吉 林 大 学

2012～2013学年第二学期《高等数学BII》试卷

2013 年 6 月 27 日

一	二	三	四	总分

得 分

一、单项选择题（共6道小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{3xy}{x^2+y^2}=$（　　　）.

(A) $\dfrac{3}{2}$.　　(B) 0.　　(C) $\dfrac{6}{5}$.　　(D) 不存在.

2. 如果$f(x,y)$的点(x_0,y_0)处的两个偏导数都存在，则（　　　）.

(A) $f(x,y)$在点(x_0,y_0)的某个邻域内有界.

(B) $f(x,y)$在点(x_0,y_0)的某个邻域内可微.

(C) $f(x,y_0)$在点x_0处连续，$f(x_0,y)$在点y_0处连续.

(D) $f(x,y)$在点(x_0,y_0)处连续.

3. 设空间曲线Γ的方程是$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1, \\ x+y+z=0, \end{cases}$ 则 $\oint_\Gamma y^2\mathrm{d}s=$（　　　）.

(A) $\dfrac{2}{3}\pi$.　　(B) 2π.　　(C) $\dfrac{3}{2}\pi$.　　(D) 6π.

4. 数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\ln^n 3}{2^n}+\dfrac{1}{n(n+1)}\right)$的和等于（　　　）.

(A) $\dfrac{4-\ln 3}{2-\ln 3}$.　　(B) $\dfrac{2}{2-\ln 3}$.　　(C) $\dfrac{\ln 3}{2-\ln 3}$.　　(D) 1.

5. 设周期函数$f(x)$在一个周期内的表达式为$f(x)=\begin{cases}-1,-\pi<x\leqslant 0,\\ 1+x^2,0<x\leqslant\pi,\end{cases}$则它的傅里叶级数在$x=4\pi$处收敛于（　　　）.

(A) 0.　　　(B) -1.　　　(C) $1+\pi^2$.　　　(D) 4π.

6. 如果 2 是微分方程$y''+py'+qy=\mathrm{e}^{2x}$的特征方程的一个单根，则该微分方程必有一个特解的形式为y^*=（　　　）.

(A) $A\mathrm{e}^{2x}$.　　　(B) $Ax\mathrm{e}^{2x}$.　　　(C) $Ax^2\mathrm{e}^{2x}$.　　　(D) $x\mathrm{e}^{2x}$.

得 分

二、填空题（共6道小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1. 由方程 $xy-yz+zx=\mathrm{e}^z$ 所确定的隐函数 $z=z(x,y)$ 在点(1, 1)处的全微分为____________________.

2. 如果曲面 $z=\dfrac{x^2}{2}+y^2$ 的切平面与平面 $2x+2y-z=0$ 平行，则切点的坐标为____________________.

3. 设 Σ为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限的部分，则第一型曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} z\mathrm{d}S=$ ____________________.

4. 函数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}\left(\dfrac{|x|}{x}\right)^n$的收敛域为____________________.

5. 将函数$\ln(1+x)$展开成x的幂级数的形式为____________________.

6. 微分方程$xy'+y=0$满足$y(1)=1$的解为____________________.

得 分

三、按要求解答下列各题（共4道小题，每小题 8 分，满分 32 分）.

1. 设 f,φ是 $\mathrm{C}^{(2)}$类函数， $z=yf(\dfrac{x}{y})+x\varphi(\dfrac{y}{x})$ ，求:(1) $\dfrac{\partial z}{\partial y}$; (2) $x\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 计算 $\mathrm{I}=\iint\limits_{D}(xy+|x^2+y^2-2|)\mathrm{d}\sigma$ ，其中区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 3\}$.

3. 设函数 $f(x,y,z)$ 连续，且 $f(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2}+z\iiint\limits_{\Omega}f(x,y,z)\mathrm{d}V$ ，其中区域 $\Omega=\{(x,y,z)|\sqrt{x^2+y^2}\leqslant z\leqslant 1\}$ ，求 $f(x,y,z)$ 的表达式.

4. 计算曲线积分 $\mathrm{I}=\oint_L(\mathrm{e}^x\sin y-8y)\mathrm{d}x+(\mathrm{e}^x\cos y-8)\mathrm{d}y$ ，其中 L 为圆周 $x^2+y^2=2x$ ，取逆时针方向.

得 分

四、按要求解答下列各题（共4道小题，每小题 8 分，满分 32 分）.

1. 计算曲面积分 $\mathrm{I}=\iint\limits_{\Sigma} xz^2\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(x^2y-z^3)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(2xy+y^2z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ ，其中曲面 Σ 为上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.

2. 设 $f(x)$ 具有一阶连续导数，$f(\dfrac{1}{2})=3$ ，且满足方程 $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t=\dfrac{x}{2}f(x)+x$,求 $f(x)$.

3. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n(x+1)^{n-1}$ 的收敛域与和函数.

4. 求函数 $f(x,y)=x^2+y^2-xy-3y$ 在闭区域 $D=\{(x,y)|\ 0\leqslant y\leqslant 4-x, 0\leqslant x\leqslant 4\}$ 上的最大值和最小值.