**组合数学2017年春期末考试（满分100分）**

**请在试卷和答题纸上写上姓名，学号以及email 和手机号码**

**请详细写出解答过程，复杂数值不需要计算出来，列出计算式子即可**

**学号： 姓名： 手机号：**

1. **乒乓球比赛。**

**在一局乒乓球比赛中，先得11分的一方为胜方，10平后，先多得2分的一方为胜方，某场比赛中某选手始终未落后过，最后以12:10战胜对手，在比赛过程中没有出现5:5及9:9，有多少可能的表示比赛过程的比分记录？（18分）**

用格路解：

[C(20,10)-C(20,9)] - [C(10,5)-C(10,4)][C(10,5)-C(10,4)]

- [C(18,9)-C(18,8)][C(2,1)-C(1,1)]

+ [C(10,5)-C(10,4)][C(8,4)-C(8,3)][C(2,1)-C(1,1)]

1. **搭积木。**

**1）用2\*1的砖，铺2\*n的路，请问有多少种不同的方案？（12分）**

**2）现在要用2\*1\*1的积木搭成2\*2\*n的柱子。柱子有方向而积木没有方向。请给出n>2时，这个问题的递推关系（包含必要的初值，其中a0=1）。（提示，不需要算出通项公式，你可能还需要bn）。（10分）**

**解答：**（1）Fibonacci

（2）令an为搭成2\*2\*n的柱子的方案数

而bn为搭成2\*2的柱子，半边是n层，半边是n-1层竖向摆放两块积木直接叠到n+1层的方案数（2分）

满足如下递推关系（4分，每条2分）

：拿掉两竖后，另外一边n层可能是一横（）或两竖（）

：最上层可能是四竖（），两横（）或者一横两竖（）

消掉bn得到（n>2）（1分）

n=2时有9种。（3分）

四横：每层有两种可能，共4种；

两竖两横：共有四种朝向，共4种；

四竖：共1种。

n=2时有9种,

a0=1,a1=2;a2=9

**3、阴阳师。**

**（1）14位SSR式神决心与玩家安倍晴明共同守护阴阳两界。玩家可以每天选择4位式神值班，但式神们都很傲娇，不想与任何式神共同值班超过一次。请证明，这样的值班方式最多只能维持15天。（10分）**

**（2）此款游戏开发部有60 人，其中有38 人会JAVA语言，有16 人会C语言，有21人会Python 语言；有3个人这三种语言都会，有2 个人这三种语言都不会，问仅会两门语言的学生数是多少？（10分）**

**解答：**（1）构建14位式神形成的完全图，共91条边，边代表相连的两个顶点共同守护。每天4位式神，会占用6条边，而每条边不能被占用超过1次，所以最多维持91/6=15天（忽略小数点后）。

（2）Answer：2 = 60-（38+16+21）+ |两两相交| -3 所以 |两两相交|=20

|A∩B∩┐C|+|A∩┐B∩C|+|┐A∩B∩C| = |两两相交|- 3\*|A∩B∩C| =11

**4、奇怪多面体。现有这样一个多面体，每一面均为正三角形或正方形，每个顶点均与两个三角形和两个正方形相连，三角形和正方形是交错排列的。**

**（1）请给出这个多面体的边数、面数和棱数。（6分）**

**（2）请以面为对象给出这个多面体的转动群。（8分）**

**（3）要给这个多面体的每个面进行装饰，三角形的面可以染黑白两种颜色，正方形的面要贴【组】【合】【数】【学】四种字的方形贴纸，每面一个字，每种字的个数不限，请问有多少种彼此不等价的装饰方法。（8分）**

**解答：**

（1）欠角为60度，所以有12个顶点。（2分）

每个顶点都关连两个三角形和两个正方形，所以有8个三角形和6个正方形，总共14个面。（2分）

每条棱被两个面共用，总共24条棱。（2分）

（2）（共8分，转动群阶数1分，5种类型每错一种扣2分，扣完为止）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 群类型 | 三角形面 | 四边形面 | 数量 |
| 不动置换 | （1）^8 | （1）^6 | 1 |
| 三角形面心对面心旋转±120度 | （1）^2（3）^2 | （3）^2 | 8 |
| 四边形面心对面心旋转±90度 | （4）^2 | （1）^2（4）^1 | 6 |
| 四边形面心对面心旋转180度 | （2）^4 | （1）^2（2）^2 | 3 |
| 顶点对顶点旋转180度 | （2）^4 | （2）^3 | 6 |

转动群阶数为24。

（3）（共8分，5种类型每错一种扣2分，扣完为止，不必算出结果）

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 群类型 | 三角形面 | 四边形面 | 数量 | 染色数 |
| 不动置换 | （1）^8 | （1）^6 | 1 | 2^8\*16^6 |
| 三角形面心对面心旋转±120度 | （1）^2（3）^2 | （3）^2 | 8 | 2^4\*16^2 |
| 四边形面心对面心旋转±90度 | （4）^2 | （1）^2（4）^1 | 6 | 无不动图像 |
| 四边形面心对面心旋转180度 | （2）^4 | （1）^2（2）^2 | 3 | 无不动图像 |
| 顶点对顶点旋转180度 | （2）^4 | （2）^3 | 6 | 2^4\*16^3 |

再给出式子即可。

**5、线性规划。**（18分）要求写出**标准型**并使用**单纯形法**求解。



X1=2,x2=-1,x3=3, Z=-3

画出表格给6 分

每个表格给 2 分

结果不正确扣 2-6 分