断点. (B) 可去间断点.
(C) 无穷间断点. (D) 振荡间断点.

3. 函数 $y = \frac{4(x+1)}{x^2} - 2$ 单调增加且为下凸的区间是 ()

- (A) $(-\infty, -3)$. (B) $(-3, -2)$. (C) $(-2, 0)$. (D) $(0, +\infty)$.

4. 设方程 $e^y + xy = e$ 确定 $y = y(x)$, 则 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0} =$ ()

- (A) 1. (B) -1. (C) $-\frac{1}{e^2}$. (D) $\frac{1}{e^2}$.

5. 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某邻域内连续, 且 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2} = -1$, 则 $f(x)$ 在 $x=a$ 处

()

(A) 不可导.

(B) 可导且 $f'(a) \neq 0$.

(C) 取得极小值.

(D) 取得极大值.

6. 下列反常积分发散的是 ()

(A) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx.$

(B) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

(C) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx.$

(D) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{(\ln x)^3}} dx.$

得 分

二、填空题 (共 6 道小题, 每小题 3 分, 满分 18 分) .

1. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^k} = \frac{1}{2}$, 则 $k =$ _____.

2. 设函数 $f(x)$ 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, 则 $f'(0) =$ _____.

3. 设 $F(x) = \int_0^{x^2} e^{-u^2} du$, 则 $dF(x) =$ _____.

4. 由曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = 2x + 3$ 围成图形的面积是_____.

5. 曲线 $\begin{cases} x = 1 + t^3 \\ y = 5t + \ln(2+t) \end{cases}$ 在对应 $t = -1$ 处的切线方程是_____.

6. $\int_{-2}^2 \frac{x^2 \arcsin x}{1+x^4} dx =$ _____.

得 分

三、解答题（共 6 道小题，每小题 8 分，满分 48 分）.

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1})$.

2. 设 $y = x2^x + \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$, 求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0}$.

3. 设某种商品的需求函数为 $Q = 12 - \frac{P}{2}$, 其中 P 为销售价格, Q 为需求量.

(1) 求需求弹性函数;

(2) 问 P 为何值时总收益最大? 并求出最大收益.

4. 求 $\int \left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{xe^x}{\sqrt{1+e^x}} \right) dx$.

5. 设 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x^2}, & x \geq 0, \\ \frac{1}{1+\cos x}, & -1 \leq x < 0, \end{cases}$ 求 $\int_1^4 f(x-2)dx$.

6. (1) 过原点作曲线 $y = \sqrt{x-1}$ 的切线 L ，求切线 L 的方程；

(2) 计算由 x 轴，曲线 $y = \sqrt{x-1}$ 及切线 L 围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所生成的旋转体体积.

得 分

四、按要求解答下列各题（共 2 道小题，每题 8 分，满分 16 分）.

1. 设函数 $f(x)$ 的 $[2, 4]$ 上连续，在 $(2, 4)$ 内可导，且满足 $f(2) = \int_3^4 (x-1)^2 f(x) dx$ ，
证明在 $(2, 4)$ 内至少存在一点 ξ ，使 $(1-\xi)f'(\xi) = 2f(\xi)$.

2. (1) 证明：对于任意正整数 n ，不等式 $\frac{1}{n+1} < \ln(1 + \frac{1}{n}) < \frac{1}{n}$ 成立；

- (2) 设数列 $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n$ ($n=1, 2, \cdots$)，证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在.