O 6 1 B 9 O 9 O

概率论与数理统计

PROBABILITY AND STATICS

历年试题

FROM 2015.1 TO 2021.1

目　录

CONTENTS

注：① 涉及第九章的题目已经删去

浙江大学 2019－2020 学年 春夏 学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学科学学院

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带无存储功能计算器入场

考试日期：2020 年 9 月 1 日,考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据： $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$，$t_{0.05}(63)=1.669$，$t_{0.025}(63)=1.998$，$t_{0.0025}(63)=2.909$，

$\chi^2_{0.95}(63)=45.7$，$\chi^2_{0.05}(63)=82.5$，$\chi^2_{0.05}(2)=5.99$，$\chi^2_{0.05}(3)=7.82$

一、填空题（每空 3 分，共 36 分）

1. 一盒中有 5 个球，其中 3 个红球，2 个白球，采用不放回抽样取 3 个球，则至少取到 2 个红球的概率为__________，第 2 次取到红球的概率为__________.

2. 设$(X,Y)\sim N(1,1,1,4,0.5)$，则$P(|X-1|<1)=$__________，$Var(X-Y)=$__________.

3. 设X与Y均服从$0-1$分布，$P(X=1)=\dfrac{3}{4}$，$P(X=1,Y=1)=\dfrac{1}{4}$.

（1）若X与Y独立，则$P(X=0,Y=1)=$__________；

（2）若X与Y的协方差为$-\dfrac{1}{16}$，则$P(X=0,Y=1)=$__________.

4. 设X与Y独立，X服从参数为 1 的指数分布，Y服从$(0,1)$上的均匀分布，则$E(X^2Y^2)=$__________.

5. 设总体X服从参数为λ的泊松分布，X_1,X_2是X的简单随机样本，$\bar{X},S^2$分别是样本均值和样本方差，则$P(X_1=1|\bar{X}=1)=$__________，$E(\bar{X}^2)=$__________，$E(S^2)=$__________.

6. 为检验总体X的分布律$H_0:P(X=i)=\dfrac{i}{10}$，$i=1,2,3,4$是否成立，从总体中抽取容量为 100 的简单随机样本，统计结果为“1”“2”“3”“4”分别观测到 16、18、25、41 次。采用拟合优度检验，则检验统计量的值为__________，假设检验统计量的值在 6.3，在显著水平$\alpha=0.05$下是否拒绝原假设并说明理由.
答：____________________.

二、（10 分）设某地区居民患有某种疾病的概率为 0.001，用于疾病检测的方法存在误判，设患病者检测结果呈阳性的概率为 0.95，未患病者检测为阳性的概率为 0.002.若在该地区随机选一人进行检测，结果呈阳性，求他的确患病的概率；若对他独立进行两次检测，且假设两次检测都处于相同的状态，如果结果都是阳性，求他患病的概率。（保留 3 位小数）

三、（14 分）设 (X,Y) 的联合密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3y}{2}, 0<y<2x<2\\ 0, \quad 其他\end{cases}$

（1）求 $P\left(\max(X,Y)<1\right)$；

（2）分别求 X,Y 的边际密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$；

（3）求 $P\left(Y>\dfrac{1}{2}\middle| X=\dfrac{1}{2}\right)$；

（4）判断 X 与 Y 是正相关，负相关，还是不相关？说明理由.

四、（15 分）设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\begin{cases} x^2, 0<x<1 \\ \dfrac{2}{3}, 1<x<2 \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$，对 X 独立重复观测 n 次，结果记为 $X_1,\cdots,X_n$.

（1）求 X 的分布函数 $F(x)$；

（2）若 $Y=\min\{X,1\}$，求 Y 的分布函数 $F_Y(y)$；

（3）当 $n\to+\infty$ 时，$\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 依概率收敛到何值?

（4）若 $n=450$，Z 表示 450 次观测中 $\{X_i<1\}$ 出现的次数，求 $P(Z>160)$ 的近似值.

五、（10 分）为了解某县粮食产量情况，随机调查该县 64 个乡当年的粮食产量，得到样本均值为 1120 吨，样本方差 108900，设乡粮食产量（单位：吨）$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 未知.

（1）在显著水平 0.05 下检验假设 $H_0:\mu\le 1000, H_1:\mu>1000$，并计算相应的 $P\_$ 值；

（2）求 σ 的置信度为 90％的双侧置信区间.（保留 1 位小数）

六、（15 分）设总体 X 的分布律为 $P(X=0)=1-p$，$P(X=1)=\frac{p}{2}$，$P(X=2)=\frac{p}{3}$，$P(X=3)=\frac{p}{6}$，其中 $p\in(0,1)$ 是未知参数，$X_1,\cdots,X_n$ 是总体 X 的简单随机样本，设其中“0”“1”“2”“3”出现的次数分别为 n_0,n_1,n_2,n_3.

（1）求 p 的矩估计量 $\hat{p}_1$，并判断其是否为 p 的无偏估计，说明理由；

（2）求 p 的极大似然估计量 $\hat{p}_2$，并判断其是否为 p 的无偏估计，说明理由；

（3）分别计算这两个估计量的方差，并比较哪个更小.

浙江大学 2019－2020 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学科学学院

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带无存储功能计算器入场

考试日期：2020 年 1 月 15 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据：$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$，$z_{0.05}=1.645$，$z_{0.025}=1.96$，$n\ge 50, t_\alpha(n)\approx z_\alpha$，$F_{0.025}(99,99)=1.49$，

$F_{0.05}(99,99)=1.39$，$F_{0.1}(99,99)=1.30$，$\chi^2_{0.05}(4)=9.49$，$\chi^2_{0.05}(3)=7.82$

一、填空题（每空 3 分，共 36 分）

1. 设 A,B 为两个随机事件，已知 $P(A)=0.45$，$P(A|B)=P(\overline{A}|\overline{B})=0.6$，则 A 与 B 是否独立？答：______；

$P(B)=$________________.

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，$X\sim B(1,0.5)$，$Y\sim B(2,0.5)$，则 $Var(2X-Y)=$________________，

$E[\min(X,Y)]=$________________.

3. （1）设 X 服从参数 $\lambda=3$ 的泊松分布，则 $P(|X-3|\ge 2)=$________________；

（2）设 Y 的数学期望和方差均为 3，用切比雪夫不等式估计 $P(|Y-3|\ge 2)$ 的上界为____________.

4. 设 (X,Y) 在上半单位圆 $D=\{(x,y):x^2+y^2<1, y>0\}$ 服从均匀分布，则在 D 上概率密度函数

$f(x,y)=$________________.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,1)$，$X_1,\cdots,X_{16}$ 是 X 的简单随机样本，$\overline{Y_1}=(X_1+\cdots+X_4)/4$，$\overline{Y_2}=(X_5+\cdots+X_{16})/12$，

则 $P(|\overline{Y_1}-\mu|<1)=$________________；$3(\overline{Y_1}-\overline{Y_2})^2\sim$________________分布（写出参数），

$Var\left[\sum_{i=1}^{4}(X_i-\overline{Y_1})^2+\sum_{i=5}^{16}(X_i-\overline{Y_2})^2\right]=$________________.

6. 为检验总体 X 的分布律 $H_0: P(X=i)=\frac{i+1}{20}, i=1,2,3,4,5$ 是否成立，从总体中抽取容量为 100 的简单随机样本，观测结果为“1”观测到 5 次，“2”观测到 17 次，“3”观测到 19 次，“4”观测到 28 次，“5”观测到 31 次. 采用拟合优度检验，则检验统计量的值为________________，在 $\alpha=0.05$ 下是否拒绝原假设？说明理由：______________.

二、（15 分）设 (X,Y) 的联合密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}0.75, & y^2<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

（1）分别求 X,Y 的边际密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$；

（2）求 $P(Y>0.1 | X=0.25)$；

（3）判断 X 与 Y 是否相关？说明理由；

（4）令 $Z=\begin{cases}0, & 0\le Y<\sqrt{X}<1\\ 1, & \text{其他}\end{cases}$，判断 X 与 Z 是否独立？说明理由.

三、（9 分）设 X 与 Y 服从相同的 $0-1$ 分布， $P\left(X=1\right)=p$.

（1）若 X 与 Y 独立，求 $\left(X,Y\right)$ 的联合分布律；

（2）若 X 与 Y 的相关系数为 0.5 ，求 $\left(X,Y\right)$ 的联合分布律.

四、（15 分）设随机变量 X 的概率密度函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{9}, & 0<x<3\\ 0, & 其他\end{cases}$ ，对 X 独立重复观测 n 次，结果记为 $X_1,\cdots,X_n$.

（1）求 X 的分布函数 $F\left(x\right)$ ；

（2）若 $Y=X^2$ ，求 Y 的概率密度函数 $f_Y\left(y\right)$ ；

（3）当 $n\to+\infty$ 时， $\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^{-2}e^{-X_i}$ 依概率收敛到何值？

（4）求 $\dfrac{1}{81}\sum_{i=1}^{81}X_i^3$ 的近似分布，并写出该分布的概率密度函数 $g\left(z\right)$.

五、（10 分）为了解某市两所高校学生的消费情况，在两所高校各随机调查 100 人，调查结果为甲校学生月平均消费 2583 元，样本方差 882669，乙校学生月平均消费 2439 元，样本方差 678976，设甲校学生月平均消费额 $X \sim N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$，乙校学生月平均消费额 $Y \sim N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$，$\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2$ 未知，两个样本独立.

（1）在显著水平 0.05 下检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，并计算相应的 $P\_$ 值；

（2）若 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$，求 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 95％的双侧置信区间.（保留 1 位小数）

六、（15 分）设总体 X 的概率密度函数 $f\left(x;\theta,\lambda\right)=\begin{cases}\dfrac{\lambda\left(\theta-x\right)^{\lambda-1}}{\theta^{\lambda}},0<x\leq\theta \\ 0, \quad 其他\end{cases}$，$\theta>0$，$\lambda>0$. $X_1,\cdots,X_n$ 是总体 X 的简单随机样本.

（1）$\lambda=2$，θ 为未知参数，求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$，并判断其是否为 θ 的无偏估计，说明理由；

（2）$\theta=2$，λ 为未知参数，求 λ 的极大似然估计量 $\hat{\lambda}$，并判断其是否为 λ 的相合估计，说明理由.

浙江大学 2018－2019 学年 春夏 学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学科学学院

考试试卷：A 卷 √、B 卷（请在选定项上打 √）

考试形式：闭 √、开卷（请在选定项上打 √），允许带 无存储功能计算器 入场

考试日期：2019 年 6 月 29 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据： $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2)=0.9772$，$t_{0.05}(15)=1.75$，$t_{0.025}(15)=2.13$，$t_{0.005}(15)=2.95$，$t_{0.05}(25)=1.71$，$t_{0.025}(25)=2.06$，$\chi^2_{0.05}(3)=7.82$，$\chi^2_{0.05}(1)=3.84$

一、填空题（每空 3 分，共 33 分）

1. 设 A,B,C 为三个随机事件，已知 A 发生时 B 必定发生，$P(A)=0.3$，$P(B)=0.4$，$P(A|C)=0.4$，$P(B|C)=0.5$，$P(C)=0.6$，则 $P(C|A)=$__________；$P(A\cup B\cup C)=$__________.

2. 设 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$\lambda>0$，（1）若 $P(X\le 1)=3e^{-2}$，则 $\lambda=$__________；（2）若 $E(X^2)=2Var(X)$，则 $\lambda=$__________.

3. 设 X 服从参数为 $\lambda=2$ 的指数分布，则 $P(X\le 3\,|\,X>1)=$__________，对 X 独立重复观察 n 次，记结果为 $X_1,\cdots,X_n$，当 $n\to+\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\xrightarrow{P}$__________.

4. 游客喜欢向景区的一个景观投币，假设游客独立投掷 10000 次，投中率为 0.1，设 X 表示投中的次数，则 X 服从__________分布（写出参数），$P(X>970)\approx$__________.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,\cdots,X_6$ 是 X 的简单随机样本，$\overline{Y_1}=\frac{X_1+X_2}{2}$，$\overline{Y_2}=\frac{X_3+\cdots+X_6}{4}$，若 $c\left[\left(X_1-\overline{Y_1}\right)^2+\left(X_2-\overline{Y_1}\right)^2\right]/\left[\left(X_3-\overline{Y_2}\right)^2+\cdots+\left(X_6-\overline{Y_2}\right)^2\right]\sim F(1,3)$，则 $c=$__________；$P\left(\left|\overline{Y_1}-\overline{Y_2}\right|<\sqrt{3}\sigma\right)=$__________；$Var\left[\left(X_1-\overline{Y_1}\right)^2+\left(X_2-\overline{Y_1}\right)^2\right]=$__________.

二、（15 分）某种产品的价格 X（单位：百元）具有概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}0.3, 1\le x\le 2\\ 0.5, 2<x\le 3\\ 0.4, 3<x\le 3.5\\ 0,\ \text{其他}\end{cases}$，小王要购买该产品，当价格 X 在 $[1,1.5)$ 时他购买的概率为 0.3，价格 X 在 $[1.5,2]$ 时他购买的概率为 0.5，价格 X 在 $(2,2.5]$ 时他购买的概率是 0.6，价格 X 在 $(2.5,3]$ 时他购买的概率为 0.4，价格 X 在 $(3,3.5]$ 时他购买的概率为 0.2. 求：

（1）价格 X 在 $[1.5,2.5]$ 的概率；

（2）价格 X 的分布函数 $F(x)$；

（3）已知小王购买了该产品，求其购买价格在 $[1.5,2.5]$ 的概率.

三、（15 分）设 (X,Y) 的密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}8xy, 0<x<y<1\\ 0,\ \text{其他}\end{cases}$，求：

（1）分布函数值 $F(0.5,0.5)$；

（2）Y 的边际密度函数 $f_Y(y)$；

（3）$P(X<0.4\,|\,Y=0.8)$；

（4）$Z=X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$.

四、（12 分）设 X 的分布律为 $P\left(X=0\right)=a$，$P\left(X=1\right)=0.6-a$，$P\left(X=2\right)=0.4$，$0<a<0.6$.

（1）已知 Y 服从 $0-1$ 分布，$P\left(X=0,Y=1\right)=P\left(X=2,Y=1\right)=0.08$，$P\left(X=1,Y=1\right)=b$，$0\le b\le 0.6-a$.

若 X 与 Y 不相关且不独立，求 a 的值及 b 的范围；

（2）对 X 独立重复观察 n 次，得到简单随机样本 $X_1,\cdots,X_n$，$\overline{X}$ 是样本均值，求 a 的估计量 $\hat{a}$，判断其是否为 a 的无偏估计，说明理由.

五、（10 分）为调查某减肥药的疗效，随机选择 16 位服药一个疗程的使用者，记录他们的减肥重量 X（单位：公斤），假设 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，已测得样本均值 $\overline{x}=1.18$，样本标准差 $s=1.6$.

（1）对于假设：$H_0:\mu\le 0,H_1:\mu>0$，求 $P\_$ 值并进行检验（取 $\alpha=0.05$）；

（2）现有对照组 11 人，服用安慰剂，记录他们的减肥重量 Y（单位：公斤），假设 $Y\sim N\left(\mu_Y,\sigma^2\right)$，测得样本均值 $\overline{y}=0.02$，样本标准差 $s_Y=0.9$，求 $\mu-\mu_Y$ 的置信度为 95% 的双侧置信区间.（保留两位小数）

六、（15 **分**）设总体 X 的分布律为 $P(X=0)=a$，$P(X=1)=b$，$P(X=2)=a+b$，$P(X=3)=1-2(a+b)$.

未知参数 $a>0$，$b>0$，$a+b<0.5$，$X_1,\cdots,X_{400}$ 是总体 X 的简单随机样本，其中 0，1，2，3 分别出现 60，100，140，100 次.

（1）求 a,b 的极大似然估计值；

（2）在显著水平 0.05 下，用 χ^2 拟合优度检验法检验假设 $H_0:a=0.15$，$b=0.25$.

浙江大学 2018－2019 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学科学学院

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带无存储功能计算器入场

考试日期：2019 年 6 月 29 日,考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据： $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2)=0.9772$，$t_{0.05}(15)=1.75$，$t_{0.025}(15)=2.13$，$t_{0.01}(15)=2.60$，$t_{0.05}(25)=1.71$，$t_{0.025}(25)=2.06$，$\chi^2_{0.05}(5)=11.1$，$\chi^2_{0.05}(4)=9.49$

一、填空题（每空 3 分，共 33 分）

1. 某小区有 a 个人申请小区停车位（$a\ge 3$），而小区的停车位只有 b 个（$0<b\le a-2$）。管理者决定采用随机抽签方法确定停车位使用权。则排在第 3 位的抽签者抽中停车位的概率为________；前三个人中恰好有一人抽中停车位的概率为________.

2. 设 X 服从参数为 2 的泊松分布，则 $P\left(X\le E(X)\right)=$________；现对 X 独立重复观察 200 次，结果记为 $X_1,\cdots,X_{200}$，则 $P\left(X_1=0\,|\,X_1+X_2\ge 1\right)=$________，$P\left(\sum_{i=1}^{200}X_i>380\right)\approx$________.

3. 设 (X,Y) 在区域 $\{(x,y):0\le x\le 1,0\le y\le 1\}$ 上均匀分布，则 $P\left(X^2+Y^2\le 1\right)=$________.

4. 设 $(X,Y)\sim N(1,2,4,1,-0.8)$，则 $Var(X-2Y-1)=$________；当 $a=$________时，$X+Y$ 与 $aX-Y$ 相互独立.

5. 设总体 X 的分布律为 $P(X=-1)=\frac{\theta}{3}$，$P(X=0)=\frac{2\theta}{3}$，$P(X=1)=\frac{2(1-\theta)}{3}$，$P(X=2)=\frac{1-\theta}{3}$，未知参数 $\theta\in(0,1)$，$X_1,\cdots,X_n$ 是 X 的简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，则 $E(X)=$________，θ 的矩估计量 $\hat{\theta}=$________；当 $n\to+\infty$ 时，$\left(\overline{X}-\frac{4}{3}\right)^2\xrightarrow{P}$________.

二、（15 分）将一枚硬币独立抛 2 次，X 表示正面朝上的次数；Y 服从 $(0,2)$ 区间上的均匀分布，设 X 与 Y 相互独立，$M=\max(X,Y)$，$Z=X+Y$，分别求 X,Y,M,Z 的分布函数

三、（15 分）设 (X,Y) 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3x}{2}, & |y|<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

（1）求 $P(X+Y\le 1)$；

（2）求条件概率密度函数 $f_{X|Y}(x\mid y)$ 和 $P(X>0.5\mid Y=0)$；

（3）判断 X 与 Y 是否相关？说明理由.

四、（10 分）为验证某汽车厂生产的汽车平均每公升汽油行驶里程是否达到 15km 以上，随机选取 16 辆车，记录下每辆车每公升汽油行驶的千米数，得到样本均值 $\bar{x}=14.22$，样本方差 $s^2=1.2^2$，假设数据来自正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$。

（1）对于假设 $H_0:\mu\geq 15, H_1:\mu<15$，求 P_- 值并进行检验（取 $\alpha=0.05$）；

（2）现有另一汽车厂生产的同类型汽车，其每公升汽油行驶的千米数 $Y\sim N\left(\mu_Y,\sigma^2\right)$，随机选取该类型汽车 11 辆车，测得样本均值 $\overline{y}=14.97$，样本方差 $s_y^2=1.4^2$，求 $\mu-\mu_Y$ 的置信度为 95％的双侧置信区间。（保留两位小数）

五、（12 分）设总体 $X\sim N(\theta,\theta)$，未知参数 $\theta\in\left(0,\frac{1}{4}\right)$，从总体中抽取容量为 $n(n>2)$ 的简单随机样本 $X_1,\cdots,X_n$，$\overline{X}$ 和 S^2 分别是样本均值和样本方差，记 $T_k=k\overline{X}+(1-k)S^2$.

（1）判断 T_k 是否为 θ 的无偏估计量？说明理由；

（2）求 $Var\left(T_k\right)$，并比较 T_0 与 T_1 哪个更有效？说明理由.

六、（15 分）设总体 X 的概率密度函数 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{2x}{\theta^2}, & 0<x\le\theta\\ 0, & 其他\end{cases}$，未知参数 $\theta>0$，$X_1,\cdots,X_{400}$ 是总体 X 的简单随机样本，求 θ 的极大似然估计；若已知 400 个观察值中最小值为 0.48，最大值为 3.92，平均值为 2.72，数据统计如下：

X 取值	$(0,0.98]$	$(0.98,1.96]$	$(1.96,2.45]$	$(2.45,2.94]$	$(2.94,3.43]$	$\{x>3.43\}$
频数	30	62	48	77	85	98

请在显著水平 0.05 下，用 χ^2 拟合优度检验法检验假设 $H_0: X$ 的概率密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{2x}{\theta^2}, & 0<x\le\theta\\ 0, & 其他\end{cases}$$

浙江大学 2017－2018 学年春夏学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号： 061B9090 ，开课学院： 数学科学学院

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带 无存储功能计算器 入场

考试日期： 2018 年 7 月 7 日,考试时间： 120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据：$\Phi(1)=0.84$，$\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2)=0.98$，$t_{0.05}(15)=1.75$，$t_{0.025}(15)=2.13$，

$\chi^2_{0.05}(15)=25.0$，$\chi^2_{0.025}(15)=27.5$，$\chi^2_{0.975}(15)=6.26$，$\chi^2_{0.95}(15)=7.26$，$\chi^2_{0.05}(5)=11.07$，$\chi^2_{0.05}(4)=9.49$

一、填空题（每空 3 分，共 33 分）

1. 一个教室里有 6 名一年级女生，8 名一年级男生，9 名二年级女生，a 名二年级男生，从该教室内随机选一名学生，若已知选到的是一名一年级学生，则他是男生的概率为__________；若选到学生的性别与年级相互独立，则 $a=$__________.

2. 设 $X\sim U(1,c)$（均匀分布），$E(X)=2$，则 $c=$______，$Var(X)=$__________.

3. 设 (X,Y) 服从正态分布，$X\sim N(2,1)$，$Y\sim N(1,4)$，X 与 Y 的相关系数为 0.75,则 $P(X>Y+1)=$______，$X+Y$ 与 $X-Y$ 的相关系数为__________.

4. 设 $X_1,\cdots,X_n\ (n>2)$ 相互独立，均服从参数 $\lambda=0.5$ 的指数分布，则 $P(\min(X_1,X_2)\le 1)=$__________，当 $n\to+\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}e^{-2X_i}\xrightarrow{P}$__________；若 $n=180$，则 $P\left(\sum_{i=1}^{180}e^{-X_i}>52\right)\approx$__________.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,\cdots,X_{16}$ 是总体 X 的简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值.（1）若 $\mu=0$，用 $T=16\left(\overline{X}\right)^2$ 估计 σ^2 则均方误差 $Mse(T)=$__________；（2）若 μ,σ^2 均未知，计算得 $\bar{x}=5.8$，$\sum_{i=1}^{16}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=6.26$，则 μ 的置信度为 95％的置信区间为____________________（数据保留 3 位小数），为检验假设 $H_0:\sigma^2\ge 1,H_1:\sigma^2<1$，$P_=$__________，若显著水平 $\alpha=0.05$，应该拒绝还是接受原假设？答：__________.

二、(12 分)小王喜欢玩某款一对一对战游戏，该游戏会根据玩家自身的等级分随机匹配等级分相近的玩家。假设在一局中小王遇到等级分高于，等于，低于自己的玩家的概率分别为 0.4，0.2，0.4，遇到等级分高的玩家，小王胜，平，负的概率分别 0.3，0.3，0.4，遇到等级分相同的玩家，小王胜，平，负的概率分别 0.4，0.4，0.2，遇到等级分高的玩家，小王胜，平，负的概率分别 0.5，0.3，0.2.

（1）求在一局中小王胜的概率；

（2）若已知小王胜了一局，求此局对手是等级分高的玩家的概率；

（3）若小王独立玩了 5 局，问他恰好胜 2 局的概率是多少？第 5 局是第 2 次胜的概率又是多少？

三、（12 分）设(X,Y)的联合分布律如下表所示. 已知$E(X)=0.6$，$E(Y)=0$.

$X\backslash Y$	-1	0	1
0	0.1	a_2	a_3
1	a_4	a_5	a_6

（1）若$a_6=0.1$，且X与Y不相关，求(X,Y)的联合分布律；

（2）若X与Y相互独立，求(X,Y)的联合分布律.

四、（13 分）设(X,Y)的联合概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}4x, & 0<y<x^2, 0<x<1, \\ 0, & 其他\end{cases}$.

（1）求(X,Y)的联合分布函数值$F(0.5,0.5)$；

（2）分别求X与Y的边际概率密度函数$f_X(x)$和$f_Y(y)$，并判断X与Y是否相互独立；

（3）求$Cov(X,Y)$，并判断X与Y是否相关.

五、（8 分）设总体X取值在区间$(0,1)$，对总体进行 128 次观察，数据统计如下：

X的取值	$(0,0.25]$	$(0.25,0.5]$	$(0.5,0.625]$	$(0.625,0.75]$	$(0.75,0.875]$	$(0.875,1)$
频数	6	28	20	26	24	24

在显著水平$\alpha=0.05$下，用χ^2拟合优度法检验假设$H_0: X$的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}2x, 0<x<1 \\ 0, & 其他\end{cases}$

六、（16 分）设总体 X 的概率密度函数 $f(x;\lambda,\theta)=\begin{cases}\dfrac{\lambda x^{\lambda-1}}{\theta^{\lambda}}, 0<x<\theta \\ 0, \quad \text{其他}\end{cases}$，未知参数 $\lambda>1$，$\theta>0$，$X_1,\cdots,X_n$ 是总体 X 的简单随机样本.

（1）若 $\lambda=2$，求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$，并判断 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计量，说明理由；

（2）若 $\theta=2$，求 λ 的极大似然估计量 $\hat{\lambda}$，并判断 $\hat{\lambda}$ 是否为 λ 的相合估计量，说明理由.

浙江大学 2017－2018 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学科学学院

考试试卷：A 卷 √、B 卷（请在选定项上打 √）

考试形式：闭 √、开卷（请在选定项上打 √），允许带 无存储功能计算器 入场

考试日期：2018 年 1 月 19 日,考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据： $\Phi(0.41)=0.66$，$\Phi(0.5)=0.69$，$\Phi(0.69)=0.75$，$\Phi(0.94)=0.83$，$\Phi(1)=0.84$，$\Phi(1.96)=0.975$，$t_{0.05}(15)=1.75$，$t_{0.025}(15)=2.13$，$\chi^2_{0.05}(15)=25.0$，$\chi^2_{0.01}(15)=30.6$，$\chi^2_{0.05}(5)=11.07$，$\chi^2_{0.05}(4)=9.49$

一、填空题（每空 3 分，共 33 分，分布要求写出参数）

1. 设 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}2c, & -1<x<0\\ c, & 2<x<4\\ 0, & 其他\end{cases}$，则 $c=$________，$P(|X|\le 3)=$________；设 $Y=X^2$，则当 $0\le y\le 1$ 时，分布函数 $F_Y(y)=$________.

2. 设 X 服从参数为 $\lambda\ (\lambda>0)$ 的指数分布，则 $P\left(X>\frac{1}{\lambda}+\lambda \mid X>\lambda\right)=$________.

3. 设 (X,Y) 在以 $(-1,0)$，$(0,2)$，$(1,0)$ 为顶点的三角形区域内均匀分布，则当 $-1<x<0$ 时，X 的边际密度函数 $f_X(x)=$__________.

4. 设 X 服从参数为 0.5 的泊松分布，则 X 的分布函数值 $F(2)=$_______，$Var(1-2X)=$_______. 对 X 独立重复观察 n 次，结果记为 $X_1,\cdots,X_n$，以 Y_n 表示 $\{X_i\le 2\}$，$i=1,\cdots,n$ 出现的次数，则当 $n\to\infty$ 时，$\frac{Y_n}{n}\xrightarrow{P}$______；若 $n=200$，则 $P\left(\sum_{i=1}^{200}X_i>90\right)\approx$________.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 均未知，$X_1,\cdots,X_{16}$ 是总体 X 的简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，则

$\dfrac{240\left(\overline{X}-\mu\right)^2}{\sum\limits_{i=1}^{16}\left(X_i-\overline{X}\right)^2}\sim$ ________分布，若计算得 $\bar{x}=1.8$， $\sum\limits_{i=1}^{16}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=30.6$，则 μ 的置信度为 95% 的置信区间为________，为检验假设 $H_0:\sigma^2\le 1, H_1:\sigma^2>1$， $P\_=$ _______，若显著水平 $\alpha=0.05$，应该拒绝还是接受原假设？答：______________________.

二、（12 分）在超市一商品在销售时可能会打折促销，设该商品打折的概率是 0.4，在商品打折期间，小王购买该商品 0 件，1 件，2 件的概率分别为 0.1，0.4，0.5；在商品未打折期间，小王购买该商品 0 件，1 件，2 件的概率分别为 0.7，0.2，0.1. 某天小王去超市，设他购买该商品的件数为 X，求 X 的分布律；若他已经购买了该商品，求那天该商品打折的概率.

三、（12 分）设 (X,Y) 的联合分布律和边际分布律如下表所示. 已知 $b_1=b_2$， $E(XY)=1.3$.

$X\backslash Y$	0	1	2	$P(X=i)$
1	a_1	b_1	c_1	0.5
2	a_2	b_2	c_2	0.5
$P(Y=j)$	0.4	0.4	0.2	

（1）求 (X,Y) 的联合分布律；

（2）判断 X 和 Y 是正相关，负相关，还是不相关，说明理由；

（3）判断 X 和 Y 是否独立，说明理由.

四、（13 分）超市中有两种商品，它们的销售量之间存在相关性，设商品甲月销售件数（单位：千件）$X \sim N\left(3, 0.8^2\right)$，商品乙月销售件数（单位：千件）$Y \sim N\left(2, 0.6^2\right)$，且$(X, Y)$服从正态分布，相关系数$\rho = 0.5$. 求：

（1）商品甲的月销售量在$2.2 \sim 3.8$千件之间的概率；

（2）商品甲和乙的月销售总量超过 5.5 千件的概率；

（3）商品甲月销售量超过商品乙月销售量 2 倍的概率.

五、（11 分）设总体X的概率密度函数$f(x;\lambda) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$，未知参数$\lambda > 0$，$X_1, \cdots, X_n$为$X$的简单随机样本，求$\lambda$的矩估计量$\hat{\lambda}$，并判断$\hat{\lambda}$是否为$\lambda$的相合估计量，说明理由.

六、（13 分）设总体 X 取值 0，1，2，3，4，5，对总体进行 100 次观察，其中 0，1，2，3，4，5 分别观察到 11，18，19，21，16，15 次.

（1）若总体的分布律如下表所示，未知参数 $p \in (0,1)$，求参数 p 的极大似然估计值 $\hat{p}$；

X	0	1	2	3	4	5
概率	$0.25p$	$0.5p(1-p)$	$0.5p(1-p)$	$(1-p)^2$	$0.5p$	$0.25p$

（2）在显著水平 0.05 下，用 χ^2 拟合优度检验法检验假设：$H_0 : X$ 的分布律如上表所示.

浙江大学 2016－2017 学年春夏学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学科学学院

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带 无存储功能计算器 入场

考试日期：2017 年 6 月 29 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据： $\Phi(1.33)=0.91$，$\Phi(1.51)=0.93$，$\Phi(1)=0.84$，$\Phi(1.96)=0.975$，$t_{0.05}(15)=1.75$，

$t_{0.025}(15)=2.13$，$\chi^2_{0.05}(15)=25.0$，$\chi^2_{0.01}(15)=30.6$，$\chi^2_{0.05}(3)=7.82$，$\chi^2_{0.05}(2)=5.99$

一、填空题（每空 3 分，共 39 分，分布要求写出参数）

1. 对事件 A,B，$P(A)=0.4$，$P(B)=1$，$P(B|A)=1$，则 $P(AB)=$______，$P(A|\bar{B})=$______.

2. 小李就餐以 0.8 的概率选择学校食堂，以 0.2 的概率选择叫外卖，设食堂食物卫生合格率为 a，外卖食物卫生合格率为 b，则小李就餐食物卫生合格率为______.

3. 设随机变量 X,Y 相互独立，均服从参数为 1 的指数分布，则 $P(X>3|X>2)=$______，$P(\min(X,Y)\le 1)=$______，$D(XY)=$______.

4. 设 X,Y 相互独立，均服从区间 $(0,1)$ 的均匀分布，则 $P(X>0.5|X+Y>1)=$______；令 $Z_1=X+Y$，$Z_2=X-Y$，则 Z_1 与 Z_2 相关吗？说明理由. 答：______.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 未知，$X_1,\cdots,X_{16}$ 为来自 X 的简单随机样本，$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值与样本方差，则 $P\left(\dfrac{X_1+X_2}{2}-\overline{X}>\sigma\right)=$______；若 $a\left(\overline{X}-\mu\right)^2/S^2\sim F(1,15)$，则 $a=$______；设 μ 的置信水平为 95% 的双侧置信区间的平均长度为 $bE(S)$，则 $b=$______；若样本方差 $s^2=2.04$，则假设 $H_0:\sigma\le 1,H_1:\sigma>1$ 的 $P\_$ 值为______，在显著水平 $\alpha=0.05$ 下应该拒绝还是接受原假设？答：______.

二、（15 分）设 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases} cx, 0<x<2 \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$，令 $Y_1=\begin{cases} 1, X>1 \\ 0, X\le 1 \end{cases}$，$Y_2=\begin{cases} 1, X\le 1.5 \\ 0, X>1.5 \end{cases}$，若对 X 独立重复观察 72 次，结果记为 $X_1,\cdots,X_{72}$. 求：

（1）c 的值，$E(X)$，$D(X)$；

（2）(Y_1,Y_2) 的联合分布律；

（3）$P\left(\frac{1}{72}\sum_{i=1}^{72}X_i>\frac{25}{18}\right)$ 的近似值.

三、（15 分）设 (X,Y) 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} y, \quad 0<x<1, 0<y<1 \\ 0.5, 1\le x<2, 1\le y<2 \\ 0, \qquad 其他 \end{cases}$，$F(x,y)$ 是 (X,Y) 的分布函数.

（1）求 $F(1.5,0.5)$；

（2）分别求 X 与 Y 的边际密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$，并判断 X 与 Y 是否相互独立，说明理由；

（3）求 $P(Y>0.5 \mid X=0.3)$.

四、（12 分）设总体 $X \sim N\left(\sigma,\sigma^2\right)$，$\sigma>0$ 未知，概率密度函数 $f\left(x;\sigma\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\sigma)^2}{2\sigma^2}}$，$-\infty<x<\infty$，$X_1,\cdots,X_n$ 为来自 X 的简单随机样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$A_2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$.

（1）利用一阶矩求 σ 的矩估计量，并判断其是否为 σ 的相合估计量，说明理由；

（2）求 σ 的极大似然估计量.

五、（10 分）一盒中有红球和白球共 10 个球，但不知道红球的个数，为检验红球个数 $a=4$ 是否成立，采用不放回抽样取 3 个球作为一次实验，这样的试验独立重复进行 180 次，结果：有 26 次没有取到红球，有 93 次取到 1 个红球，有 52 次取到 2 个红球，有 9 次取到 3 个红球，设 X 表示一次试验中取到的红球数.

（1）若 $a=4$，求 X 的分布律；

（2）在 $\alpha=0.05$ 下用 χ^2 拟合优度检验法检验假设 $H_0:a=4$

六、（9 分）总体 X 的密度函数 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{2x}{\theta^2},0<x<\theta\\ 0, \quad 其他\end{cases}$，$\theta>0$ 未知，X_1,X_2,X_3 是 X 的简单随机样本，设 $T=aX_1+bX_2+cX_3$，其中 a,b,c 是实数.

（1）求 T 是 θ 的无偏估计的充分必要条件；

（2）问 a,b,c 取什么值时，T 是 θ 的有效估计量？说明理由.

浙江大学 2016－2017 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学科学学院

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带 无存储功能计算器 入场

考试日期：2017 年 1 月 17 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据： $\Phi(0.47)=0.68$，$\Phi(0.63)=0.74$，$\Phi(1)=0.84$，$\Phi(1.96)=0.975$，$t_{0.05}(15)=1.75$，$t_{0.025}(15)=2.13$，$\chi^2_{0.05}(15)=25.00$，$\chi^2_{0.95}(15)=7.26$，$\chi^2_{0.05}(4)=9.49$，$\chi^2_{0.05}(5)=11.07$

一、填空题（每空 3 分，共 39 分，分布要求写出参数）

1. 设 A,B 是两个事件，$0<P(B)<1$，若 $P(A\mid B)=P(A\mid\bar{B})=0.3$，则 $P(A)=$______.

2. 设 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，则 $E(X^2)=$________，$D(X^2)=$________.

3. 某课程成绩（百分制）$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，设不低于 90 分的概率为 0.16，不超过 79 分的概率为 0.32，则 $\mu=$__________，$\sigma=$__________.（保留一位小数）

4. 设总体 $X\sim N(0,\sigma^2)$，σ^2 未知. $X_1,\cdots,X_6$ 为 X 的简单随机样本，则 $\dfrac{2(X_1^2+X_2^2)}{X_3^2+\cdots+X_6^2}\sim$__________分布. 对于估计 σ^2，则 $(X_1^2+X_2^2)/4$________（是/不是）σ^2 的无偏估计，$Mse\left((X_1^2+X_2^2)/4\right)=$__________.

5. 设 $(X,Y)\sim N(1,0,1,4,0.76)$，则 $P(X<Y-0.4)=$__________；当 $c=$________时，$cX-Y$ 与 $X-Y$ 相互独立.

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 未知，$X_1,\cdots,X_{16}$ 为来自 X 的简单随机样本，若样本均值 $\bar{x}=2.7$，样本标准差 $s=1.6$，则(1) σ^2 的置信水平为 90% 的双侧置信区间为______________；(2)假设 $H_0:\mu=2, H_1:\mu\neq 2$ 的 $P\_$ 值为________，在显著水平 $\alpha=0.05$ 下应该拒绝还是接受原假设？答：______________.

二、（9 分）设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从均值为 3 的指数分布，$Y \sim B\left(2,\frac{1}{3}\right)$，令 $Z = XY + 1 - Y$，

求：（1）$P(Z>3)$；（2）$E(Z)$.

三、（12 分）设 (X,Y) 的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} 6x, x>0, y>0, x+y<1 \\ 0, \quad\quad 其他 \end{cases}$.

（1）求 $P(2X+Y\le 1)$；

（2）分别求 X 与 Y 的边际密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；

（3）判断 X 与 Y 是否相互独立？说明理由.

四、（12 分）设 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} x/4, & 0<x<2 \\ 1/4, & 2\le x<4 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，$Y_i=\begin{cases} i, & X>i \\ 0, & X\le i \end{cases}$，$i=1,2$. 若对 X 独立重复观察 n 次，结果记为 $X_1,\cdots,X_n$. 求：

（1）X 的分布函数 $F(x)$；

（2）(Y_1,Y_2) 的联合分布律；

（3）当 $n\to\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-2)^2$ 依概率收敛到何值？

五、（10 分）某篮球运动员进行投篮训练，三分线外投 5 球算一组。设各次投篮是否命中相互独立，命中率为 $p(0<p<1)$. 为了解投篮命中率，他投篮 160 组，得到投篮数据如下表（X 表示命中次数），在 $\alpha=0.05$ 下用 χ^2 拟合优度检验法检验假设 $H_0:X\sim B(5,0.5)$.

命中次数 X	0	1	2	3	4	5
组数	6	27	42	54	28	3

六、（18 分）大学新生报到时，无家长陪同，1 位家长陪同，2 位家长陪同的概率分别为θ，$(1-\theta)/4$，$3(1-\theta)/4$（这里θ未知）. 现按简单随机抽样调查了 100 名新生，设新生中陪同的家长数是 0 位、1 位、2 位的人数分别是n_0,n_1,n_2，$n_0+n_1+n_2=100$. 设Y表示 100 个新生中无家长陪同的人数.

（1）求Y的分布律;

（2）求$P(Y\le 13)$的概率近似值;

（3）求θ的矩估计量和极大似然估计量;

（4）若$n_0=10$，$n_1=26$，$n_2=64$，求θ的矩估计值和极大似然估计值，以及$P(Y\le 13)$的极大似然估计近似值.

浙江大学 2015－2016 学年春夏学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号： 061B9090 ，开课学院： 数学科学学院

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带 无存储功能计算器 入场

考试日期： 2016 年 6 月 26 日,考试时间： 120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得分								
评卷人								

备用数据: $\Phi(1)=0.841$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2)=0.98$，$t_{0.1}(15)=1.34$， $t_{0.05}(15)=1.75$，$t_{0.039}(15)=1.896$，

$t_{0.025}(15)=2.13$， $\chi^2_{0.05}(15)=25$， $\chi^2_{0.95}(15)=7.26$， $\chi^2_{0.05}(4)=9.5$， $\chi^2_{0.05}(3)=7.8$， $F_{0.8}(8,7)=0.53$，

$F_{0.2}(7,8)=1.88$， $F_{0.025}(8,7)=4.90$， $F_{0.025}(7,8)=4.53$

一、填空题（每空 3 分，共 39 分，各分布要求写出参数）

1. 设 A,B,C 是三个事件，$P(A)=a$，$P(B)=b$，$P(C)=c$.（1）若 A,B,C 相互独立，则 $P\left(\bar{B}\cup\bar{C}\mid AB\right)=$______；

（2）若 $A\subset B$，且 B 与 C 不相容，则 $P\left(\bar{B}\cup\bar{C}\mid AB\right)=$______.

2. 设随机变量 $X\sim\pi(\lambda)$（泊松分布），已知 $D(2X-1)=4$，则 $P(X>2)=$__________.

3. 设 X 与 Y 服从相同的 $0-1$ 分布，$P(X=1)=p$，记 $P(X=1,Y=1)=a$，则 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$__________，

若 X 与 Y 不相关，则 $a=$____________.

4. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,\cdots,X_n$ 为来自 X 的简单随机样本，则当 $n\to\infty$ 时，$\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛

到______________；若 $aX_1^2+bX_1X_2$ 是 σ^2 的无偏估计，则 $(a,b)=$______________________；

$\sum\limits_{i=1}^{3}\left(X_i-\dfrac{X_1+X_2+X_3}{3}\right)^2\Big/\sum\limits_{i=4}^{5}\left(X_i-\mu\right)^2\sim$_____________分布.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 未知，$X_1,\cdots,X_{16}$ 为来自 X 的简单随机样本，若样本均值 $\bar{x}=5.098$，样本标准差 $s=1.200$，则（1）σ^2 的置信水平为95%的单侧置信上限为______________________；（2）假设

$H_0:\mu \geq 5.5, H_1:\mu < 5.5$ 的 P_- 值为________________.

二、（12 分）奶茶的制作方式有两种，先加奶后加茶，先加茶后加奶.某人通过品尝能够正确判断的概率为 0.7.设制作的奶茶先加奶的概率为 0.6.

（1）求他认为是先加奶的概率；

（2）设另有 1 人能正确判断的概率是 0.8，对于同一杯奶茶，若 2 人独立地都认为是先加奶，求这杯奶茶的确是先加奶的概率.

三、（10 分）发一个 10 元红包随机给 3 人，设第 1 份的金额数 X 在区间 $(0,10)$ 内均匀分布，在 $X=x$ 的条件下，第 2 份金额数 Y 在区间 $(0,10-x)$ 内均匀分布，求：

（1） $P(Y>2 \mid X=2)$；

（2） (X,Y) 的联合概率密度 $f(x,y)$；

（3） $P(X<Y)$

四、（15 分）设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ c\left[(x+1)^2-1\right], & 0\le x<2 \\ 1, & x\ge 2 \end{cases}$．若对 X 独立重复观察 n 次，结果记为 $X_1,\cdots,X_n$，设 Y_n 为 $\{X_i>1\}$ 出现的次数. 求：

（1）c 的值；

（2）$P(X>1)$ 的值；

（3）Y_3 的分布律；

（4）$P(Y_{240}>135)$ 的近似值.

五、（10 分）设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases} \dfrac{2x}{\theta}, 0<x\le\sqrt{\theta} \\ 0,\quad 其他 \end{cases}$，未知参数 $\theta>0$，来自总体的容量为 6 的样本观察值为 1.4，0.2，1.3，0.8，1.6，0.7. 分别求 θ 的矩估计值 $\hat{\theta}_1$ 和极大似然估计值 $\hat{\theta}_2$.

六、（10 分）设流水线A与B生产的袋装食品重量（单位：克）X,Y 分别服从正态分布 $X\sim N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$，$Y\sim N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$. 为比较两条流水线包装的袋装食品的重量是否存在差异，现从流水线A中抽取9袋食品，测得 $\bar{x}=185.3$，$s_1=4.75$，从流水线B中抽取8袋食品，测得 $\bar{y}=180.1$，$s_2=6.52$.

（1）在显著水平 0.05 下检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$；

（2）若认为 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$，在显著水平 0.05 下检验假设 $H_0:\mu_1=\mu_2,H_1:\mu_1\neq\mu_2$.

七、（10 分）测得某型号 100 个集成电路块的失效时间 X（单位：千小时），数据如下表，在显著水平 0.05 下检验假设 $H_0:X$ 服从均值为 1 的指数分布.

x 取值	$x\le 0.5$	$0.5<x\le 1$	$1<x\le 1.5$	$1.5<x\le 2$	$x>2$
频数	32	28	12	12	16

浙江大学 2015－2016 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学科学学院

考试试卷：A 卷 √、B 卷（请在选定项上打 √）

考试形式：闭 √、开卷（请在选定项上打 √），允许带无存储功能计算器入场

考试日期：2016 年 1 月 16 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据： $\Phi(0.17)=0.567$，$\Phi(0.5)=0.691$，$\Phi(1)=0.841$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2)=0.98$，

$t_{0.435}(8)=0.17$，$t_{0.315}(8)=0.5$，$t_{0.025}(8)=2.31$，$\chi^2_{0.025}(8)=17.5$，$\chi^2_{0.975}(8)=2.18$，$\chi^2_{0.05}(8)=15.5$，

$\chi^2_{0.95}(8)=2.73$

一、填空题（每空 3 分，共 39 分，分布要求写出参数）

1. 设 A 与 B 是两个事件，$P(A)=P(B)=0.4$，（1）若 A 与 B 独立，则 $P(B|A)+P(\bar{B}|\bar{A})=$__________；

（2）若 A 与 B 不相容，则 $P(B|A)+P(\bar{B}|\bar{A})=$__________.

2. 某公交车站单位时间内等车的人数 X 服从泊松分布 $\pi(\lambda)$，若 $E(X^2)=12$，则 $\lambda=$__________，若已知有人在等车，则至少有 2 人等车的概率为__________.

3. 某小店从开门到首个顾客到达所用的时间 X（单位：分钟）的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}0.1e^{-0.1x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，

则在开门后 10 分钟内首个顾客到达的概率为__________，若开门后 10 分钟内没有顾客到达，则在接下来的 10 分钟内仍没有顾客到达的概率为__________. 若对该小店独立观察 3 天，以 Y 表示“开门后 10 分钟内没有顾客到达”出现的天数，则 Y 的分布函数值 $F(2)=$__________.

4. 设总体 $X\sim N(0,4)$，$X_1,\cdots,X_{100}$ 为来自 X 的简单随机样本，则 $\sum_{i=1}^{100}|X_i|$ 近似服从____________分布，

$\sum_{i=1}^{60}X_i$ 与 $\sum_{i=51}^{100}|X_i|$ 的相关系数为__________，$\left(\sum_{i=1}^{50}X_i\right)^2\Big/\sum_{i=51}^{100}X_i^2\sim$__________分布.

5. 设总体$X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$，$\mu, \sigma^2$未知，$X_1, \cdots, X_9$为来自$X$的简单随机样本，若样本均值$\bar{x}=2.15$，样本标准差为$s=0.9$，则（1）$\sigma^2$的置信水平为 95％的双侧置信区间为__________________；（2）假设$H_0: \mu=2, H_1: \mu \neq 2$的$P_$值为____________.

三、（9 分）一学徒工在一台机床上加工 2 个零件，第 1 个零件合格的概率为 0.6；在第 1 个是合格品的条件下，第 2 个合格的概率为 0.8；在第 1 个不合格的条件下，第 2 个合格的概率是 0.5. X表示合格零件数，求X的分布律.

四、（15 分）设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}1-x, 0<x<1 \\ 0.5, \ 1 \leq x<2 \\ 0, \quad 其他\end{cases}$.

（1）求X的分布函数$F_X(x)$；

（2）求X的数学期望$E(X)$与方差$D(X)$；

（3）若对X独立观察 3 次，结果记为X_1, X_2, X_3，设$Y=\max\left\{X_1, X_2, X_3\right\}$，求$Y$的概率密度$f_Y(y)$.

五、（10 分）设随机变量(X,Y)服从二元正态分布，$X\sim N(2,4)$，$Y\sim N(1,2)$，相关系数$\rho=-\frac{\sqrt{2}}{4}$，设$Z=X+Y$，求：

（1）$P(X>4)$；

（2）Z的概率密度$f_Z(z)$；

（3）判断X与$X+4Y$是否相互独立？说明理由.

六、（14 分）设总体 X 的分布律如下表，其中 $0<\theta<1$ 为未知参数.

X	0	1	3	6
概率	$\dfrac{\theta}{2}$	$\dfrac{\theta}{2}$	$\dfrac{2(1-\theta)}{3}$	$\dfrac{1-\theta}{3}$

（1）$X_1,\cdots,X_n$ 为来自 X 的简单随机样本，求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$，并判断其是否为无偏估计量，是否为相合估计量，说明理由；

（2）对总体 X 进行 16 次观察，样本值为：0，1，3，6 分别出现 2 次，5 次，7 次，2 次，求 θ 的极大似然估计值 $\hat{\theta}_2$.

浙江大学 2014－2015 学年春夏学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学系

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带 无存储功能计算器 入场

考试日期：2015 年 7 月 8 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据： $\Phi(1)=0.84$，$\Phi(1.64)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2)=0.98$，$\Phi(3.36)=0.9996$，$t_{0.025}(8)=2.31$，$t_{0.005}(8)=3.36$，$\chi^2_{0.05}(2)=5.991$，$\chi^2_{0.05}(3)=7.815$，$F_{0.05}(2,22)=3.44$，$F_{0.05}(3,22)=3.05$，$F_{0.05}(2,6)=5.14$.

一、填空题（每空 3 分，共 39 分，分布要求写出参数）

1. 设随机事件 A,B,C 相互独立，$P(A)=P(B)=P(C)=x$，（1）若 $x=0.4$，则 $P(A-B)=$ ________；

（2）若 $P(A\cup B\cup C)=0.973$，则 $x=$ ________.

2. 某公交车站单位时间等车的人数 X 服从泊松分布 $\pi(\lambda)$，则 X 的分布函数值 $F(1.5)=$ ________，

若独立观察 5 个单位时间，等车人数分别为 2，5，3，6，0，则 λ 的似然函数 $L(\lambda)=$ ________，

λ 的极大似然估计值为 ________.

3. 某小店开门到首个顾客到达所用的时间 X（单位：分钟）的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}0.2e^{-0.2x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，则

在开门后 10 分钟内首个顾客到达的概率为 ________，若开门后 5 分钟内没有顾客到达，则在接下来的 5 分钟内仍没有顾客到达的概率为 ________.

4. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,\cdots,X_n$ 为来自 X 的简单随机样本，当 $n\to\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛到 ________，

$\sum_{i=1}^{9} X_i$ 与 $\sum_{i=4}^{19} X_i$ 的相关系数为________，$\frac{2\sum_{i=1}^{3}\left(X_i-\mu\right)^2}{\sum_{i=4}^{9}\left(X_i-\mu\right)^2}\sim$________分布（写出参数），若取得容量是 9 的样本，计算得样本均值 $\bar{x}=1.896$，样本标准差为 $s=0.8$，则假设 $H_0:\mu=1,H_1:\mu\neq1$ 的 P_- 值为________，若显著水平为 0.05，则应该拒绝还是接受原假设________.

三、（9 **分**）盒中有 3 个红球，4 个白球，第 1 次从中随机取一球，不放回，第 2 次从剩下的球中一次性取两个球，X 表示第一次取到的红球数，Y 表示第 2 次取到的红球数. 求 $\left(X,Y\right)$ 的联合分布律和 Y 的边际分布律.

四、（15 分）某人喜欢长跑，基本上每天跑 10 公里，假设他跑 10 公里所花时间（分钟）为$Y=40+20X$，

其中X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}2(1-x),0<x<1\\0, \quad 其他\end{cases}$.

（1）求他跑完 10 公里用时少于 50 分钟的概率；

（2）求Y的概率密度$f_Y(y)$；

（3）若一周跑 6 次，每天用时是相互独立的，求至少有 5 次用时少于 50 分钟的概率；

（4）在未来的 100 天，每天跑 10 公里所花时间为$Y_1,\cdots,Y_{100}$，设$Y_1,\cdots,Y_{100}$相互独立，与Y同分布，求

$\overline{Y}=\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}Y_i$的近似分布.

五、（10 **分**）设随机变量(X,Y)的联合概率密度 $f(x,y)=\begin{cases} x-xy, 0<x<2, 0<y<1 \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$.

（1）求$P(X>Y)$；

（2）分别求X,Y的边际概率密度$f_X(x)$，$f_Y(y)$，并判断X与Y是否相互独立？说明理由。

六、（14 **分**）设总体X的概率密度$f(x;\theta)=\begin{cases} \dfrac{8x}{\theta^2}, 0<x\le\dfrac{\theta}{2} \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$，$\theta>0$是未知参数，$X_1,\cdots,X_n$为来自$X$的简单随机样本.

（1）求θ的矩估计量$\hat{\theta}_1$，并判断其是否为无偏估计，说明理由；

（2）求θ的极大似然估计量$\hat{\theta}_2$，并判断其是否为无偏估计，说明理由.

浙江大学 2014－2015 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学系

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带无存储功能计算器入场

考试日期：2015 年 1 月 26 日,考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据: $\Phi(1)=0.84$，$\Phi(1.22)=0.89$，$\Phi(1.64)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2)=0.98$，$t_{0.025}(6)=2.45$，

$t_{0.025}(7)=2.36$，$t_{0.05}(13)=2.16$，$t_{0.025}(13)=2.14$，$t_{0.025}(15)=2.13$，$F_{0.025}(6,7)=5.12$，$F_{0.025}(7,6)=5.70$，

$F_{0.643}(6,7)=0.728$.

一、填空题（每空 3 分，共 36 分，分布要求写出参数）

1.设随机事件 A 与 B 独立，$P(A)=0.4$，$P(A\cup B)=0.64$，则 $P(B)=$______，则 $P(\bar{A}\mid A\cup B)=$ ________.

2.某公交车站单位时间等车的人数 X 服从泊松分布 $\pi(4)$，则单位时间内“至少有 2 人等车”的概率为______，独立观察 3 个单位时间，则恰好有 2 个单位时间内出现“至少有 2 人等车”的概率为__________.

3.随机变量 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}2\theta^2 x, 0<x<\theta^{-1}\\ 0, \text{ 其他}\end{cases}$.（1）若 $\theta=0.5$，则 $P(X>1)=$______，当 $0<x<2$ 时，X 的分布函数 $F(x)=$__________；（2）若 $\theta>0$ 是未知参数，设 $X_1,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，则样本均值 $\bar{X}\xrightarrow{P}$____________，$\dfrac{1}{\bar{X}}$ 是 θ 的相合估计吗？答：________（是或不是）.

4.设总体 $X\sim N(\mu,1)$，μ 未知，$X_1,\cdots,X_{25}$ 为来自 X 的简单随机样本，$\bar{X}$ 是样本均值，则 $P(5|\bar{X}-\mu|\le 1)=$____________，若 $a(\bar{X}-X_1)^2\sim\chi^2(1)$，则 $a=$____________.

二、（12 分）盒中有 3 个红球，5 个白球，从中随机取一球，观察其颜色后放回，并从别处拿两个与取出的球同色的球放入盒中，搅匀后再从中取一球，$X_i=\begin{cases}1, & 第 i 次取到红球\\ 0, & 第 i 次取到白球\end{cases}$，$i=1,2$. 求：

（1）$\left(X_1,X_2\right)$的联合分布律及 X_2 的边际分布律；

（2）X_1 与 X_2 的相关系数 $\rho_{X_1X_2}$.

三、（14 分）设随机变量 X 的概率密度 $f\left(x\right)=\begin{cases}e^{-x}, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}$，在 $X=x$ 时，Y 的条件概率密度

$f_{Y|X}\left(y\,|\,x\right)=\begin{cases}e^{-(y-x)}, y>x\\ 0, \qquad y\le x\end{cases}$. 求：

（1）$P\left(X>2\,|\,X>1\right)$；

（2）$P\left(Y\le 2\,|\,X=1\right)$；

（3）$P\left(Y<3X\right)$；

（4）Y 的边际概率密度 $f_Y\left(y\right)$.

四、（10 分）某地一出租车司机每天的净收入为 X 元，已知 $E(X)=240$，$D(X)=1800$，假设他两个月工作 50 天，每天的净收入相互独立，Y（单位：元）表示他两个月的净收入，求他的净收入超过 11700 元的概率近似值. 假设工作时由于种种原因出现违章罚款，车辆损坏等需要支付费用，设两个月中支出费用 Z（元）的分布律如下：$P(Z=1800)=0.01$，$P(Z=900)=0.05$，$P(Z=300)=0.5$，$P(Z=0)=0.44$，设 Y 与 Z 相互独立，以 $U=Y-Z$ 表示他两个月的实际收入，求他的实际收入依然超过 11700 元的概率近似值.

五、（12 分）设总体 X 的概率密度 $f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{-\theta-1}, & x>1\\ 0, & x\le 1\end{cases}$，$\theta>1$ 是未知参数，$X_1,\cdots,X_n$ 为来自 X 的简单随机样本，求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$ 和极大似然估计量 $\hat{\theta}_2$.

六、（16 分）设两种不同型号灯的寿命（单位：千小时）X 与 Y 独立，均服从正态分布，

$X\sim N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right)$，$X_2\sim N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right)$，现从这两个总体中独立地抽取两个样本 $X_1,\cdots,X_7$ 和 $Y_1,\cdots,Y_8$，记样本均值分别为 $\bar{X}$，$\bar{Y}$，样本方差分别为 S_1^2,S_2^2.

（1）若 $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$，用 $S_w^2=\dfrac{6}{13}S_1^2+\dfrac{7}{13}S_2^2$ 估计 σ^2，求均方误差 $Mse\left(S_w^2\right)=E\left[\left(S_w^2-\sigma^2\right)^2\right]$；

（2）若实际测得数据如下：

X	2.54	2.39	2.51	2.43	2.55	2.48	2.67	
Y	2.56	2.74	2.52	2.58	2.48	2.78	2.61	2.69

计算 $\bar{x},\bar{y},s_1^2,s_2^2$，求在显著水平 0.05 下检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，并计算 $P\_$ 值

（3）用（2）中的数据，假设 $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$，求 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 95％ 的双侧置信区间.

浙江大学 2020－2021 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学系

考试试卷：A 卷 √、B 卷（请在选定项上打 √）

考试形式：闭 √、开卷（请在选定项上打 √），允许带无存储功能计算器入场

考试日期：2015 年 1 月 26 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据： $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$，$t_{0.054}(24)=1.67$，$t_{0.05}(24)=1.71$，$t_{0.025}(64)=2.06$，

$\chi^2_{0.95}(24)=13.8$，$\chi^2_{0.05}(24)=36.4$，$\chi^2_{0.05}(5)=11.1$，$\chi^2_{0.05}(3)=7.82$，$\chi^2_{0.05}(2)=5.99$

一、填空题（每空 3 分，共 36 分）

1. 在甲、乙的微信通讯录中共同的好友分别占 30% 和 20%，在甲、乙中任选一人，打开其微信通讯录并随机点中一人，则点中的是他们共同的朋友的概率为________；已知点中的是他们的共同朋友，则打开的是甲的微信通讯录的概率为______.

2. 设 $(X,Y)\sim N(2,1,4,9,0.5)$，则 $P(2<X<4)=$________，$Var(2X-Y)=$________.

3. 设随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ 0.4, & -1\le x<0,\\ 0.6, & 0\le x<1,\\ 1, & x\ge 1,\end{cases}$ 则 $P(X=0)=$________；记 $P(X=0)=p$，对 X 独立重复观测 3 次，则至多有一次观测到"0"的概率为________.

4. 设 X 与 Y 独立，X 服从参数为 1 的指数分布，Y 服从区间 $(0,2)$ 上均匀分布，则 $Var(XY)=$________.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,\cdots,X_n$ 是 X 的简单随机样本，$\bar{X}$，S^2 分别是样本均值和样本方差，当 $k=$____时，$\bar{X}^2-kS^2$ 是 μ^2 的无偏估计量；若 $\mu=0$，则 $Var(S^2-\bar{X}^2)=$________.

6. 为了了解某地区粮食产量情况，随机调查该地区 25 个乡当年的粮食产量，得到样本均值为 1.2 千吨，样本标准差为 0.3 千吨，设乡粮食产量（单位：千吨）$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 未知.（1）假设 $H_0:\mu\le 1.1$，

$H_1: \mu > 1.1$ 下相应的 $P\_$ 值为____________，在显著水平 0.05 下，是否拒绝原假设？答：____________；

（2）总体标准差 σ 的置信度为 95% 的单侧置信上限为______________（保留 2 位小数）.

二、设 (X,Y) 的联合分布律如下表所示，令 $Z=\min(X,Y)$. 求：（1）$E(X^2)$；（2）(X,Y) 的分布函数值 $F(1,1)$；（3）(X,Z) 的联合分布律；（4）若已知 $P(X>Y)=0.2$，求 a,b 的值，并判断 X 与 Y 是正相关、负相关还是不相关，说明理由

$X \backslash Y$	0	1	2
0	a	0	b
1	b	a	b
2	0	b	$2a$

三、设随机变量 X 的概率密度函数 $f_X(x)=\begin{cases} 6x(1-x), & 0<x<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ 当 $\{X=x\}$ 时，Y 在区间 $(0,x)$ 上服从均匀分布. 求：（1）$P(X+Y<1)$；（2）边际密度函数 $f_Y(y)$；（3）条件密度函数 $f_{X|Y}(x|0.5)$.

四、设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ 令 $Y=X^2$，对 X 独立重复观测 240 次，结果记为 $X_1,\cdots,X_{240}$.（1）求 (X,Y) 的联合分布函数 $F(x,y)$，判断 X 与 Y 是否独立，并说明理由；（2）求 $P\left(\sum_{i=1}^{240}X_i>177\right)$ 的近似值.

五、设总体 X 的概率密度函数为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{2\theta^2}{x^3}, & x\geq\theta\\ 0, & x<\theta\end{cases}$，其中 $\theta>0$ 是未知参数，$X_1,\cdots,X_n$ 是总体 X 的简单随机样本，（1）求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$，并判断其是否为 θ 的相合估计量，说明理由；（2）求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_2$，并判断其是否为 θ 的无偏估计量，说明理由.

六、设总体X服从参数为λ的泊松分布，从总体中抽取容量为 100 的简单随机样本观测值，其中“0”“1”“2”“3”“4”“5”“6”出现的次数分别为 32 次，41 次，16 次，5 次，0 次，4 次，2 次。（1）分别求λ和$P\left(X=1\right)$的极大似然估计值；（2）采用拟合优度检验法，在显著水平$\alpha=0.05$下检验假设$H_0:X\sim P\left(\lambda\right)$.