

绝密★启用前

2020年8月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学(工本)

(课程代码 00023)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分,第一部分为选择题,第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答,答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔,书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题:本大题共5小题,每小题3分,共15分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点 $(-2, 0, 19)$ 在
A. oxy 平面上 B. oxz 平面上 C. oyz 平面上 D. y 轴上
2. 函数 $f(x, y) = |x| + |y|$,在点 $(0, 0)$ 处
A. 连续 B. 间断 C. 偏导数存在 D. 可微
3. 设 $f(x)$ 具有连续的一阶导数且 $3x^2y^2dx + yf(x)dy$ 是某函数 $u(x, y)$ 的全微分,则
A. $f(x) = 3x^2$ B. $f(x) = 6x^2$ C. $f(x) = 2x^3$ D. $f(x) = 6x^3$
4. 以 $y = C_1e^x + C_2e^{2x}$ 为通解的微分方程是
A. $y'' + 3y' + 2y = 0$ B. $y'' - 3y' + 2y = 0$
C. $y'' + 3y' + 2 = 0$ D. $y'' - 3y' + 2 = 0$
5. 下列无穷级数中,发散的无穷级数是
A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

第二部分 非选择题

二、填空题:本大题共5空,每空2分,共10分。

6. 设向量 $\alpha = \{4, -2, 6\}$, $\beta = \{1, 1, -1\}$,则 $\alpha + 2\beta =$ _____。
7. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(xy)}{x} =$ _____。
8. 设 $C: x + y = 1 (0 \leq x \leq 1)$,则对弧长的曲线积分 $\int_C \sqrt{2} ds =$ _____。
9. 微分方程 $y'' + 9y = 18$ 的特解 $y^* =$ _____。
10. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, $f(x)$ 的傅里叶级数为 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{(-1)^{n-1}}{n^2} \cos nx + \frac{4}{n} \sin nx)$,则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $b_1 =$ _____。

三、计算题:本大题共12小题,每小题5分,共60分。

11. 已知直线 L 过点 $P(-1, -1, 2)$,并且与平面 $\pi: 2x - y + z = 0$ 垂直,求直线 L 的方程。
12. 设函数 $z = e^{x+y} \sin(x - 2y)$,求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 。
13. 设函数 $z = x^3y + xy^3$,求全微分 dz 。
14. 设方程 $xyz - \ln z = 0$ 确定函数 $z = z(x, y)$,求 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。
15. 设函数 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$,求 $f(x, y)$ 在点 $(1, 2)$ 处的梯度 $\text{grad} f(1, 2)$ 。
16. 计算二重积分 $\iint_D (x^2 + y^2)^2 dx dy$,其中积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$ 。
17. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (x + 3y + 3z) dx dy dz$,其中积分区域 $\Omega: 0 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 1$ 。
18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_C (x - 2y) dx + (2x - y) dy$,其中 C 是由点 $(-2x + y = 1$ 到点 $(0, 1)$ 的直线段。



座位号:

姓名:

19. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{1+2x}{1+2y}$ 满足 $y(0) = 1$ 的特解.

20. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 3x$ 的通解.

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2 \cdot 5^n}$ 的敛散性.

22. 将函数 $f(x) = \frac{1}{3+x}$ 展开为 x 的幂级数, 并写出收敛区间.

四、综合题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

23. 求函数 $f(x, y) = 7 + 14x + 32y - 8xy - 2x^2 - 10y^2$ 的极值.

24. 求曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 在 $t = 1$ 对应点处的法平面方程.

25. 用定义证明无穷级数 $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} + \cdots$ 收敛, 并且收敛于 1.

