吉 林 大 学

2015~2016 学年第二学期《高等数学 CII》试卷

2016 年 6 月 28 日

一	二	三	四	总　分

得 分

一、单项选择题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分，下列每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内.）

1. 过点 $(1,-2,4)$ 且与平面 $2x-3y+z=4$ 垂直的直线方程是（　　）.

（A）$\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-4}{-1}$　　（B）$2x-3y+z=8$

（C）$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-4}{4}$　　（D）$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-4}{1}$

2. 函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^4}$ 在点(0,0)处的偏导数（　　）.

（A）$f_x'(0,0)$ 存在，$f_y'(0,0)$ 不存在　　（B）$f_x'(0,0)$ 不存在，$f_y'(0,0)$ 存在

（C）$f_x'(0,0)$，$f_y'(0,0)$ 都存在　　（D）$f_x'(0,0)$，$f_y'(0,0)$ 都不存在

3. 设方程 $xyz+\mathrm{e}^z=1$ 确定 z 是 x，y 的函数，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$（　　）.

（A）$-\dfrac{yz}{\mathrm{e}^z}$　　（B）$\dfrac{yz}{\mathrm{e}^z}$　　（C）$-\dfrac{yz}{xy+\mathrm{e}^z}$　　（D）$\dfrac{yz}{xy+\mathrm{e}^z}$

4. 空间区域 $\Omega=\{(x,y,z)\,|\,0\le z\le\sqrt{4-x^2-y^2},x^2+y^2\le 1\}$ 的体积是（　）.

（A）$4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1 r\sqrt{4-r^2}\mathrm{d}r$　　（B）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^2 r\sqrt{4-r^2}\mathrm{d}r$

（C）$4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1 \sqrt{4-r^2}\mathrm{d}r$　　（D）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^2 \sqrt{4-r^2}\mathrm{d}r$

5. 设空间区域$\Omega=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le 2, z\ge\sqrt{x^2+y^2}\}$， $f(x,y,z)$为连续函数，则三重积分$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)\mathrm{d}V=$（　　）.

（A） $\int_{-1}^{1}\mathrm{d}x\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}y\int_{\sqrt{2-x^2-y^2}}^{\sqrt{x^2+y^2}} f(x,y,z)\mathrm{d}z$

（B） $4\int_{0}^{1}\mathrm{d}x\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}y\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} f(x,y,z)\mathrm{d}z$

（C） $\int_{0}^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_{0}^{1}\mathrm{d}r\int_{r}^{2-r^2} f(r\cos\theta,r\sin\theta,z)\mathrm{d}z$

（D） $\int_{0}^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}\varphi\int_{0}^{\sqrt{2}} f(r\sin\varphi\cos\theta,r\sin\varphi\sin\theta,r\cos\varphi)r^2\sin\varphi\,\mathrm{d}r$

6. 如果级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^p}$ $(p>0)$绝对收敛，则常数 p 的取值范围是（　　）.

（A） $p>1$　　（B） $0<p<1$　　（C） $p\ge 1$　　（D） $0<p\le 1$

得 分

二、填空题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分，请将答案写在题后的横线上.）

1. 极限$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to\pi}}\dfrac{\sin(xy)}{x}=$ ________ .

2. 向量$\boldsymbol{a}=(2,-3,5)$与$\boldsymbol{b}=(3,m,-2)$互相垂直，则$m=$__________.

3. 曲线$\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=4,\\ y=z+x\end{cases}$在$Oxz$平面上的投影柱面方程为________________.

4. 差分方程$y_{x+1}-y_x=x2^x$的通解为________________ .

5. 将函数$f(x)=\dfrac{1}{x}$展开成$(x-2)$的幂级数为________________.

6. 微分方程$y''-3y'+2y=0$的通解为____________________.

得 分

三、按要求解答下列各题（共 4 道小题，每小题 8 分，满分 32 分）.

1．设 f 为 $C^{(2)}$ 类函数，且 $z=f(x+y,x-y)$，求 $\mathrm{d}z$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2．设可导函数 $f(x)$ 满足

$$f(x)\cos x+2\int_0^x f(t)\sin t\mathrm{d}t=x+1$$

求 $f(x)$.

3．设平面区域$D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1,x\ge 0\right\}$，计算二重积分$\iint\limits_D \dfrac{1+xy}{1+x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

4. 求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{n-1}}{n}$的收敛域与和函数.

得 分

四、按要求解答下列各题（共 4 道小题，每小题 8 分，满分 32 分）.

1．设 $x>0, y>0, z>0$，用 Lagrange 乘数法求函数 $u=x^3y^2z$ 在约束条件 $x+y+z=12$ 下的最大值.

2．求微分方程 $y''+4y=2x^2$ 满足 $y(0)=0, y'(0)=1$ 的特解.

3. Σ 是由曲线 $\begin{cases} y=\sqrt{z-1}, \\ x=0 \end{cases}$ $(1 \le z \le 3)$ 绕 z 轴旋转一周所形成的曲面.

（1）写出 Σ 的方程；

（2）设区域 Ω 是由曲面 Σ 与平面 $z=3$ 围成的区域，计算 $\iiint\limits_{\Omega} \mathrm{e}^{z} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$.

4. 设 $a>0$，讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n!}{n^n}$ 的敛散性.