

绝密★启用前

2021 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学(工本)

(课程代码 00023)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中, 点 $(-3, 5, 9)$ 在
A. 第一卦限 B. 第二卦限 C. 第三卦限 D. 第四卦限
2. 函数 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在点 $(0, 0)$ 处
A. 连续 B. 间断 C. 偏导数存在 D. 可微
3. 设 $f(x, y)$ 具有连续的偏导数, 且 $f(x, y)(xdx + ydy)$ 是某函数 $u(x, y)$ 的全微分, 则
A. $x \frac{\partial f}{\partial y} = -y \frac{\partial f}{\partial x}$ B. $x \frac{\partial f}{\partial x} = -y \frac{\partial f}{\partial y}$ C. $x \frac{\partial f}{\partial y} = y \frac{\partial f}{\partial x}$ D. $x \frac{\partial f}{\partial x} = y \frac{\partial f}{\partial y}$
4. 下列微分方程中, 是可分离变量的微分方程为
A. $\frac{dy}{dx} = e^x$ B. $\frac{dy}{dx} = 2xy$
C. $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$ D. $\frac{dy}{dx} = x \sin(x + y)$
5. 幂级数 $1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1} + \cdots$ ($-1 < x < 1$) 的和函数 $S(x)$ 为
A. $\frac{x}{1+x}$ B. $\frac{1}{1+x}$ C. $\frac{x}{1-x}$ D. $\frac{1}{1-x}$

第二部分 非选择题

二、填空题: 本大题共 5 空, 每空 2 分, 共 10 分。

6. 设向量 $\alpha = \{2, -2, 1\}$, 则向量 α 的模等于_____。
7. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} =$ _____。
8. 设积分区域 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} 3xdydz =$ _____。
9. 微分方程 $x^2y'' + (1 - x^2)y' - y = 1$ 的特解 $y^* =$ _____。
10. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, $f(x)$ 的傅里叶级数为 $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot 4}{n^2} \cos nx$, 则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $a_1 =$ _____。

三、计算题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。

11. 求平面 $\pi: x - 2y - z + 4 = 0$ 和直线 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$ 的夹角 φ 。
12. 设函数 $z = e^{2x-y} \cos(x+y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。
13. 设 $z = x^2y + xy^2$, 求全微分 dz 。
14. 设方程 $x^2 + 9 = z^2$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。
15. 设 $f(x, y, z) = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 求 $\text{grad} f(1, -1, 1)$ 。
16. 计算二重积分 $\iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy$, 其中积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 4$ 。
17. 计算对弧长的曲线积分 $\int_C (x^2 - y + 3) \sqrt{1 + 4x^2} ds$, 其中 $C: y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$) 一段弧。
18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_C (x + y) dx + (x - y) dy$, 其中 C 是从点 $(1, 0)$ 到点 $(2, 0)$ 的直线段。
19. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = x + y$ 的通解。
20. 求微分方程 $y'' - 5y' + 6y = 0$ 的通解。



座位号:

姓名:

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n!}{n^n}$ 的敛散性.

22. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot 2^{n+1}}$ 的收敛半径和收敛区间.

四、综合题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

23. 求函数 $f(x, y) = 64x + 32y - 2x^2 + 4xy - 4y^2 - 14$ 的极值点, 并说明是极大值点还是极小值点.

24. 求曲面 $x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$ 在点 $P_0(1, 1, 1)$ 处的切平面方程.

25. 证明无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ 收敛.

