

绝密★启用前

2021 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计(二)

(课程代码 02197)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。在每小题列出的备选项项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 对于事件 A, B, C , 下列命题不成立的是

- A. 若 $A \subset B$, 则 $A \cup B = B$ B. 若 $A \subset B$, 则 $AB = B$
C. 若 $A \subset B$, 则 $\overline{B} \subset \overline{A}$ D. 若 $AB = \emptyset$, 且 $C \subset A$ 则 $BC = \emptyset$

2. 设事件 A 与 B 互不相容, 且 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$, 则 $P(A - B) =$

- A. 0.2 B. 0.3 C. 0.5 D. 0.8

3. 现有 10 只电子产品, 在其中取两次, 每次任取一只, 取后不放回。已知取出的两只都是正品的概率为 $\frac{28}{45}$, 则其中的次品数为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 设随机变量 $X \sim N(3, 2^2)$, 且 $P\{X > c\} = P\{X \leq c\}$, 则常数 $c =$

- A. 0 B. 2 C. 3 D. 4

5. 对于任意参数, 随机变量 X 均可满足 $E(X) = D(X)$, 则 X 服从的分布一定是

- A. 二项分布 B. 泊松分布 C. 均匀分布 D. 指数分布

6. 设随机变量 $X \sim N(2, 2^2)$, 在下列随机变量中服从标准正态分布的是

- A. $\frac{X-2}{2}$ B. $\frac{X-2}{4}$ C. $\frac{X}{2}$ D. $\frac{X}{4}$

7. 设随机变量 $X \sim N(1, 4^2)$, $Y \sim N(0, 2^2)$, X 与 Y 相互独立, 则 $D(X - Y) =$

- A. 2 B. 6 C. 12 D. 20

8. 设总体 $X \sim N(0, 1)$, $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 为来自 X 的样本, \bar{X} 与 S^2 分别为样本均值与样本方差, 则服从自由度为 $n-1$ 的 χ^2 分布的统计量是

- A. $(n-1)S^2$ B. $(n-1)\bar{X}^2$
C. S D. \bar{X}

9. 设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 为来自 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则未知参数 σ^2 的无偏估计是

- A. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ B. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$
C. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i^2$ D. $\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n X_i^2$

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$, 其中 σ_0^2 已知, 样本容量 n 和置信水平 $1-\alpha$ 均不变, 则对不同的样本观测值, μ 的置信区间长度 l 的变化是

- A. 变小 B. 变大 C. 不变 D. 不确定

第二部分 非选择题

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 已知 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = \frac{1}{2}$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.
12. 设随机事件 A 与 B 相互独立, $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$, 则 $P(\overline{A}\overline{B}) =$ _____.
13. 甲、乙两人对弈一局, 两人下成和棋的概率是 $\frac{1}{2}$, 乙获胜的概率是 $\frac{1}{3}$, 则甲获胜的概率是 _____.

14. 某射手射击所得环数 X 的分布律为
- | | | | | | |
|-----|-----|------|------|------|------|
| X | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| P | 0.1 | 0.28 | 0.11 | 0.29 | 0.22 |
- 如果命中 8~10 环为优秀, 则这名射手射击一次为优秀的概率是 _____.

15. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 已知 $P\{|X| > x\} = 0.05$, $P\{X \leq 1.96\} = 0.975$, 则 $x =$ _____.

16. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 随机变量 Y 服从二项分布 $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$, 且满足 $P\{X=0\} = P\{Y=0\}$, 则 $\lambda =$ _____.

17. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, 则 $P\{X \geq 2\} =$ _____.

18. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$Y \backslash X$	0	1
	0.1	b
0	0.1	b
1	a	0.4

且 $P\{Y=1\} = 0.6$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

19. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则当 $0 < x < 1$ 时, X 的概率密度 $f_X(x) =$ _____.

20. 设二维随机变量 (X, Y) 服从平面区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}$ 上的均匀分布,

则 $E(XY) =$ _____.

概率论与数理统计 (二) 试题第 3 页 (共 5 页)

21. 设总体 X 服从 0-1 分布, 即 $P\{X=1\} = p$, $P\{X=0\} = 1-p$, ($0 < p < 1$).

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自该总体的样本, 令 $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, 则 $P\{Y=n\} =$ _____.

22. 某理财产品每月的收益率 X 服从正态分布 $N(\mu, 0.2)$, 现随机抽取 5 个月的收益率分别为 -0.2, 0.1, 0.8, -0.6, 0.9, 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 _____.

(附: $\Phi(1.96) = 0.975$)

23. 设 H_0 是假设检验的原假设, 显著性水平为 0.05, 则 $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 成立}\} =$ _____.

24. 设总体 $X \sim N(\mu, 4)$, X_1, X_2, \dots, X_{16} 为来自 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则检验假设

$H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$ 应采用的统计量表达式为 _____.

25. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自 X 的样本, \bar{X} 为样本均

值, S 为样本标准差, 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$, 已知在 H_0 成立的条件下,

$\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(19)$, 则 $n =$ _____.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分。

26. 某在线支付设置的支付密码共有 6 位数字, 每位数字都可从 0~9 中任选一个. 某客户一次购物进行在线支付时, 忘记了密码的最后一位数字.

求: (1) 任意选择最后一位数字, 不超过 2 次就选正确的概率;

(2) 如果该客户记得密码的最后一位是奇数, 不超过 2 次选正确的概率.

27. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \theta, & 0 < x < 1, \\ 1-\theta, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 其中 θ 为未知参数 ($0 < \theta < 1$),

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自该总体的样本, 记 N 为样本在区间 $(0, 1)$ 内的个数 ($0 < N < n$),

其余的样本均在区间 $[1, 2)$ 中.

求: (1) θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$; (2) θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}_2$.

概率论与数理统计 (二) 试题第 4 页 (共 5 页)

四、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$\begin{array}{c} Y \\ \backslash X \end{array}$	-1	2	3
-1	0.1	0.2	0.1
2	0.2	0.2	0.2

且 $Z = |X + Y|$.

求: (1) (X, Y) 关于 Y 的边缘分布律; (2) Z 的分布律; (3) $P\{Y \leq 2 | X = 2\}$.

29. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{8}x^3, & 0 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2, \end{cases}$

又 $Y = 2X - 1$.

求: (1) $E(X), E(X^2)$; (2) $D(X), D(Y)$; (3) ρ_{XY} ; (4) $\text{Cov}(X, Y)$.

五、应用题: 10 分。

30. 某制药厂广告宣称某种药品的疾病治愈率为 80%, 药品主管部门随机抽查了 100 名服用此药的疾病患者, 如果其中有超过 75% 的患者治愈就认为该广告宣称是真实的, 否则为虚假广告.

求: (1) 若此药的实际治愈率为 75%, 不接受这一广告宣称的概率 p_1 ;

(2) 若此药的治愈率确为 80%, 接受这一广告宣称的概率 p_2 .

(附: $\Phi(1.25) = 0.8944$)