1. 问题描述

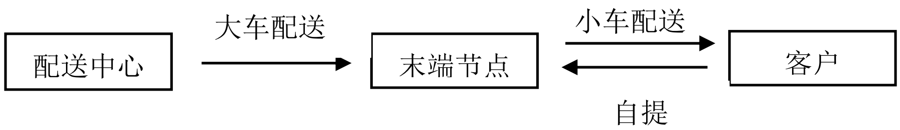
该问题主要考虑冷链末端节点的分配问题，假设三级供应链，一个配送中心，多个末端节点，多个客户。其中，配送中心及客户为已知量，末端节点为未知量，需通过模型的建立，从备选节点中选定末端节点，并确定各末端节点的管辖客户，同时，由于末端节点至客户端有自提及送货上门两种方式，因此还需确定末端节点至各客户端是何种运输方式。

2. 模型建立

2.1 上层规划模型

上层规划模型从规划者角度出发，以总运输成本及节点成本最低为目标。

2.1.1 运输成本



g 表示配送中心，$g \in G$，G 为配送中心集合

i 表示末端节点，$i \in I$，I 为末端节点集合

j 表示客户，$j \in J$，J 为客户集合

M_{gi}：g 到 i 的距离

N_{ij}：i 到 j 的距离

c_A：A 型车单位距离成本

c_B：B 型车单位距离成本

v_A：A 型车平均速度

v_B：B 型车平均速度

p_i：末端节点 i 的货运量

q_j：客户 j 的需求量

$$X_{ij} = \begin{cases} 1，\text{客户 j 由末端节点 i 配送} \\ 0，\text{否则} \end{cases}$$

$$w_j = \begin{cases} 1，\text{客户自提} \\ 0，\text{非自提，送货上门} \end{cases}$$

因此，配送中心至末端节点端的运输成本为 $\sum_g^G \sum_i^I M_{gi} \cdot p_i \cdot c_A$，末端节点至客户的运输成本仅对非自提客户有效，其运输成本为$\sum_i^I \sum_j^J N_{ij} \cdot q_j \cdot X_{ij} \cdot c_B \cdot (1 - w_{ij})$。其运输总成

本为：

$$F_1=\sum_{g=0}^{G}\sum_{i=0}^{I}M_{gi}\cdot p_i\cdot c_A+\sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J}N_{ij}\cdot q_j\cdot X_{ij}\cdot c_B\cdot(1-w_{ij})$$

2.1.2 冷藏及货损成本

F_A 表示 A 型车的冷藏成本

F_B 表示 B 型车的冷藏成本

H_A 表示 A 型车的货损成本

H_B 表示 B 型车的货损成本

因此，其冷藏货损成本为：

$$F_2=(F_A+H_A)\cdot\sum_{g=0}^{G}\sum_{i=0}^{I}\frac{M_{gi}}{v_A}\cdot p_i+(F_B+H_B)\cdot\sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J}\frac{N_{ij}}{v_B}\cdot X_{ij}\cdot q_j\cdot(1-w_{ij})$$

2.1.3 固定节点成本

f_i：末端节点 i 的建设成本

$$Z_i=\begin{cases}1\text{，末端节点 i 被选中}\\0\text{，末端节点 i 未被选中}\end{cases}$$

因此，其节点固定节点成本为：

$$F_3=\sum_{i=0}^{I}f_i\cdot Z_i$$

综上所述，上层规划的模型建立如下：

$$\begin{aligned}\min Q_1=&\sum_{g=0}^{G}\sum_{i=0}^{I}M_{gi}\cdot p_i\cdot c_A+\sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J}N_{ij}\cdot q_j\cdot X_{ij}\cdot c_B\cdot(1-w_{ij})+(F_A+H_A)\cdot\sum_{g=0}^{G}\sum_{i=0}^{I}\frac{M_{gi}}{v_A}\cdot p_i\\&+(F_B+H_B)\cdot\sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J}\frac{N_{ij}}{v_B}\cdot X_{ij}\cdot q_j\cdot(1-w_{ij})\\&+\sum_{i=0}^{I}f_i\cdot Z_i\qquad(1)\end{aligned}$$

s.t.

$$p_i=\sum_{j=0}^{J}X_{ij}\cdot q_j\qquad\forall j=1,2,\ldots\ldots J\qquad(2)$$

$$\sum_{i=0}^{I}X_{ij}=1\quad\forall i=1,2,\ldots\ldots I\qquad(3)$$

$$h_{i\,min}\le p_i\le h_{i\,max}\qquad\forall i=1,2,\ldots\ldots.I\qquad(4)$$

$$\sum_{i=0}^{I} p_i \le M_{g\,max} \qquad \forall i = 1,2,\dots\dots I \tag{5}$$

$$\sum_{i=0}^{I} f_i \cdot Z_i \le B \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{M} Z_i \ge 1 \qquad Z_i \in \{0,1\} \tag{7}$$

$$X_{ij} \le \varepsilon_M \cdot Z_i \tag{8}$$

$$w_j = \begin{cases} 1, 客户自提 \\ 0, 非自提，送货上门 \end{cases} \qquad \forall j = 1,2,\dots\dots J \tag{9}$$

$$Z_i = \begin{cases} 1, 末端节点i被选中 \\ 0, 否则 \end{cases} \qquad \forall i = 1,2,\dots\dots I \tag{10}$$

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, 客户j由i配送 \\ 0, 否则 \end{cases} \qquad \forall i = 1,2,\dots\dots I \tag{11}$$

式(2)表示末端节点的货物量与末端节点至客户的货运量相等，式(3)中$h_{i\,min}$及$h_{i\,max}$分别为第 i 个末端节点货物处理量的上下限，式（4）中$M_{g\,max}$表示配送中 g 的最大货物处理量，式（5）中 B 表示末端节点建设的最大预算，式（6）表示最少建立一个末端节点。

2.2 下层规划模型

下层规划模型主要从客户角度出发，客户在末端节点选定的情况，以客户总成本最小，选择客户与末端节点间的分配关系。由于末端节点至客户端有自提、非自提两种方式，因此，分两部分进行客户成本的计算。

2.2.1 自提客户

对于自提客户而言，唯一影响其成本的为运输距离，因此

$$F_4 = \sum_{j=0}^{J}\sum_{i=0}^{I} c_{ij,per} \cdot X_{ij} \cdot q_j \cdot N_{ij} \cdot \omega_j$$

其中$c_{ij,per}$为客户自提运输单位距离的人工成本。

2.2.2 非自提客户

对于非自提客户而言，虽无距离影响的人工成本，但具有货物从末端节点运送至客户端的时间等待成本。因此：

$$F_5 = \sum_{j=0}^{J}\sum_{i=0}^{I} c_{pi,per} \cdot \frac{X_{ij} \cdot N_{ij} \cdot (1-w_j)}{v_B}$$

综上所述，下层规划的模型建立如下：

$$\min Q_2 = \sum_{j=0}^{J}\sum_{i=0}^{I} c_{ij,per} \cdot X_{ij} \cdot q_j \cdot N_{ij} \cdot \omega_j + \sum_{j=0}^{J}\sum_{i=0}^{I} c_{pi,per} \cdot \frac{X_{ij} \cdot N_{ij} \cdot (1-w_j)}{v_B} \tag{12}$$

s.t.

$$w_j = \begin{cases} 1, \text{客户自提} \\ 0, \text{非自提，送货上门} \end{cases} \qquad \forall j = 1,2,\dots\dots J \qquad (13)$$

上层规划模型：

$$\min Q_1 = \sum_{g=0}^{G}\sum_{i=0}^{I} M_{gi}\cdot p_i\cdot c_A + \sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J} N_{ij}\cdot q_j\cdot X_{ij}\cdot c_B\cdot(1-w_{ij}) + (F_A+H_A)\cdot\sum_{g=0}^{G}\sum_{i=0}^{I}\frac{M_{gi}}{v_A}\cdot p_i$$
$$+(F_B+H_B)\cdot\sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J}\frac{N_{ij}}{v_B}\cdot X_{ij}\cdot q_j\cdot(1-w_{ij})$$
$$+\sum_{i=0}^{I} f_i\cdot Z_i \qquad (1)$$

s.t.

$$p_i = \sum_{j=0}^{J} X_{ij}\cdot q_j \qquad \forall j = 1,2,\dots\dots J \qquad (2)$$

（2）编程时在目标函数中直接替换 p_i

$$\sum_{i=0}^{I} X_{ij} = 1 \qquad \forall i = 1,2,\dots\dots I \qquad (3)$$

（3）二进制编码时，每个 i，j 对应一个基因，因此在对结果进行检验时，可以设置其和值为 1。

$$h_{i\,min} \le p_i \le h_{i\,max} \qquad \forall i = 1,2,\dots\dots.I \qquad (4)$$

（4）将该约束条件转变为两个惩罚函数：

$$f_1 = L_1\cdot\max(h_{i,min}-p_i,0)^2$$
$$f_2 = L_2\cdot\max(p_i-h_{i,max},0)^2$$

L_1，L_2 为无限大的数，将 f_1, f_2 在编程时编入目标函数中，当数值超过该范围，则会以无限大的数额加入到目标函数中，从而排除此值。

$$\sum_{i=0}^{I} p_i \le M_{g\,max} \qquad \forall i = 1,2,\dots\dots I \qquad (5)$$

（5）同理根据（4）的方法，编成惩罚函数加入目标函数中。

$$\sum_{i=0}^{I} f_i\cdot Z_i \le B \qquad (6)$$

（6）同理根据（4）的方法，编成惩罚函数加入目标函数中。

$$\sum_{i=1}^{M} Z_i \ge 1 \qquad Z_i \in \{0,1\} \qquad (7)$$

（7）在编码时，通过对结果的检验，保证其各基因的和大于 1。

$$X_{ij} \le \varepsilon_M\cdot Z_i \qquad (8)$$

（8）固定基因位置，保证 Z_i 中的某个位置的基因 i 确定为 1，X_{ij} 才能取值。

$$w_j=\begin{cases}1, 客户自提\\ 0, 非自提，送货上门\end{cases}\qquad \forall j=1,2,\ldots\ldots J \tag{9}$$

（9）二进制编码时规定其非 0 即 1。

$$Z_i=\begin{cases}1, 末端节点i被选中\\ 0, 否则\end{cases}\qquad \forall i=1,2,\ldots\ldots I \tag{10}$$

（10）二进制编码时规定其非 0 即 1。

$$X_{ij}=\begin{cases}1, 客户j由i配送\\ 0, 否则\end{cases}\qquad \forall i=1,2,\ldots\ldots I \tag{11}$$

（11）二进制编码时规定其非 0 即 1。

下层规划模型：

$$\min Q_2=\sum_{j=0}^{J}\sum_{i=0}^{I}c_{ij,per}\cdot X_{ij}\cdot q_j\cdot N_{ij}\cdot \omega_j+\sum_{j=0}^{J}\sum_{i=0}^{I}c_{pi,per}\cdot\frac{X_{ij}\cdot N_{ij}\cdot(1-w_j)}{v_B} \tag{12}$$

s.t.

$$w_j=\begin{cases}1, 客户自提\\ 0, 非自提，送货上门\end{cases}\qquad \forall j=1,2,\ldots\ldots J \tag{13}$$

（13）二进制编码时规定其非 0 即 1。

3. 求解算法

上下层模型互有联系，相互给定相关值，反复迭代进行求解。

步骤 1：设定初始解w_j，令迭代次数 n=0；

步骤 2：对于给定的$\omega_{i,\mathrm{n}}$，运用遗传算法，求解上层模型中的最优解，获得$X_{ij,n}$及$Z_{i,\mathrm{n}}$；

步骤 3：将$X_{ij,n}$及$Z_{i,\mathrm{n}}$代入下层规划模型中，运用遗传算法，求解下层模型中的最优解，获得$\omega_{j,\mathrm{n+1}}$

步骤 4：若上层规划模型相邻 2 次计算的目标值存在关系$|F_{n+1}-F_n|\le\varepsilon$（$\varepsilon$为迭代精度），停止迭代；否则，令$\mathrm{n}=\mathrm{n}+1$，转步骤 2。