Functional Dependencies

补充知识

数据依赖的公理系统

- Armstrong公理系统
  - 函数依赖的公理系统是模式分解算法的理论基础， Armstrong公理系统就是一个有效而完备的公理系统。
- 定义5.11
  - 对于满足一组函数依赖 F 的关系模式 R（U，F），其任何一个关系r，若函数依赖X→Y都成立（即r中任意两元组t，s，若t[X]=s[X]，则t[Y]=s[Y]），则称 F 逻辑蕴含X→Y。

数据依赖的公理系统

- Armstrong公理系统
  - 设U为属性总体，F是U上的一组函数依赖，于是有关系模式R（U，F）对R（U，F）来说有以下的推理规则：
- A1自反律（Reflexivity）：
  - 若$Y \subseteq X \subseteq U$，则$X \rightarrow Y$为F所蕴含。
- A2增广律（Augmentation）：
  - 若$X \rightarrow Y$为F所蕴含，且$Z \subseteq U$，则$XZ \rightarrow YZ$为F所蕴涵。
- A3传递律（Transitivity）：
  - 若$X \rightarrow Y$及$Y \rightarrow Z$为F所蕴涵，则$X \rightarrow Z$为F所蕴涵。

数据依赖的公理系统

- 定理1
  - Armstrong推理规则是正确的。
- 定理1证明
  - 从定义出发证明推理规则的正确性
  - （1）自反律
    - 设$Y \subseteq X \subseteq U$。
    - 对R(U,F)的任一关系r中的两个元组t，s：若有$t[X]=s[X]$，由于$Y \subseteq X$，有$t[Y]=s[Y]$，所以$X \rightarrow Y$成立，自反律得证。

数据依赖的公理系统

- 定理1证明（续）
  - （2）增广律
    - 设X→Y为F所蕴含，且Z⊆U。
    - 设R（U，F）的任一关系r中任意的两个元组t，s；若t[XZ]=s[XZ]，则有t[X]=s[X]和t[Z]=s[Z]；由X→Y ，有t[Y]=s[Y]，所以t[YZ]=s[YZ]，所以XZ→YZ为F所蕴含，增广律得证。

数据依赖的公理系统

- 定理1证明（续）
  - （3）传递律
    - 设X→Y及Y→Z为F所蕴含。
    - 设R（U，F）的任一关系r中任意的两个元组t，s；若t[X]=s[X]，由X→Y，有t[Y]=s[Y]，再由Y→Z，有t[Z]=s[Z]，所以X→Z为F所蕴含，传递律得证。

数据依赖的公理系统

- 推理规则
  - 根据A1、A2、A3这三条规则可以得到三条推理规则：
- 合并规则
  - 由X→Y，X→Z，有X→YZ；
- 伪传递规则
  - 由X→Y，WY→Z，有XW→Z；
- 分解规则
  - 由X→Y及Z⊆Y，有X→Z。

数据依赖的公理系统

- 引理1
  - 根据合并规则和分解规则，得到
  - $X \rightarrow A_1A_2...A_k$成立的充分必要条件是$X \rightarrow A_i$（$i=1,2...k$）。
- 定义1
  - 在关系模式R（U，F）中为F所逻辑蕴含的函数依赖的全体叫做F的闭包，记为F^+。

数据依赖的公理系统

- Armstrong公理是有效的、完备的。
  - 有效性
    - 由F出发根据Armstrong公理推导出来的每一个函数依赖一定在F^+中；
  - 完备性
    - F^+中的每一个函数依赖，必定可以由F出发根据Armstrong公理推导出来。

数据依赖的公理系统

- Armstrong公理推导出来的依赖函数集合
  - 要证明Armstrong公理的完备性就必须求出该集合。
  - 该问题是NP完全问题。

数据依赖的公理系统

- 定义2
  - 设F为属性集U上的一组函数依赖，$X \subseteq U$，$X_F^+=\{A \mid X \rightarrow A$能由F根据Armstrong公理导出$\}$，$X_F^+$称为属性集X关于函数依赖集F的闭包。

数据依赖的公理系统

- 由引理1容易得出

◆ 引理2

- 设F为属性集U上的一组函数依赖，X，Y⊆U，X→Y能由F根据Armstrong公理导出的充分必要条件是$Y \subseteq X_F^+$。

- 判断X→Y是否能够F根据Armstrong公理导出的问题，就转化为求出X_F^+，判断Y是否为X_F^+子集的问题。

数据依赖的公理系统

- 算法1
  - 求属性集X（X⊆U）关于U上的函数依赖集F的闭包X_F^+ 。
    - 输入：X，F
    - 输出： X_F^+

数据依赖的公理系统

- 算法1（续）
  - 步骤
    - (1) 令$X^{(0)}=X$，$i=0$
    - (2) 求B，这里 $B=\{A|(\exists V)(\exists W)(V\rightarrow W\in F\wedge V\subseteq X^{(i)}\wedge A\in W)$
    - (3) $X^{(i+1)}=B\cup X^{(i)}$
    - (4) $X^{(i+1)}=X^{(i)}$或$X^{(i+1)}=U$？是转(5)，否转(6)
    - (5) $X^{(i+1)}$就是X_F^+，算法终止
    - (6) 若否，则$i=i+1$，返回(2)，继续执行

数据依赖的公理系统

- 例
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，F={AB→C,B→D,C→E,EC→B,AC→B}，求$(AB)_F^+$。
  - 解1
    - 设$X^{(0)}$=AB；
    - 计算$X^{(1)}$，找左部为A和B的函数依赖，有$X^{(1)}$=AB∪CD=ABCD；
    - 计算$X^{(2)}$，有$X^{(2)}$=ABCD∪BCDE=ABCDE；
    - $X^{(2)}$已是全部属性，所以$(AB)_F^+$ =ABCDE。

数据依赖的公理系统

- 例
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，$F=\{AB\rightarrow C,B\rightarrow D,C\rightarrow E,EC\rightarrow B,AC\rightarrow B\}$，求$(AC)_F^+$。
  - 解2
    - 设$X^{(0)}=AC$；
    - 计算$X^{(1)}$，找左部为A和C的函数依赖，有$X^{(1)}=AC\cup BE=ABCE$；
    - 计算$X^{(2)}$,有$X^{(2)}=ABCE\cup BCD=ABCDE$；
    - $X^{(2)}$已是全部属性，所以$(AC)_F^+=ABCDE$。

数据依赖的公理系统

- 例
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，F={AB→C,B→D,C→E,EC→B,AC→B}，求$(CD)_F^+$。
  - 解3
    - 设$X^{(0)}$=CD；
    - 计算$X^{(1)}$，找左部为C和D的函数依赖，有$X^{(1)}$=CD∪E=CDE；
    - 计算$X^{(2)}$,有$X^{(2)}$=CDE∪B=BCDE；
    - 计算$X^{(3)}$,有$X^{(3)}$=BCDE∪Φ=BCDE；
    - 因为$X^{(3)}$= $X^{(2)}$，所以$(CD)_F^+$ =BCDE。

数据依赖的公理系统

- 讨论
  - 算法1的循环次数
    - 令$a_i=|X^{(i)}|$，$\{a_i\}$形成一个步长大于1的严格递增的序列，序列的上界是$|U|$，因此算法最多循环$|U|-|X|$。

数据依赖的公理系统

- 定理2
  - Armstrong公理系统是有效的，完备的
- 证明
  - 有效性
    - 由定理1可以证明。
  - 完备性
    - 证明其逆否命题，即若函数依赖X→Y不能由F从Armstrong公理导出，则它必然不为F所蕴含。

数据依赖的公理系统

- 定理2的证明（续）
  - 完备性
    - (1) 若$V\rightarrow W$成立，且$V\subseteq X_F^+$，则$W\subseteq X_F^+$。
      - 对F中任一$V\rightarrow W$，
      - $\because V\subseteq X_F^+$，$\therefore X\rightarrow V$；
      - $\because V\rightarrow W$，$\therefore X\rightarrow W$；
      - $\therefore W\subseteq X_F^+$。

数据依赖的公理系统

- 定理2的证明（续）
  - 完备性
    - (2) 构造一张二维表r，其必是R（U，F）上的一个关系
      - 下面的二维表r中有两个元组，

$\overbrace{\quad X_F^+ \quad}$	$\overbrace{\quad U-X_F^+ \quad}$
1111…111	0000…000
1111…111	1111…111

数据依赖的公理系统

- 定理2的证明（续）
  - 完备性
    - 若r不是R（U，F）的关系，则必由于F中有依赖关系$V \to W$在r上不成立所致。由r的构成可知，有$V \subseteq X_F^+$，而$W \not\subseteq X_F^+$；
    - $\because V \subseteq X_F^+$，$V \to W$，$\therefore W \subseteq X_F^+$（第一步）
    - 矛盾，所以r其必是R（U，F）上的一个关系，F中的全部函数依赖在r上成立。
    - 如果$V \not\subseteq X_F^+$，则有$t1[V] \neq t2[V]$，则必有$V \to W$成立。

数据依赖的公理系统

- 定理2的证明（续）
  - 完备性
    - ⑶ 若$X\rightarrow Y$不能由F从Armstrong公理导出，则Y不是X_F^+的子集，因此必有Y的子集Y’满足$Y' \subseteq U-X_F^+$，则$X\rightarrow Y$在r中不成立，即$X\rightarrow Y$必不为R（U，F）所蕴含。
    - 证明完毕。

数据依赖的公理系统

- Armstrong公理的完备性及有效性说明了“导出”和“蕴含”是两个完全等价的概念。于是F^+也可以说成是由F出发借助Armstrong公理导出的函数依赖的集合。
- 从导出（或蕴含）的概念出发，可以引出函数依赖集等价和最小依赖集的概念。

数据依赖的公理系统

- 定义3
  - 如果$G^+=F^+$，就说函数依赖集F覆盖G（F是G的覆盖，或G是F的覆盖），或F与G等价。

数据依赖的公理系统

- 引理3
  - $F^+=G^+$的充分必要条件是$F\subseteq G^+$及$G\subseteq F^+$。
- 证明
  - 必要性是显然的。
  - 充分性
    - 若$F\subseteq G^+$，则$X_F^+\subseteq X_G+$；
    - 任取$X\rightarrow Y\in F^+$，则有$Y\subseteq X_F^+\subseteq X_G+$，所以有$X\rightarrow Y\in (G^+)^+=G^+$，所以$F^+\subseteq G^+$；
    - 同理，有$G^+\subseteq F^+$，所以$F^+=G^+$。

数据依赖的公理系统

- 判断两个函数依赖集等价的算法
  - 判定$F \subseteq G^+$，只须逐一对F中的函数依赖$X \rightarrow Y$，考查Y是否属于X_G+就行了。

数据依赖的公理系统

- 定义4
  - 如果函数依赖集满足下列条件，则称F为一个极小函数依赖集，也称为最小依赖集或最小覆盖。
    - (1) F中任一函数依赖的右部仅含一个属性
    - (2) F中不存在这样的函数依赖X→A，使得F与F−{X→A}等价；
    - (3) F中不存在这样的函数依赖X→A，X有真子集Z使得F−{X→A}∪{Z→A}与F等价。

数据依赖的公理系统

- 定理3
  - 每一个函数依赖集均等价于一个极小函数依赖集F_m。此F_m称为一个最小依赖集
- 证明
  - 采用构造性证明方法。分三步对F进行“极小化”处理，找出F的一个最小依赖集来。
    - (1) 逐一检查F中的个函数依赖FD_i： $X \rightarrow Y$，若$Y=A_1A_2\ldots A_k$，$k>2$，则用$\{X \rightarrow A_j | j=1,2\ldots k\}$来取代$X \rightarrow Y$。

数据依赖的公理系统

- 定理3的证明（续）
  - ⑵ 逐一检查F中的个函数依赖FD_i： $X\rightarrow A$，令$G=F-\{X\rightarrow A\}$，若$A\in X_G+$，则从F中去掉此函数依赖（因为F与G等价的充要条件是$A\in X_G+$）。
  - ⑶ 逐一取出F中的个函数依赖FD_i： $X\rightarrow A$，设$X=B_1B_2\ldots B_m$，逐一考察$B_i(i=1,2\ldots m)$，若$A\in(X-B_i)_F+$，则以$X-B_i$取代X（因为F与$F-\{X\rightarrow A\}\cup\{Z\rightarrow A\}$等价的充要条件是$A\in Z_F+$，其中$Z=X-B_i$）
  - 最后剩下的F就一定是等价的极小依赖集

数据依赖的公理系统

- 极小依赖集的讨论
  - F的最小函数依赖集F_m不一定是唯一的。它于对各函数依赖集FD_i中X各属性的处置顺序有关。
  - 若改造后的F与原来的F相同，说明F本身就是一个最小依赖集。
  - 定理5.3的构造极小化过程可以用来检验F是否为极小依赖集。

数据依赖的公理系统

- 例
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，F={AB→C,B→D,C→E,EC→B,AC→B}，求F_m。
- 解
  - (1) 右部仅含有一个属性，得F_m=F；

数据依赖的公理系统

- 例
  - R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，F={AB→C, B→D,C→E,EC→B,AC→B}，求F_m。
- 解（续）
  - (2) 分别去掉一个函数依赖X→A后求关于X的闭包，去掉多余的函数依赖
    - 令F′=F-{AB→C}，求AB的闭包,得$AB_{F'}^{+}$ =ABD，不包含C，故AB→C不能去掉
    - 令F′=F-{B→D}，求B的闭包， $B_{F'}^{+}$ =B ，不包含D，故B→D不能去掉

数据依赖的公理系统

- 例
  - R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，F={AB→C, B→D,C→E,EC→B,AC→B}，求F_m。
- 解（续）
  - (2) 分别去掉一个函数依赖X→A后求关于X的闭包，去掉多余的函数依赖
    - 令F′=F-{C→E}，求C的闭包，$C_{F'}^{+}$ =C，不包含E，故C→E不能去掉；
    - 令F′=F-{EC→B}，求EC的闭包，$EC_{F'}^{+}$ =EC，不包含B，故EC→B不能去掉；

数据依赖的公理系统

- 例
  - R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，F={AB→C, B→D,C→E,EC→B,AC→B}，求F_m。
- 解（续）
  - (2) 分别去掉一个函数依赖X→A后求关于X的闭包， 去掉多余的函数依赖
    - 令F′=F-{AC→B}，求AC的闭包，得$AC_{F'}^+$ =ABCDE，包含B，故AC→B可以去掉；

数据依赖的公理系统

- 例
  - R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，F={AB→C, B→D,C→E,EC→B,AC→B}，求F_m。
- 解（续）
  - (2) 去掉多余的函数依赖
    - 则在 F 中去掉函数依赖AC→B ，得F_m= {AB→C,B→D,C→E,EC→B}；
      - 如果在一次扫描中发现可以去掉两个（以上）的函数依赖，则应该得到两个（以上）的F_m
    - 继续在F_m中去掉一个函数依赖X→A后求关于X的闭包，不能再求的新的F_m

数据依赖的公理系统

- 例（续）
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，F={AB→C,B→D,C→E,EC→B,AC→B}，求F_m。
- 解（续）
  - (3) 检查形如$B_1B_2…B_m$→A的函数依赖，若A∈$(X-B_i)_F^+$，则以$X-B_i$取代X，
    - 检查函数依赖AB→C
      - 令B_i =A，B_F^+={BD}：AB→C中A不能去掉
      - 令B_i =B，A_F^+={A}：AB→C中B不能去掉

数据依赖的公理系统

- 例（续）
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，F={AB→C,B→D,C→E,EC→B,AC→B}，求F_m。
- 解（续）
  - (3) 检查形如$B_1B_2…B_m$→A的函数依赖，若A∈ $(X-B_i)_F^+$，则以X−B_i取代X，
    - 检查函数依赖EC→B
      - 令B_i =E，C_F^+={CEB}：EC→B中E可以去掉（包含B）
      - 令B_i =C， E_F^+={E} ：EC→B中C不能去掉

数据依赖的公理系统

- 例（续）
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C,D,E}，$F=\{AB\to C, B\to D, C\to E, EC\to B, AC\to B\}$，求$F_m$。
- 解（续）
  - (3)得$F_m=\{AB\to C, B\to D, C\to E, C\to B\}$
    - 仅得到一个F_m，不需要继续运算
  - (4) $F_m=\{AB\to C, B\to D, C\to E, C\to B\}$
  - 解毕。

数据依赖的公理系统

- 例
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C}，$F=\{A\rightarrow B,B\rightarrow A,B\rightarrow C,A\rightarrow C,C\rightarrow A\}$,求$F_m$。
- 解
  - (1) 右部仅含有一个属性，得$F_m=F$;

数据依赖的公理系统

- 例
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C}，F={A→B,B→A,B→C,A→C,C→A},求F_m。
- 解
  - (2) 分别去掉一个函数依赖X→A后求关于X的闭包，得AC,ABC,ABC,ABC,C，得
  - F_{m1}= {A→B,B→C,A→C,C→A}；
    F_{m2}= {A→B,B→A,A→C,C→A}；
    F_{m3}= {A→B,B→A,B→C,C→A}；

数据依赖的公理系统

- 例（续）
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C}，$F=\{A\rightarrow B, B\rightarrow A, B\rightarrow C, A\rightarrow C, C\rightarrow A\}$,求$F_m$。
- 解（续）
  - ⑵ 对F_{m1}、F_{m2}、F_{m3}继续进行运算，得
    $F_{m1}=\{A\rightarrow B, B\rightarrow C, C\rightarrow A\}$；
    $F_{m2}=\{A\rightarrow B, B\rightarrow A, A\rightarrow C, C\rightarrow A\}$；
    $F_{m3}=\{A\rightarrow B, B\rightarrow C, C\rightarrow A\}$；
  - 继续运算仍然是这个结果。

数据依赖的公理系统

- 例（续）
  - 由关系模式R(U,F),其中U={A,B,C}，$F=\{A\to B,B\to A,B\to C,A\to C,C\to A\}$,求$F_m$。
- 解（续）
  - (3) 不需要左简化。得到两个最小依赖集 $F_{m1}=\{A\to B,B\to C,C\to A\}$； $F_{m2}=\{A\to B,B\to A,A\to C,C\to A\}$；

数据依赖的公理系统

◆等价依赖集的讨论

- 两个关系模式R1（U，F），R2（U，G），如果F与G等价，那么R1的关系一定是R2的关系，同样， R2的关系一定是R2的关系。
- 所以在R（U，F）中用与F等价的依赖集G来取代F是允许的。

小　结

- 规范化程度讨论
  - 规范化理论为数据库设计提供了理论的指南和工具，但仅仅是指南和工具。并不是规范化程度越高，模式就越好，而必须结合应用环境和现实世界的具体情况合理的选择数据库模式。
  - 一般的，数据库关系模式规范化到3NF或BCNF就可以了。

课堂练习

- 练习一
  - 分析下面的函数依赖集中，哪些是完全函数依赖，哪些是部分函数依赖，哪些是传递函数依赖。
  - F={ABC→D，CD→E，BC→D，D→BC，E→BC}

课堂练习

- 练习二
  - 指出下面关系模式是第几范式？并说明理由。
    - 1. R(X,Y,Z)　　F={XY→Z}
    - 2. R(X,Y,Z)　　F={Y→Z,XZ→Y}
    - 3. R(X,Y,Z)　　F={Y→Z,Y→X,X→YZ}
    - 4. R(X,Y,Z)　　F={X→Y,X→Z}
    - 5. R(W,X,Y,Z)　F={X→Z,WX→Y}

课堂练习

- 练习三
  - 设有关系模式R（U，F），其中U={A，B，C，D，E，P}，F={A→B，C→P，E→A，CE→D}。
  - 求所有的候选码。
- 练习四
  - 设有关系模式R（U，F），其中U={C，T，S，N，G}，F={C→T，CS→G，S→N}。
  - 求所有的候选码。

课堂练习

- 练习五
  - 设有关系模式R（U，F），其中U={A，B，C，D，E}，F={A→BC，CD→E，B→D，E→A}。
  - 计算A_F^+，B_F^+，C_F^+，E_F^+。
  - 求所有的候选码。

课堂练习

- 练习六
  - 设有函数依赖集F={AB→CE，A→C，GP→B，EP→A，CDE→P，HB→P，D→HG，ABC→PG}。
  - 求D_F^+。
- 练习七
  - 设有函数依赖集F={AB→C，C→A，BC→D，ACD→B，D→EG，BE→C，CG→BD，CE→AG}。
  - 求（BD）$_F^+$。

课堂练习

- 练习八
  - 设有关系模式R（U，F），其中U={E，F，G，H}，F={E→G，G→E，F→EG，H→EG，FH→E}。
  - 求F_m。

课堂练习答案

- 练习一
  - 分析下面的函数依赖集中，哪些是完全函数依赖，哪些是部分函数依赖，哪些是传递函数依赖。
    - F={ABC→D，CD→E，BC→D，D→BC，E→BC}
- 结论
  - 完全函数依赖：
    - CD→E，BC→D， D→BC ， E→BC
  - 部分函数依赖：
    - ABC→D（ BC→D）
  - 传递函数依赖：
    - E→D（ E→BC ， BC→D ）
    - CD→BC（ CD→E ， E→BC ）

课堂练习答案

- 练习二
  - 指出下面关系模式是第几范式？并说明理由。
    - 1. R(X,Y,Z) F={XY→Z}
      - BCNF。候选码为XY，只有一个函数依赖且左部包含了候选码XY。
    - 2. R(X,Y,Z) F={Y→Z,XZ→Y}
      - 3NF。候选码为XY和XZ，R中所有属性都是主属性，不存在非主属性对候选码的传递依赖，但函数依赖Y→Z的左部不包含码。

课堂练习答案

- 练习二（续）
  - 指出下面关系模式是第几范式？并说明理由。
    - 3. R(X,Y,Z) F={Y→Z,Y→X,X→YZ}
      - BCNF。候选码为X和Y，不存在非主属性对候选码的传递依赖，函数依赖左部均是码。
    - 4. R(X,Y,Z) F={X→Y,X→Z}
      - BCNF。候选码为X，不存在非主属性对候选码的传递依赖，函数依赖左部均是码。

课堂练习答案

- 练习二（续）
  - 指出下面关系模式是第几范式？并说明理由。
    - 5. R(W,X,Y,Z) F={X→Z,WX→Y}
      - 1NF。候选码为WX，非主属性Z对候选码为传递依赖。

课堂练习答案

- 练习三
  - 设有关系模式R（U，F），其中U={A，B，C，D，E，P}，F={A→B，C→P，E→A，CE→D}。
    - 求所有的候选码。
- 解答
  - 根据关键字的定义，其闭包必能包含所有的属性。可能的关键字为A，C，E，CE，求各自闭包，得候选码为CE。
  - 具体解题过程略。

课堂练习答案

- 练习四
  - 设有关系模式R（U，F），其中U={C，T，S，N，G}，F={C→T，CS→G，S→N}。
  - 求所有的候选码。
- 解答
  - 可能的关键字为C，S，CS，求各自闭包，得候选码为CS。
  - 具体解题过程略。

课堂练习答案

- 练习五
  - 设有关系模式R（U，F），其中U={A，B，C，D，E}，F={A→BC，CD→E，B→D，E→A}。
  - 计算A_F^+，B_F^+，C_F^+，E_F^+。
    - 令X={A}，X(0)={A}，X(1)={ABC}，X(2)={ABCD}， X(3)={ABCDE}，则A_F^+ ={ABCDE}。
    - B_F^+ ={BD}。
    - C_F^+ ={C}。
    - E_F^+ ={ABCDE}。

课堂练习答案

- 练习五（续）
  - 设有关系模式R（U，F），其中U={A，B，C，D，E}，F={A→BC，CD→E，B→D，E→A}。
  - 求所有的候选码。
    - 在前一问，已知A，E为候选码。
    - 计算BC，CD的闭包知其也是候选码。
    - 所有的候选码为A，BC，CD，E。

课堂练习答案

- 练习六
  - $D_F^+ = \{DGH\}$
- 练习七
  - （BD）$_F^+ = \{ABCDEG\}$

课堂练习答案

- 练习八
  - 1. 右部属性单一化，$F_m=\{E\rightarrow G，G\rightarrow E，F\rightarrow E，F\rightarrow G，H\rightarrow E，H\rightarrow G，FH\rightarrow E\}$；
  - 2. FH→E已经为H→E所蕴含，去除。
  - 3. 逐一去掉一个函数依赖后求其左部的闭包，可以去掉函数依赖F→E，F→G，H→E，H→G中的一个，进行第二轮计算，又可以去掉第二个。

课堂练习答案

- 练习八
  - 4. 得到下面的依赖集：
    Fm1={E→G，G→E，F→E，H→E}、
    Fm2={E→G，G→E，F→E，H→G}、
    Fm3={E→G，G→E，F→G，H→E}、
    Fm4={E→G，G→E，F→G，H→G}。
  - 5. 不需要左简化。可以得到4个最小依赖集
    。