第八章
组合变形（2）

1

第八章 组合变形

2

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

1、薄壁承压圆筒

3

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

1、薄壁承压圆筒

4

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

1、薄壁承压圆筒

输油车

5

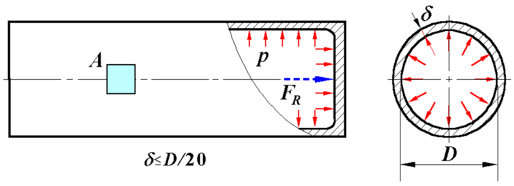
§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

1、薄壁承压圆筒

6

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

2、应力与强度分析



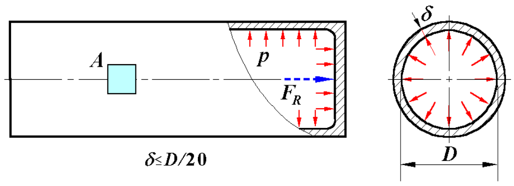
如图示的承压薄壁圆筒，

假定厚度为 δ，平均直径为 D

7

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

2、应力与强度分析

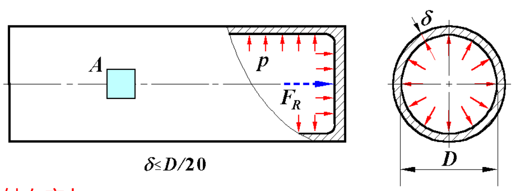


在承压圆筒中，横截面与纵截面上均存在正应力，对于薄壁圆筒，可认为沿壁厚均匀分布。

8

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

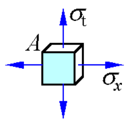
2、应力与强度分析



轴向应力

$$F_R = p \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

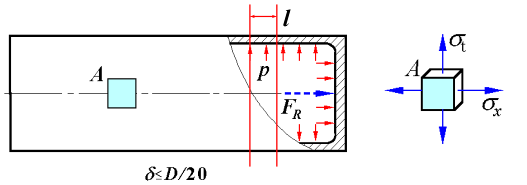
$$\sigma_x = \frac{p\pi D^2}{4} \cdot \frac{1}{\pi D\delta} \Rightarrow \sigma_x = \frac{pD}{4\delta}$$



9

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

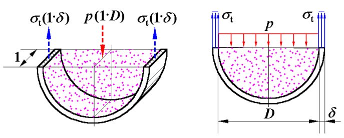
2、应力与强度分析



周向应力

$$2\sigma_t(l \cdot \delta) - p(l \cdot D) = 0$$

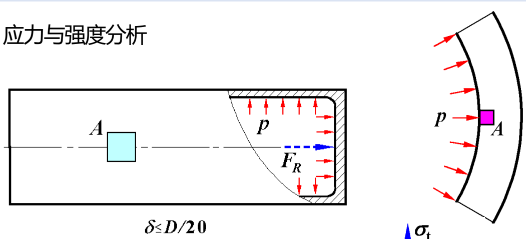
$$\Rightarrow \sigma_t = \frac{pD}{2\delta}$$



10

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

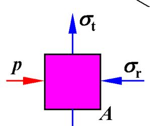
2、应力与强度分析



径向应力

$$|\sigma_r|_{max} = p$$

$$\Rightarrow \frac{|\sigma_r|_{max}}{\sigma_t} = \frac{p}{\frac{pD}{2\delta}} = \frac{2\delta}{D}$$



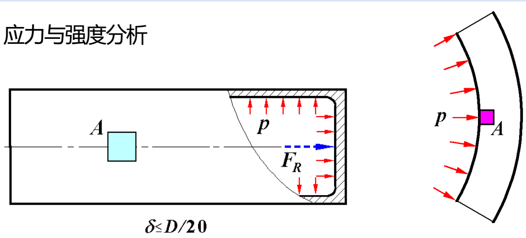
因为 $\delta \le D/20$

故σ_r可忽略不计

11

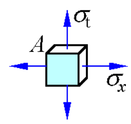
§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

2、应力与强度分析



A所受应力为

$$\sigma_t = \frac{pD}{2\delta} \qquad \sigma_x = \frac{pD}{4\delta}$$

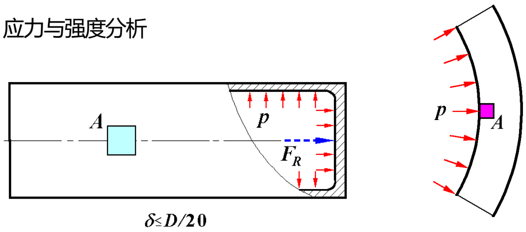


仅适用于 $\delta \le D/20$ 的薄壁圆筒

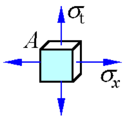
12

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

2、应力与强度分析



强度条件 ➡ 二向应力状态



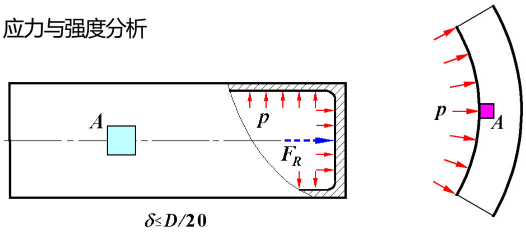
$$\sigma_1=\sigma_t=\frac{pD}{2\delta} \qquad \sigma_2=\sigma_x=\frac{pD}{4\delta}$$

$$\sigma_3=0$$

13

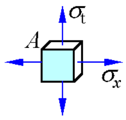
§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

2、应力与强度分析



强度条件

对于脆性材料

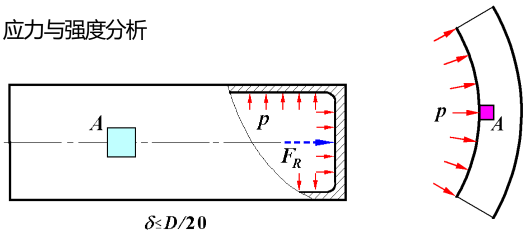


$$\sigma_{r1}=\frac{pD}{2\delta}\le[\sigma] \qquad \sigma_{r2}=\frac{pD}{4\delta}(2-\mu)\le[\sigma]$$

14

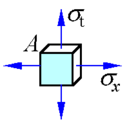
§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

2、应力与强度分析



强度条件

对于塑性材料



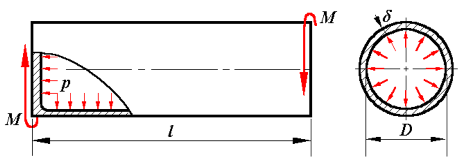
$$\sigma_{r3}=\frac{pD}{2\delta}\le[\sigma] \qquad \sigma_{r4}=\frac{\sqrt{3}pD}{4\delta}\le[\sigma]$$

15

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

例题8.10

已知: $[\sigma]$, E, μ, $M=\pi D^3p/4$。（1）按第三强度理论建立筒体强度条件；（2）计算筒体轴向变形。

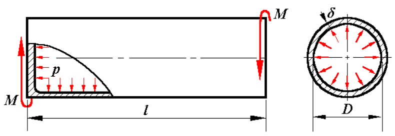


16

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

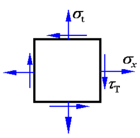
例题8.10

解：1）应力分析



$$\sigma_t=\frac{pD}{2\delta}$$

$$\sigma_x=\frac{pD}{4\delta} \qquad \tau_T=\frac{2M}{\pi D^2\delta}=\frac{pD}{2\delta}$$



$$\left.\begin{matrix}\sigma_{\max}\\ \sigma_{\min}\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_x+\sigma_t}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_t}{2}\right)^2+\tau_T^2}$$

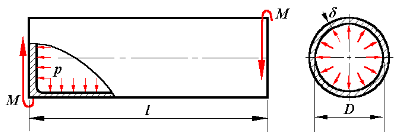
$$=\frac{3\pm\sqrt{17}}{8}\cdot\frac{pD}{\delta}=\left\{\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{matrix}\right\} \qquad \sigma_2=0$$

17

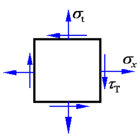
§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

例题8.10

解：2）强度分析



$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{matrix}\right\}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{8}\cdot\frac{pD}{\delta} \qquad \sigma_2=0$$



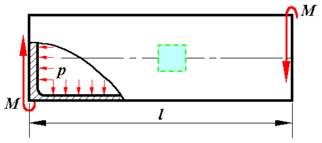
$$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=\frac{\sqrt{17}pD}{4\delta}\le[\sigma]$$

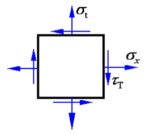
18

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

例题8.10

解：3）轴向变形分析





$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \mu\sigma_t\right)$$

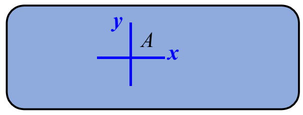
$$\Delta l_x = \varepsilon_x l = \frac{l}{E}\left(\sigma_x - \mu\sigma_t\right) \Rightarrow \Delta l_x = \frac{pDl}{4\delta E}\left(1-2\mu\right)$$

19

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

例题8.11

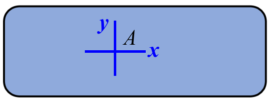
薄壁圆筒受最大内压时，测得ε_x=1.88×10^{-4}，ε_y=7.37×10^{-4}，已知钢的E=210 GPa，[σ]=170 MPa，泊松比μ=0.3，试用第三强度理论校核其强度。

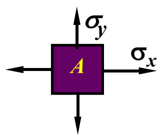


20

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

例题8.11





解：由广义胡克定律可得

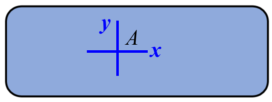
$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y) = \frac{2.1}{1-0.3^2}(1.88+0.3\times7.37)\times10^7 = 94.4 \text{ MPa}$$

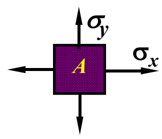
$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x) = \frac{2.1}{1-0.3^2}(7.37+0.3\times1.88)\times10^7 = 183.1 \text{ MPa}$$

21

§8.x 薄壁承压圆筒的强度计算

例题8.11





解：由广义胡克定律可得

$$\sigma_1 = 183.1 \text{ MPa} \qquad \sigma_2 = 94.4 \text{ MPa} \qquad \sigma_3 = 0$$

$$\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3 = 183.1 \text{ MPa} > [\sigma]$$

$$\frac{\sigma_{r3} - [\sigma]}{[\sigma]} = \frac{183.1-170}{170} = 7.7\%$$

此容器不满足第三强度理论，不安全。

22

小结

1、拉伸/压缩与弯曲的组合

2、二维与三维偏心压缩、截面核心

3、弯扭、拉弯扭组合变形

4、承压薄壁圆筒

23

本章复习

1、构件在荷载作用下发生两种或两种以上的基本变形，则构件的变形称为组合变形。

2、处理组合变形的基本方法：叠加法

3、拉弯组合：作用在杆件上的外力既有轴向拉(压)力，还有横向力，杆件将发生拉伸 (压缩) 与弯曲组合变形。

4、应力分析

横截面上任意一点(z, y)处的正应力计算公式为：

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{F_N}{A} + \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

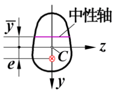
$$\sigma_{\max} \le [\sigma]$$

24

本章复习

5、偏心压缩：当外力作用线与杆的轴线平行但不重合时，将引起轴向拉伸（压缩）和平面弯曲两种基本变形。

6、二维情形：



弯压组合 $\bar{y} = -\frac{I_z}{Ae}$

y与e异号：中性轴与载荷作用点位于形心轴z两侧

y与e成反比：偏心距越大，中性轴离形心轴越近；反之越远

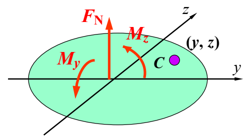
25

本章复习

7、三维情形

由叠加原理，C点的正应力

由 F 产生的正应力



$$\sigma = \sigma' + \sigma'' + \sigma'''$$

$$= \frac{F}{A} + \frac{F \cdot z_F \cdot z}{I_y} + \frac{F \cdot y_F \cdot y}{I_z}$$

$$= \frac{F}{A}\left(1 + \frac{z_F \cdot z}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y}{i_z^2}\right)$$

$$\sigma_{\substack{max \\ min}} = \frac{F}{A} \pm \frac{F \cdot zF}{W_y} \pm \frac{F \cdot y_F}{W_z}$$

令 (y_0, z_0) 代表中性轴上任一点的坐标，即得中性轴方程

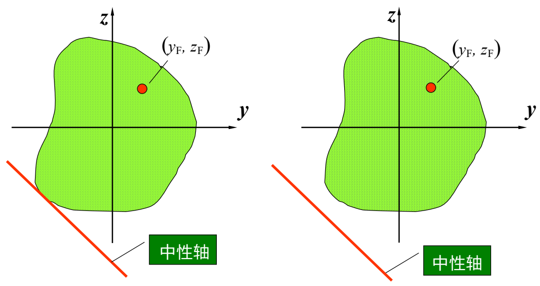
$$\left(1 + \frac{z_F \cdot z_0}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y_0}{i_z^2}\right) = 0$$

26

本章复习

8、截面核心

当中性轴与图形相切或远离图形时，整个图形上将只有拉应力或只有压应力。

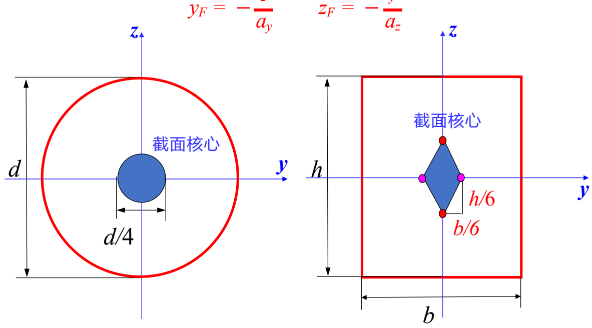


27

本章复习

8、截面核心

$$y_F = -\frac{i_z^2}{a_y} \qquad z_F = -\frac{i_y^2}{a_z}$$



28

本章复习

9、弯扭组合

$$\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

σ 是危险点的正应力，τ 是危险点的切应力

- 该公式适用于塑性材料的平面应力状态，且横截面不限于圆形截面；
- 该公式适用于弯+扭组合变形、拉（压）+扭转的组合变形、以及拉（压）+扭转+弯曲的组合变形；
- 切应力的方向可以不用考虑。

29

本章复习

9、弯扭组合

$$\sigma_{r3} = \frac{1}{W}\sqrt{M^2 + T^2} \le [\sigma]$$

$$\sigma_{r4} = \frac{1}{W}\sqrt{M^2 + 0.75T^2} \le [\sigma]$$

W为抗弯截面系数，M、T为轴危险截面的弯矩和扭矩。

- 该公式仅适用于塑性材料发生弯+扭组合变形时，且其截面为实心圆截面或空心圆截面。

$$W = \frac{\pi d^3}{32} \qquad W = \frac{\pi D^3}{32}\left(1 - \alpha^4\right)$$

30

本章复习

10、弯拉（压）扭组合

$$\sigma_{r3}=\sqrt{(\sigma_M+\sigma_N)^2+4\tau_T^2}\le[\sigma]$$

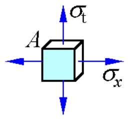
$$\sigma_{r4}=\sqrt{(\sigma_M+\sigma_N)^2+3\tau_T^2}\le[\sigma]$$

11、薄壁圆筒的应力与强度分析 $\delta\le D/20$

轴向应力 $\sigma_x=\dfrac{pD}{4\delta}$ 周向应力 $\sigma_t=\dfrac{pD}{2\delta}$

$\sigma_1=\sigma_t=\dfrac{pD}{2\delta}$ $\sigma_2=\sigma_x=\dfrac{pD}{4\delta}$

$\sigma_3=0$



31

本章复习

10、弯拉（压）扭组合

$$\sigma_{r3}=\sqrt{(\sigma_M+\sigma_N)^2+4\tau_T^2}\le[\sigma]$$

$$\sigma_{r4}=\sqrt{(\sigma_M+\sigma_N)^2+3\tau_T^2}\le[\sigma]$$

11、薄壁圆筒的应力与强度分析 $\delta\le D/20$

对于脆性材料

$\sigma_{r1}=\dfrac{pD}{2\delta}\le[\sigma]$ $\sigma_{r2}=\dfrac{pD}{4\delta}(2-\mu)\le[\sigma]$

对于塑性材料

$\sigma_{r3}=\dfrac{pD}{2\delta}\le[\sigma]$ $\sigma_{r4}=\dfrac{\sqrt{3}pD}{4\delta}\le[\sigma]$

32

33