

## 第一章作业参考答案

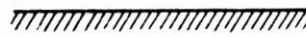
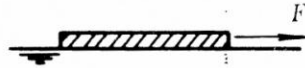
**1-13** 底面积为  $1.5\text{m}^2$  的薄板在液面上水平移动速度为  $16\text{m/s}$ , 液层厚度为  $4\text{mm}$ , 假定垂直于油层的水平速度为直线分布规律, 如果

(1) 液体为  $20^\circ\text{C}$  的水,

(2) 液体为  $20^\circ\text{C}$ 、比重为  $0.921$  的

原油。

试分别求出移动平板的力多大?



题 1-13 图

[解] 水和原油的动力粘度  $\mu_1$  和  $\mu_2$ , 可从图 1-3 上查出:

$$\mu_1 = 0.001\text{Pa} \cdot \text{s}, \mu_2 = 0.07\text{Pa} \cdot \text{s},$$

于是

$$\tau_1 = \mu_1 \frac{U}{\delta} = 0.001 \times \frac{16}{0.004} = 4\text{N/m}^2$$

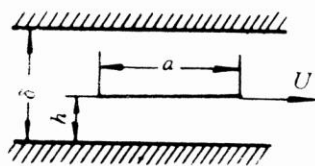
$$F_1 = \tau_1 A = 4 \times 1.5 = 6\text{N}$$

$$\tau_2 = \mu_2 \frac{U}{\delta} = 0.07 \times \frac{16}{0.004} = 280\text{N/m}^2$$

$$F_2 = \tau_2 A = 280 \times 1.5 = 420\text{N}$$

[答:  $F_1 = 6\text{N}$ ,  $F_2 = 420\text{N}$ ]

**1-15** 在  $\delta = 40\text{mm}$  的两平行壁面之间充满动力粘度  $\mu = 0.7\text{Pa} \cdot \text{s}$  的液体, 在液体中有一边长为  $a = 60\text{mm}$  的薄板以  $U = 15\text{m/s}$  的速度沿薄板所在平面内运动, 假定沿铅直方向的速度分布是直线规律。



题 1-15 图

(1) 当  $h = 10\text{mm}$  时, 求薄板运动的液体阻力。

(2) 如果  $h$  可变, 求  $h$  为多大时, 薄板运动阻力最小? 最小阻力为多大?

[解] 运动平板两侧受力, 大小不等, 但方向是相同的。忽略薄板厚度, 则另一侧液体宽度为  $\delta - h$ , 故

$$F = \mu \frac{U}{h} A + \mu \frac{U}{\delta - h} A \quad (a)$$

(1) 代入数值即可得薄板运动的液体阻力为

$$\begin{aligned} F &= \mu U A \left( \frac{1}{h} + \frac{1}{\delta - h} \right) = \mu U A \frac{\delta - h + h}{h(\delta - h)} = \frac{\mu U A \delta}{h(\delta - h)} \\ &= \frac{0.7 \times 15 \times 0.06^2 \times 0.04}{0.01 \times 0.03} = 5.04\text{N} \end{aligned}$$

(2) 当  $h$  可变时, 将 (a) 式对  $h$  求导, 可求阻力的极值。

$$\frac{dF}{dh} = \mu U A \delta \frac{d}{dh} \left( \frac{1}{h\delta - h^2} \right) = \mu U A \delta \frac{-(\delta - 2h)}{(h\delta - h^2)^2} = 0$$

当  $\delta = 0$  时, 一侧变成固体摩擦, 这显然是阻力的极大值情况。

当  $\delta - 2h = 0$  时,  $h = \delta/2$ , 这显然是阻力的极小值情况。

$$\begin{aligned} F_{\min} &= \frac{\mu U A \delta}{\frac{\delta}{2} \left( \delta - \frac{\delta}{2} \right)} = \frac{4\mu U A}{\delta} \\ &= \frac{4 \times 0.7 \times 1.5 \times 0.06^2}{0.04} = 3.78\text{N} \end{aligned}$$

[答: (1)  $F = 5.04\text{N}$ ;

(2)  $h = \delta/2, F_{\min} = 3.78\text{N}$ ]