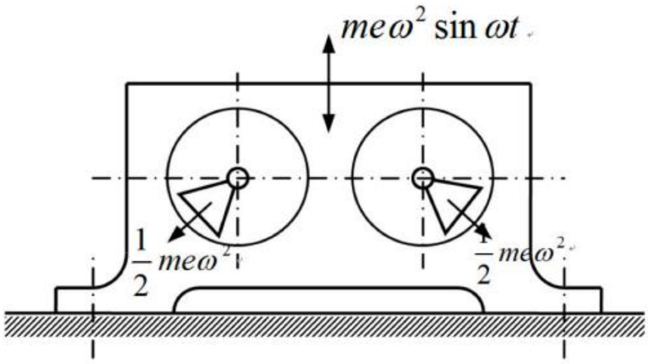
学号：3190103782　　　姓名：孔伟杰

题 1： 由一对带偏心质量的等速反向旋转齿轮构成的振动机械安装在弹簧和阻尼器构成的支承上，如图所示。当齿轮转动角速度为 ω 时，偏心质量惯性力在垂直方向大小为 $me\omega^2\sin\omega t$。已知偏心重 $W=125.5\ N$，偏心距 $e=15.0\ cm$，支承弹簧总刚度系数 $k=967.7\ N/cm$，测得垂直方向共振振幅 $X_m=1.07cm$，远离共振时垂直振幅趋近常值 $X_0=0.32cm$。求支承阻尼器的阻尼比及在 $\omega=300\,r/\min$ 运行时机器的垂直振幅。



$W = 125.5\ N$

$e = 15.0\ cm$

$k = 967.7\ N/cm$

数字模型： $M\ddot{x}+c\dot{x}+kx = me\omega^2\sin\omega t$

解得 $x(t) = \beta_1 B_1 \sin(\omega t-\theta)$　$\beta_1 = \dfrac{s^2}{\sqrt{(1-s^2)^2+(2\zeta s)^2}}$　$B_1 = \dfrac{me}{M}$

(1) $s\to\infty$ 时，$\beta_1\big|_{s\to\infty} = 1$，$X_0 = \beta_1 B_1 = B_1 = \dfrac{we}{Mg} = 0.32cm$

$\Rightarrow B_1 = 0.32cm$，　$M = 600.3\ kg$，　$m = \dfrac{W}{g} = 12.8\ kg$

$s\to 1$ 时，$\beta_1|_{s=1} = \dfrac{1}{2\zeta}$，$X_m = \dfrac{B_1}{2\zeta} = 1.07\ cm$

$\Rightarrow \zeta = \dfrac{16}{107} = 0.15 \Rightarrow c = 2\zeta\sqrt{KM} = 227.94\ (N\cdot s/cm)$

(2) $W_0 = \sqrt{K/M} = \sqrt{\dfrac{967.7\ N/cm}{600.3kg}} = 12.7\ rad/s$　(单位换算)

$W' = 2\pi w = 600\ rad/min = 10\pi\ rad/s$

$s' = w'/w_0 = 2.474$

$X' = \beta_1' B_1 = 1.183\times 0.32\ cm = 0.3785\ cm$

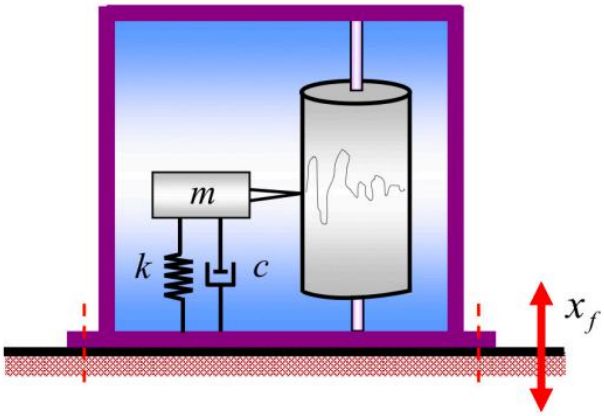
题2：振动惯性传感器如右图所示，

已知支撑部件位移x_f为 $x_f = De^{i\omega t}$

D=0.01 mm; ω=36000 rad/s

x **为** m **相对于支撑部件的相对位移**

把惯性传感器等同于质量-弹簧-阻尼系统，其质量m为200 g, 弹簧刚度k，阻尼系数c为待设计参数。



开放问题：

请结合动力学模型和Matlab绘制幅频特性曲线讨论：

1）如何设计合理、合适的参数k和参数c, 使其能够用于振动位移测量，并尝试分析不同参数值下的测量误差；

2）如何设计合理、合适的参数k和参数c，使其能够用于振动加速度测量？ 并尝试分析不同参数值下的测量误差。

$x_f = De^{iwt}$ $D = 0.01\ mm$ $w = 36000\ rad/s$ $m = 200g = 0.2kg$

$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = mDw^2e^{iwt}$

$\Rightarrow A_1 = \frac{s^2}{\sqrt{(1-s^2)^2+(2\xi s)^2}} D$ $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$ $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $s = \frac{w}{w_0} = w\sqrt{\frac{m}{k}}$

$k\uparrow \Rightarrow s\downarrow$ $c\uparrow \Rightarrow \xi\uparrow \Rightarrow \beta\downarrow$

[1] 测量振动位移

$A_1 \approx D \Rightarrow \beta \to 1 \Rightarrow s \to \infty \Rightarrow k \to 0$

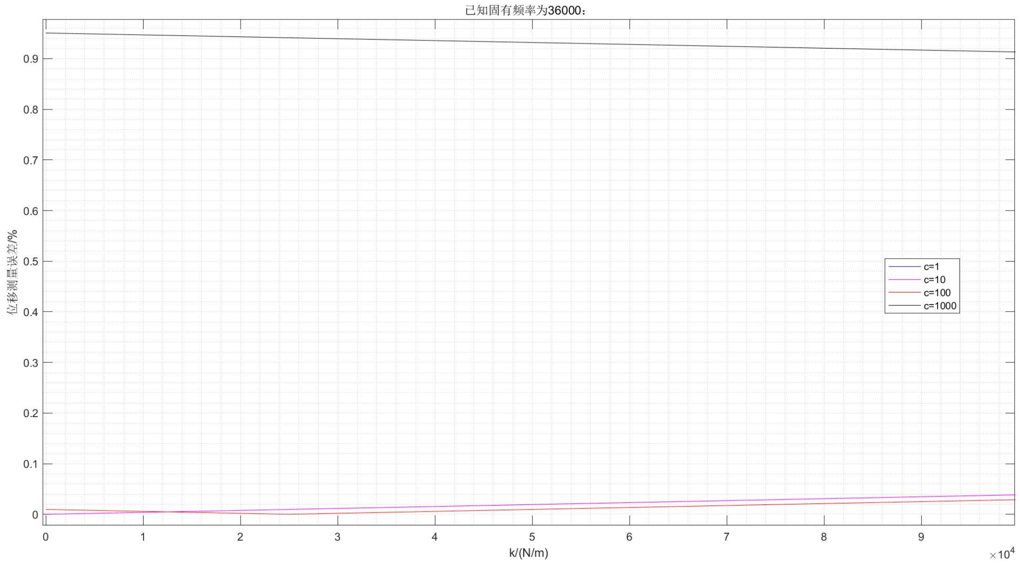
$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{s^4}+\frac{4\xi^2-2}{s^2}}} \Rightarrow \frac{(4\xi^2-2)s^2+1}{s^4} \to 0 \Rightarrow \frac{w^2c^2-2w^2mk+k^2}{w^4m^2} \to 0$

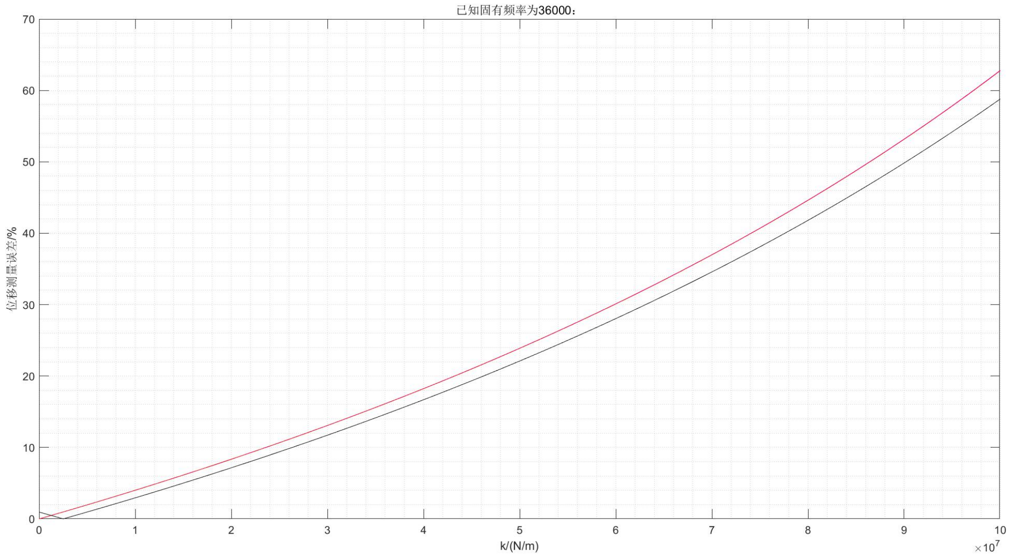
测量误差：

$E_x = \frac{|A_1-D|}{D}\times 100\% = \frac{|\beta-1|}{1}\times 100\%$

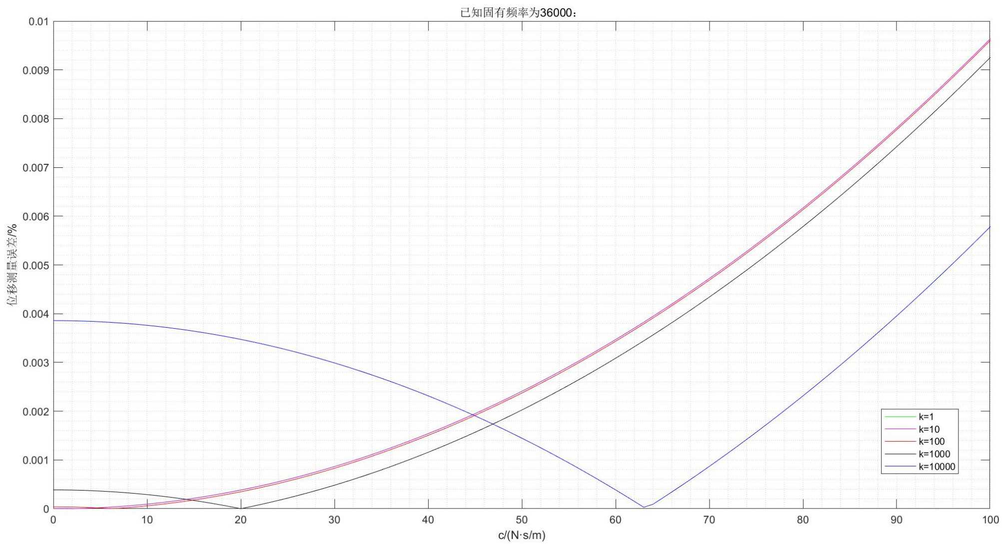
通过 Matlab 绘制关于 k、c 对位移测量误差影响的曲线，所得曲线如下：

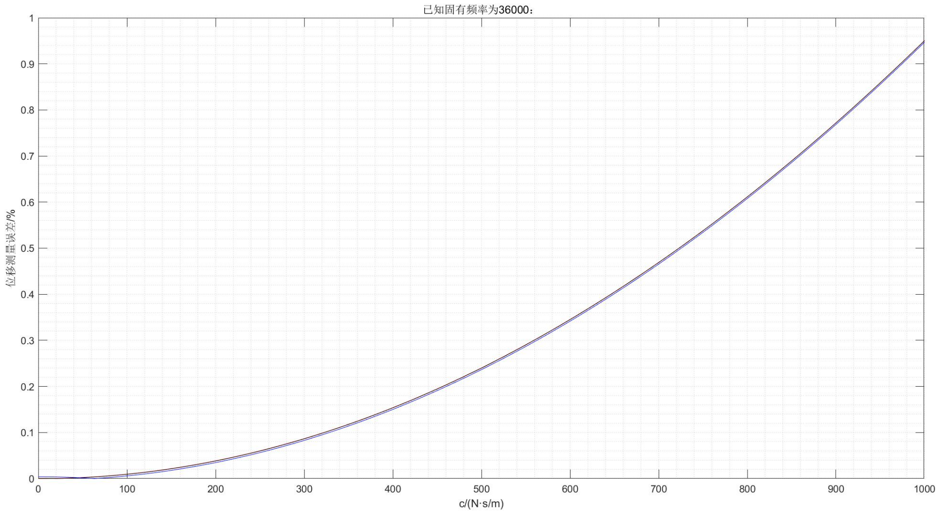
设置不同的参数 c，连续改变参数 k 并且保持 c 不变，所得如下曲线：

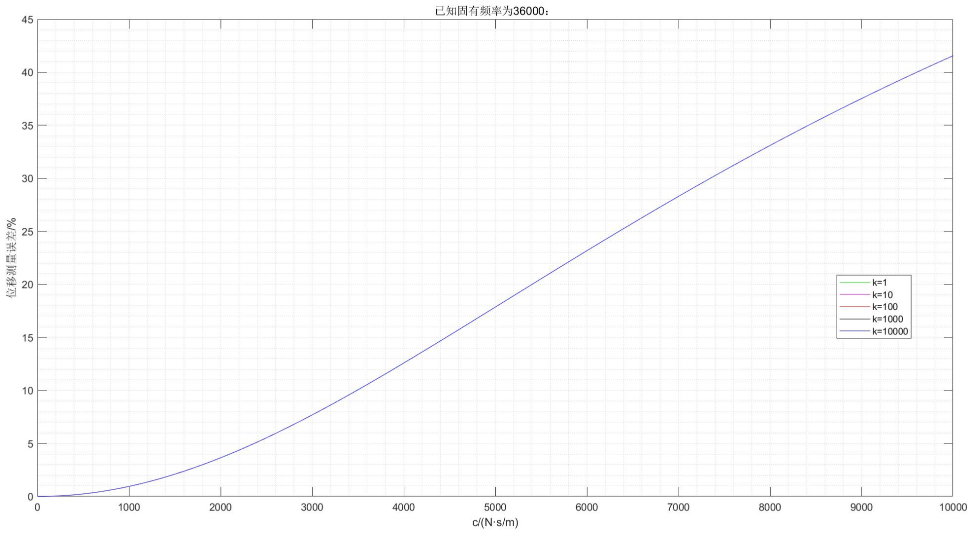




设置不同的参数 k，连续改变参数 c 并且保持 k 不变，所得如下曲线：







由以上曲线可知，对于振动位移的测量，随着 k 的增大，测量误差线性增大，当 k 在 10^4 级时误差大小在 0.1%以内，可以控制，当 k 达到 10^7 时，误差过大。随着 c 的增大，测量误差整体会越来越大，当 c 在 100 以内时，误差大小为 10^{-3} % 级影响，且曲线形状虽 k 改变，存在 0 误差点，当 c 大于 10000 时误差较大。

因此，我选择参数 c = 20 N·s/m，k = 1000 N/m

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-s^2)^2+(2\xi s)^2}}\left(\frac{Dw^2}{w_0^2}\right) \quad \xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad w_0=\sqrt{\frac{k}{m}} \quad s=\frac{w}{w_0}=w\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$k\uparrow \Rightarrow s\downarrow \qquad c\uparrow \Rightarrow \xi\uparrow \Rightarrow \beta\downarrow$$

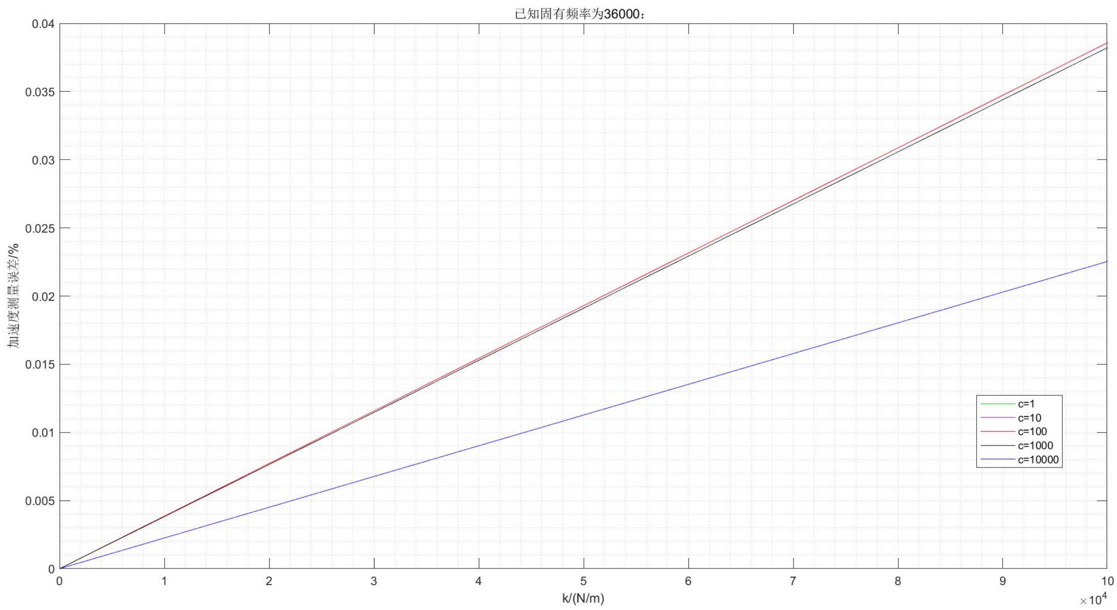
[2] 测量振动加速度

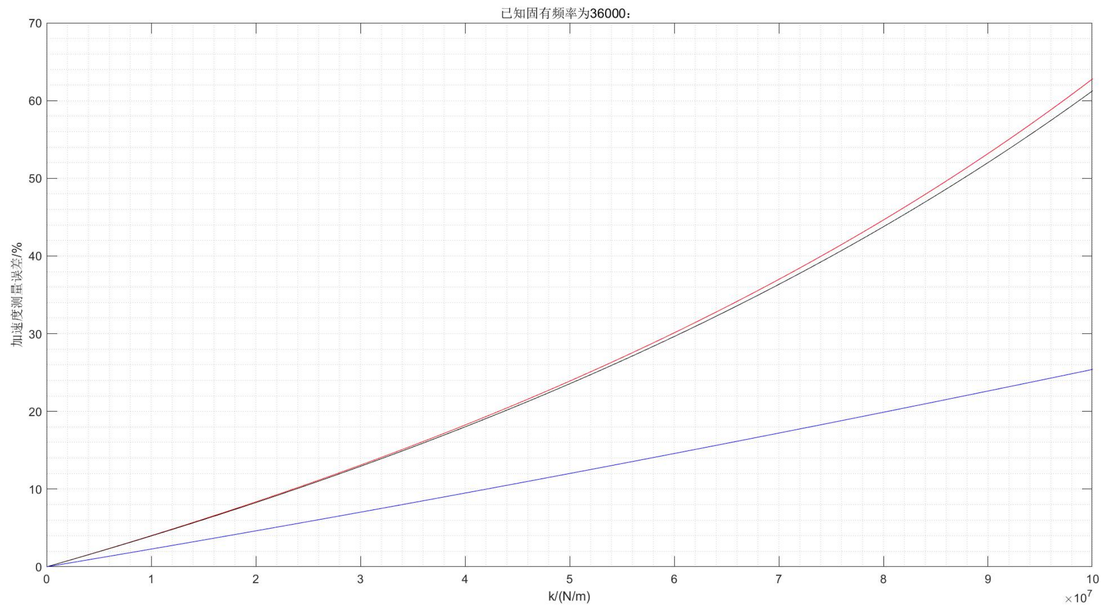
$$A_1 \approx \frac{1}{w_0^2}(Dw^2) \Rightarrow \beta\to 1 \Rightarrow s\to 0 \Rightarrow k\to\infty$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1+s^4+(4\xi^2-2)s^2}} \Rightarrow (4\xi^2-2+s^2)s^2\to 0 \Rightarrow \frac{w^2}{k^2}(c^2-2mk+w^2m^2)\to 0$$

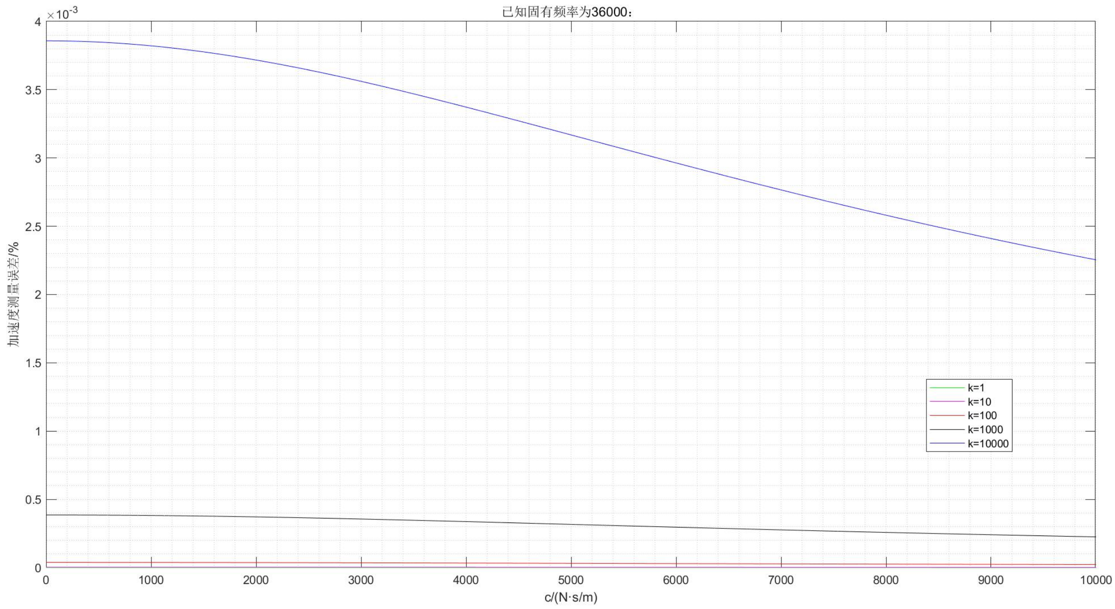
$$E_a = \frac{|A_1 w_0^2 - Dw^2|}{Dw^2}\times 100\% = \frac{|\beta-1|}{1}\times 100\%$$

设置不同的参数 c，连续改变参数 k 并且保持 c 不变，所得如下曲线：





设置不同的参数 k，连续改变参数 c 并且保持 k 不变，所得如下曲线：



由以上曲线可知，对于振动加速度的测量，随着 k 的增大，测量误差线性增大，当 k 在 10^4 级时误差大小在 0.1%以内，可以控制，当 k 达到 10^7 时，误差过大。随着 c 的增大，测量误差会越来越小，误差大小为 10^{-3}% 级影响。

因此，我选择参数 c = 100 N·s/m，k = 100 N/m