吉 林 大 学

2013~2014 学年第一学期《高等数学 BI》试卷

2014 年 1 月 6 日

一	二	三	四	总　分

得 分

一、单项选择题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. 曲线 $y=\dfrac{2x+3\sin x}{x-\cos x}$ 的水平渐近线是（　　）

（A） $y=0$.　　（B） $y=2$.　　（C） $y=3$.　　（D） $y=4$.

2. 设 $y=x^2+\arctan\dfrac{1}{x}$，则 $x=0$ 为函数的（　　）

（A）跳跃间断点.　　（B） 可去间断点.

（C）无穷间断点.　　（D） 振荡间断点.

3. 函数 $y=\dfrac{4(x+1)}{x^2}-2$ 的单调增加且为下凸的区间是（　　）

（A）$(-\infty,-3)$.　　（B）$(-3,-2)$.　　（C）$(-2,0)$.　　（D） $(0,+\infty)$.

4. 设方程 $e^y+xy=e$ 确定 $y=y(x)$，则 $\dfrac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=0}=$（　　）

（A）1.　　（B）-1.　　（C）$-\dfrac{1}{e^2}$.　　（D）$\dfrac{1}{e^2}$.

5. 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某邻域内连续，且 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1$，则 $f(x)$ 在 $x=a$ 处

（　　　）

（A）不可导.　　　　　　　　（B）可导且 $f'(a)\neq 0$.

（C）取得极小值.　　　　　　（D）取得极大值.

6. 下列反常积分发散的是（　　　）

（A） $\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x$.　　　　（B） $\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$.

（C） $\int_{2}^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^3}}\mathrm{d}x$.　　　　（D） $\int_{2}^{+\infty}\dfrac{1}{x\sqrt{(\ln x)^3}}\mathrm{d}x$.

得 分

二、填空题（共 6 道小题，每小题 3 分，满分 18 分）.

1. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^k}=\dfrac{1}{2}$，则 $k=$__________.

2. 设函数 $f(x)$ 连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$，则 $f'(0)=$__________.

3. 设 $F(x)=\int_0^{x^2}\mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u$，则 $\mathrm{d}F(x)=$______________________.

4. 由曲线 $y=x^2$ 与直线 $y=2x+3$ 围成图形的面积是________________.

5. 曲线 $\begin{cases}x=1+t^3\\ y=5t+\ln(2+\mathrm{t})\end{cases}$ 在对应 $t=-1$ 处的切线方程是________________.

6. 过点 $(1,-2,4)$ 且与平面 $2x-3y+z=4$ 垂直的直线方程是__________.

得 分

三、解答题（共 6 道小题，每小题 8 分，满分 48 分）.

1．求 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\mathrm{e}^{x}-1}\right)$.

2．设 $y=x2^{x}+\ln(x+\sqrt{x^{2}+4})$, 求 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}$.

3. 求曲线$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4a^2, \\ x^2+y^2=2ax \end{cases}$关于$Oxy$面的投影柱面方程以及在$Oxy$面上的投影曲线方程.

4. 求$\int (\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}-\dfrac{x\mathrm{e}^x}{\sqrt{1+\mathrm{e}^x}})\mathrm{d}x$.

5. 设 $f(x)=\begin{cases} xe^{-x^2}, & x\geq 0, \\ \dfrac{1}{1+\cos x}, & -1\leq x<0, \end{cases}$ 求 $\int_1^4 f(x-2)\,dx$.

6. (1)过原点作曲线 $y=\sqrt{x-1}$ 的切线 L，求切线 L 的方程；

（2）计算由 x 轴，曲线 $y=\sqrt{x-1}$ 及切线 L 围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所生成的旋转体体积.

得 分

四、按要求解答下列各题（共 2 道小题，每题 8 分，满分 16 分）.

1．设函数 $f(x)$ 的[2, 4]上连续，在(2, 4)内可导，且满足 $f(2)=\int_3^4 (x-1)^2 f(x)\mathrm{d}x$，证明在(2, 4)内至少存在一点 ξ，使 $(1-\xi)f'(\xi)=2f(\xi)$.

2.（1）证明：对于任意正整数 n，不等式 $\dfrac{1}{n+1}<\ln(1+\dfrac{1}{n})<\dfrac{1}{n}$ 成立；

（2）设数列 $x_n=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\ln n \quad (n=1,2,\cdots)$，证明 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在.