

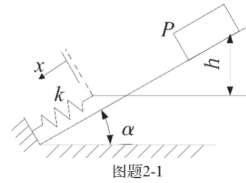
**简答题:**

1. **阻尼比的概念和测量方式:** 系统实际阻尼系数与系统临界阻尼系数之比, 对数衰减率
2. **机械系统的基本组成元素及概念:** 惯性元件 (维持当前运动, 保持动能, 反映机械系统的惯性特性)、弹性元件 (使物体恢复平衡位置, 存储势能, 反映机械系统的弹性特性)、阻尼元件 (阻碍物体运动, 能量散逸, 反映机械系统的耗能特性) (基本物理参数: 质量大小, 弹簧系数, 阻尼系数)
3. **有阻尼吸振器和无阻尼吸振器的区别和联系:** 区别-无阻尼吸振器用在某一给定频率下消除主系统的振动, 适用于常速或速度变化较小的工作设备, 其反共振在两个共振点中间, 且相距很近, 工作范围较小, 但能完全消振; 有阻尼吸振器一般用于工作在速度变化比较大的设备上, 其可以使得主系统的共振幅值减小, 增大工作范围, 但其无法实现对主系统对完全消振动。联系-无阻尼吸振器和有阻尼吸振器都能使主系统的振动幅值减小。
4. **单自由度阻尼系统自由振动响应规律:** 欠阻尼-振幅逐渐衰减的振动; 过阻尼-按指数规律衰减的非周期运动, 无振动; 临界阻尼-按指数规律衰减的非周期运动, 但是衰减速度比过阻尼快
5. **位移传感器/加速度传感器:** 位移传感器-当测量仪器的固有频率远小于测试系统的固有频率时, 仪器测得的幅值接近于测试系统的振幅; 加速度传感器-当测量仪器的固有频率远大于测试系统的固有频率时, 仪器测得的幅值接近于测试系统的加速度成正比
6. **模态叠加法:** 多自由度系统的固有振动可以通过各阶主振动模态叠加的方式求解, 由于各阶主振动的固有频率一般不相同, 因此多自由度系统的固有振动一般不是简谐振动, 甚至不是周期振动
7. **傅立叶级数展开:** 傅立叶级数展开使原信号展开成无限多简谐成分的组合, 使得可以通过频谱分析的方法分析振动特征, 振动信号的频谱, 说明了组成该振动信号的简谐成分, 反映了该振动信号的特征
8. **刚度矩阵和质量矩阵的含义:** ~
9. **模态关于质量和刚度的正交性:** ~
10. **振动的有利和有害方面例子:** ~
11. **动力吸振器参数如何选择:** 无论阻尼  $c$  为多少, 主系统振幅曲线必通过 S、T 两点。选取合适的  $m_2$  和  $k_2$  是的曲线在 S 和 T 两点具有相同的幅值。选取合适的阻尼系数, 是的曲线在 S 和 T 连点具有水平切线
12. **时域、频域、模态三者之间的关系:** 三者没有本质区别, 都是观察和研究系统的一种方式 and 角度。通过频域可以进行频谱分析, 分析组成该振动信号的简谐成分和信号特征, 模态空间可以实现多自由度的解耦, 通过主振动的叠加观察系统的振动形式, 时域是物体振动在现实空间中的呈现形式
13. **机械振动的概念:** 机械振动是一些有关机械的物理量在某一位置随着时间作往复运动
14. **等效刚度和等效质量的概念:** ~
15. **第  $i$  阶模态的含义:** 在系统做第  $i$  阶主振动时, 各坐标上位移的相对比值
16. **隔振:** 积极隔振-把设备的振动 (振源) 与地基隔离开来, 以减少振源对周围的影响; 消极隔振-用于减少外界 (地基) 的振动对设备的影响

## 计算题:

### 1. 单自由度 有/无阻尼 自由振动 (求解固有频率)

3、如图题1所示, 小车 (重量为 $P$ ) 自高 $h$ 处沿斜面滑下, 与缓冲器相撞后, 随同缓冲器一起作自由振动。缓冲器的弹簧常数为 $k$ , 斜面倾角为 $\alpha$ , 小车与斜面之间摩擦力忽略不计。试求小车的振动周期和振幅。



图题2-1

### 2. 单自由度 受迫振动 (有支撑惯性振动, 线性叠加)

4、试求图题4所示系统, 在两端都有基础运动的稳态响应。

图中  $x_1 = a \sin \omega t$ ,  $x_2 = 3a \sin 2\omega t$ ,  $\omega = 2\sqrt{2k/m}$ 。

解: 对质量块 $m$ 进行分析, 可得  $m\ddot{x} + 2kx = k(x_1 + x_2)$ 。

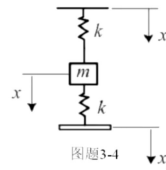
由线性系统的叠加原理可分别求解。

对于  $x_1 = a \sin \omega t$ , 有  $m\ddot{x} + 2kx = kx_1$ , 则稳态响应

$$x_{s1}(t) = \frac{kx_1}{2k - m\omega^2} = \frac{ka \sin \omega t}{2k - m\omega^2}, \text{ 其中 } \omega = 2\sqrt{2k/m}$$

则  $x_{s1}(t) = -\frac{a \sin \omega t}{6}$ ; 同理  $x_2 = 3a \sin 2\omega t$ , 可得  $x_{s2}(t)$ 。

$$x_s(t) = x_{s1}(t) + x_{s2}(t) = -\frac{a \sin \omega t}{6} - \frac{a \sin 2\omega t}{10}$$



图题3-4

### 3. 二自由度系统的解耦

2、一个无阻尼系统, 运动方程为

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 24 & -4 \\ -4 & 6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 8 \\ 0 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

1) 确定特征方程  $[\lambda I] - [H] = 0$  的特征值, 式中  $[H] = [M]^{-1}[K]$  为动力矩阵;

2) 计算模态矩阵  $[u]$ ;

3) 写出主坐标表示的无耦合方程;

4) 证明:  $[u]^{-1}[H][u] = [\Lambda]$ ;

5) 对  $[u]$  进行正则化, 使质量矩阵  $[M]$  为单位矩阵。

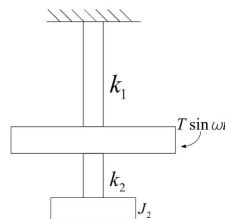
### 4. 二自由度无阻尼动力吸振器

2、一个扭矩  $T \sin \omega t$  加到图题2的系统上。

$$J_1 = 0.05 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2, \quad k_1 = 50 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{rad},$$

$$T = 22.5 \text{ kg} \cdot \text{m}, \quad \omega = 10^3 \text{ rad/s}, \text{ 如果要使系统的共振频}$$

率与激励频率相差20%, 试确定吸振器的参数  $J_2$  和  $k_2$ 。



图题5-2

解: 由题意对  $J_1$ 、 $J_2$  受力分析可得:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 + (k_1 + k_2) \theta_1 - k_2 \theta_2 = T \sin \omega t \\ J_2 \ddot{\theta}_2 - k_2 \theta_1 + k_2 \theta_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{即, } \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T \\ 0 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\text{得 } \omega_{m,2}^2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{J_1 k_2 + J_2 (k_1 + k_2)}{J_1 J_2} \mp \sqrt{\left( \frac{J_1 k_2 + J_2 (k_1 + k_2)}{J_1 J_2} \right)^2 - 4 \frac{(k_1 + k_2) k_2 - k_2^2}{J_1 J_2}} \right]$$

根据吸振器作用原理, 要使主系统位移为零, 有  $k_2 - \omega^2 J_2 = 0$ 。

$$\begin{aligned} \frac{J_1 k_2 + J_2 (k_1 + k_2)}{2 J_1 J_2} \pm \sqrt{\left( \frac{J_1 k_2 + J_2 (k_1 + k_2)}{2 J_1 J_2} \right)^2 - \frac{(k_1 + k_2) k_2 - k_2^2}{J_1 J_2}} &= (1.2\omega)^2 \quad 1) \\ \frac{J_1 k_2 + J_2 (k_1 + k_2)}{2 J_1 J_2} \pm \sqrt{\left( \frac{J_1 k_2 + J_2 (k_1 + k_2)}{2 J_1 J_2} \right)^2 - \frac{(k_1 + k_2) k_2 - k_2^2}{J_1 J_2}} &= (0.8\omega)^2 \quad 2) \\ k_2 - \omega^2 J_2 &= 0 \quad 3) \end{aligned}$$

联立1)、3) 得  $k_2 = 6.7 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{rad}, J_2 = 0.0067 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ 。

联立2)、3) 得  $k_2 = 10 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{rad}, J_2 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ 。

验证:

$k_2 = 10 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{rad}, J_2 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$  时,  $\omega_2 > 1200 \text{ rad/s}$ , 符合题意;

$k_2 = 6.7 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{rad}, J_2 = 0.0067 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$  时  $\omega_2 > 800 \text{ rad/s}$ , 不符。

因此  $k_2 = 10 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{rad}, J_2 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ 。