学院________ 姓名________ 学号________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：________至______，共　　小时）

课程名称＿＿算法设计与分析＿＿＿＿＿　教师＿＿＿＿＿＿＿　学时＿40＿＿　学分＿2＿

教学方式＿＿＿＿＿＿＿　考核日期＿＿＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日　成绩＿＿＿＿＿＿

考核方式：＿＿＿＿＿＿　（学生填写）

一、判断下列陈述的对错（共 20 分，共 10 题，每题 2 分）

1. 一个计算问题的输入是 n 个数字 a_1，a_2，…，a_n。如果这个问题存在一个运行时间为 $O(a_n n^{10})$的算法，则这个问题可以在多项时间内被计算机求解。

错误：伪多项式时间　（✗）

2. 如果存在一个从问题 A 到问题 B 的多项式时间归约（Polynomial reduction），且问题 A 是 NP 难的，则可知问题 B 也是 NP 难的。（✓）

3. 一个 2 倍的近似算法一定会有在一个问题上得到正好是最优解的两倍的解。证明不严密，1.5倍近似算法被证明为2倍近似算法　（✗）

4. 如果存在一个 NPC 问题有多项式时间算法，则 P=NP。（✗）

5. 一个图上的最大网络流是唯一的。值唯一，流不唯一　（✗）

6. 当图中的顶点个数是常数时，最大独立集问题（Maximum Independent Set Problem）是多项式时间可解的.（✓）

7.这里有两个解决排序问题的分而治之算法：算法 A 递归将需要排列的数字均分成 2 份，分别排序后再合并。算法 B 递归将需要排列的数字均分成 3 份，分别排序后再合并。从渐进分析的角度来看，算法 B 比算法 A 要快。（✗）

8. 在并行计算中，一个计算问题能在 CREW PRAM 模型下 O(n)处理器 $O(n^3)$时间被解决，则也可以在 EREW PRAM 模型下 O(n)处理器 $O(n^3)$时间被解决.

CRCW性能最强，CREW强于EREW　（✗）

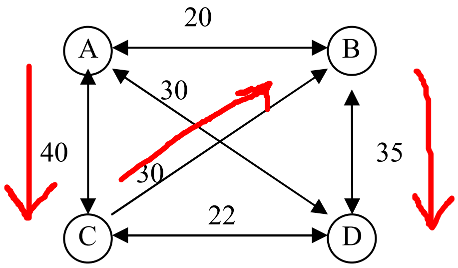
9. 对于任意一个动态规划算法，其使用的空间一定不比它使用的时间要大。

任意一个算法使用的空间都不比它使用的时间大　（✓）

10. 求一个图中两个点间最长路径的问题是属于 NP 的，但是求一个图中两个点间最短路径的问题则不是属于 NP 的。NP　判断问题而不是最优问题　（✗）

二、计算题（共 9 分，共 3 题，每题 3 分）

1. 求如下有向图中的一个最长路径，要求给出路径和路径长度的值。



$A \to C \to D$

2. 如下*可满足问题*（SAT）是否有解，若有解该如何给变量赋值：

$\left(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3\right) \wedge \left(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3\right) \wedge \left(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3\right) \wedge \left(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}\right)$。

3. 有一些区间段 (0,3), (2,4), (3,6), (5,7), (1,4), (3,5), (6,8),(7,9)，找出其中个数最多的一组相容的区间段（两个区间相容当且仅当两个区间的交集为空）。

三、将下列函数按照渐进增长率由小到大进行排列，并给出你的判断依据：$f_1(n) = 2014n^6 + 5n^4$，$f_2(n) = n^{2014} + 3^n$，$f_3(n) = 2014\sqrt{n^{2.014}}$，$f_4(n) = \log n + (2014\log n)^3$, $f_5(n) = 2^n + n! + 5^n$, $f_6(n) = 3\log(2^n) + \log\log n$, $f_7(n) = 2^{n\log n} + \log^n n$.

(7 分)

四、有一堆货物需要被运走，现在有四种运货车：*推车*的容量最小，*小货车*的容量是推车容量的 2 倍，*中货车*的容量是两辆小货车的容量加上一辆推车的容量，*大货车*的容量是一辆中货车的容量加上一辆小货车的容量再加上两辆推车的容量。假设以上四种车的数量都非常多。现在要求你设计一种方案派出最少辆车将货物全搬走，其中除了推车以外其它三种车都必须装满才能发车。为这个问题设计一个算法，并证明该算法的正确性。（8 分）

五、对某个输入大小为 n 的问题有如下四个分而治之算法：

算法 1 将该问题分成 2 个子问题，子问题大小为 n/3，将子问题的解合并得到上一级问题的解需要 O(n)时间；

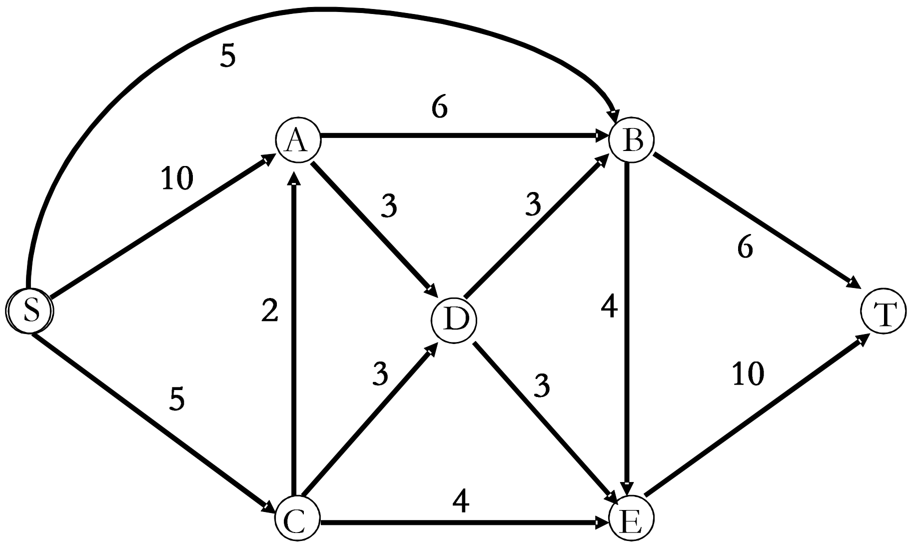
算法 2 将该问题分成 3 个子问题，子问题大小为 n/2，将子问题的解合并得到上一级问题的解需要 O(n)时间；

算法 3 将该问题分成 4 个子问题，子问题大小为 n/2，将子问题的解合并得到上一级问题的解需要 $O(n^2)$时间；

算法 4 将该问题分成 3 个子问题，子问题大小为 n-1，将子问题的解合并得到上一级问题的解需要 O(1)时间。

请分析以上 4 个算法的运行时间。（8 分）

六、求如下图中 S 和 T 间的最小割，要求给出计算步骤。（8 分）



七、证明：如果存在一个多项式时间算法判断一个图是否存在一个长度为 k 的路径，则存在一个多项式时间算法要么找到图中一个长度为 k 的路径要么证明此图不存在长度为 k 的路径。（6 分）

八、叙述带*权重的点覆盖问题*（Weighted Vertex Cover Problem）的竞价法（Pricing Method），并证明这个算法是个 2 倍近似算法。（8 分）

九、为最大独立集问题建立一个整数规划模型。（5 分）

十、一个图中的一组边集 A 满足如下性质则称 A 为一个独立匹配：A 中任何两条边都没有公共顶点，任意两个来自 A 中两条不同边的顶点之间都不存在一条边。证明求一个图中最大独立匹配（含有最多条边的独立匹配）是 NP 难的。（提示：可以考虑利用最大独立集问题来构造归约）（5 分）

十一、　在（一）或者（二）中任选一题：

（一）*子集和问题*定义如下：输入为一个有 n 个正整数的集合 A 和一个正整数 k，问是否存在 A 的一个子集合其中所有元素之和正好等于 k。为子集和问题设计一个动态规划算法，并用你的算法对如下实例进行求解（要求画出表格）：A={1,2,5,6,7}，k=11.　（10 分）

（二）系统中有 M 个用户(U_i, i=1,…,M)，每个用户的数据维度为 N 维，d_{ij} 表示第 i 个用户的第 j 维数据（i=1,…,M, j=1,…,N），请用超递增序列技巧设计一个多维数据的聚合与解码方案，要求能够实现 M 个用户对应维度数据的聚合与解码。.

（10 分）

十二、　在（一）或者（二）中任选一题：

（一）问题 A：输入 n 个数，求这 n 个数中由小排到大第 3 位的那个数。在 EREW PRAM 模型下设计一个快速的并行算法，并分析算法的时间复杂度和工作复杂度。　（6 分）

（二）简述并行算法 PCAM 设计方法学的四个步骤；简述什么是人工神经网络；简述计算智能的三个研究领域。　（6 分）