课程编号：100172003　　北京理工大学 2018-2019 学年第二学期

# 2017 级概率与数理统计试题（A 卷）

座号____________班级____________学号____________姓名____________

（本试卷共 8 页，八个大题，满分 100 分；最后一页空白纸为草稿纸，可撕下，考试结束后不交此页草稿纸，答案写在草稿纸上无效）

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 | 核分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | |
| 签名 | | | | | | | | | | |

附表：

$\Phi(2.5)=0.994$, $\Phi(1.5)=0.933$, $\Phi(2.33)=0.99$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.64)=0.95$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，$t_{0.025}(8)=2.3060$，$t_{0.05}(9)=1.8331$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，$\chi^2_{0.95}(8)=2.733$，$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$，$\chi^2_{0.975}(8)=2.18$，$\chi^2_{0.975}(9)=2.700$，$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$，$\chi^2_{0.025}(9)=19.023$，$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$，$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$

## 一、填空题（10 分）

| 得分 | |
|---|---|

1. 一名射手连续向一目标射击三次，事件 $A_i$ 表示射手第 $i$ 次击中目标($i$=1,2,3)，则 $\overline{A_1\cup A_2\cup A_3}$ 表示的含义是____________________.

2. 设随机变量 $X$ 的分布函数满足 $F(x)=a-e^{-x}, x>0$，则 $a=$____________.

3. 如果$(X,Y)$服从二维正态分布，则其边缘分布__________（一定是或不一定是）正态分布.

4. 设 $X\sim N(0,0.5), Y\sim N(0,0.5)$，且 $X$ 与 $Y$ 相互独立，则 $E|X-Y|=$____________.

5. 设随机变量 $X$ 服从几何分布，期望为 4，则 $P(X=1)=$____________.

6. 设 $X_1,X_2,...,X_n,...$ 是独立同分布的随机变量序列，且有有限的期望 $E(X_k)=\mu$ 与方差 $D(X_k)=\sigma^2>0, k=1,2,...$，则 $Y=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k^2$ 依概率收敛到____________.

7. 设随机变量 $X\sim F(n,n)$ 且 $P(X>A)=0.3$，$A>0$ 为常数，则 $P(X>\frac{1}{A})=$____________.

8. 某保险公司多年统计资料表明，在索赔户中，被盗索赔户占 20%，以 $X$ 表示在随机抽查的 100 个索赔户中，因被盗向保险公司索赔的户数. 则被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率近似为____________.

9. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，其中 $\mu\in R$，$\sigma>0$ 未知，$\bar{X},S^2$ 分别是样本均值和样本方差，则$\mu$的置信水平为$1-\alpha$ 的置信区间为____________________.

10. 设总体$X\sim N(\mu,4^2)$，$x_1, \dots, x_{16}$是总体$X$的样本值，已知假设$H_0$: $\mu=0$，$H_1$: $\mu>0$.在显著性水平$\alpha=0.01$下的拒绝域是____________.

二、（12 分）

| 得分 | |
|---|---|

1. 叙述两个事件互斥和独立的关系.

2. 为了防止意外，某矿内同时设有两种报警系统甲和乙，每种系统单独使用时，系统甲有效的概率为 0.92，系统乙有效的概率为 0.93. 在系统甲失灵的情况下，系统乙有效的概率为 0.85. 求：（1）发生意外时，这两个报警系统至少有一个有效的概率；（2）在系统乙失灵的情况下，系统甲有效的概率.

三、（12 分）

| 得分 | |
|---|---|

1.设随机变量 $X$ 的分布函数如下：

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 1/4, & -1\le x<2\\ 1/2, & 2\le x<3\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$$

求（1）随机变量 $X$ 的分布律；（2）$P(X>1)$.

2. 设随机变量 $X$ 服从区间 $(-1,1)$ 上的均匀分布，求

（1）$P(|X|<\frac{1}{4})$；（2）设 $Y=X^2$，求 $Y$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

装

订

四、（16 分）

| 得分 | |
|---|---|

设随机变量$(X,Y)$的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}12e^{-(3x+4y)}, & x>0,\ y>0\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

（1）求 $X$ 和 $Y$ 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；（2）判断 $X$ 和 $Y$ 是否相互独立，并给出理由；

（3）求函数 $Z=\min(X,Y)$ 的密度函数 $f_Z(z)$；

（4）求函数 $U=3X+4Y$ 的分布函数 $F_U(u)$ 和密度函数 $f_U(u)$.

五、（14 分）

| 得分 | |
|---|---|

1. 叙述切比雪夫不等式.

2. 设随机变量 $X$ 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0 \\ 0, & 其它. \end{cases}$$

令 $Y=X^2$.

（1）求 $E(X)$，$D(X)$，$E(Y)$，$D(Y)$；（2）求$X$与$Y$的相关系数；

（3）判断$X$与$Y$是否相关，判断$X$与$Y$是否独立（说明理由）.

六、（8 分）

| 得分 | |
|---|---|

设 $X_1,X_2,\cdots,X_5$ 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的简单随机样本，令 $Z=\dfrac{\sqrt{3}(X_1+X_2)}{\sqrt{2(X_3^2+X_4^2+X_5^2)}}$。

(1) 求 $Z$ 的分布；(2) 求 $Z^2$ 的分布.（要求写出具体过程）

七、（14 分）

| 得分 | |
|---|---|

1、设总体 $X$ 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & \sqrt{\alpha}<x<\sqrt{\alpha}+2\\ 0, & 其他\end{cases}$$

其中，$\alpha>0$ 为未知参数。$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自该总体的样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为相应的样本观测值.

求参数 $\alpha$ 的矩估计.

2. 设总体 $X$ 服从以 $p$ 为参数的两点分布，即其分布律为

| $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $P$ | $1-p$ | $p$ |

其中 $0<p<1$ 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自该总体的样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为相应的样本观测值。求参数 $p$ 及 $\beta=\dfrac{1-p}{p}$ 的最大似然估计.

装

订

线

八、（14 分）

| 得分 | |
|---|---|

1. 叙述假设检验的理论依据.

2. 某卷装卫生纸净含量按标准要求为200克/卷，已知该卷装卫生纸净含量服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$。今抽取9卷，测得其净含量样本均值 $\bar{x}=197$ 克，样本标准差 $s=4.5$ 克。问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，该卷装卫生纸净含量是否符合要求？