座位号：________

姓名：________

绝密★启用前

2020 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（二）

（课程代码　02197）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设 A,B,C 为随机事件，则事件“ A,B,C 都发生”可表示为

A. ABC　　B. $\bar{A}BC$　　C. $\bar{A}\bar{B}C$　　D. $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$

2. 某射手每次射击命中目标的概率均为 0.8，如果向目标连续射击，则事件“第一次未中第二次命中”的概率为

A. 0.04　　B. 0.16　　C. 0.36　　D. 0.64

3. 设 A,B 为随机事件，$P(A)=0.4$，$P(B)=0.8$，$A\subset B$，则 $P(A|B)=$

A. 0　　B. 0.5　　C. 0.8　　D. 1

4. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{array}$，则 $P\{X<2\}=$

A. 0　　B. 0.2　　C. 0.3　　D. 0.5

5. 下列函数中可作为某随机变量的概率密度的是

A. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{10}{x}, & x>10, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$　　B. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{10}{x^2}, & x>10, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases} -1, & 0\le x\le 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$　　D. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{3}{2}, & \dfrac{1}{2}\le x\le \dfrac{3}{2}, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

6. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} cx^2, & 0\le x\le 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 则常数 $c=$

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 2　　D. 3

7. 设随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	1	2
0	0.1	0.2
1	0.4	0.3

则 $P\{Y-X\ge 1\}=$

A. 0.3　　B. 0.5　　C. 0.6　　D. 0.8

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，$D(X)=3$，$D(Y)=2$，则 $D(2X-Y)=$

A. 4　　B. 8　　C. 14　　D. 16

9. 设 X_1,X_2,X_3 是来自总体 X 的样本，若 $E(X)=\mu$（未知），$\hat{\mu}=\dfrac{1}{3}X_1-aX_2+2aX_3$ 是 μ 的无偏估计，则常数 $a=$

A. $\dfrac{2}{9}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

10. 设 $X_1,X_2,\dots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，其中 σ^2 未知，$\bar{X}$ 与 S^2 分别是样本均值和样本方差．检验假设 $H_0:\mu=1;H_1:\mu\ne 1$，采用的检验统计量为

A. $\dfrac{\bar{X}-1}{S/\sqrt{n}}$　　B. $\dfrac{\bar{X}}{S/\sqrt{n}}$

C. $\dfrac{\bar{X}-1}{\sigma/\sqrt{n}}$　　D. $\dfrac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}}$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 设 A,B 是随机事件，则事件“A,B 恰有一个发生”可表示为________.

12. 设随机事件 A 与 B 互不相容，$P(A)=0.6$，$P(A\cup B)=0.8$，则 $P(B)=$________.

13. 设随机事件 A 与 B 相互独立，$P(A)=0.6$，$P(AB)=0.3$，则 $P(A\cup B)=$________.

14. 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	1	2
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

，$F(x)$ 是 X 的分布函数，则 $F(1.5)=$________.

15. 设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布，则 $P\{X\geq 2\}=$________.

16. 设随机变量 $X\sim N(1,1)$，则 $P\{1\leq X\leq 2\}=$________.（附：$\Phi(1)=0.8413$）

17. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} c, & 0\leq x\leq 1,\ -1\leq y\leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 则常数 $c=$________.

18. 设随机变量 $X\sim N(1,4)$，$Y\sim N(2,5)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $X-Y\sim$________.

19. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{4}, & 0\leq x\leq 2,\ 0\leq y\leq 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 则 $P\{X+Y\leq 2\}=$________.

20. 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1
P	0.3	0.2	0.5

，令 $Y=2X$，则 $E(Y)=$________.

21. 设随机变量 $X\sim B(100,0.5)$，应用中心极限定理可算得 $P\{40<X<60\}\approx$________.（附：$\Phi(2)=0.9772$）

22. 设总体 $X\sim N(1,4)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{10}$ 为来自该总体的样本，$\bar{X}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}X_i$，则 $D(\bar{X})=$________.

23. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{10}$ 为来自正态总体 $N(0,1)$ 的样本，则 $X_1^2+X_2^2+\cdots+X_{10}^2$ 服从的分布是________.

24. 设 X_1,X_2 为来自总体 X 的样本，$E(X)=\mu$（未知），$u=\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$，$v=2X_1-X_2$ 均为 μ 的无偏估计，则 u,v 中较为有效的是________.

25. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma_0^2)$ 的样本，σ_0^2 已知，$\bar{X}$ 为样本均值，欲检验假设 $H_0:\mu=0;H_1:\mu\neq 0$，则应采用的检验统计量表达式为________.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 设甲、乙两人从装有 6 个白球 4 个黑球的盒中取球，甲先从中任取一个球，取后不放回，然后乙再从盒中任取两个球．求：（1）甲取到白球的概率；（2）乙取到的两球都是白球的概率．

27. 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}}, & x>0, \\ 0, & x\leq 0, \end{cases}$ 其中未知参数 $\lambda>0$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体的样本．

求：（1）$E(X)$；（2）λ 的矩估计 $\hat{\lambda}$．

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	1	2	3
-1	0.3	$3a$	0.25
1	0	0.25	a

又 $Z=X+Y$．

求：（1）常数 a；（2）(X,Y) 关于 X,Y 的边缘分布律；（3）Z 的分布律．

29. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} cy^2, & 0\leq x\leq 1,\ 0\leq y\leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$

求：（1）常数 c；（2）$P\{X+Y<1\}$；（3）$E(XY)$．

五、应用题：10 分。

30. 黄金（比例）矩形是指宽度与长度的“比值”近似为 0.618 的矩形．现从某工艺品厂生产的矩形工艺品中随机抽测了 9 件，测算其“比值”，并得到样本平均值 $\bar{x}=0.614$，样本标准差 $s=0.036$．若矩形工艺品的“比值”服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，可否认为该厂生产的矩形工艺品符合黄金比例设计？

（附：$t_{0.025}(8)=2.306$）