

绝密★启用前

2022 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试

## 离散数学

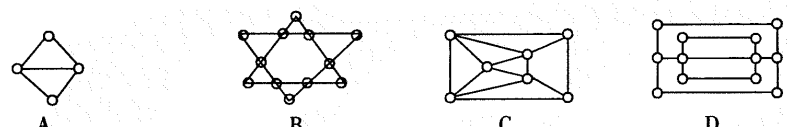
(课程代码 02324)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

### 第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 15 小题, 每小题 1 分, 共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 令  $p$ : 今天下雨,  $q$ : 我今天进城。命题“因为今天不下雨, 所以我今天进城”的符号化形式为  
A.  $p \rightarrow q$       B.  $q \rightarrow p$       C.  $\neg p \rightarrow q$       D.  $\neg q \rightarrow p$
2. 设  $R(x)$ :  $x$  是实数,  $Q(x, y)$ :  $y$  大于  $x$ 。则命题“对每个实数, 都存在一个比它更大的实数”对应的谓词公式是  
A.  $\forall x(R(x) \rightarrow \exists y(Q(x, y) \wedge R(y)))$       B.  $\forall x(R(x) \rightarrow \exists y(Q(x, y) \wedge \neg R(y)))$   
C.  $\exists x(R(x) \rightarrow \forall y(Q(x, y) \wedge R(y)))$       D.  $\forall x(R(x) \wedge \exists y Q(x, y)) \rightarrow R(x)$
3. 下列关于小项和大项的性质, 不正确的是  
A. 任意两个不同小项的合取必为假      B. 任意两个不同大项的析取必为真  
C. 任意两个不同小项的合取必为真      D. 大项的否定是小项
4. 下列是欧拉图的为  

5. 集合  $A = \{1, 2, 3\}$  上的关系  $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ , 则  $R$  不是  
A. 自反关系      B. 对称关系      C. 传递关系      D. 反对称关系
6. 简单无向图  $G$  有 10 条边, 每个结点都是 2 度结点, 则  $G$  的结点数为  
A. 5      B. 10      C. 15      D. 20

7. 下列谓词恒等式, 不正确的是

- A.  $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$
- B.  $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$
- C.  $\neg \exists x P(x) \Leftrightarrow \forall x \neg P(x)$
- D.  $\neg \forall x P(x) \Leftrightarrow \exists x \neg P(x)$

8. 下列度数列中, 不能构成简单无向图的是

- A.  $\{1, 1, 1, 2, 3\}$       B.  $\{1, 2, 2, 3\}$
- C.  $\{1, 2, 2, 2, 1\}$       D.  $\{5, 3, 3, 3\}$

9. 一个 6 阶无向简单图, 其结点的最大度数为

- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8

10. 集合  $A$  上的对称关系  $R$  的关系矩阵为  $M$ , 则

- A.  $M$  的对角线上元素全是 0      B.  $M$  的对角线上元素全是 1
- C.  $M$  为对称矩阵      D.  $M$  为反对称矩阵

11. 已知  $A, B, C, D$  是任意集合, 则下列各式不成立的是

- A.  $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$
- B.  $(A \oplus B) \times (C \oplus D) = (A \times C) \oplus (B \times D)$
- C.  $(A \oplus B) \times C = (A \times C) \oplus (B \times C)$
- D.  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

12. 要从完全图  $K_4$  中得到一颗生成树, 需要删除的边数为

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

13. 设  $G$  为 9 阶无向简单图, 下列命题中可成立的是

- A.  $G$  的每个结点的度数均为 3
- B.  $G$  的每个结点的度数均为 6
- C.  $G$  的每个结点的度数均为 5
- D.  $G$  的每个结点的度数均为 7

14. 下列 4 个偏序集的图形, 不能构成格的是



15. 设集合  $A$  的元素个数为 4, 则  $A$  上所有的等价关系的个数为

- A. 4      B. 8      C. 10      D. 15

## 第二部分 非选择题

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。

16. 设  $A = \{1, 2\}$ , 则  $A^2 =$  \_\_\_\_\_。
17. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , 且  $A$  上的关系  $R_1 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ ,  $R_2 = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}$ , 则  $\text{dom}(R_1 \cup R_2) =$  \_\_\_\_\_,  $\text{ran}(R_1 \cup R_2) =$  \_\_\_\_\_。
18. 集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A$  上的关系  $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}$ , 则  $R^2 =$  \_\_\_\_\_,  $R^{-1} =$  \_\_\_\_\_。
19. 设有集合  $A$  和  $B$ ,  $|A| = 4$ ,  $|B| = 2$ , 则从  $A$  到  $B$  不同的满射函数共有 \_\_\_\_\_ 个。
20. 在整数域中, 命题公式  $\forall x (x^2 > 0)$  的真值为 \_\_\_\_\_, 命题公式  $\forall x \exists y (x^2 < y)$  的真值为 \_\_\_\_\_。
21. 无向图  $G$  有 11 条边, 2 个 3 度结点, 其余均为 4 度结点, 则  $G$  的阶数为 \_\_\_\_\_, 其中 4 度结点有 \_\_\_\_\_ 个。
22. 一颗 6 阶树, 其分支结点最多有 \_\_\_\_\_ 个, 最多有 \_\_\_\_\_ 片树叶。
23. 设  $A$  为非空有限集合,  $P(A)$  为  $A$  的幂集,  $\cup$  为集合的并运算, 群  $\langle P(A), \cup \rangle$  的单位元是 \_\_\_\_\_, 零元是 \_\_\_\_\_。
24. 一个 6 阶简单非连通图的边的最大个数是 \_\_\_\_\_。
25. 若含  $n (n \geq 2)$  个命题变项的命题公式  $A$  的主析取范式包括  $k$  个主项, 则  $A$  的主合取范式必定包括 \_\_\_\_\_ 个大项。

三、计算题: 本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分。

26. 用真值表判定下列逻辑等式成立  

$$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q) \Leftrightarrow P \vee R \rightarrow Q$$
27. 用等值演算法求命题公式  $(P \rightarrow \neg Q) \rightarrow R$  的主析取范式。
28. 对于实数集合  $R$ , 下表所列的二元运算是否具有左边一列中的那些性质, 填写下表(具备某项性质填写“是”, 不具备填写“否”, 请将题 28 表画在答题卡上作答)

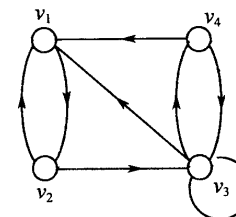
题 28 表

运算 性质	$x+y$	$x-y$	$x \cdot y$
可结合性			
可交换性			

29. 一颗树有  $n_2$  个结点度数为 2,  $n_3$  个结点度数为 3,  $\dots$ ,  $n_k$  个结点度数为  $k$ , 求其度数为 1 的结点数  $n_1$  的值。

30. 有向图  $D$  如题 30 图所示, 回答下列问题

- (1) 写出  $D$  的邻接矩阵  $M_D$ ;
- (2)  $D$  中顶点  $v_3$  到顶点  $v_1$  之间长度为 3 的通路有多少条?



题 30 图

四、证明题: 本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分。

31. 对于任意集合  $A$  和  $B$ , 证明:

$$P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$$

其中  $P(A)$  表示集合  $A$  的幂集。

32. 证明:

$$\forall x (P(x) \rightarrow \forall y (Q(y) \rightarrow L(x, y))) \Leftrightarrow \forall x \forall y ((P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow L(x, y))$$

33. 设  $n$  阶图  $G$  中有  $m$  条边, 其中  $\Delta(G)$  为图  $G$  的最大度,  $\delta(G)$  为图  $G$  的最小度, 证明:

$$\delta(G) \leq 2m/n \leq \Delta(G)$$

五、综合应用题: 本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分。

34. 分析一个  $n$  阶无向图  $G$  的邻接矩阵  $M_G$ , 如果该图为树, 则:

- (1) 邻接矩阵  $M_G$  中值为 1 的元素个数为多少?
- (2)  $M_G + M_G^2 + M_G^3 + \dots + M_G^n$  中值为 0 的元素个数为多少?

35. 设集合  $A = \{a, b, c\}$ ,

- (1) 写出  $A$  的幂集  $P(A)$ ;
- (2) 画出偏序关系  $\{P(A) - \{\emptyset\}, \subseteq\}$  的哈斯图, 并指出该偏序关系的极大元和极小元。