第七讲习题

1．一个无阻尼三自由度系统，运动方程为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \end{Bmatrix}$$

1）确定频率方程和固有频率；

2）确定特征向量及模态矩阵；

3）证明模态矩阵与质量矩阵和刚度矩阵有正交关系；

4）列出无耦合运动方程。

2. 一个无阻尼系统，运动方程为

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} 24 & -4 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 8 \\ 0 \end{Bmatrix}\sin\omega t$$

1）确定特征方程$\left|\lambda[I]-[H]\right|=0$的特征值，式中$[H]=[M]^{-1}[K]$为动力矩阵；

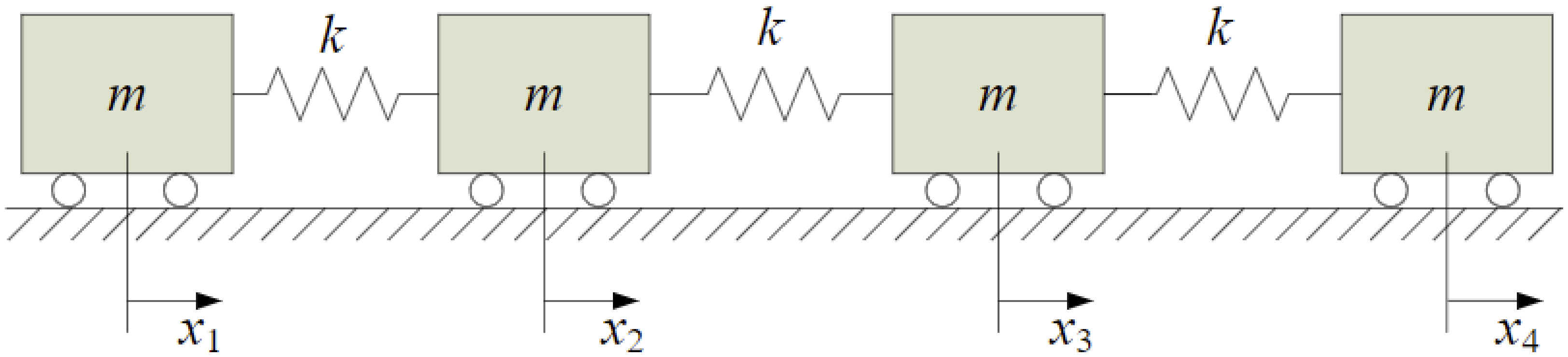
2）计算模态矩阵$[u]$；

3）写出主坐标表示的无耦合方程；

4）证明：$[u]^{-1}[H][u]=[\Lambda]$；

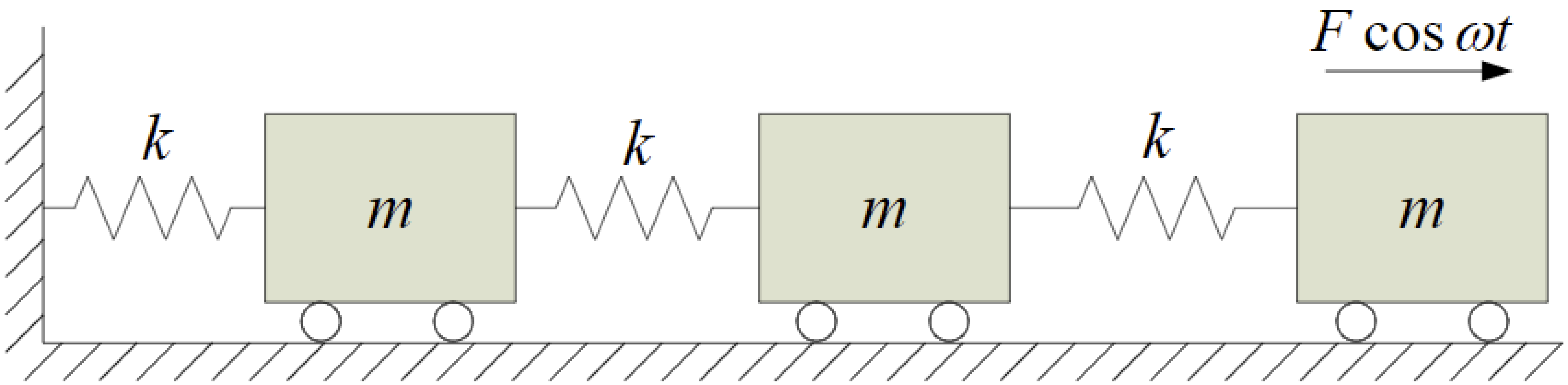
5）对$[u]$进行正则化，使质量矩阵$[M]$为单位矩阵。

3. 计算图题 3 的系统在初始条件为$\{x(0)\}=\{0\}$, $\{\dot{x}(0)\}=\begin{bmatrix} v & 0 & 0 & v \end{bmatrix}^T$的作用下的自由振动。



图题 3

4. 确定图题 4 系统的稳态响应



图题4