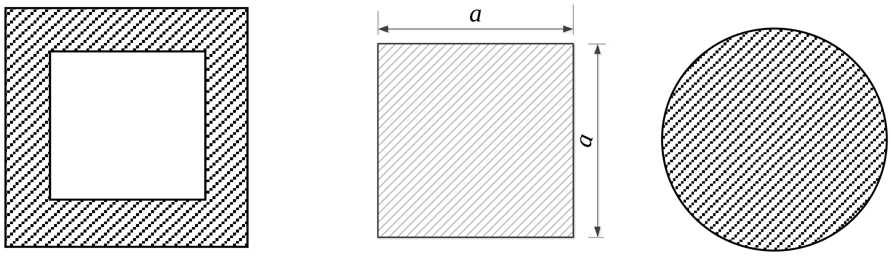
一、选择或填空（每空 2 分，共 20 分）

1、细长压杆的长度、横截面积、材料特性和约束条件完全相同，在相同承载条件下,采用（　A　）所示横截面形状的压杆稳定性最好，采用（　C　）最差。



(A)　　　　(B)　　　　(C)

2、下列关于疲劳破坏的说法中，正确的为（　C　）

A） 脆性材料发生疲劳破坏和强度破坏时，其断口的形貌没有明显差别；

B） 延性(塑性)材料，在发生疲劳破坏时，会出现明显的塑性变形；

C） 疲劳破坏发生时，由于没有明显的征兆，极容易造成较难预料的事故；

D） 疲劳特性主要是通过理论的方法进行分析。

3、材料力学关于拉压杆的平面假设的说法，最合理的是（　C　）

A) 适用于直杆的每一个横截面；

B) 适用于除了端部附近处以外直杆的各个截面；

C) 适用于距离载荷作用处有一定距离的直杆的各个截面；

D）适用于任何形状横截面的直杆。

4、卡氏定理有两个表达式：(*a*) $\Delta = \dfrac{\partial V_\varepsilon}{\partial F}$ ，(b) $\Delta = \int \dfrac{M(x)}{EI}\dfrac{\partial M(x)}{\partial F}dx$，其中表达式(*a*)适用于（线弹性构件)，表达式(*b*) 适用于(线弹性梁的弯曲)

5、铸铁轴向拉伸试验破坏，以下说法正确的是（C ）

A) 切应力是破坏原因，破坏断面在与轴线夹角 45°方向；

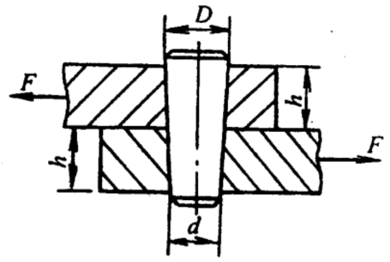
B）切应力是破坏原因，破坏断面为横截面；

C) 正应力是破坏原因，破坏断面为横截面；

D) 正应力是破坏原因，破坏断面在与轴线夹角 45°方向。

6、如图所示，两块厚度为 *h* 的板用圆锥形的销钉相连接，那么，圆锥形销钉的剪切强度

表达式为 （ $\dfrac{F}{\dfrac{\pi}{4}\left(\dfrac{D+d}{2}\right)^2} \le [\tau]$ ）



7、两根材料和柔度都相同的细长压杆，下列说法正确的是（ A ）

A) 临界应力一定相等，临界压力不一定相等

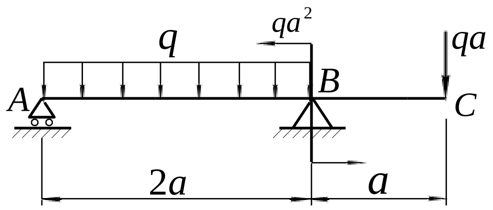
B) 临界应力不一定相等，临界压力一定相等

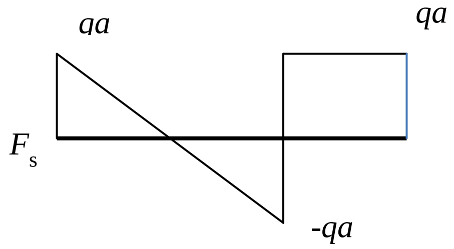
C) 临界应力和临界压力一定相等

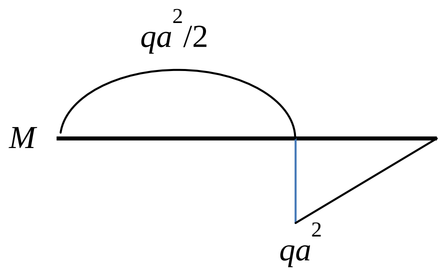
D) 临界应力和临界压力不一定相等

8 已知自由落体冲击问题的动荷系数 K_d，对应静载荷问题的最大位移为 $\Delta_{j\max}$，则冲击问题的最大位移可以表示为 $\underline{K_d \Delta_{j\max}}$。

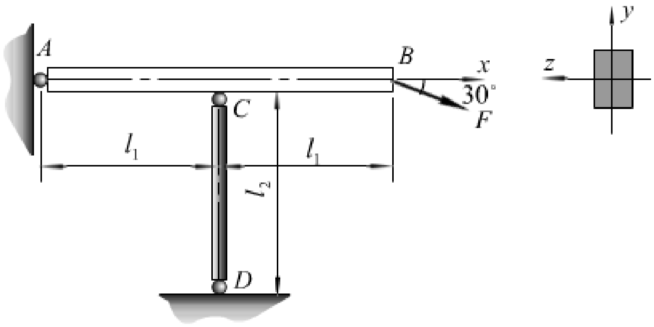
二、梁受载荷如图所示，请画出梁的剪力图，弯矩图。（15 分）







三、如图所示结构，杆 AB 横截面面积 A=21.5cm^2，抗弯截面模量 $W_z = 102\text{cm}^3$。圆截面杆 CD 直径 d=20mm。两杆材料相同， E=200GPa，$\sigma_s = 250\text{MPa}$，$\sigma_P = 200\text{MPa}$。压杆临界应力直线关系的参数 $a = 304\text{MPa}$，$b = 1.12\text{MPa}$。A、C、D 三处均为球铰约束，若已知：$l_1 = 1.25\text{m}$，$l_2 = 0.55\text{m}$，$F = 20\text{kN}$，强度安全因素取 $n = 1.5$，稳定性安全因数 $n_{st} = 2.0$，校核此结构是否安全。（20 分）



把载荷 F 沿水平方向 x 和垂直方向 y 分解

$$F_x = F\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}F$$

$$F_y = F\sin 30^\circ = \frac{1}{2}F$$

对 A 点的矩平衡得到

$$F_{CD} * l_1 + F_y * 2l_1 = 0$$

所以 CD 杆的内力为

$$F_{CD} = -2F_y = -F$$

说明 CD 杆为受压。

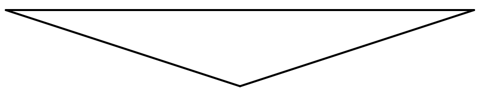
AB 段杆的轴力为

$$F_{AB} = F_x = \frac{\sqrt{3}}{2}F$$

由此可以求得 AB 段杆上的弯矩为

$$M_{AB} = \begin{cases} -\frac{1}{2}Fx' & 0 < x' < l_1 \\ -\frac{1}{2}Fx' + F(x' - l_1) & 0 < x' < l_1 \end{cases}$$

AB 杆弯矩图



因此需要校核 AB 杆的强度和 CD 杆的稳定性

(1) 校核 AB 杆的强度

$$\sigma_{AB}=\frac{F_{AB}}{A}+\frac{M_{\max}}{W}=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{F}{A}+\frac{Fl_1}{2W_z}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}*\frac{20*10^3}{21.5*10^{-4}}+\frac{20*10^3*1.25}{2.0*102*10^{-6}}$$
$$=8.0*10^6+122.6*10^6=130.6(MPa)$$

因为

$$\sigma_{AB}<[\sigma]=\frac{\sigma_s}{n}=\frac{250*10^6}{1.5}=166.7(MPa)$$

所以 AB 杆从强度来看是安全的。

(2) 校核 CD 杆的稳定性

两端铰接, 杆的柔度为

$$\lambda=\frac{ul}{i}=\frac{l_2}{d/4}=\frac{0.55}{20*10^{-3}/4}=110$$

而

$$\lambda_1=\pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}=3.14*\sqrt{\frac{200*10^9}{200*10^6}}=\frac{ul}{i}=\frac{l_2}{d/4}=\frac{0.55}{20*10^{-3}/4}=99.3$$

因此欧拉公式适用

$$F_{cr}=\frac{\pi^2EI}{l^2}=\frac{\pi^3Ed^4}{64l_2^2}=\frac{3.14^3*200*10^9*(20*10^{-3})^4}{(0.55)^2}=51*10^3(N)$$

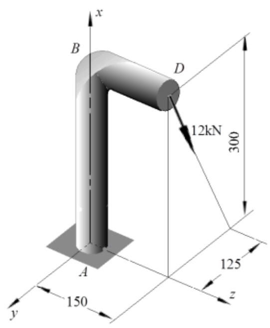
由于

$$F_{CD}<\ \frac{F_{cr}}{n_{st}}=\frac{51*10^3}{2}=25.5*10^3(N)$$

所以 CD 杆从稳定性角度来看是安全的。

综上所述，整个结构是安全。

四、直径$d=60\text{mm}$的圆截面折杆，A 端固定，受力与其他尺寸如图所示。若材料为低碳钢，许用应力$[\sigma]=100\text{MPa}$。1）确定该折杆的危险截面和危险点（请作图说明）；2）画出危险点处的应力单元体，并作出该点的应力圆；3）试按畸变能密度理论（第四强度理论）校核该杆的强度(忽略剪切)。（20 分）



把载荷沿 y 轴和 x 轴分解

$$F_y = F*\frac{125}{\sqrt{125^2+300^2}} = 12*10^3*\frac{125}{325} = 4.62*10^3(N)$$

$$F_x = F*\frac{300}{\sqrt{125^2+300^2}} = 12*10^3*\frac{300}{325} = 11.08*10^3(N)$$

BD 段最危险的截面在 B 点， B 点的最大弯矩值为

$$M_B = F*l_{BD} = 12*10^3*150*10^{-3} = 1.8*10^3(N)$$

AB 段最危险的截面在 A 处，A 处横截面的轴力为

$$N_A = -F_x = -11.08*10^3(N)$$

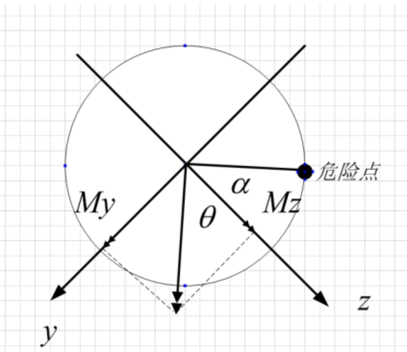
A 处横截面的扭矩为

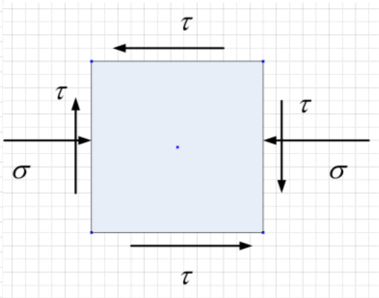
$$M_x = -F_y*l_{BD} = -4.62*10^3*150*10^{-3} = -693(N)$$

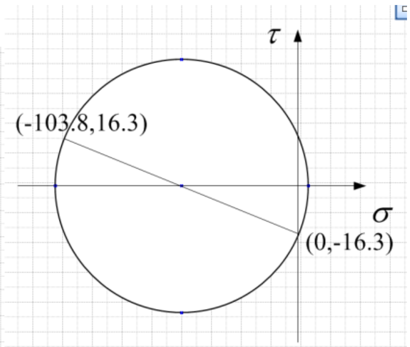
A 处横截面的弯矩沿着 y 轴和 z 轴的分量分别为

$$M_y = F_x*l_{BD} = 11.08*10^3*150*10^{-3} = 1662\,(N)$$

$$M_z = F_y*l_{AB} = 4.62*10^3*300*10^{-3} = 1386\,(N)$$







在 A 点，合弯矩的大小和方向为

$$M_A = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = 2164(N)$$

$$tg\theta = \frac{M_y}{M_z} = \frac{1662}{1386}$$

$$\theta = 40.2$$

这里，θ 为 z 轴正方向到 y 轴正方向的夹角（如图所示）。

考虑到 AB 杆是受压，因此，整个结构的最危险截面在 A 处，最危险的点如图所示

$$\alpha = 39.8$$

危险点的压应力为

$$\sigma=\frac{N_A}{\pi d^2/4}-\frac{M_A}{\pi d^3/32}=-\frac{11.08*10^3}{3.14*(60*10^{-3})^2/4}-\frac{2164}{3.14*(60*10^{-3})^3/32}$$
$$=-9.8*10^5-102*10^6=-103.8*10^6(Pa)=-103.8(MPa)$$

危险点的剪切应力为

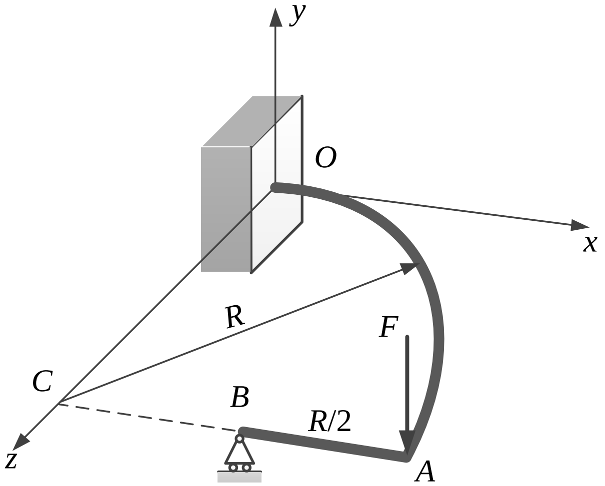
$$\tau=\frac{M_x}{\pi d^3/16}=\frac{693}{3.14*(60*10^{-3})^3/16}=16.3*10^6(Pa)=16.3(MPa)$$

所以单元体的应力示意图和 Mohr 圆为
按第四强度理论， 其相当应力为

$$\sigma_{r4}=\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}=\sqrt{103.8^2+3*16.3^2}=107.6(Mpa)>[\sigma]$$

因此说， 按第四强度理论本结构不安全。

五、图示水平面内的 1/4 圆弧形杆与一段直杆刚性连接，*O* 端固定，*B* 端滑动铰接（约束竖向位移），圆弧圆心为 *C*，半径为 *R*，直杆长 *R*/2，两杆截面均为直径为 *d* 的圆，材料弹性模量为 *E*，在 *A* 截面处作用有竖向集中力 *F*。求 *A* 处的竖向位移。（25 分）



解除滑动支座的约束。假设支座反力大小为 X，方向与 F 相同。解除约束反力后由外力 F 引起的内力为

AB 段：$M_F=T_F=0$

OA 段：$M_F=FR\sin\theta, T_F=FR(1-\cos\theta)$

如果单独在支座处施加一与支座约束反力相同方向的单位载荷，其引起的内力为

AB 段：$M_0=x', T=0$，x'为横截面到支座处的距离

OA 段：$M_0=\frac{1}{2}R\sin\theta, T_0=R(1-\frac{1}{2}\cos\theta)$

根据单位载荷法，

$$\delta_{11}=\int_0^{R/2}\frac{x'x'}{EI}dx'+\int_0^{\pi/4}\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}R\sin\theta\right)^2 Rd\theta+\int_0^{\pi/4}\frac{1}{GI_\rho}\left(R(1-\frac{1}{2}\cos\theta)\right)^2 Rd\theta$$

$$\delta_{1F}=\int_0^{\pi/4}\frac{1}{EI}\frac{1}{2}F\left(R\sin\theta\right)^2 Rd\theta+\int_0^{\pi/4}\frac{1}{GI_\rho}FR(1-\cos\theta)R(1-\frac{1}{2}\cos\theta)Rd\theta$$

所以

$$\delta_{11}=\frac{64R^3}{E\pi d^4}\left(\frac{\pi}{32}-\frac{1}{48}\right)+\frac{32R^3}{G\pi d^4}\left(\frac{9\pi}{32}-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{16}\right)$$
$$=\frac{R^3}{Ed^4}\left(2-\frac{4}{3\pi}\right)+\frac{R^3}{Gd^4}\left(9-\frac{16\sqrt{2}}{\pi}+\frac{2}{\pi}\right)$$
$$=1.57\frac{R^3}{Ed^4}+2.43\frac{R^3}{Gd^4}$$

$$\delta_{1F}=\frac{64R^3F}{E\pi d^4}\left(\frac{\pi}{16}-\frac{1}{8}\right)+\frac{32R^3F}{G\pi d^4}\left(\frac{5\pi}{16}-\frac{3\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{8}\right)$$
$$=\frac{R^3F}{Ed^4}\left(4-\frac{8}{\pi}\right)+\frac{R^3F}{Gd^4}\left(10-\frac{24\sqrt{2}}{\pi}+\frac{4}{\pi}\right)$$
$$=1.45\frac{R^3F}{Ed^4}+0.46\frac{R^3F}{Gd^4}$$

应用正则方程

$$\delta_{11}X+\delta_{1F}=0$$

可以得到支座反力为

$$X=-\frac{\frac{1.45}{E}+\frac{0.46}{G}}{\frac{1.57}{E}+\frac{2.43}{G}}F=\alpha F,\quad \alpha=-\frac{\frac{1.45}{E}+\frac{0.46}{G}}{\frac{1.57}{E}+\frac{2.43}{G}}$$

其中负号表示支座反力的方向与 F 相反，也就是说垂直向上。

根据叠加原理，杆的内力为

AB 段：$M=XM_0=\alpha Fx', T=0$

OA 段：$M=XM_0+X_F=\left(\frac{1}{2}\alpha+1\right)FR\sin\theta, T=XT_0+T_F=\left((\alpha+1)-(\frac{1}{2}\alpha+1)\cos\theta\right)FR$

在 A 点施加一与外力 F 方向相同的单位载荷后其所引起的内力为

AB 段：$\overline{M}=\alpha x', T=0$

OA 段： $\overline{M}=\left(\frac{1}{2}\alpha+1\right)R\sin\theta,\overline{T}=\left((\alpha+1)-(\frac{1}{2}\alpha+1)\cos\theta\right)R$

所以 A 点的竖向位移为

$$\delta_A=\int_0^{R/2}\frac{\alpha^2x'x'}{EI}Fdx'+\int_0^{\pi/4}\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\alpha+1\right)^2\sin^2\theta FR^3d\theta+\int_0^{\pi/4}\frac{1}{GI_\rho}\left((\alpha+1)-(\frac{1}{2}\alpha+1)\cos\theta\right)^2FR^3d\theta$$

$$\delta_A=\beta F$$

其中

$$\beta=\int_0^{R/2}\frac{\alpha^2x'x'}{EI}dx'+\int_0^{\pi/4}\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\alpha+1\right)^2\sin^2\theta R^3d\theta+\int_0^{\pi/4}\frac{1}{GI_\rho}\left((\alpha+1)-(\frac{1}{2}\alpha+1)\cos\theta\right)^2R^3d\theta$$