

浙江大学 2012 – 2013 学年 秋冬 学期

《微积分 (I)》课程期末考试试卷

课程号: 061B0170, 开课学院: 理学部

考试试卷: ☒ A 卷、☒ B 卷 (请在选项上打 \checkmark)

考试形式: ☒ 闭、☒ 开卷 (请在选项上打 \checkmark), 允许带 笔 入场

开始日期: 2013 年 1 月 17 日, 考试时间: 120 分钟

诚信考试, 沉着应考, 杜绝违纪

考生姓名: _____ 学号: _____ 所属院系: _____

题序	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	13-14	总分
得分								
评卷人								

以下 1 至 10 题每题 6 分, 11 至 14 题每题 10 分。解题时应写出必要的解答过程。

1. 设 $y = (\sin x)^x + (\arcsin 2x)^4$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

2. 设函数 $f(u)$ 可导, $y = y(x)$ 是方程 $y = 3f(xy) + \ln(1 + \sin x)$ 所确定的可导函数, 求 $\frac{dy}{dx}$.

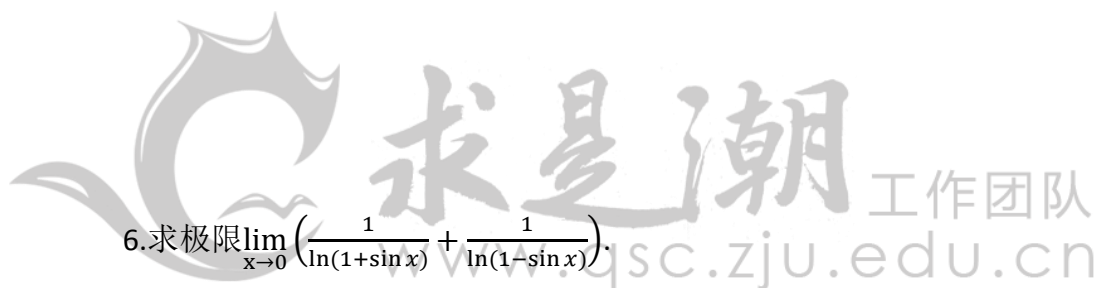
3. 设 $y = y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x = 3t^2 + 2t + 3 \\ y = \int_0^t (3u + 1) \sin u^2 du \end{cases}$ 所确定, 求 $\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{t=\sqrt{\pi}}$.

4. 计算定积分 $\int_{-1}^1 \frac{1+\sqrt[5]{x}}{1+\sqrt[3]{x^2}} dx$.

 **求是潮** 工作团队
www.qsc.zju.edu.cn

5. 计算反常积分 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-1}}$.

6. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+\sin x)} + \frac{1}{\ln(1-\sin x)} \right)$.



7. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{1 - \sqrt{1 - x^3}}$.

8. 求 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{1}{\cos^2 x}}$.



9. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 3^n}$ 的收敛半径、收敛区间及收敛域.

10. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2-2x-3}$ 展开成 x 的幂级数, 并写出成立的开区间.

11. 求不定积分 $\int \frac{1+x^2+x^4}{x^3(1+x^2)} \ln(1+x^2) dx$.

12. 设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上为正值的连续函数. 试证明:

(I) 存在 $\xi \in (0,1)$ 使得以曲线 $y = f(x)$ 为顶在区间 $[0, \xi]$ 上的曲边梯形面积等于以 $f(\xi)$ 为高, 以区间 $[\xi, 1]$ 为底的矩形面积;

(II) 若增设 $f(x)$ 可靠且 $f'(x) < 0$, 则 (I) 中的 ξ 是唯一的.

13. 设 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内可导, 并设 $f'(x) < 0$, $F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^1 xf(u)du + \int_1^{\frac{1}{x}} \frac{f(u)}{u^2} du$.

(I) 求 $F''(x)$, (当 $x > 0$);

(II) 讨论曲线 $y = F(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内的凹凸性并求其拐点坐标.



14. 设 $a_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$, $n \geq 2$,

(I) 计算 $a_n + a_{n+2}$, 并证明 $\frac{1}{2(n+1)} < a_n < \frac{1}{2(n-1)}$ (当 $n \geq 2$);

(II) 证明级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n a_n$ 条件收敛.

