材料力学（乙）

Mechanics of Materials

重要概念的回顾与强化

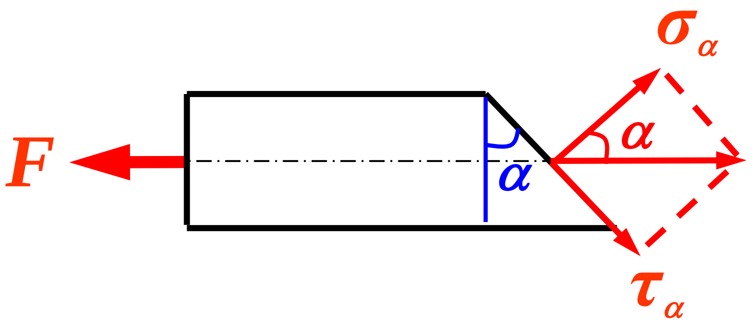
■ 横截面上的正应力σ计算公式：

$$\sigma = \frac{F_{\mathrm{N}}}{A}$$

规定：拉应力为正，压应力为负。

■ 斜截面应力

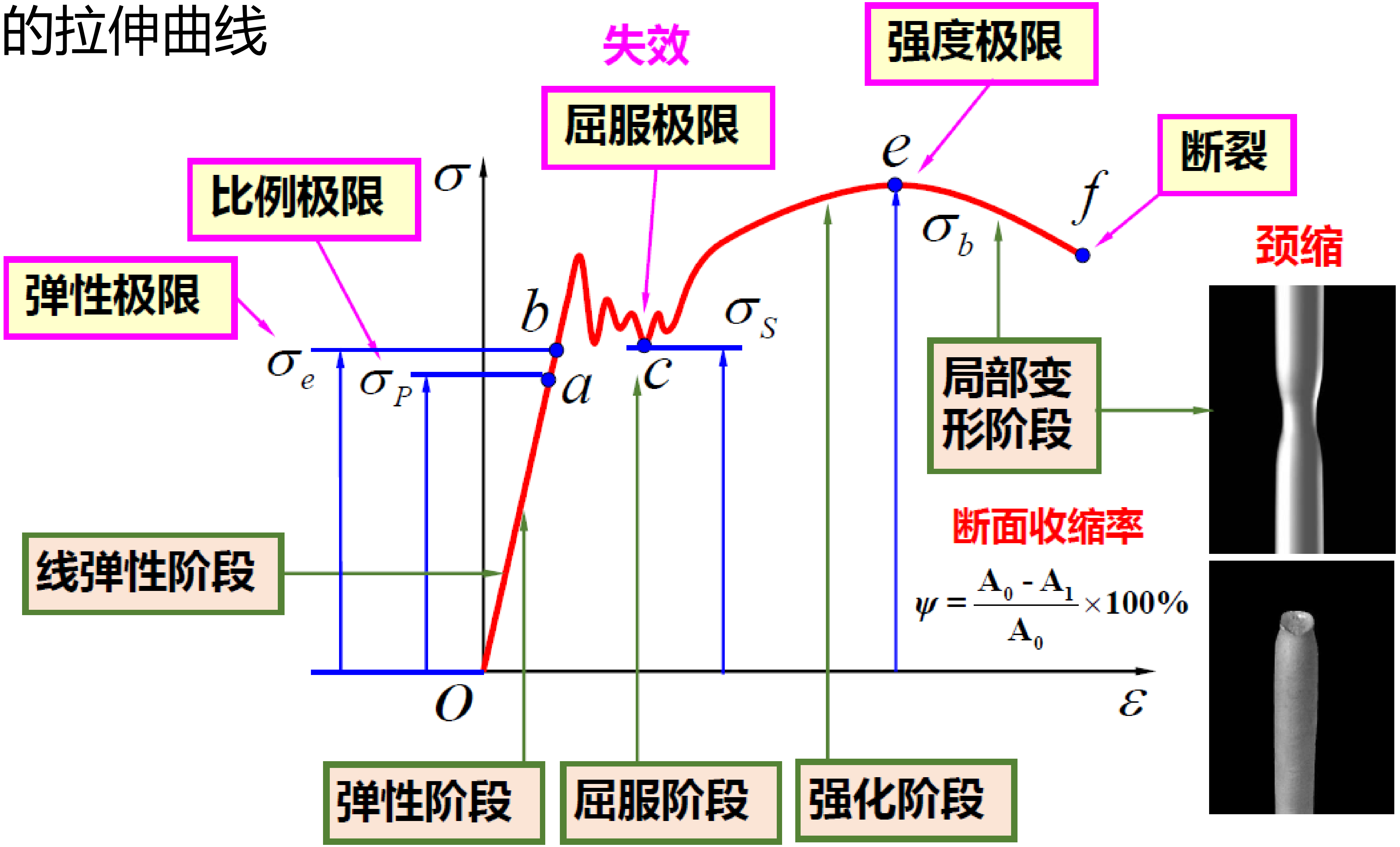
斜截面上的应力
$$\begin{cases} \sigma_{\alpha} = \sigma_0 \cos^2 \alpha \\ \tau_{\alpha} = \dfrac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha \end{cases}$$



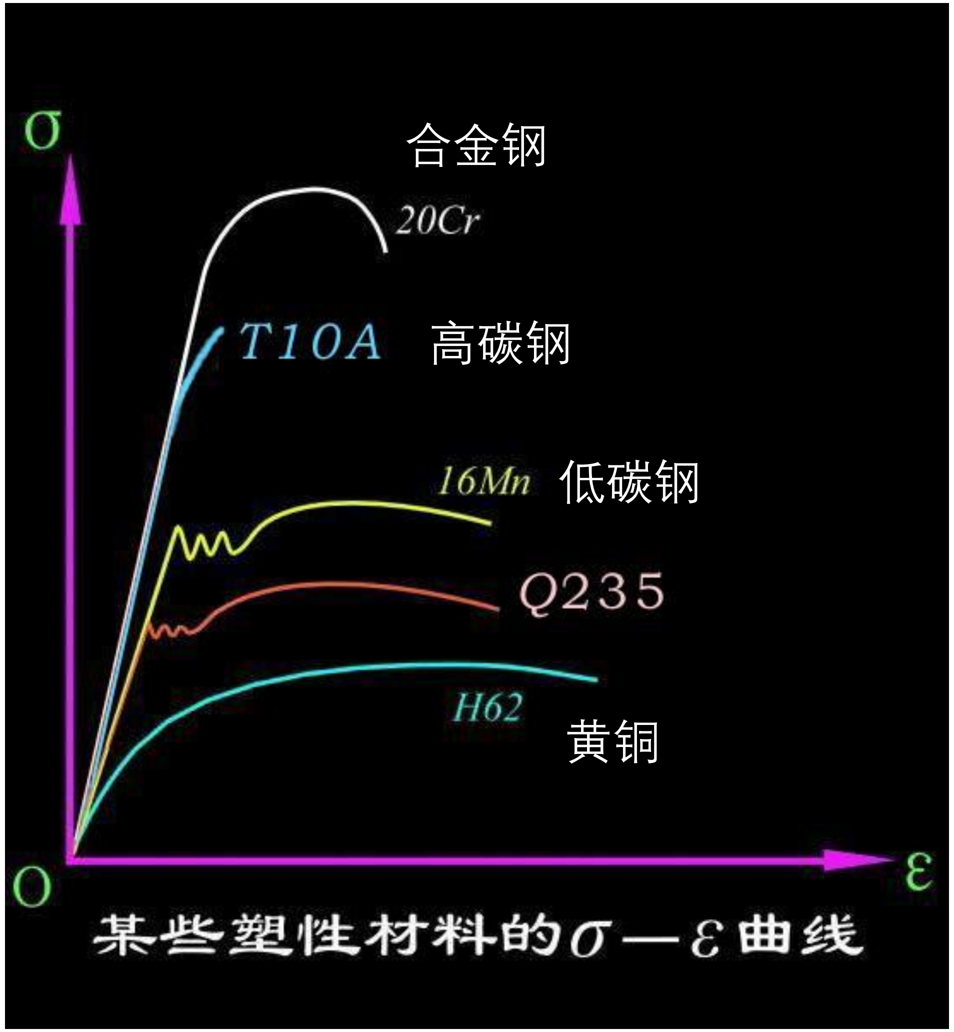
上式给出了斜截面上的正应力和切应力随 α 角度的变化规律。

重要概念的回顾与强化

低碳钢的拉伸曲线



其它材料拉伸时的力学性质



Q(屈)235钢

Q代表的是这种钢材的屈服极限，**235指这种钢材的屈服极限在235MPa左右。**Q235钢的综合性能较好，强度、塑性和焊接等性能具有较好配合，用途最广泛，通常大量应用于建筑及工程结构中，如厂房房架、高压输电铁塔、桥梁、车辆、锅炉、容器、船舶等。

含碳量：0.1-0.22%

弹性模量：~200-210 GPa

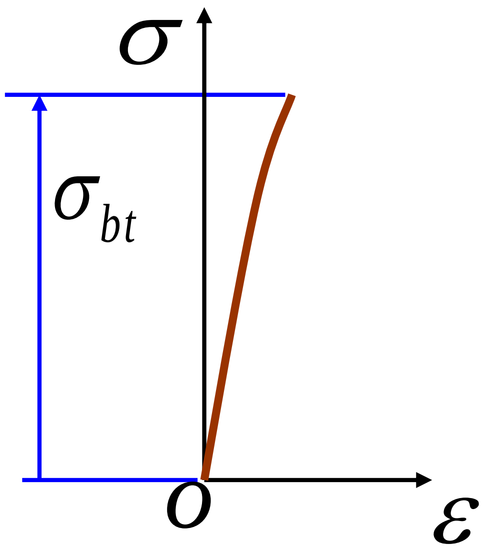
强度极限：370-500 Mpa

泊松比：0.25-0.33

铸铁拉伸试验

§2.4 材料拉伸时的力学性能

对于脆性材料（铸铁），拉伸时的应力 - 应变曲线为微弯的曲线



没有出现明显的屈服和颈缩阶段，试件突然被拉断。

断后伸长率约为0.5%。为典型的脆性材料。

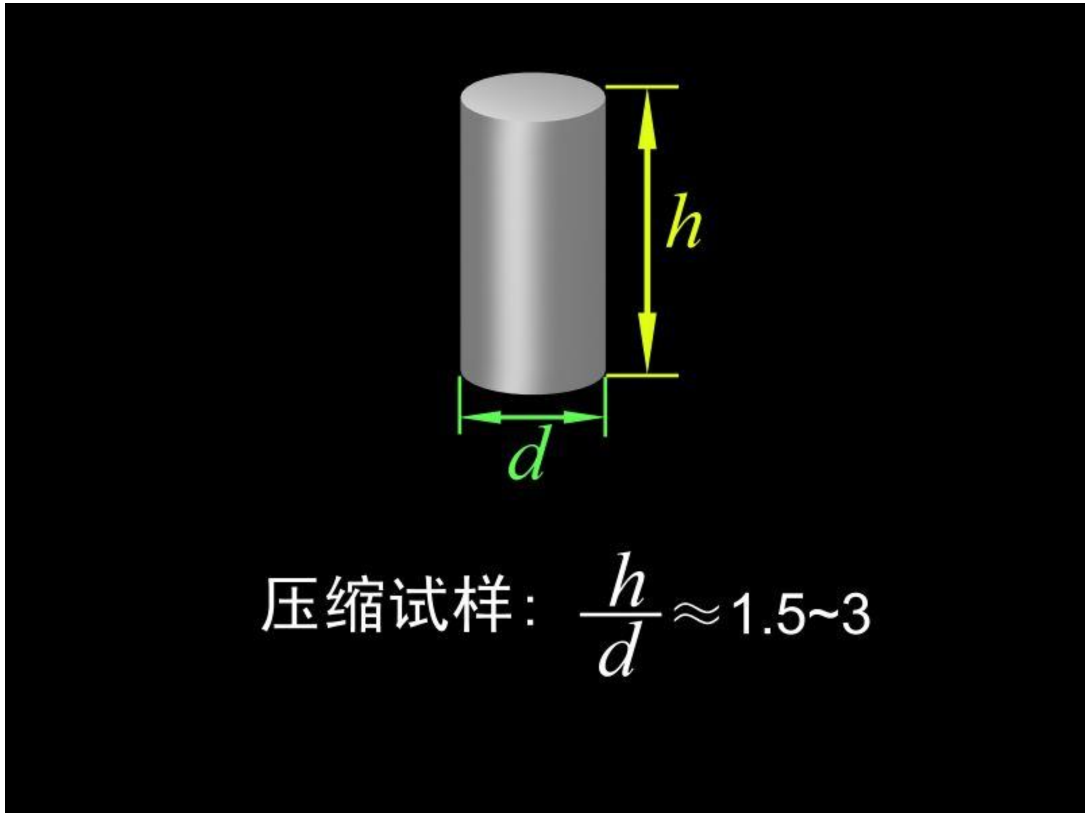
σ_{bt}：拉伸强度极限（约为140MPa）。

它是衡量脆性材（铸铁）拉伸的唯一强度指标。

实验方法

试验条件

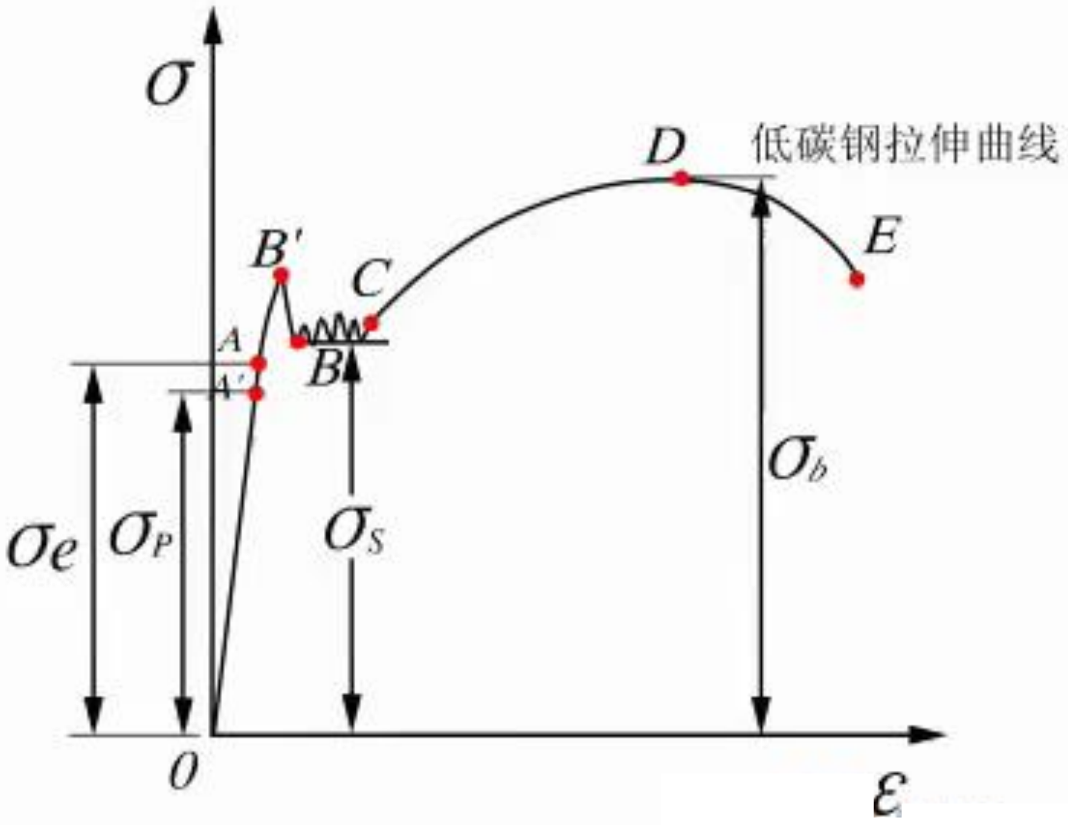
$$\frac{h}{d} = 1.5 \sim 3.0$$



§2.5 材料压缩时的力学性能

低碳钢的压缩实验

低碳钢的压缩实验曲线



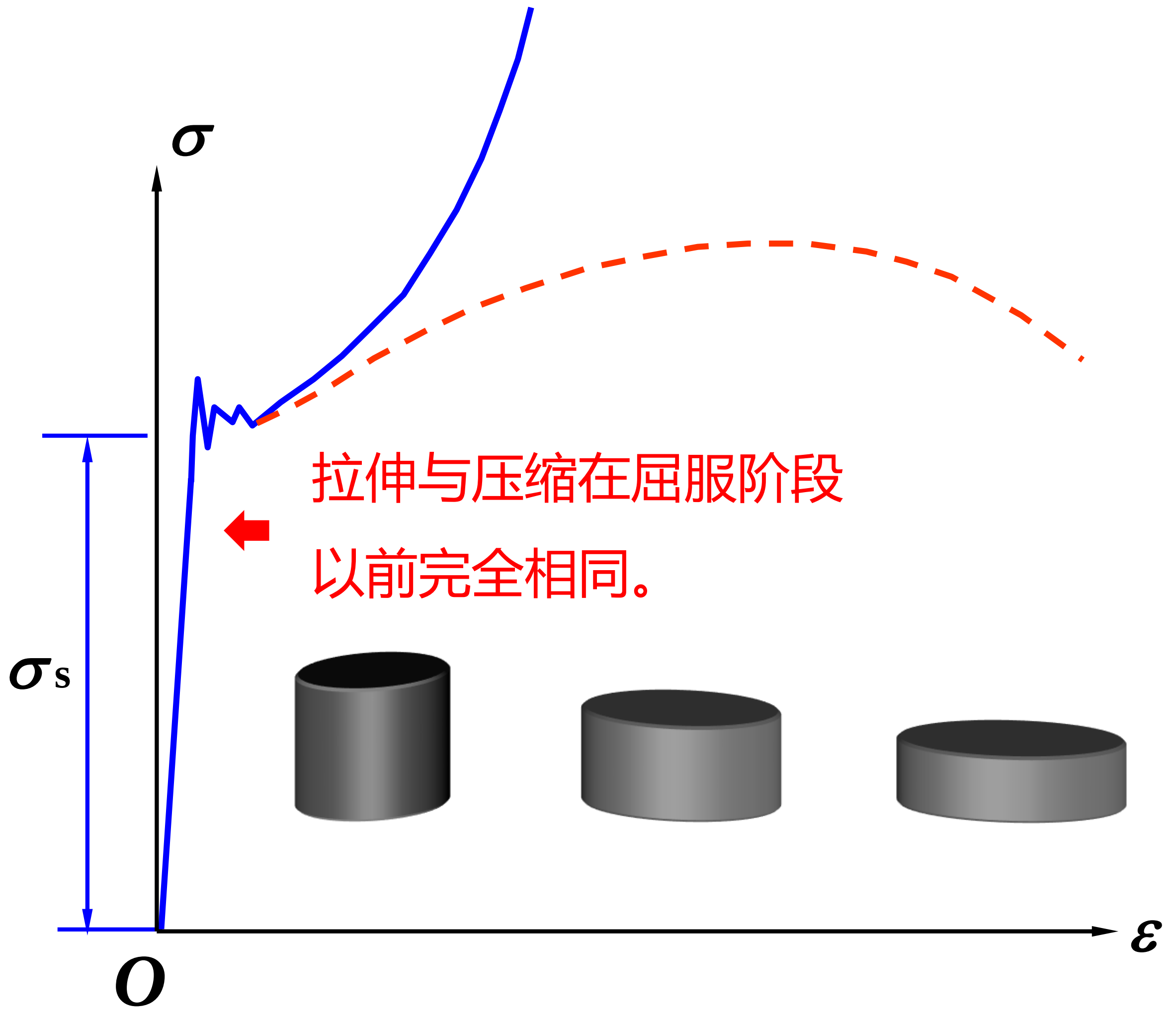
§2.5 材料压缩时的力学性能

低碳钢的压缩

压缩的实验结果表明：

1、低碳钢压缩时的直线斜率和屈服极限σ_s与拉伸时相同。

2、屈服阶段后，试件越压越扁，横截面面积不断增大，试件不可能被压断，因此得不到压缩时的强度极限。



§2.5 材料压缩时的力学性能

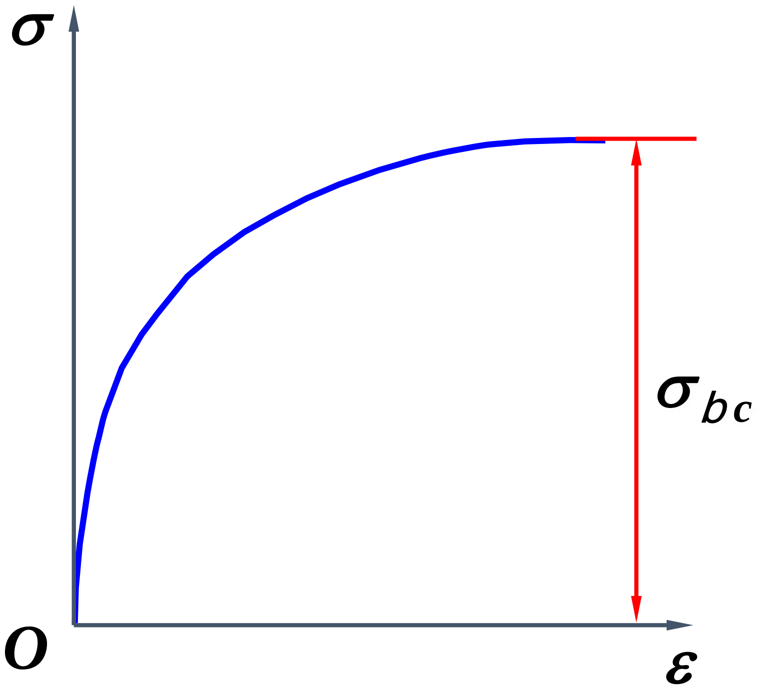
铸铁的压缩实验

脆性材料（铸铁）的压缩

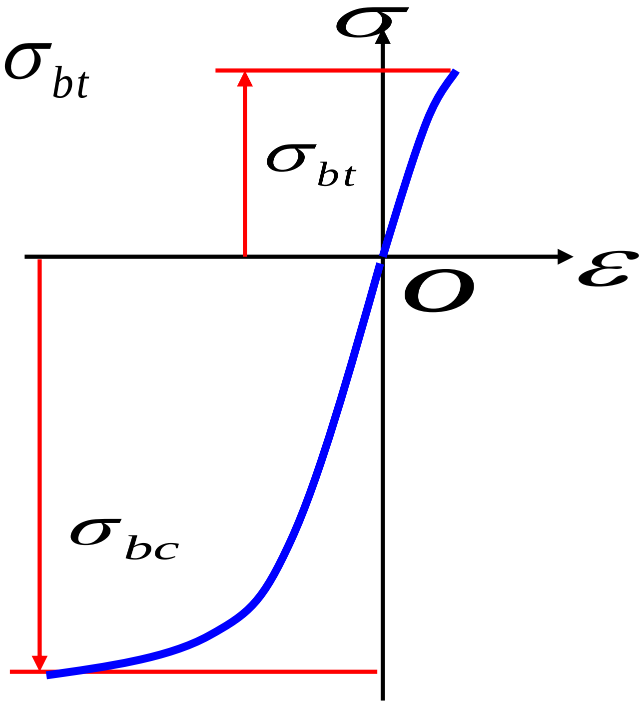
压缩的实验结果表明：

1、脆性材料的抗拉与抗压性质不完全相同；

2、压缩时的强度极限远大于拉伸时的强度极限。



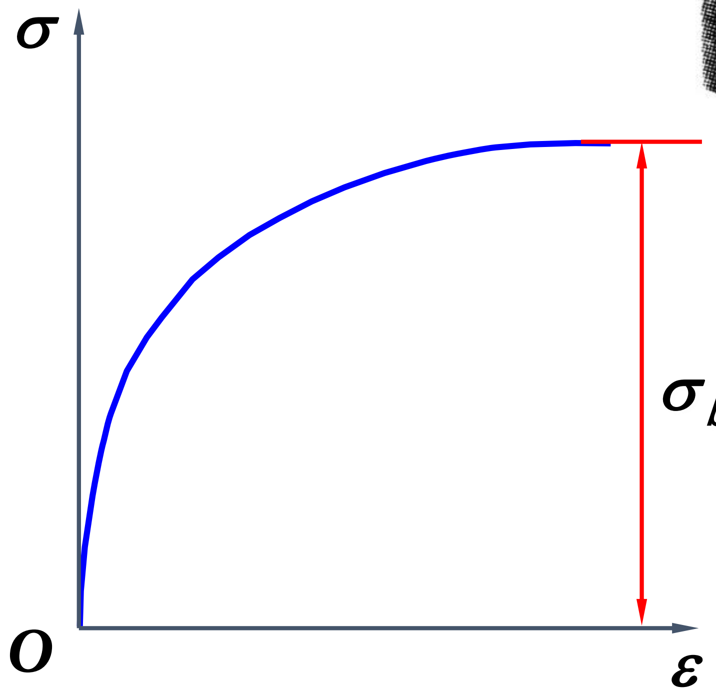
$$\sigma_{bc} >> \sigma_{bt}$$

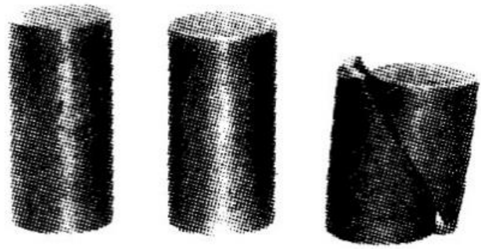


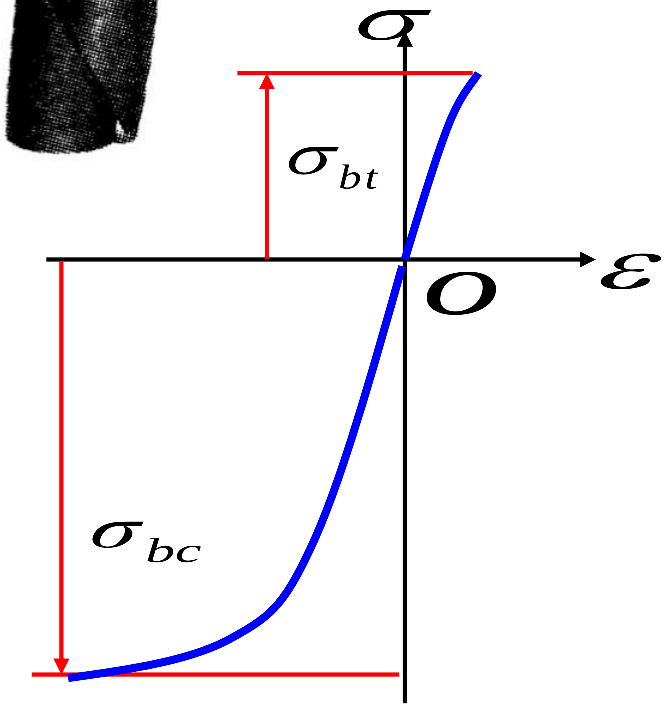
脆性材料（铸铁）的压缩

压缩的实验结果表明：

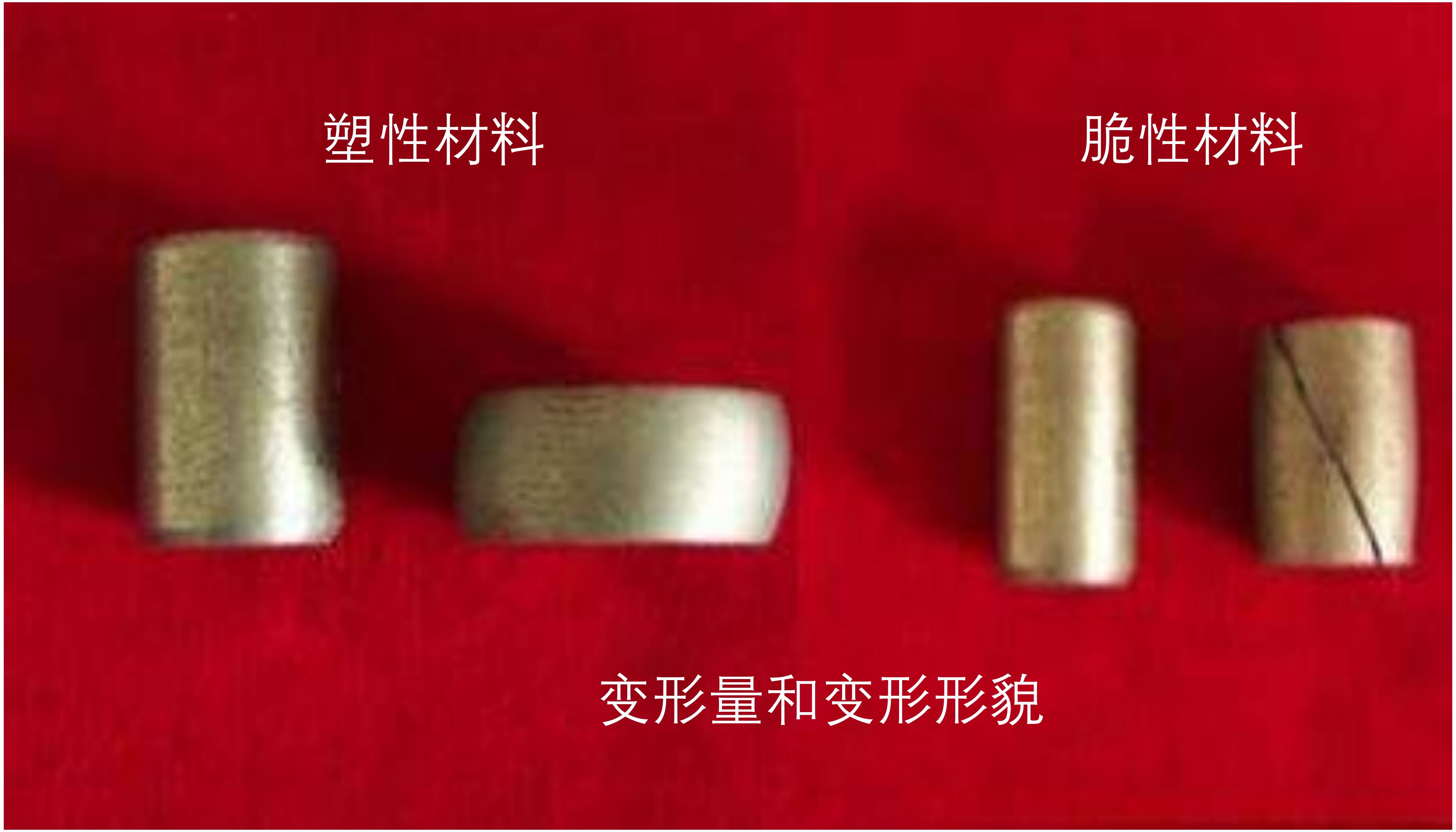
3、铸铁压缩时破坏端面与横截面大致成45°~55°倾角，表明这类试件主要因剪切而破坏。







§2.5 材料压缩时的力学性能



§2.5 材料压缩时的力学性能

塑性材料

脆性材料

§2.6 失效、安全因数和强度准则

- **失效**：当脆性材料构件断裂、塑性材料构件出现塑性变形时称为失效。

- 极限应力：构件失效时的应力，σ_u。
  - 塑性材料的极限应力： $\sigma_u = \sigma_s\ (\sigma_{p0.2})$
  - 脆性材料的极限应力： $\sigma_u = \sigma_{bt}\ (\sigma_{bc})$
  - 极限应力通过材料的力学性能试验测定

§2.6 失效、安全因数和强度准则

工作应力 $$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

杆内的最大工作应力不超过材料的极限应力σ_u

$$\sigma_{\max} < \sigma_{\mathrm{u}}$$

许用应力：极限应力除以安全因数 n

$$[\sigma] = \frac{\sigma_u}{n}$$

如何选取安全因数？

构件重要性，工艺水平，载荷形式等

§2.6 失效、安全因数和强度准则

- 强度准则：要使拉压杆有足够的强度，要求杆内的最大工作应力不超过材料的许用应力，即强度条件为

$$\boldsymbol{\sigma}_{\max} = \frac{\boldsymbol{F}_N}{\boldsymbol{A}} \leq [\boldsymbol{\sigma}]$$

拉压杆“强度准则” （criterion）

§2.6 失效、安全因数和强度准则

$$\boldsymbol{\sigma}_{\max} = \frac{\boldsymbol{F_N}}{\boldsymbol{A}} \leq [\boldsymbol{\sigma}]$$

根据强度准则，可以解决三类强度设计问题

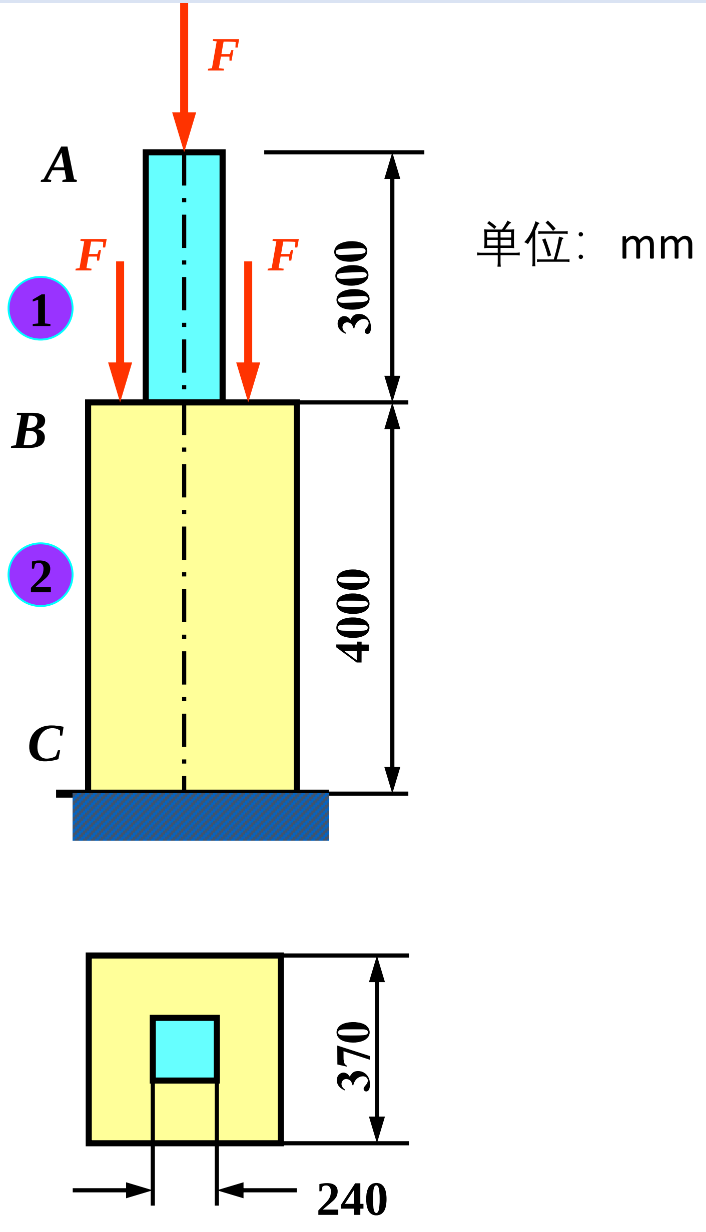
(1) 强度校核： $\sigma_{\max} = \dfrac{F_N}{A} \leq [\sigma]$ 已知载荷、截面和材料

(2) 截面设计： $A \geq \dfrac{F_N}{[\sigma]}$ 已知载荷、材料

(3) 确定许可载荷： $F_N \leq A[\sigma]$ 已知截面、材料

例题2.7

一横截面为正方形的砖柱分上、下两段，其受力情况，各段长度及横截面面积如图所示。 已知$F = 50$ kN，$[\sigma] = 1$ MPa，试校核强度。



解： (1) 求轴力

$$F_{N1} = -F = -50\ \text{kN}$$

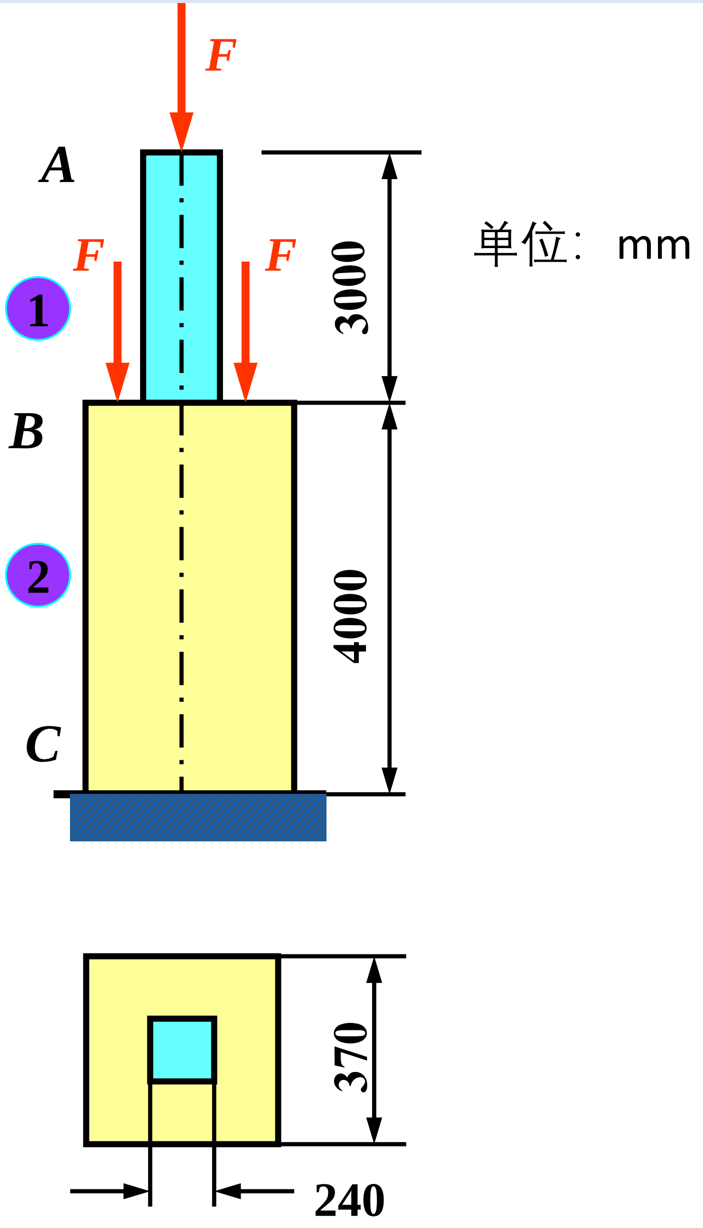
$$F_{N2} = -3F = -150\ \text{kN}$$

(2) 求应力

$$\sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A_1}$$

例题2.7

一横截面为正方形的砖柱分上、下两段，其受力情况，各段长度及横截面面积如图所示。 已知F = 50 kN， [σ] = 1 MPa，试校核强度。



解： (2) 求应力

$$\sigma_2 = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{-150000}{0.37\times 0.37} =$$

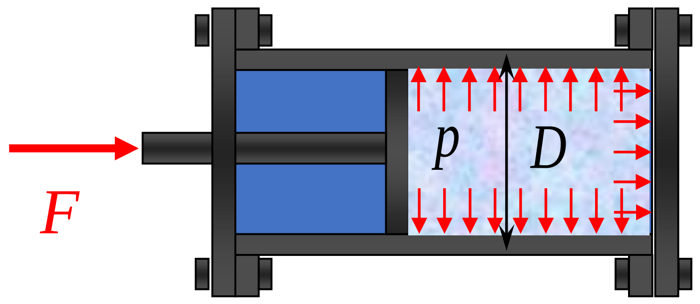
$$-1.1\times 10^6\ \text{N/m}^2 = -1.1\ \text{MPa}$$

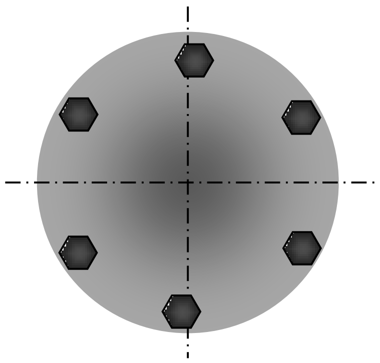
(3) 校核强度

$$\sigma_{\max} = 1.1\text{MPa}$$

例题2.8

油缸盖与缸体采用6个螺栓连接。已知油缸内径D = 350 mm，油压 p = 1 MPa。若螺栓材料的许用应力[σ] = 40 MPa，求螺栓的最小直径。





解：油缸盖受到的力

$$F=\frac{\pi}{4}D^2 p$$

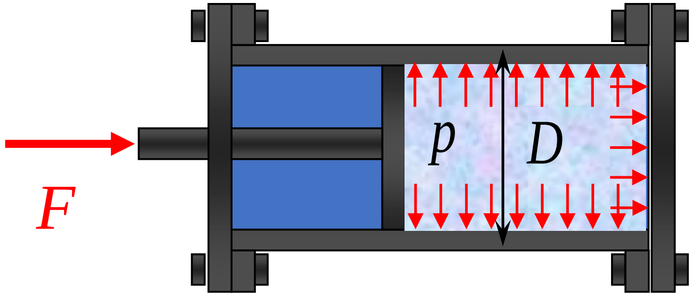
每个螺栓承受轴力为总压力的1/6

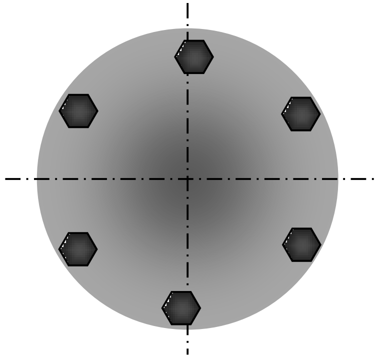
即螺栓的轴力为

$$F_N=\frac{F}{6}=\frac{\pi}{24}D^2 p$$

例题2.8

油缸盖与缸体采用6个螺栓连接。已知油缸内径$D = 350$ mm，油压$p = 1$ MPa。若螺栓材料的许用应力$[\sigma] = 40$ MPa，求螺栓的最小直径。





解：根据强度条件

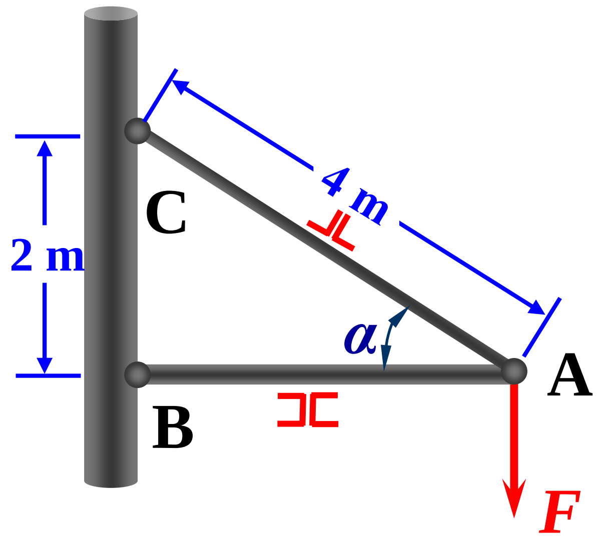
$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A} \le [\sigma]$$

得 $A \ge \dfrac{F_N}{[\sigma]}$　　即 $\dfrac{\pi d^2}{4} \ge \dfrac{\pi D^2 p}{24[\sigma]}$

螺栓的最小直径为

$$d \ge \sqrt{\frac{D^2 p}{6[\sigma]}} = \sqrt{\frac{0.35^2 \times 10^6}{6 \times 40 \times 10^6}} = 22.6 \times 10^{-3}\ \text{m} = 22.6\ \text{mm}$$

例题2.9 图示结构，已知斜杆AC由两个50×50×5的等边角钢组成，水平杆AB由两个10号槽钢组成，[σ] = 120 MPa。确定许可载荷F。



材料力学 I

第6版

刘鸿文 主编

等边角钢

等边角钢截面尺寸、截面面积及理论重量表

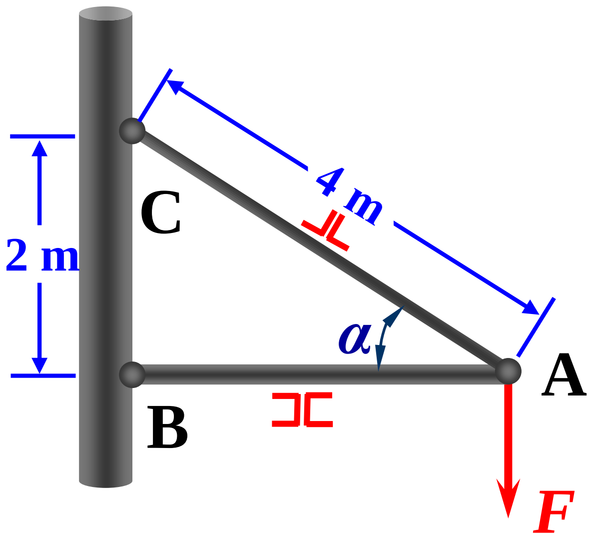
型号	截面尺寸(mm)			截面面积 (cm^2)	理论重量 (kg/m)	外表面积 (m^2/m)
	b	d	r			
4.5	45	3	5	2.659	2.09	0.177
		4		3.486	2.74	0.177
		5		4.292	3.37	0.176
		6		5.077	3.99	0.176
5	50	3	5.5	2.971	2.33	0.197
		4		3.897	3.06	0.197
		5		4.803	3.77	0.196
		6		5.688	4.46	0.196
5.6	56	3	6	3.343	2.624	0.221
		4		4.390	3.446	0.220
		5		5.415	4.251	0.220
		6		6.42	5.04	0.220
		7		7.404	5.81	0.219
		8		8.367	6.568	0.219

槽钢

槽钢截面尺寸、截面面积及理论重量表

型号	尺寸 (mm)						截面面积 (cm^2)	理论重量 (kg/m)
	h	b	d	t	r	r_1		
5	50	37	4.5	7.0	7.0	3.5	6.925	5.44
6.3	63	40	4.8	7.5	7.5	3.8	8.446	6.63
6.5	65	40	4.3	7.5	7.5	3.8	8.292	6.51
8	80	43	5.0	8.0	8.0	4.0	10.24	8.04
10	100	48	5.3	8.5	8.5	4.25	12.74	10.00
12	120	53	5.5	9.0	9.0	4.5	15.36	12.1
12.6	126	53	5.5	9.0	9.0	4.5	15.69	12.3

例题2.9 图示结构，已知斜杆AC由两个50×50×5的等边角钢组成，水平杆AB由两个10号槽钢组成，$[\sigma]=120$ MPa。确定许可载荷F。



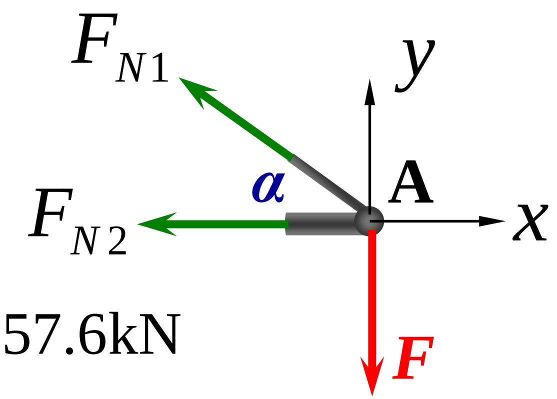
解：1、计算轴力（设斜杆为1杆，水平杆为2杆），对于节点A

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{N1}\cos\alpha + F_{N2} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{N1}\sin\alpha - F = 0$$

$$F_{N1} = F/\sin\alpha = 2F$$

$$F_{N2} = -F_{N1}\cos\alpha = -\sqrt{3}F$$



2、根据斜杆的强度，求许可载荷

查表得斜杆AC的面积为A_1=2×4.8 cm^2

$$F_{N1} = 2F \le [\sigma]A_1$$

$$F_1 \le \frac{1}{2}[\sigma]A_1 = \frac{1}{2}\times 120\times 10^6 \times 2\times 4.8\times 10^{-4} = 57.6\times 10^3\,\mathrm{N} = 57.6\mathrm{kN}$$

例题2.9

解：3、根据水平杆的强度，求许可载荷

查表得水平杆AB的面积为

A_2=2×12.74 cm^2

$$F_{N2} = -\sqrt{3}F$$

$$\left|F_{N2}\right| = \sqrt{3}F \le [\sigma]A_2$$

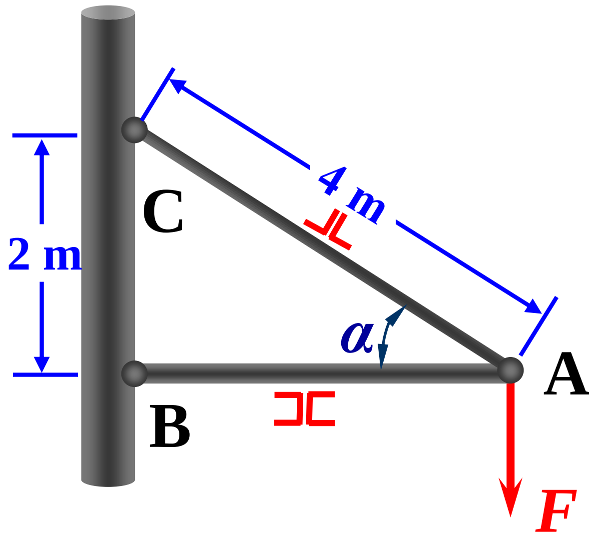
$$F_2 \le \frac{1}{\sqrt{3}}[\sigma]A_2 = \frac{1}{1.732} \times 120 \times 10^6 \times 2 \times 12.74 \times 10^{-4}$$

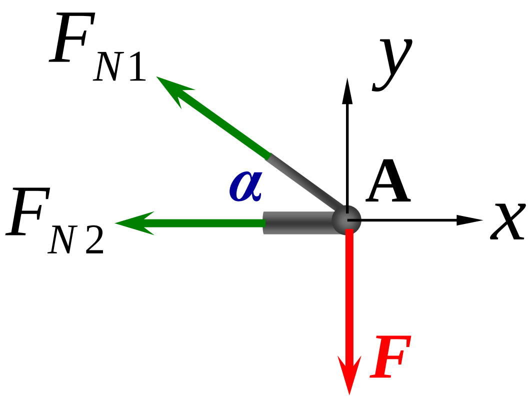
$$= 176.7 \times 10^3 \,\text{N} = 176.7 \text{kN}$$

4、许可载荷

$$F \le \{F_1 \; F_2\}_{\min} = \{57.6\text{kN} \quad 176.7\text{kN}\}_{\min} = 57.6\text{kN}$$

思考：是一个好的设计吗?





§2.6 失效、安全因数和强度准则

$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A} \le [\sigma]$$

强度设计的思路

1. 校核强度

2. 设计截面

3. 确定许可载荷

§2.7 轴向拉伸或压缩时的**变形**

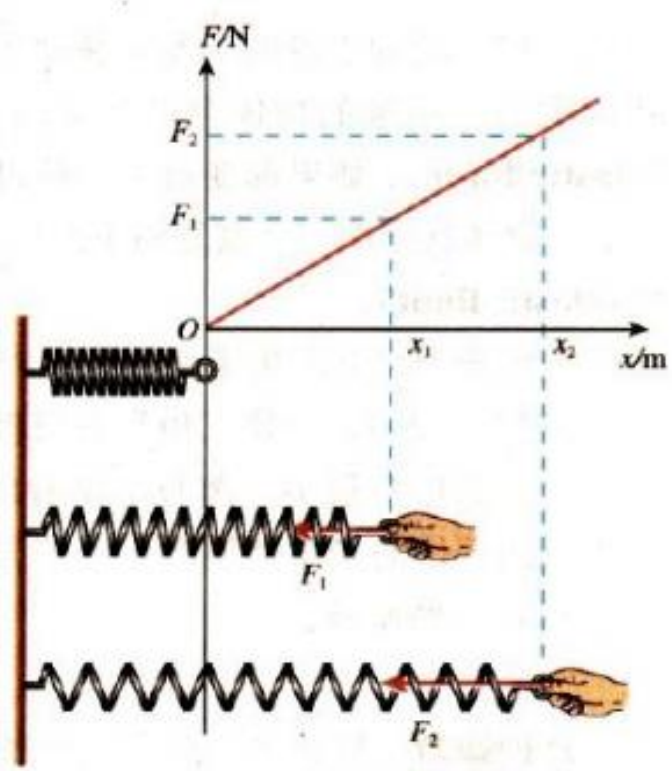
高中物理中的胡克定律

在弹性限度内，弹簧弹力的大小F与弹簧伸长量x成正比

$$F = k\,x$$

k：弹簧的劲度系数。

它与弹簧的材料、直径、单位长度匝数、原长、及弹簧丝的粗细有关。



§2.7 轴向拉伸或压缩时的变形

拉压杆的变形

等直杆在轴向拉力F作用下伸长量

$$\Delta l = l_1 - l$$

杆件轴线方向的线应变

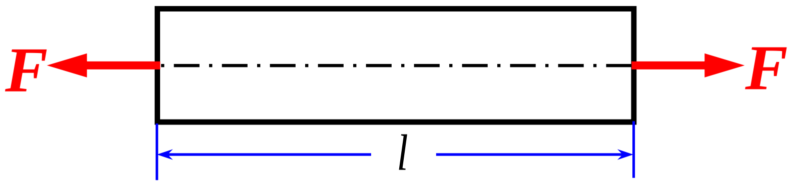
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

杆件横截面上的应力

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{A}$$

当杆内应力不超过材料的比例极限时，

$$\sigma = E\varepsilon$$



$$\boxed{\Delta l = \frac{F_N l}{EA}}$$

胡克定律

可以把杆件视为弹簧

$$F = k\Delta l$$

$$k = \frac{EA}{l}$$

§2.7 轴向拉伸或压缩时的变形

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

EA称为杆的抗拉（抗压）刚度

比例常数***E***称为弹性模量或杨氏模量

描述固体材料抵抗变形能力的物理量

单位(国际单位制)：**N/m² (Pa)**

常用单位：**MPa或GPa**

橡胶的弹性模量：**8 MPa**

钢的弹性模量：**210 GPa**

钻石的弹性模量：**1100 GPa**

杨氏模量（Young's Modulus）

1807年因英国医生兼物理学家托马斯·杨（*Thomas Young*）所得到的结果而命名。

杨在光学方面的贡献巨大，证明了光的波动说（杨氏双缝干涉实验）。

§2.7 轴向拉伸或压缩时的**变形**

杆件受力和变形

$$\boxed{\Delta l = \frac{F_N l}{EA}}$$

应力和应变关系

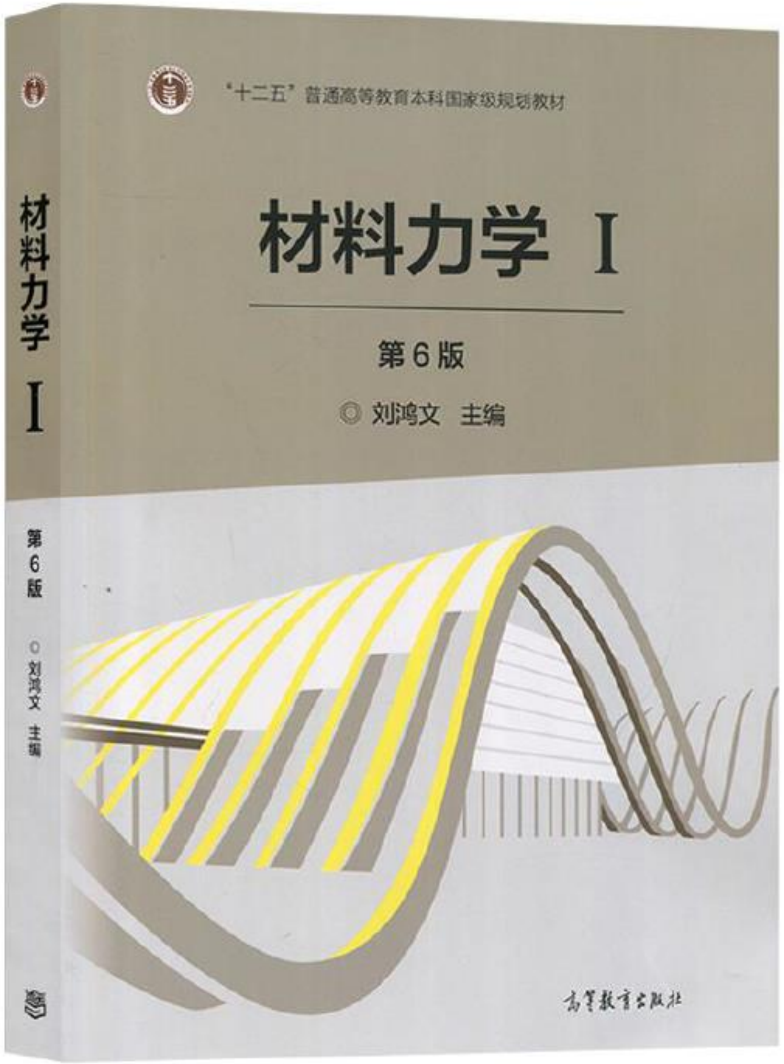
$$\boxed{\sigma_x = E\varepsilon_x}$$

$$E\frac{\Delta l}{l} = \frac{F_N}{A}$$

需要满足什么条件?

- 平面假设
- 轴向均匀变形
- 线弹性范围内

作业



2.6（斜截面）

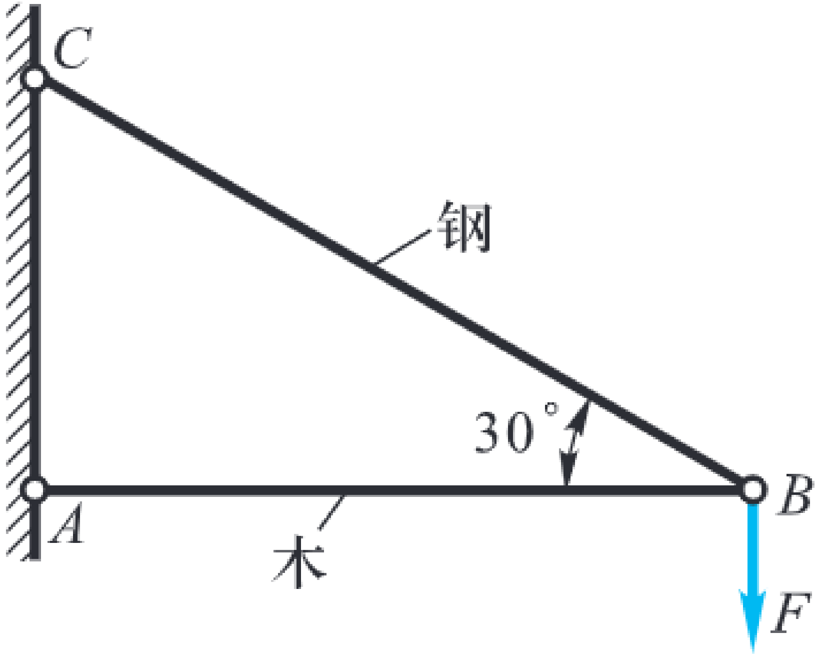
2.12（强度设计）

3.19日(下周二）之前交

作业

2.6 直径为 10 mm 的圆杆，在拉力 $F = 10$ kN 的作用下，试求斜截面上的最大切应力，并求与横截面的夹角为 $\alpha = 30°$ 的斜截面上的正应力及切应力。

2.12 在图示简易吊车中，BC 为钢杆，AB 为木杆。木杆 AB 的横截面面积 $A_1 = 10\ 000\ \text{mm}^2$，许用应力 $[\sigma]_1 = 7$ MPa；钢杆 BC 的横截面面积 $A_2 = 600\ \text{mm}^2$，许用拉应力 $[\sigma]_2 = 160$ MPa。试求许可吊重 F。



作业要求

1、题目中的构件及受力图必须用尺规画，未使用尺规者不计入分数。

2、必须有详细的求解过程，仅有答案不计入分数。

3、作业允许补交，但仅计入一半分数。