

学号	2022212080	算法思路 (30%)	编码实现与 算法分析 (50%)	实验报告 (20%)	得分
姓名	刘纪彤				
评语					

《算法设计与分析》实验报告

实验 3 动态规划算法

一、实验目的

- 加深对动态规划法的理解，了解其基本思想和算法流程。
- 学习如何在具体问题中应用动态规划法设计算法。
- 分析动态规划法与分治法、回溯法的区别和联系，以及它们在不同类型问题中的适用性。
- 提高算法设计能力和编程实践能力。
- 掌握动态规划法的核心要素：最优子结构、边界条件、状态转移方程。

二、实验内容(题目)

给定由 n 个整数（可能为负整数）组成的序列 a_1, a_2, \dots, a_n ，求该序列形

如： $\sum_{k=i}^j a_k$ 的子段和的最大值。当所有整数均为负数时定义其最大子段和为 0。

分别采用穷举法、分治法、动态规划法完成。

三、算法设计思路

分治法：将数组分为两部分，分别求左右两部分的最大子段和，再求跨越中间的最大子段和，三者取最大值。之后递归求解。

动态规划法：设 $dp[i]$ 为以 $a[i]$ 结尾的最大子段和， $dp[i] = \max(dp[i-1] + a[i], a[i])$ ，最后取 dp 数组中的最大值即可。

枚举法：枚举所有的子段，求出最大值。

四、各功能模块设计

```
#include<bits/stdc++.h>
//给定由n个整数（可能为负整数）组成的序列a1,a2,...,an，求该序列形如： 的子
//段和的最大值。当所有整数均为负数时定义其最大子段和为0。
using namespace std;
//枚举法求解
int max_subarray_0(vector<int> a){
    int n=a.size();
    int max_sum=0;
```

```

    for(int i=0;i<n;i++){
        for(int j=i;j<n;j++){
            int sum=0;
            for(int k=i;k<=j;k++){
                sum+=a[k];
            }
            max_sum=max(max_sum,sum);
        }
    }
    return max_sum;
}

//分治法求解
int max_subarray_1(vector<int>a)
{
    int n=a.size();
    if(n==1){
        return max(0,a[0]);
    }
    vector<int> a1(a.begin(),a.begin()+n/2);
    vector<int> a2(a.begin()+n/2,a.end());
    int sum1=max_subarray_1(a1);
    int sum2=max_subarray_1(a2);
    int sum3=0;
    int sum4=0;
    int sum=0;
    for(int i=n/2-1;i>=0;i--){
        sum+=a[i];
        sum3=max(sum3,sum);
    }
    sum=0;
    for(int i=n/2;i<n;i++){
        sum+=a[i];
        sum4=max(sum4,sum);
    }
    return max(max(sum1,sum2),sum3+sum4);
}

//动态规划法
int max_subarray_2(vector<int>a)
{
    int pre=0;
    int ans=a[0];
    for(int &X:a)
    {
        pre=max(pre+X,X);
    }
}

```

```

        ans=max(pre,ans);
    }
    return ans;
}
int main(){
    int n;
    cin>>n;
    vector<int> a(n);
    //调用随机数生成数组(区间在-1e5~1e5 之间)
    for(int i=0;i<n;i++){
        a[i]=(1.0*rand()/(RAND_MAX + 1))*200001-100000;
    }
    // //输出数组
    // for(int i=0;i<n;i++){
    //     cout<<a[i]<<" ";
    // }
    // cout<<endl;
    int max_sum=0;
    max_sum=max_subarray_0(a);
    cout<<"枚举法求解";
    cout<<max_sum<<endl;
    max_sum=0;
    max_sum=max_subarray_1(a);
    cout<<"分治法求解";
    cout<<max_sum<<endl;
    max_sum=0;
    max_sum=max_subarray_2(a);
    cout<<"动态规划法求解";
    cout<<max_sum<<endl;
    return 0;
}

```

五、运行结果与分析

```

PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
10
枚举法求解 237838
分治法求解 237838
动态规划法求解 237838
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
100
枚举法求解 636317
分治法求解 636317
动态规划法求解 636317
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
1000
枚举法求解 1455044
分治法求解 1455044
动态规划法求解 1455044
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
10000
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> '10s未响应'
10s未响应
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
1000
枚举法求解 1455044
分治法求解 1455044
动态规划法求解 1455044
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> '把枚举注释掉'
把枚举注释掉
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
1000
分治法求解 0
动态规划法求解 1455044
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
1000
分治法求解 1455044
动态规划法求解 1455044
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
10000
分治法求解 10880707
动态规划法求解 10880707
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
100000
分治法求解 35850586
动态规划法求解 35850586
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
1000000
分治法求解 68326369
动态规划法求解 68326369
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> .\'.1.exe'
10000000
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> '10s'
10s
PS F:\Study-Program\源代码存储\算法设计\实验\实验3> |

```

3-1

如图所示 3-1 输出分治、动态规划，并以 10s 为界限进行测试，从时间上讲动态规划法、分治一定比枚举快，经过理论计算，动态规划和分治算法时间复杂度为 $O(n)$ 。枚举为 $O(n^2)$

六、实验总结

通过本次实验我已经了解并掌握了动态规划法的基本逻辑，结合前述所学的递归和分治知识，能够将动态规划的思想利用已学的递归结合在一起，能够使用分治的思路解决实际应用中的问题，受益匪浅。