

2013—2014 学年第一学期《医科数学 C》试卷

2014 年 1 月 2 日

一	二	三	四	五	六	总 分

得 分

一、填空题(共 6 道小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{k}{x}}, & x > 0, \\ e^{x-1}, & x \leq 0, \end{cases}$ 在 $x=0$ 点处连续, 则常数 $k =$ _____.
2. 设 $f'(x_0)$ 存在, 且 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} = 4$, 则 $f'(x_0) =$ _____.
3. 函数 $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ 的凸区间为_____.
4. $\int_{-1}^1 \frac{1+x^3}{1+x^2} dx =$ _____.
5. 由曲线 $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = 1$ 及 $x = 0$ 所围图形绕 y 轴旋转一周而成的旋转体体积为_____.
6. 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$, 将二重积分 $\iint_D f(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$ 化为极坐标形式的累次积分为_____.

得 分

二、选择题(共 6 道小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 曲线 $y^3 - 3xy + x^3 - 1 = 0$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为 ().
(A). $y = x + 1$; (B). $y = -x + 1$; (C). $y = x - 1$; (D). $y = -x - 1$.
2. 若点 $x = x_0$ 是函数 $y = f(x)$ 的极值点, 则 ().
(A). 必有 $f'(x_0)$ 存在且等于零; (B). 必有 $f'(x_0)$ 存在但不等于零;
(C). 如果 $f'(x_0)$ 存在则必等于零; (D). 如果 $f'(x_0)$ 存在则必不等于零.

(共 6 页 第 1 页)

3. 如果 $f(x)$ 的导数为 $\cos x$, 则 $f(x)$ 的一个原函数为 ().

- (A). $1 + \sin x$; (B). $1 - \sin x$; (C). $1 + \cos x$; (D). $1 - \cos x$.

4. 下列反常积分发散的是 ().

- (A). $\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$; (B). $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$; (C). $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$; (D). $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$.

5. 方程 $y'' = \sin x$ 的通解是 ().

- (A). $y = \cos x + C_1 x + C_2$; (B). $y = -\sin x + C_1 x + C_2$;
(C). $y = -\sin x + C_1$; (D). $y = -\sin x + C_1 x$.

6. 函数 $f(x, y)$ 在点 $P(x, y)$ 的某一邻域内具有一阶连续的偏导数是函数 $f(x, y)$ 在该点可微的 ().

- (A). 必要条件, 但不是充分条件; (B). 充分必要条件;
(C). 充分条件, 但不是必要条件; (D). 既不是充分条件, 也不是必要条件.

得 分

三、计算下列各题 (共 5 道小题, 每小题各 6 分, 满分 30 分)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 试将无穷小量 $\int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{4+t^2}} dt$ 与 $x - \sin x$ 进行阶的比较.

2. 求积分 $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}} dx$.

3. 求积分 $\int_0^2 \frac{1}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}} dx$.

4. 求积分 $\int_0^3 \frac{1}{(x-2)^2} dx$.

5. 求累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d} y \int_y^{\sqrt{\frac{\pi y}{2}}} \frac{\sin x}{x} \mathrm{d} x$.

得 分

四、(共 2 道小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

1. 设 $z = f(xe^y, x)$, 其中 f 具有连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. 由方程 $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1$ 确定函数 $z = f(x, y)$, 求 $\mathrm{d} z$.

得 分

五、(共 1 道小题，满分 8 分)

求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 y}{e^{-y} - x \cos^2 y}$ 的通解.

得 分

六、应用题 (共 2 道小题, 每小题 7 分, 满分 14 分)

1. 求函数 $f(x) = \int_0^{x^2} (2-t)e^{-t} dt$ 的极值.

2. 确定常数 k , 使曲线 $y=x^2$ 与直线 $x=k$, $x=k+2$, $y=0$ 所围成的平面图形面积最小.