

为什么设计数字滤波器时，不直接在频域中处理后再反变换回时域信号？

引言：

我在学习数字信号处理的时候，常常思考一个问题。在设计滤波器时，总是在时域信号做很复杂的卷积，为什么不在频域里直接对频率进行剪切或者增益呢？答案还算简单：

- 无法实现实时处理
- 数学形式上会变得更加复杂

为什么？

实时就是 input 有一次输入，output 就有一次输出。显然做 1 点 fft 然后再 ifft 是没有任何意义的。如果要 n 点 fft，那么就会有等待这 n 点采样值的延时。也许有人会想到使用一个宽 M 的窗口，使用 M-1 点历史值加 1 点最新采样值，这样每次先 fft，再加窗滤波，然后再 ifft，最后输出第 n 点的值，似乎可以做到实时处理，不过这里有个问题就是，每次做完 M 点 ifft 之后，新的时域序号中的前 M-1 点值已经和之前实际输出的值不一样了。当然现实中对信号质量要求不高的系统可以这么做，但是这种滤波后对信号的破坏很大。之所以有这种现象，是因为 fft 后直接加简单窗口（比如矩形窗），矩形窗这种实数（虚部都是 0）做 ifft 后就变成了非因果系统，非人力所能做到的。

傅立叶变化的公式可以写作

$$F(\omega) = |F(\omega)| e^{-j\theta}$$

我们平时为了方便展示，只在 2D 图上画出了 $|F(\omega)|$ ，并没有考虑相位，实际上 $F(\omega)$ 是 3D 的，画出来应该是一个沿着频率方向螺旋行进的图，旋转的角度代表相位角 θ 。所以，要在频域对信号进行处理，为了解决了因果性的问题，必定会对相位进行调整，这样就会使得技术实现上变得非常复杂，所以人们更愿意在时域上设计滤波器，这样就可以避免因果问题。

总结：

信号在频域上更适合分析，而不是处理，如果要对原型号进行变换，又要实时，在时域上会变得简单，频域变换可以用来作为检验时域处理是否有效的一个技术手段。