吉 林 大 学

2015~2016 学年第二学期《高等数学 AII》试卷

2016 年 6 月 28 日

一	二	三	四	总　分

得 分

一、单项选择题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分，下列每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内.）

1. 函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^4}$ 在点(0,0)处的偏导数（　　）.

（A） $f_x'(0,0)$ 存在， $f_y'(0,0)$ 不存在　　（B） $f_x'(0,0)$ 不存在， $f_y'(0,0)$ 存在

（C） $f_x'(0,0)$， $f_y'(0,0)$ 都存在　　（D） $f_x'(0,0)$， $f_y'(0,0)$ 都不存在

2. 设方程 $xyz+\mathrm{e}^z=1$ 确定 z 是 x，y 的函数，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$（　　）.

（A） $-\dfrac{yz}{\mathrm{e}^z}$　　（B） $\dfrac{yz}{\mathrm{e}^z}$　　（C） $-\dfrac{yz}{xy+\mathrm{e}^z}$　　（D） $\dfrac{yz}{xy+\mathrm{e}^z}$

3. 空间区域 $\Omega=\{(x,y,z)\big|0\le z\le\sqrt{4-x^2-y^2},x^2+y^2\le1\}$ 的体积是（　）.

（A） $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^2 r\sqrt{4-r^2}\mathrm{d}r$　　（B） $4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1 r\sqrt{4-r^2}\mathrm{d}r$

（C） $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^2\sqrt{4-r^2}\mathrm{d}r$　　（D） $4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1\sqrt{4-r^2}\mathrm{d}r$

4. $I_1=\iint\limits_D[\ln(x+y)]^9\mathrm{d}x\mathrm{d}y$， $I_2=\iint\limits_D(x+y)^9\mathrm{d}x\mathrm{d}y$， $I_3=\iint\limits_D[\sin(x+y)]^9\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中平面区域 D 由直线 $x+y=1,x+y=\dfrac{1}{2},x=0,y=0$ 所围成，则（　　　　）.

（A） $I_1\le I_3\le I_2$　　（B） $I_3\le I_2\le I_1$

（C） $I_1\le I_2\le I_3$　　（D） $I_3\le I_1\le I_2$

5. 设空间区域$\Omega=\{(x,y,z)\big|x^2+y^2+z^2\le 2, z\ge\sqrt{x^2+y^2}\}$， $f(x,y,z)$为连续函数，则三重积分$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)\mathrm{d}V=$（　　　　）.

（A）$\int_{-1}^{1}\mathrm{d}x\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}y\int_{\sqrt{2-x^2-y^2}}^{\sqrt{x^2+y^2}} f(x,y,z)\mathrm{d}z$

（B）$4\int_{0}^{1}\mathrm{d}x\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}y\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} f(x,y,z)\mathrm{d}z$

（C）$\int_{0}^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_{0}^{1}\mathrm{d}r\int_{r}^{2-r^2} f(r\cos\theta,r\sin\theta,z)\mathrm{d}z$

（D）$\int_{0}^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}\varphi\int_{0}^{\sqrt{2}} f(r\sin\varphi\cos\theta,r\sin\varphi\sin\theta,r\cos\varphi)r^2\sin\varphi\,\mathrm{d}r$

6. 如果反常积分$\int_{-\infty}^{0}\mathrm{e}^{-kx}\mathrm{d}x$收敛，则必有(　　　).

（A）$k>0$　　　（B）　$k<0$　　　（C）$k\ge 0$　　　（D）　$k\le 0$

得 分

二、填空题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分，请将答案写在题后的横线上.）

1. 极限$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to\pi}}\dfrac{\sin(xy)}{x}=$ ____________.

2. 直线$L:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+8}{1}$与平面$\Pi:-x-y+2z=1$的夹角为_________.

3. 曲线$\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=4,\\ y=z+x\end{cases}$在$Oxz$平面上的投影柱面方程为____________.

4. 由曲线$y=x^2$与$x=y^2$所围成的图形绕x轴旋转一周所形成的旋转体的体积是_________________.

5. 曲面$z=xy$在点$M(-1,-1,1)$处的切平面方程为____________________.

6. $\int_{0}^{2}\mathrm{d}x\int_{x}^{2}\mathrm{e}^{-y^2}\mathrm{d}y=$ _________________.

得 分

三、按要求解答下列各题（共 4 道小题，每小题 8 分，满分 32 分）.

1．设 f 为$C^{(2)}$类函数，且$z=f(x+y,x-y)$，求$\mathrm{d}z$和$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2．设$y=y(x),z=z(x)$是由方程组$\begin{cases}x^2+2y^2+z^2=10,\\ x+y+z=0\end{cases}$确定的隐函数，求$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x},\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$.

3．求过点$(-1,2,3)$垂直于直线$\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{6}$，且平行于平面$7x+8y+9z+10=0$的直线方程.

4. 设平面区域$D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1, x\ge 0\right\}$，计算二重积分$\iint\limits_D \dfrac{1+xy}{1+x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

得 分

四、按要求解答下列各题（共 4 道小题，每小题 8 分，满分 32 分）.

1. 求心脏线 $r=2(1+\cos\theta)$ 的全长.

2. 设 $\boldsymbol{n}$ 是曲面 $2x^2+3y^2+z^2=6$ 在点 $P(1,1,1)$ 处的指向外侧的法向量,

求函数 $u=\dfrac{\sqrt{6x^2+8y^2}}{z}$ 在点 P 处沿方向 $\boldsymbol{n}$ 的方向导数.

3. 曲面Σ是由曲线$\begin{cases} y=\sqrt{z-1}, \\ x=0 \end{cases}$$(1 \le \mathrm{z} \le 3)$绕$z$轴旋转一周所形成的曲面.

（1）写出Σ的方程；

（2）设区域Ω是由曲面Σ与平面$z=3$围成的区域，计算$\iiint\limits_{\Omega} \mathrm{e}^{z} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$.

4. 已知a,b满足$\int_a^b |x| \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}(a \le 0 \le b)$，求曲线$y=x^2+ax$与直线$y=bx$所围区域面积的最大值和最小值.