

绝密★启用前

2020 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试

## 高等数学(工本)

(课程代码 00023)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

### 第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分。在每小题列出的备选项目中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中, 点  $(2, -1, -9)$  在  
A. 第一卦限 B. 第四卦限 C. 第五卦限 D. 第八卦限
2. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3xy)}{y}$   
A. 等于 2 B. 等于 3 C. 等于 6 D. 不存在
3. 已知  $e^{x-y} dx - e^{x-y} dy$  是某函数  $u(x, y)$  的全微分, 则  $u(x, y) =$   
A.  $e^{x-y}$  B.  $-e^{x-y}$  C.  $e^{y-x}$  D.  $-e^{y-x}$
4. 方程  $\frac{dy}{dx} = y$  的通解为  
A.  $y = e^x$  B.  $y = Ce^x$  C.  $y = C + e^x$  D.  $y = e^C + e^x$
5. 下列无穷级数中, 条件收敛的无穷级数是  
A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$  B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n}$  C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n+1}$  D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$

### 第二部分 非选择题

二、填空题: 本大题共 5 空, 每空 2 分, 共 10 分。

6. 设向量  $\alpha = \{-1, 1, 0\}$ ,  $\beta = \{3, 2, -1\}$ , 则  $2\alpha - \beta =$ \_\_\_\_\_。
7. 已知  $f(xy, x-y) = (x+y)^2$ , 则  $f(x, y) =$ \_\_\_\_\_。
8. 设  $C: x+y=4 (0 \leq x \leq 4)$ , 则对弧长的曲线积分  $\int_C \sqrt{2}(x+y) ds =$ \_\_\_\_\_。
9. 微分方程  $y' = 2x$  满足初始条件  $y(0) = 0$  的特解  $y^* =$ \_\_\_\_\_。
10. 设函数  $f(x)$  是周期为  $2\pi$  的周期函数,  $f(x)$  的傅里叶级数为  $\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2}{n} \sin nx$ , 则  $f(x)$  的傅里叶系数  $a_1 =$ \_\_\_\_\_。

三、计算题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。

11. 已知平面过点  $P_1(1, 2, -1)$ ,  $P_2(0, -3, 1)$  及  $P_3(3, 2, 0)$ , 求该平面方程。
12. 设函数  $z = x^3 + \arctan \frac{x}{y}$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ 。
13. 设函数  $z = e^{2x+y} \cos(x-y)$ , 求全微分  $dz$ 。
14. 设方程  $z^x = y^z$ , 确定函数  $z = z(x, y)$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ 。
15. 设函数  $f(x, y) = 5 - x^2 - y^2$ , 求梯度  $\text{grad} f(2, 1)$ 。
16. 计算二重积分  $\iint_D 2xy dx dy$ , 其中积分区域  $D: x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1$ 。
17. 计算三重积分  $\iiint_{\Omega} 6x^2 yz dx dy dz$ , 其中积分区域  $\Omega: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3$ 。
18. 计算对坐标的曲线积分  $\int_C (x-2y) dx$ , 其中  $C$  为从  $(-1, 0)$  沿  $y = 1 - x^2$  到  $(1, 0)$  的弧段。
19. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$  满足初始条件  $y(0) = 1$  的特解。
20. 求微分方程  $y'' + y' = 0$  的通解。
21. 判断无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$  的敛散性。
22. 将函数  $f(x) = \frac{1}{4+x}$  展开为  $x$  的幂级数。



四、综合题:本大题共3小题,每小题5分,共15分。

23. 求函数  $f(x, y) = 6y - 6x - x^2 - y^2 + 3$  的极值.

24. 求曲面  $z = x^2 + y^2$  在点  $P_0(-1, -1, 2)$  处的法线方程.

25. 用定义证明无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$  发散.



绝密 ★ 考试结束前

全国 2020 年 10 月高等教育自学考试

# 高等数学(工本) 试题

课程代码: 00023

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前, 考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

## 选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中, 点  $(2, -1, -9)$  在  
A. 第一卦限                      B. 第四卦限                      C. 第五卦限                      D. 第八卦限
2. 极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(3xy)}{y}$   
A. 等于 2                      B. 等于 3                      C. 等于 6                      D. 不存在
3. 已知  $e^{x-y} dx - e^{x-y} dy$  是某函数  $u(x, y)$  的全微分, 则  $u(x, y) =$   
A.  $e^{x-y}$                       B.  $-e^{x-y}$                       C.  $e^{y-x}$                       D.  $-e^{y-x}$
4. 方程  $\frac{dy}{dx} = y$  的通解为  
A.  $y = e^{Cx}$                       B.  $y = Ce^x$                       C.  $y = C + e^x$                       D.  $y = e^C + e^x$
5. 下列无穷级数中, 条件收敛的无穷级数是  
A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$                       B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^n}{2^n}$                       C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n+1}$                       D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$



## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 5 空, 每空 2 分, 共 10 分。

6. 设向量  $\alpha = \{-1, 1, 0\}$ ,  $\beta = \{3, 2, -1\}$ , 则  $2\alpha - \beta =$ \_\_\_\_\_.

7. 已知  $f(xy, x - y) = (x + y)^2$ , 则  $f(x, y) =$ \_\_\_\_\_.

8. 设  $C: x + y = 4 (0 \leq x \leq 4)$ , 则对弧长的曲线积分  $\int_C \sqrt{2}(x + y) ds =$ \_\_\_\_\_.

9. 微分方程  $y' = 2x$  满足初始条件  $y(0) = 0$  的特解  $y^* =$ \_\_\_\_\_.

10. 设函数  $f(x)$  是周期为  $2\pi$  的周期函数,  $f(x)$  的傅里叶级数为  $\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2}{n} \sin nx$ ,

则  $f(x)$  的傅里叶系数  $a_1 =$ \_\_\_\_\_.

三、计算题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。

11. 已知平面过点  $P_1(1, 2, -1)$ ,  $P_2(0, -3, 1)$  及  $P_3(3, 2, 0)$ , 求该平面方程.

12. 设函数  $z = x^3 + \arctan \frac{x}{y}$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ .

13. 设函数  $z = e^{2x+y} \cos(x - y)$ , 求全微分  $dz$ .

14. 设方程  $z^x = y^z$ , 确定函数  $z = z(x, y)$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ .

15. 设函数  $f(x, y) = 5 - x^2 - y^2$ , 求梯度  $\text{grad} f(2, 1)$ .

16. 计算二重积分  $\iint_D 2xy dx dy$ , 其中积分区域  $D: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$ .

17. 计算三重积分  $\iiint_{\Omega} 6x^2 yz dx dy dz$ , 其中积分区域  $\Omega: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3$ .

18. 计算对坐标的曲线积分  $\int_C (x - 2y) dx$ , 其中  $C$  为从  $(-1, 0)$  沿  $y = 1 - x^2$  到  $(1, 0)$  的弧段.

19. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$  满足初始条件  $y(0) = 1$  的特解.

20. 求微分方程  $y'' + y' = 0$  的通解.

21. 判断无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$  的敛散性.

22. 将函数  $f(x) = \frac{1}{4 + x}$  展开为  $x$  的幂级数.



四、综合题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

23. 求函数  $f(x, y) = 6y - 6x - x^2 - y^2 + 3$  的极值.

24. 求曲面  $z = x^2 + y^2$  在点  $P_0(-1, -1, 2)$  处的法线方程.

25. 用定义证明无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$  发散.

