

# 材料力学 (乙)

**Mechanics of Materials**



# 重要概念的回顾与强化

- **应变能**：固体在**外力**作用下，**因变形而储存的能量**称为应变能。

$$V_{\varepsilon} = W = \frac{1}{2} F \Delta l = \frac{1}{2} F \frac{Fl}{EA} = \frac{F^2 l}{2EA}$$

- **应变能密度**：单位体积内储存的应变能。

$$v = \frac{V_{\varepsilon}}{V} = \frac{\frac{1}{2} F \Delta l}{A l} = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon$$

- **超静定问题**：杆件的轴力（约束反力）只凭静力平衡方程不能解出全部未知力，这种情况称做超静定问题。

# 重要概念的回顾与强化

## 求解超静定问题的步骤

- (1) 列静力平衡方程，确定超静定度数 $n$ ;
- (2) 根据变形约束的条件，列变形协调方程;
- (3) 利用物理方程（胡克定律），建立力与变形的关系;
- (4) 联立补充方程和静力平衡方程，求解未知力。

# 重要概念的回顾与强化

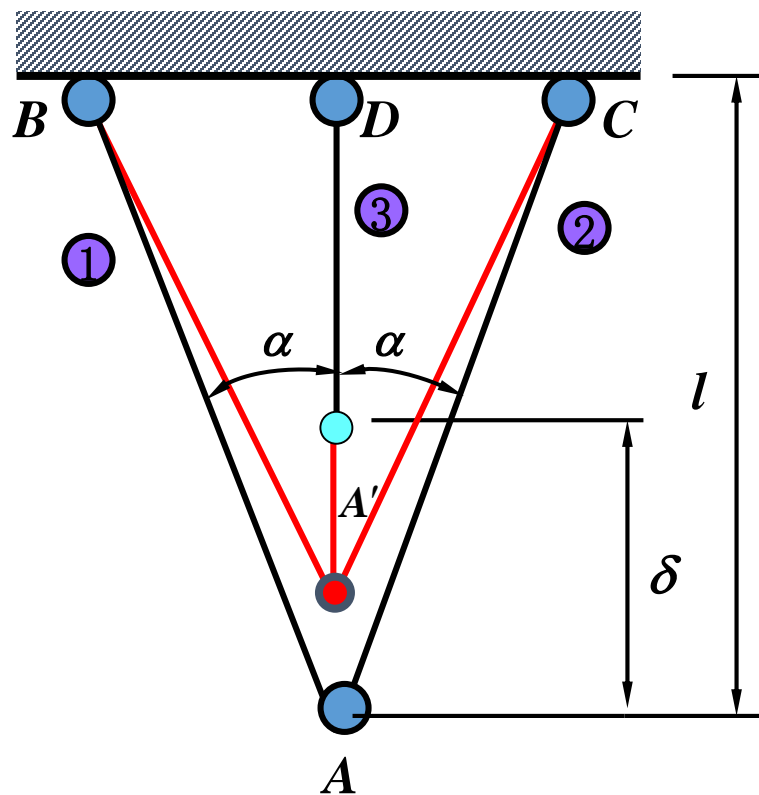
- **温度应力**：温度变化将引起物体的膨胀或收缩。静定结构可以自由变形，不会引起构件的内力，但在**超静定结构中变形将受到部分或全部约束**，温度变化时往往就要引起内力，与之相对应的应力称为**热应力**或**温度应力**。



## §2.11 装配应力

在超静定结构中，构件在装配时由加工误差引起的应力称为装配应力。

- 3杆尺寸有微小误差
- 杆系装配好后，各杆相连于 $A'$ 位置，因而产生轴力
- 3杆的轴力为拉力
- 1、2杆的轴力为压力

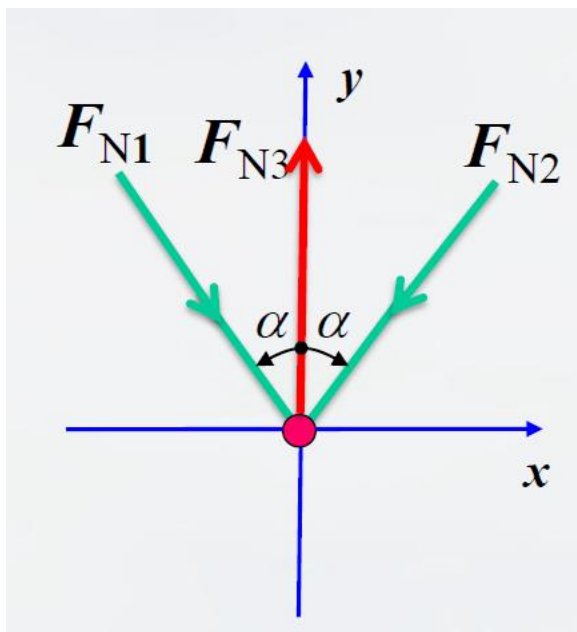


## §2.11 装配应力

### 例题2.16

图示结构，3杆的抗拉刚度均为 $EA$ ，求杆3因制作误差而短 $\delta$ 所引起的装配应力。

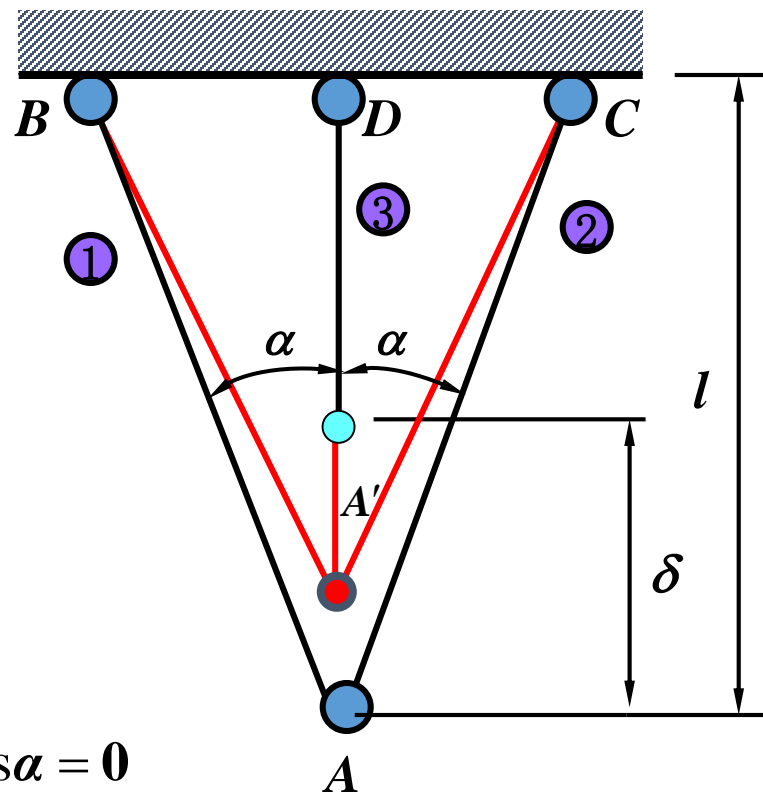
解：1、平衡方程：



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{N1} = F_{N2}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{N3} - F_{N1} \cos \alpha - F_{N2} \cos \alpha = 0$$

$$F_{N3} = 2F_{N1} \cos \alpha$$



## §2.11 装配应力

解： 2、变形协调方程

$$\Delta l_3 + \frac{\Delta l_1}{\cos \alpha} = \delta$$

物理方程：

$$\Delta l_1 = \frac{F_{N1} l_1}{EA}$$

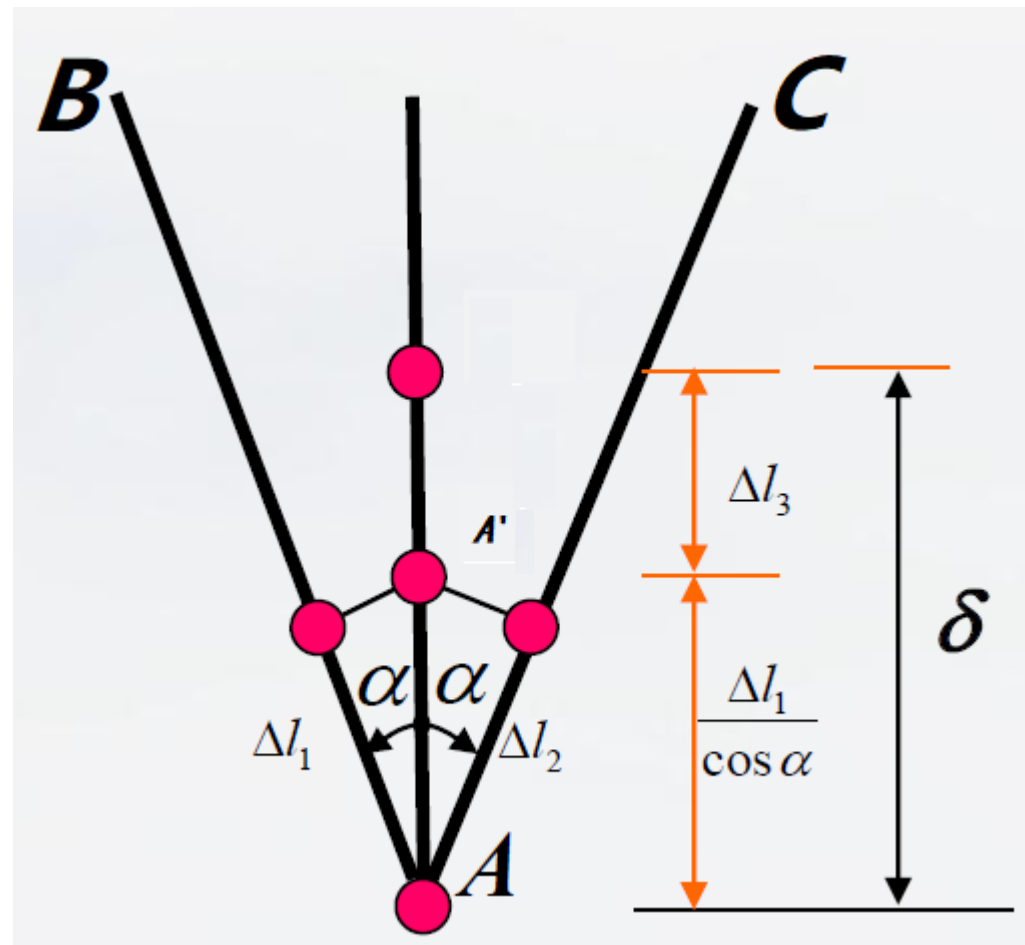
$$\Delta l_3 = \frac{F_{N3} l_3}{EA}$$

3、补充方程

$$\frac{F_{N3} l_3}{EA} + \frac{F_{N1} l_1}{EA \cos \alpha} = \delta$$

因  $l_3 = l, l_1 = l_2 = \frac{l}{\cos \alpha}$ , 解得

$$F_{N3} = \frac{\delta EA}{\left(1 + \frac{1}{2 \cos^3 \alpha}\right) l}$$



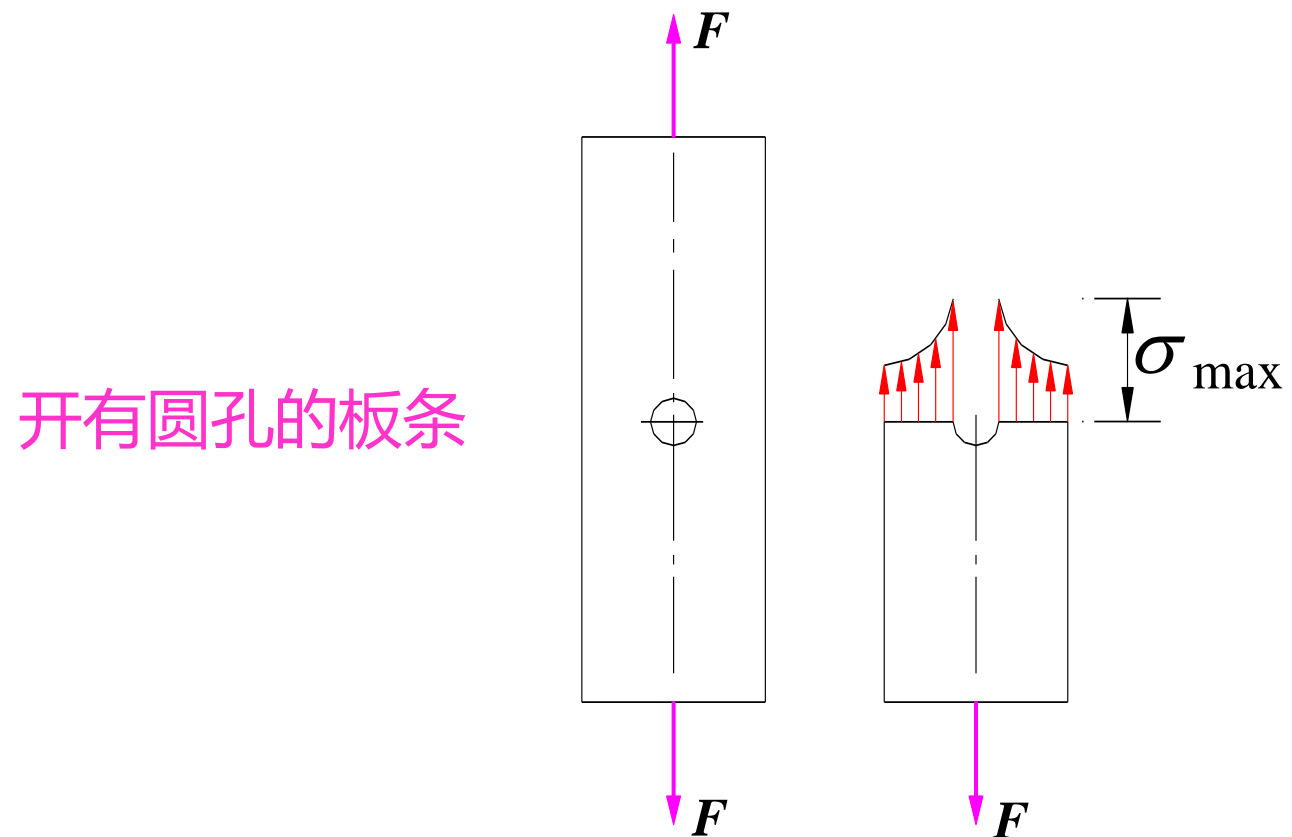
$$\sigma_3 = \frac{F_{N3}}{A} = \frac{\delta E}{\left(1 + \frac{1}{2 \cos^3 \alpha}\right) l}$$



## §2.12 应力集中的概念

**应力集中：**几何形状不连续处应力局部增大的现象

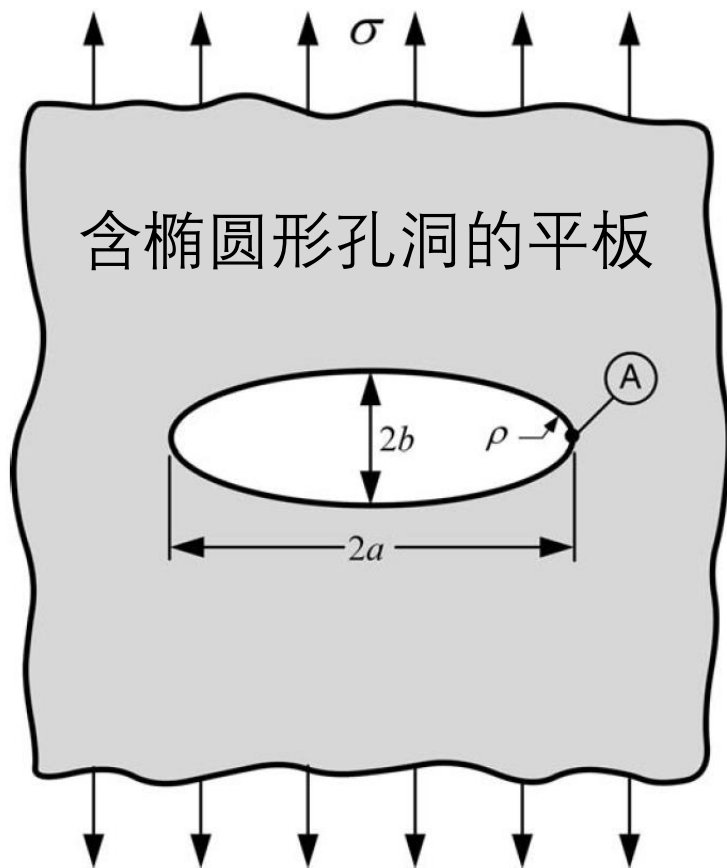
Stress concentration





## §2.12 应力集中的概念

**应力集中**是在机械制造、航空航天、造船和建筑等工程应用领域中常见的问题。



A点应力

$$\sigma_A = \sigma \left( 1 + \frac{2a}{b} \right)$$

**应力集中因数**

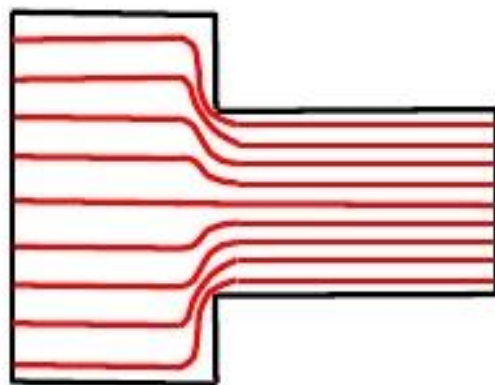
$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}$$

## §2.12 应力集中的概念

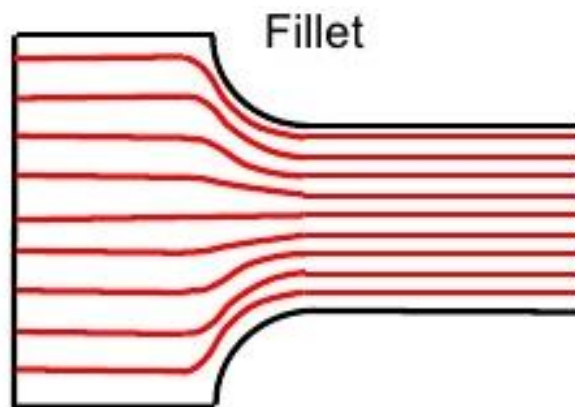
### 应力集中因数

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}$$

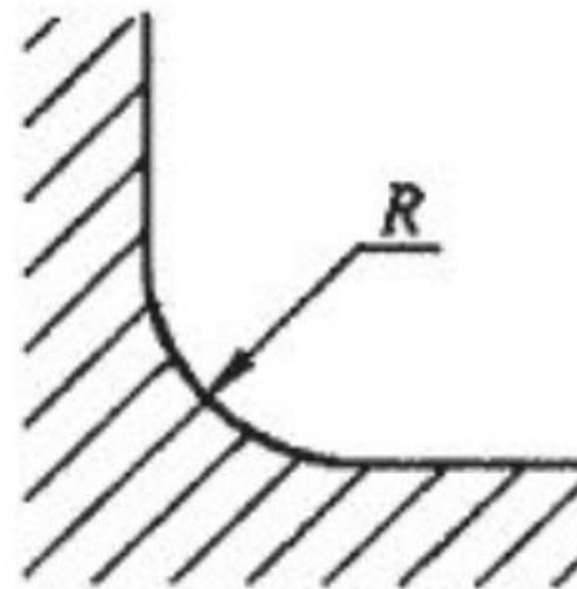
➤ 尺寸变化越急剧、角越尖、应力集中的程度越严重。



Abrupt change



Smooth change

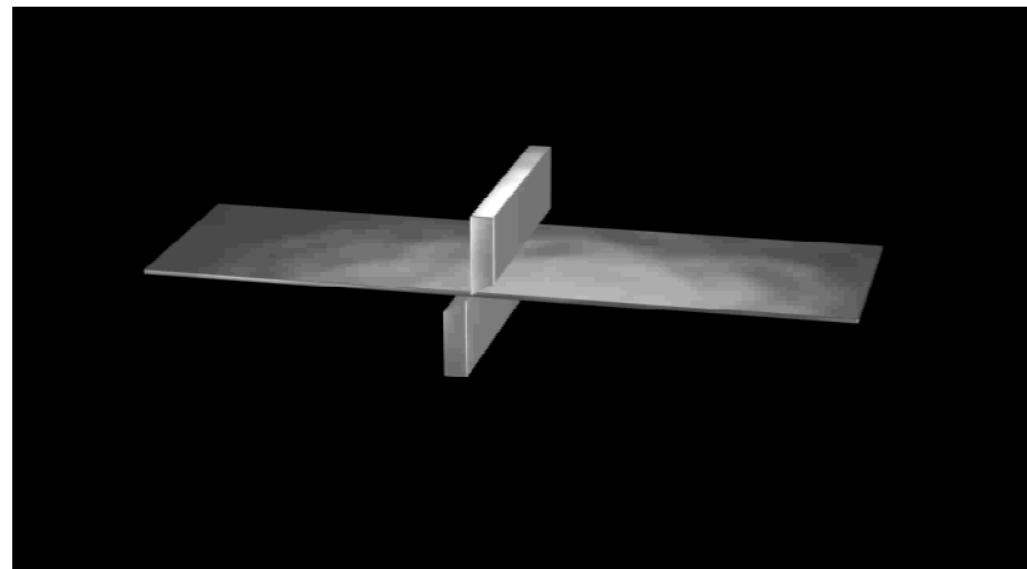
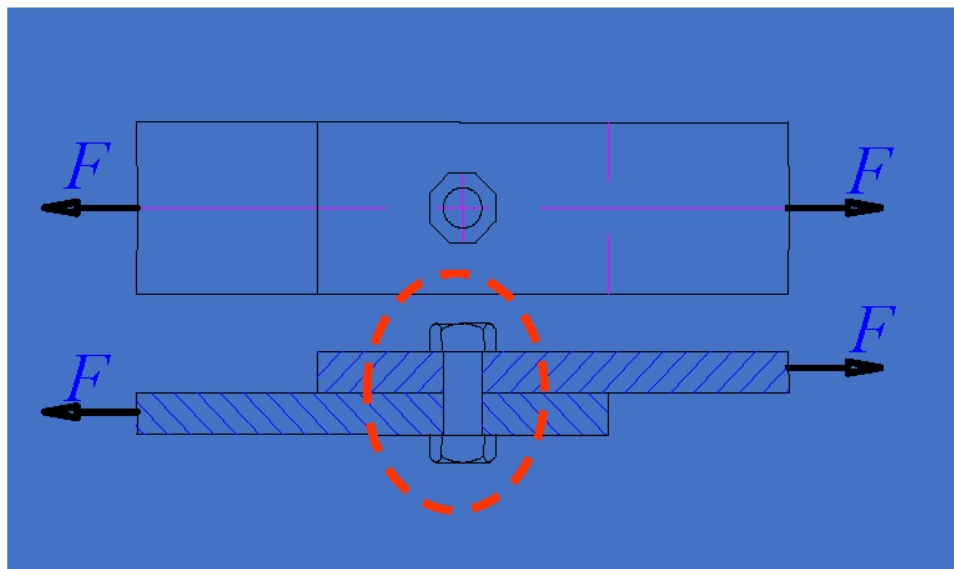
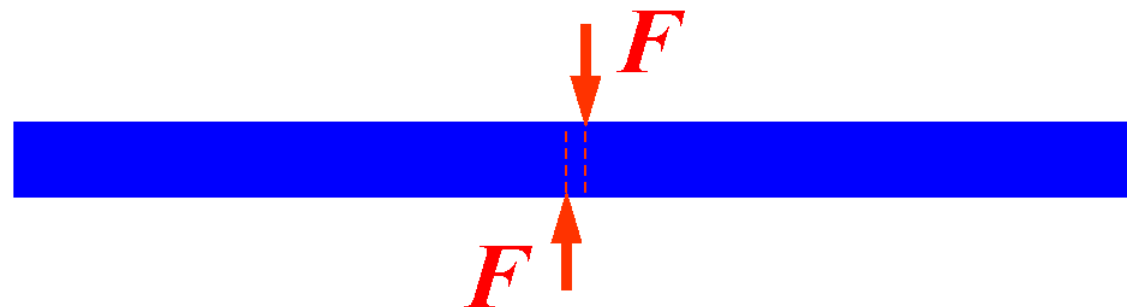


详细的研究属于弹性力学和断裂力学的范畴

## §2.13 剪切和挤压的**实用（假定）**计算

### ■ 剪切的概念

**剪切 (shear)**：杆受一对大小相等，方向相反的横向力，且力的作用线靠得很近。

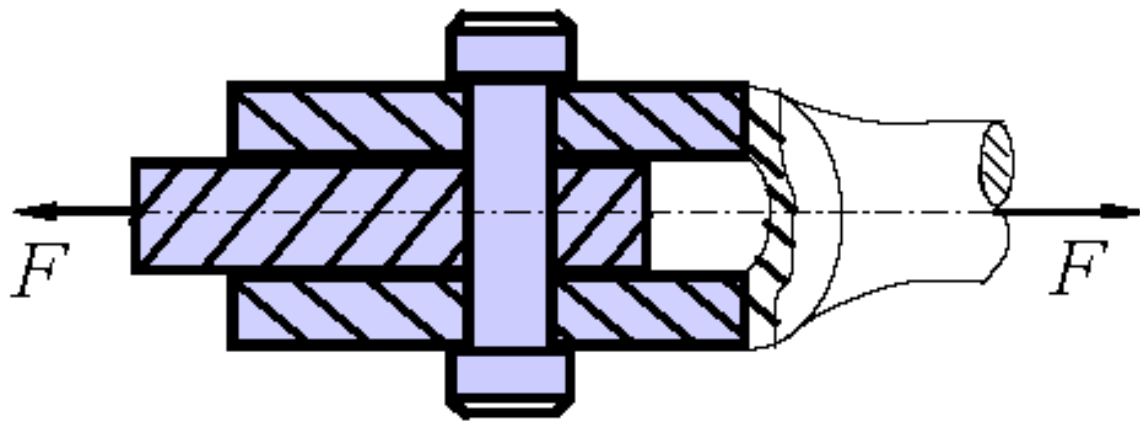
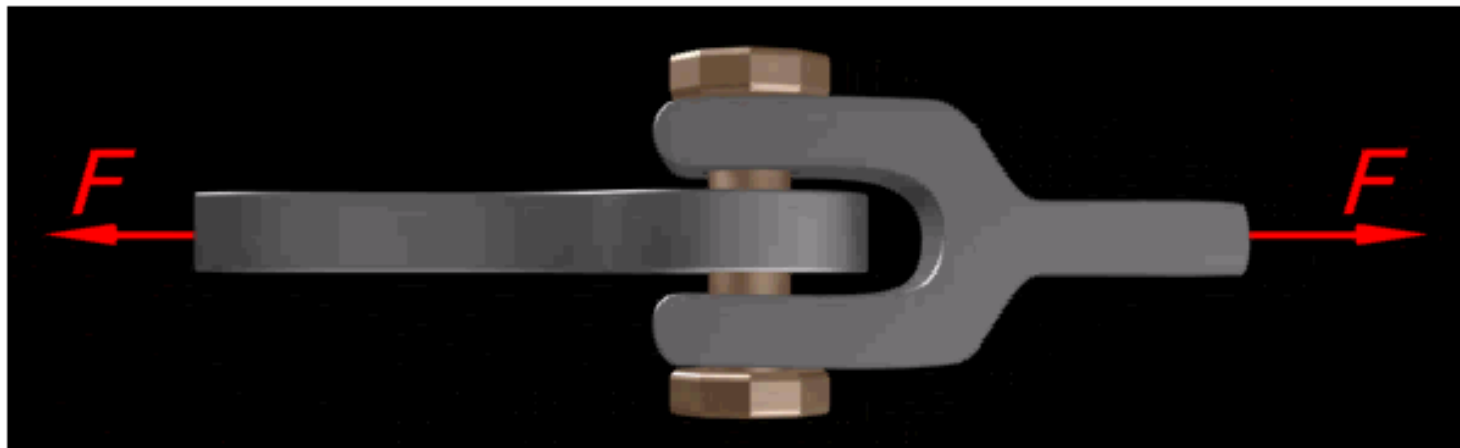


销钉、键、螺栓、螺钉

## §2.13 剪切和挤压的**实用（假定）**计算

### ■ 剪切的概念

销轴连接

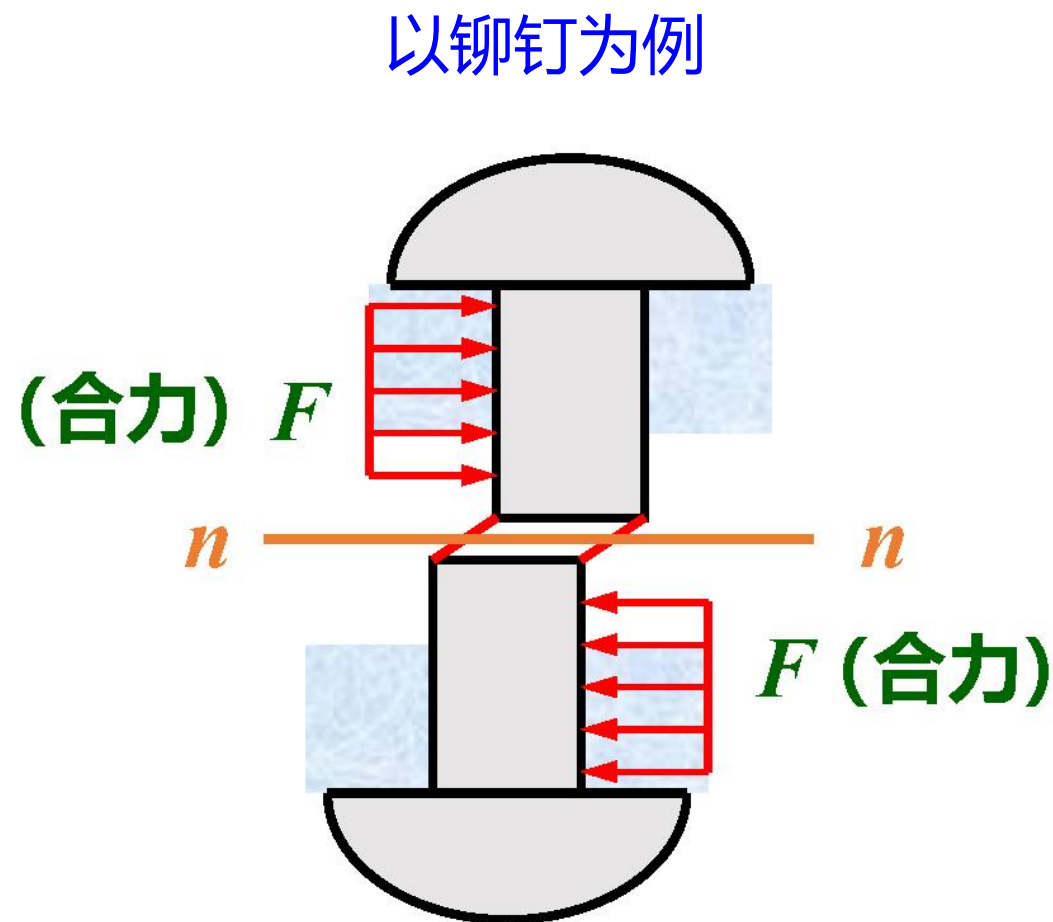


## §2.13 剪切和挤压的**实用（假定）**计算

### ■ 剪切的实用计算

**受力特点：**构件受一对大小相等、方向相反、作用线相互很近的平行力系作用。

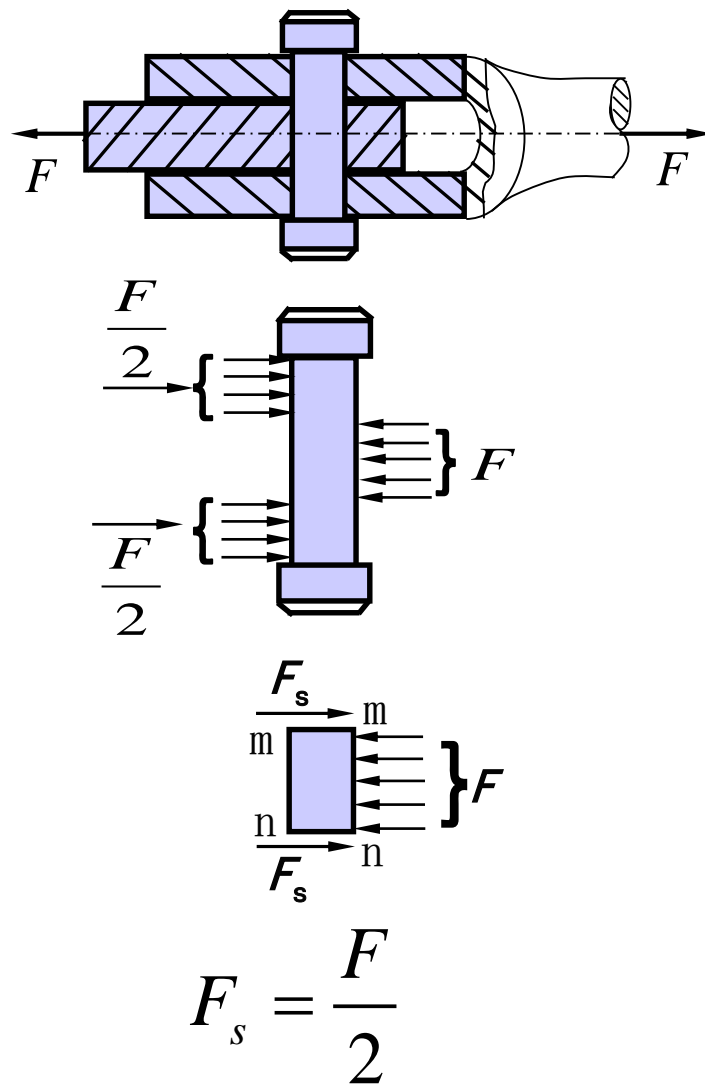
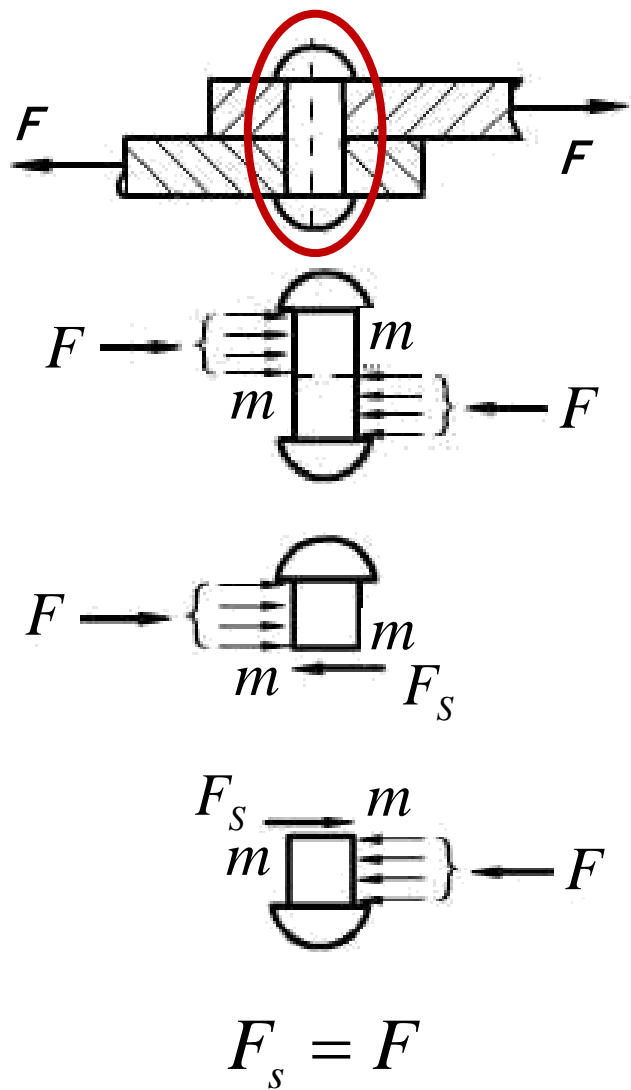
**变形特点：**位于**两力之间的截面**发生相对错动。  
(构件沿两组平行力系的交界面发生相对错动)。



钢板在受铆钉孔削弱的截面处，应力增大，易在连接处拉断。

## §2.13 剪切和挤压的实用计算

### ■ 剪切的实用计算



## §2.13 剪切和挤压的实用计算

### ■ 剪切的实用计算

#### 应力分析

##### (1) 内力计算

$$\sum F_x = 0 \quad F_S - F = 0$$

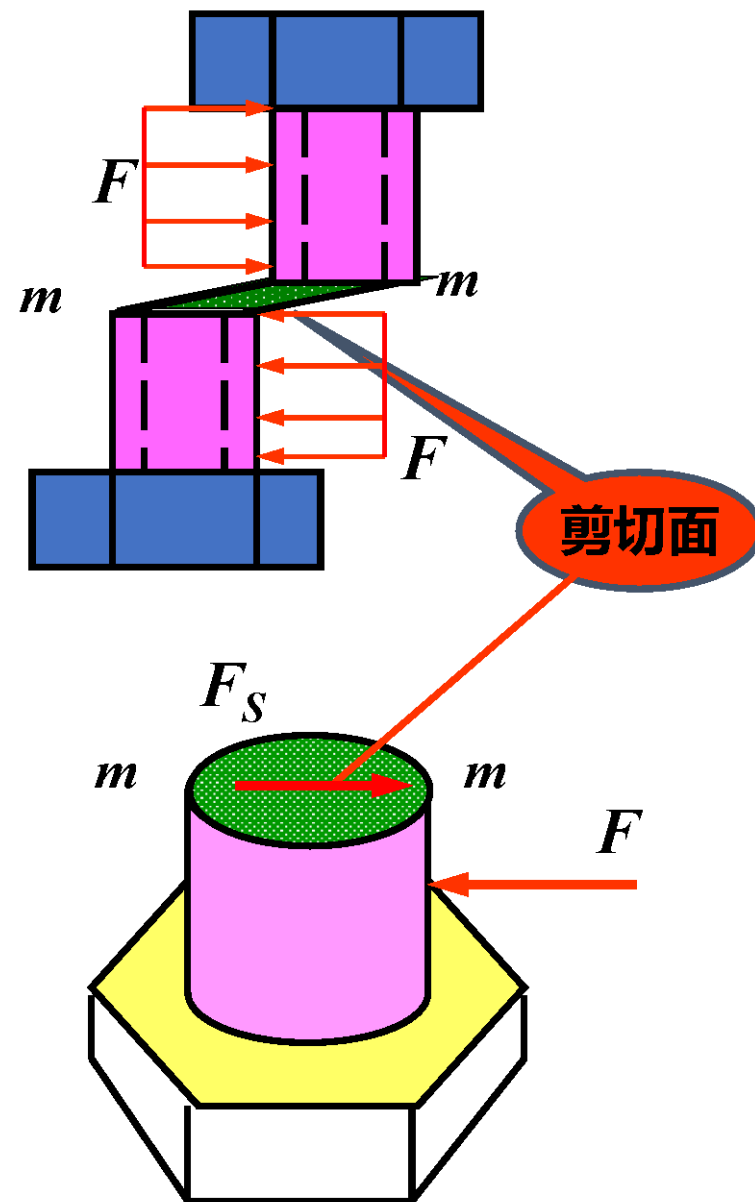
$$F_S = F \quad F_S: \text{剪力}$$

##### (2) 切应力

假设切应力在剪切面 ( $m-m$  截面) 上是均匀分布的, 得实用切应力计算公式:

$$\tau = \frac{F_s}{A}$$

式中,  $F_S$  为剪力,  $A$  为剪切面的面积。





## §2.13 剪切和挤压的实用计算

切应力强度准则：

$$\tau = \frac{F_s}{A} \leq [\tau] = \frac{\tau_u}{n}$$

$[\tau]$ ：许用切应力，常由实验方法确定；

塑性材料：  $[\tau] = (0.5 - 0.7)[\sigma]$

脆性材料：  $[\tau] = (0.8 - 1.0)[\sigma]$

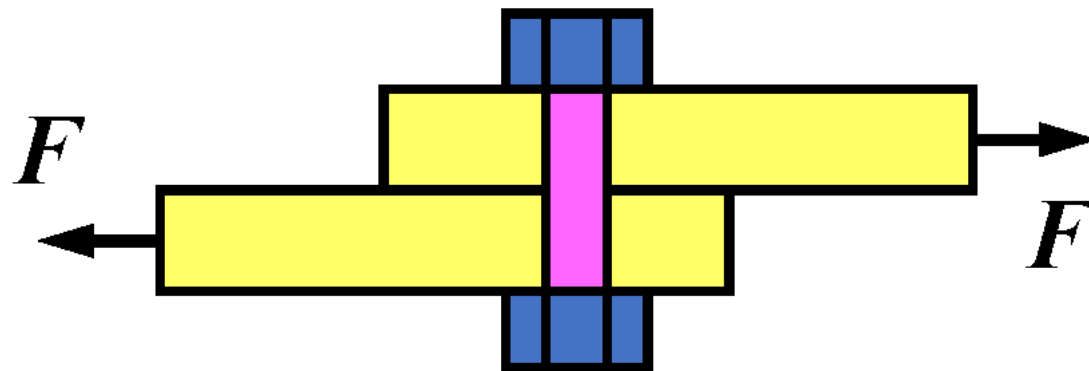
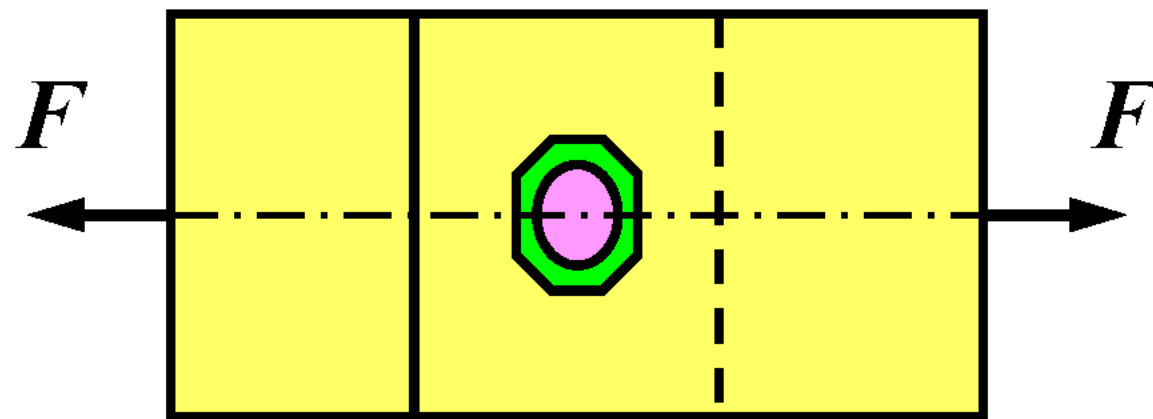
## §2.13 剪切和挤压的实用计算

### ■ 挤压的概念

连接件与被连接的构件相互接触，在二者的接触面（bearing surface）上发生局部承压现象，称为**挤压**。

挤压力：挤压面（接触面）上传递的力

$$F_{bs} = F$$



## §2.13 剪切和挤压的实用计算

### ■ 挤压的实用计算

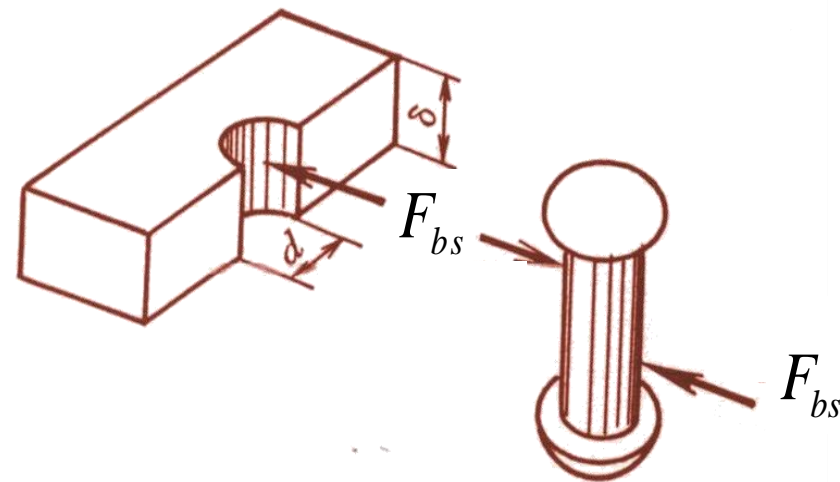
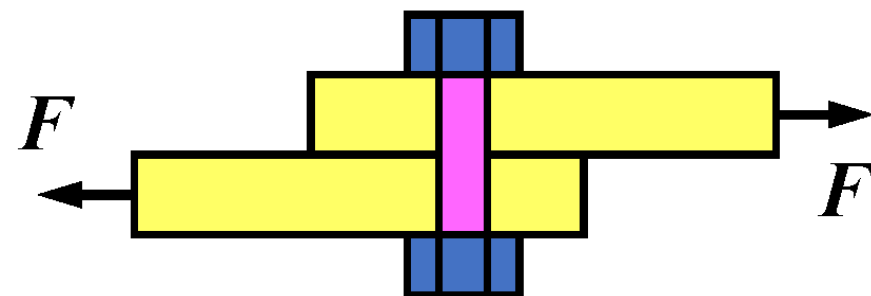
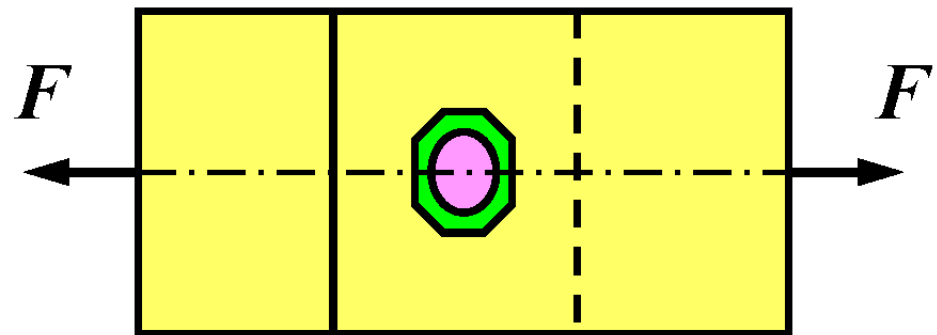
假设：挤压应力作用在等效挤压面上，且均匀分布

挤压应力公式

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}}$$

← 挤压力

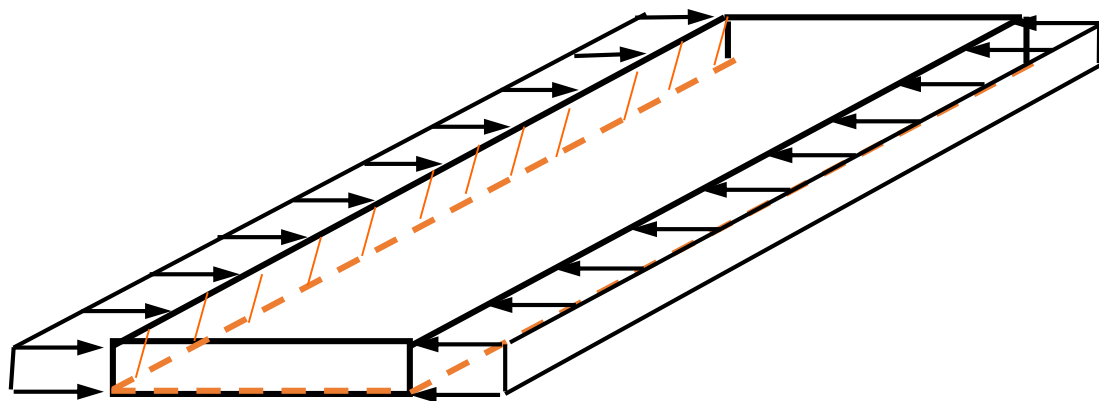
← 等效挤压面积



## §2.13 剪切和挤压的实用计算

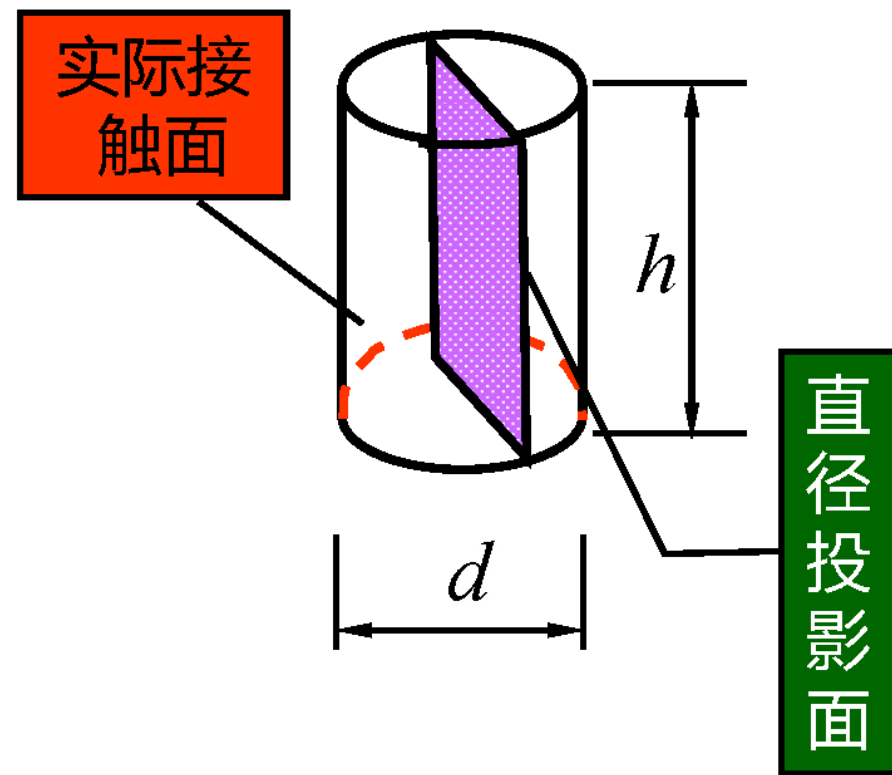
### ■ 挤压的实用计算：注意挤压面面积的计算

#### (1) 接触面为平面



$A_{bs}$ ：实际接触面面积

#### (2) 接触面为圆柱面



$A_{bs}$ ：直径投影面面积

## §2.13 剪切和挤压的实用计算

### ■ 挤压的实用计算

挤压强度准则：

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} \leq [\sigma_{bs}]$$

$[\sigma_{bs}]$ ：许用挤压应力，常由实验方法确定

塑性材料：  $[\sigma_{bs}] = (1.5 - 2.5)[\sigma]$

脆性材料：  $[\sigma_{bs}] = (0.9 - 1.5)[\sigma]$

## §2.13 剪切和挤压的实用计算

### 剪切和挤压的强度准则

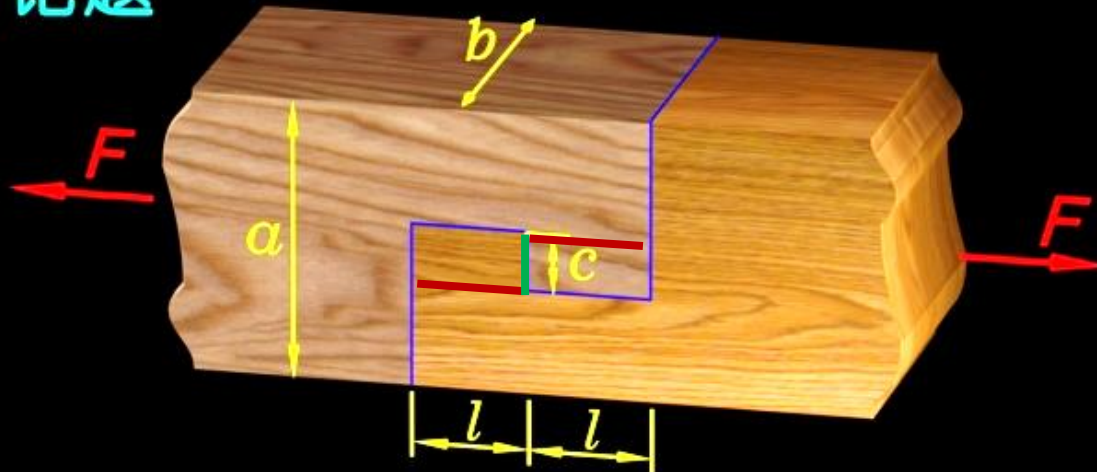
$$\tau = \frac{F_s}{A} \leq [\tau]$$

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} \leq [\sigma_{bs}]$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A} \leq [\sigma]$$

## §2.13 剪切和挤压的实用计算

讨论题



木榫接头，当受 $F$ 力作用时，接头的剪切面积和挤压面积分别是 \_\_\_\_。

(A)  $ab, lc$

(B)  $cb, lb$

(C)  $lb, cb$

(D)  $lc, ab$

$$\tau = \frac{F_s}{A} = \frac{F}{lb}$$

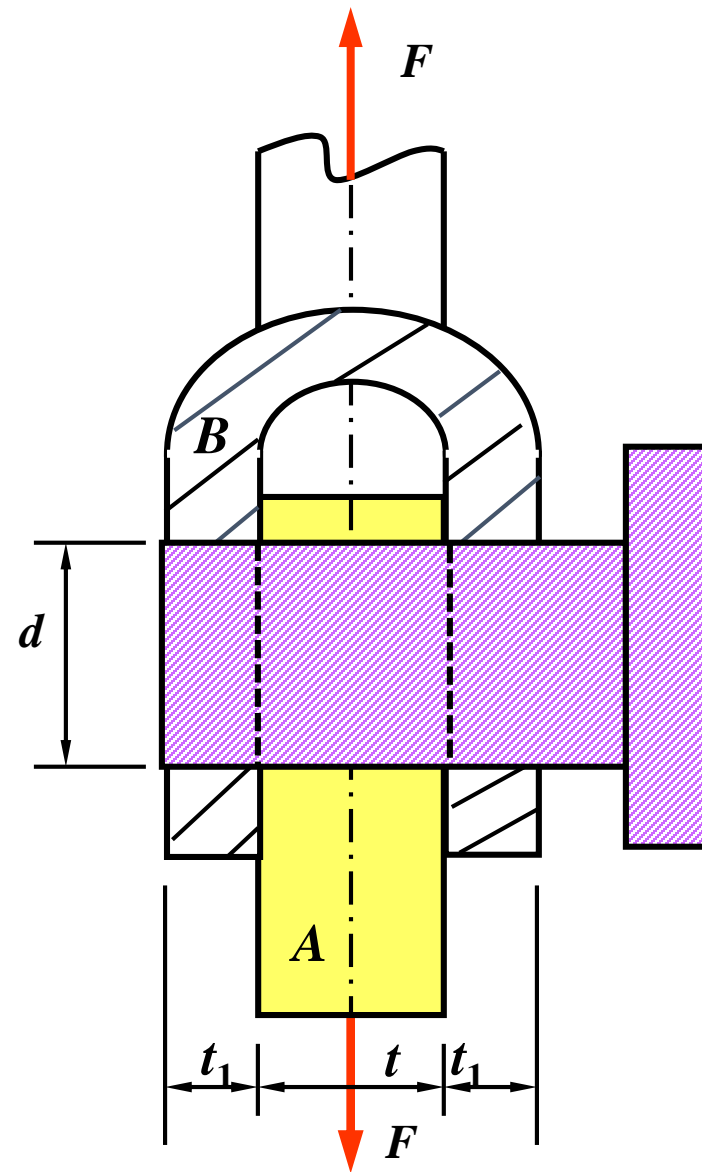
$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} = \frac{F}{cb}$$



## §2.13 剪切和挤压的实用计算

### 例题2.17

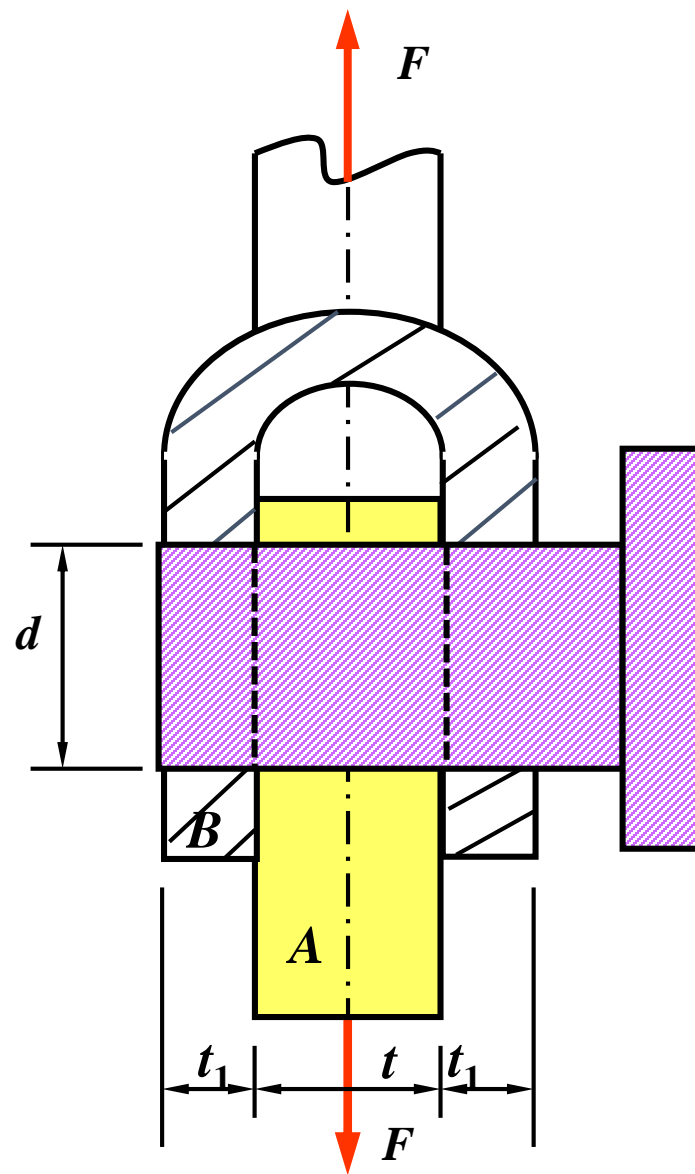
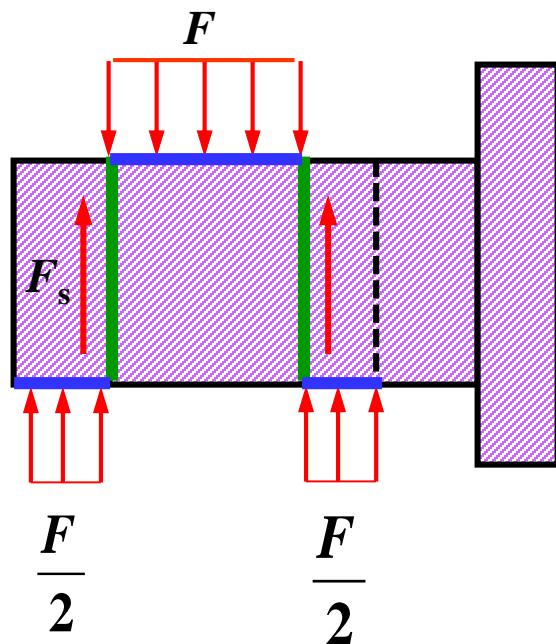
一销钉连接如图所示，已知外力  $F = 18 \text{ kN}$ ，被连接的构件A和B的厚度分别为  $t = 8 \text{ mm}$  和  $t_1 = 5 \text{ mm}$ ，销钉直径  $d = 15 \text{ mm}$ ，销钉材料的许用切应力为  $[\tau] = 60 \text{ MPa}$ ，许用挤压应力为  $[\sigma_{bs}] = 200 \text{ MPa}$ 。试校核销钉的强度。



## §2.13 剪切和挤压的实用计算

例题

解: (1) 销钉的受力状态分析



## §2.13 剪切和挤压的实用计算

### 例题

解: (2) 校核剪切强度

由截面法得剪力  $F_S = \frac{F}{2}$

剪切面积为  $A = \frac{\pi d^2}{4}$

$$\tau = \frac{F_S}{A} = 51 \text{ MPa} \leq [\tau] = 60 \text{ MPa}$$

(3) 挤压强度校核

$$t < 2t_1$$

这两部分的挤压力相等, 故应取长度为  $t$  的中间段进行挤压强度校核。

$$\sigma_{bs} = \frac{F}{A_{bs}} = \frac{F}{td} = 150 \text{ MPa} \leq [\sigma_{bs}] = 200 \text{ MPa}$$

故销钉是安全的。

