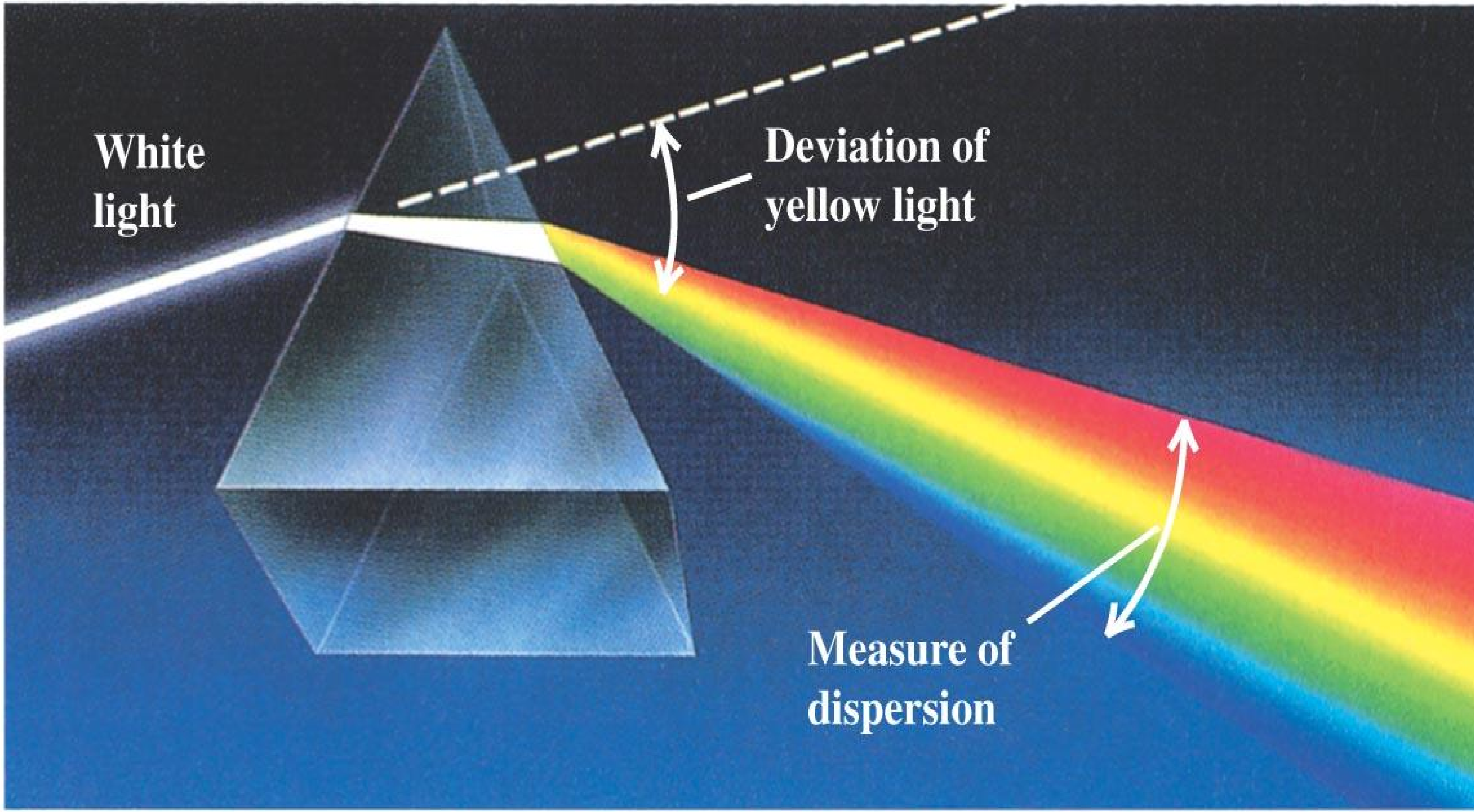
第19章　几何光学


White
light
Deviation of
yellow light
Measure of
dispersion

1. 可见光 λ= 400-760nm (4000Å-7600Å)

2. 红外光 λ= 0.7μm-1mm

3. 微波 λ= 1mm-1m

4. 无线电波 λ>1m

- MW λ=3km-50m
- SW λ=50m-10m
- Extra-SW λ<1m

5. 紫外光 λ=1nm-400nm

6. X 射线 λ= 0.01-10nm

7. γ 射线 λ< 10pm

本章内容

√ 一、几何光学基本定律

二、光学成像

三、薄透镜

四、光学器件。

本章教学基本要求

1、了解几何光学基本定律 ；

2、了解光在平面、球面上的反射和折射特点；

3、理解薄透镜等仪器的近轴光学成像的分析方法 ；

4、了解显微镜、望远镜、照相机的基本构造与原理。

一、几何光学基本定律

1.直线传播定律：

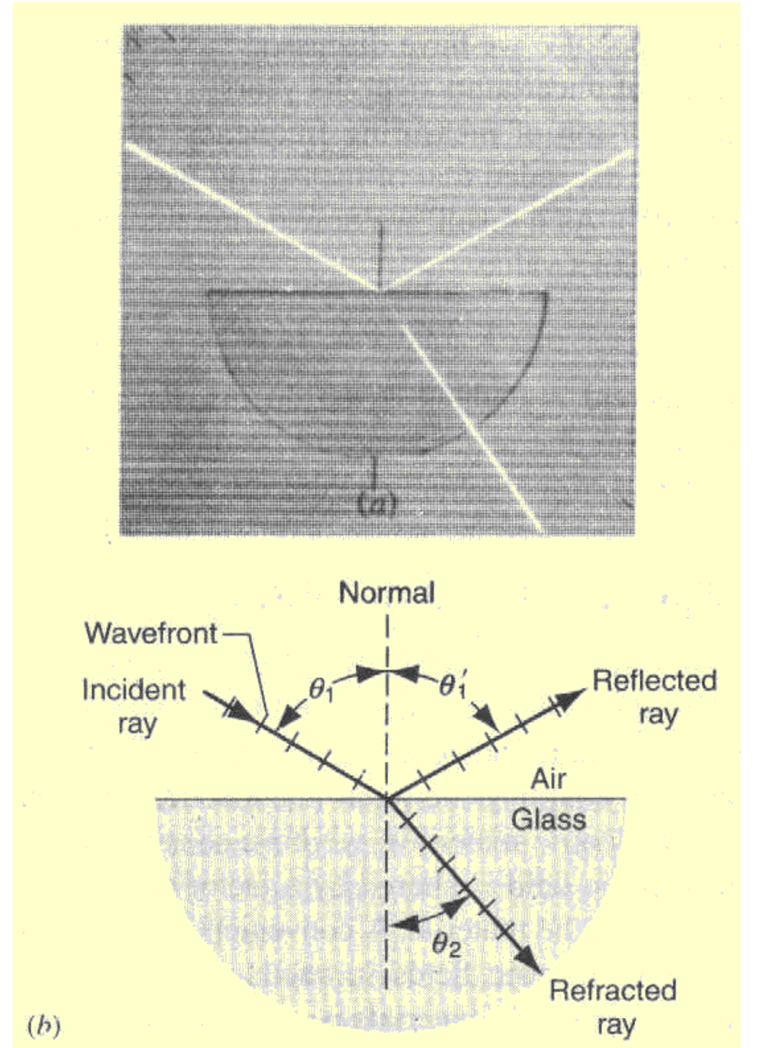
光在均匀介质中直线传播。

2.反射定律：

$$\theta_1' = \theta_1 \quad \text{（入射面）}$$

3.折射定律：

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$



■ 折射率(Index of refraction): $n = \dfrac{c}{v}$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} = \frac{c}{n}$$

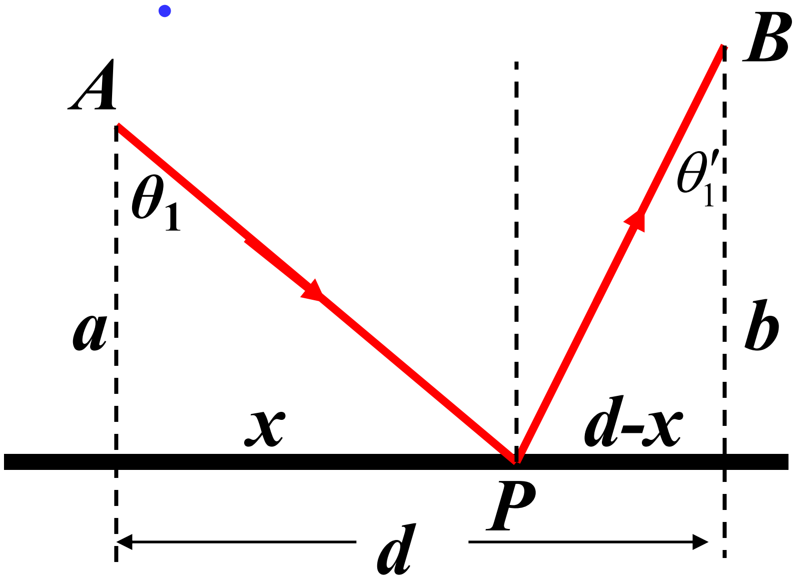
$$n = \sqrt{\mu_r\varepsilon_r} \approx \sqrt{\varepsilon_r}$$

4.费马原理*（最小时间原理，教材p118）：光沿着光程为极值的方向传播。即实际光程为所有可能光程中的极大、极小或恒定值。

光的可逆性原理：**当光线方向返转时，它将逆着同一路径传播。**

- **用费马原理可以导出反射定律（了解）**

:



$$L=\sqrt{a^2+x^2}+\sqrt{b^2+(d-x)^2}$$

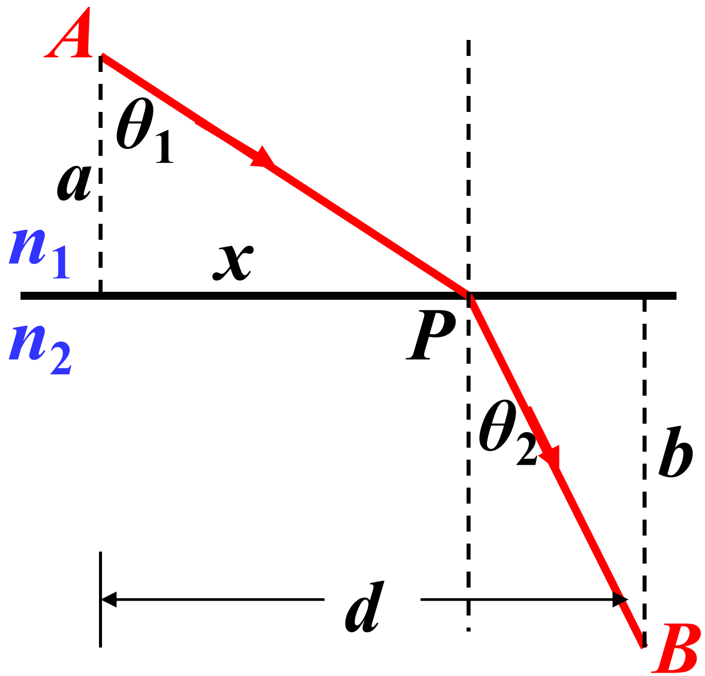
$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x}=0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{d-x}{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}$$

$$\therefore \sin\theta_1=\sin\theta_1' \Rightarrow \theta_1=\theta_1'$$

➢ 用费马原理可以导出折射定律（了解）：

光程 $L = n_1\sqrt{a^2 + x^2} + n_2\sqrt{b^2 + (d - x)^2}$



$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{n_1 x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{n_2(d - x)}{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}}$$

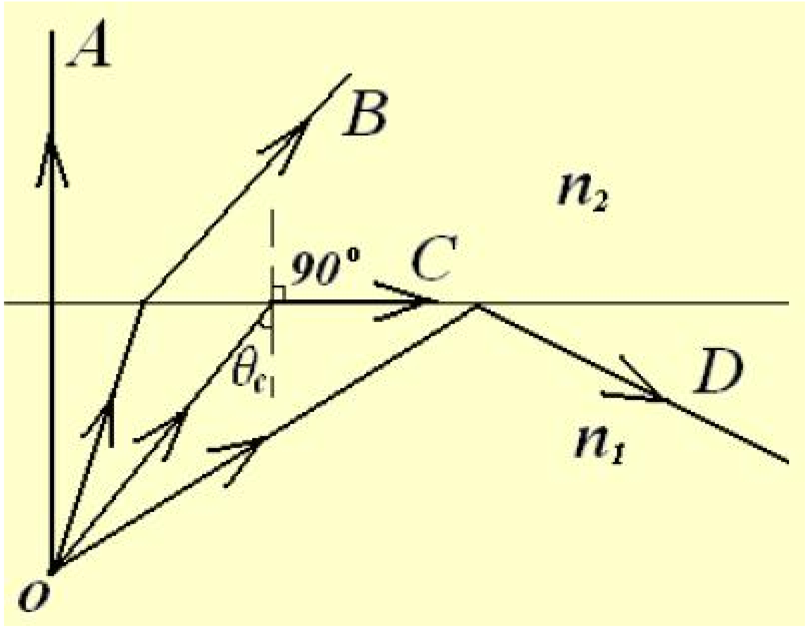
$$\therefore n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

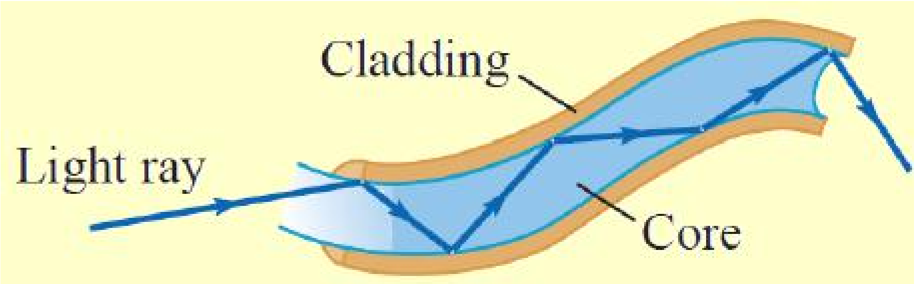
5.全内反射： 当光从光密介质n_1进入光疏介质n_2，入射角$\theta >$临界角θ_c时，出现全反射，没有折射。

$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90^0$$

$$\boxed{\Rightarrow \sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}}$$

$$(n_1 > n_2)$$





光纤—芯线,包层，由两种介质构成同轴圆柱体，常用于通信

光纤束成像，内窥镜，光纤传感器，空间温度压力传感器

本章内容

一、几何光学基本定律

√ 二、光学成像

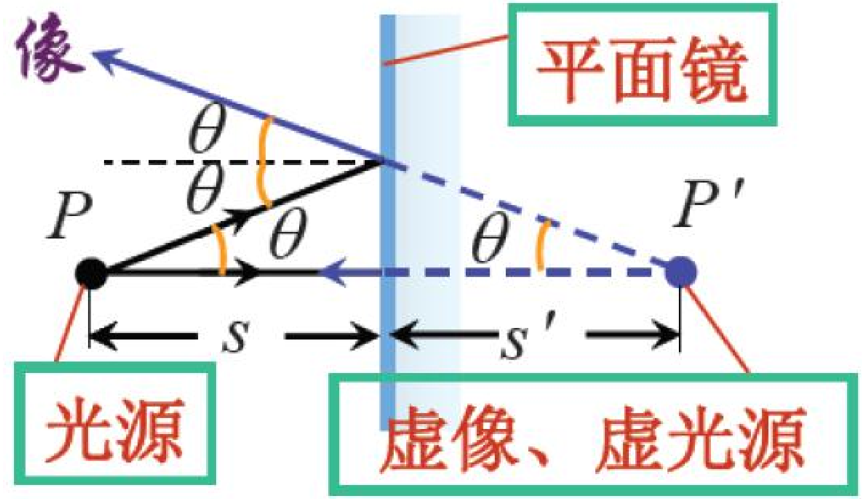
三、薄透镜

四、光学器件。

二、光学成像

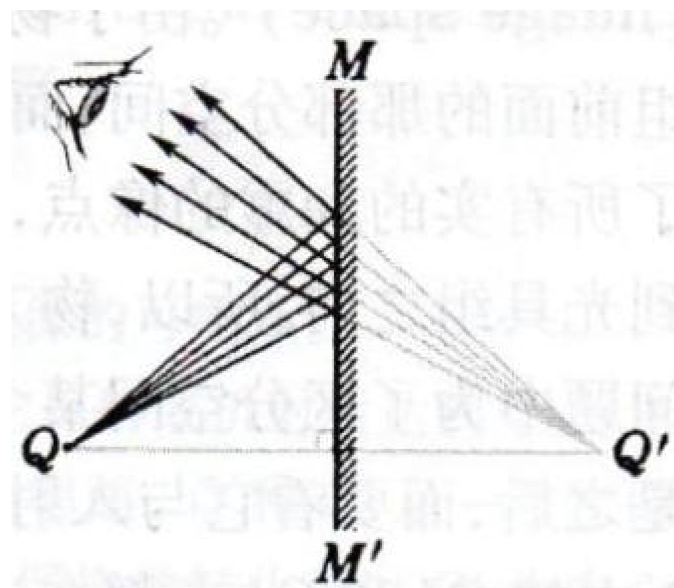
1. 反射成像

（1）平面镜反射成像



P'是光源P的像

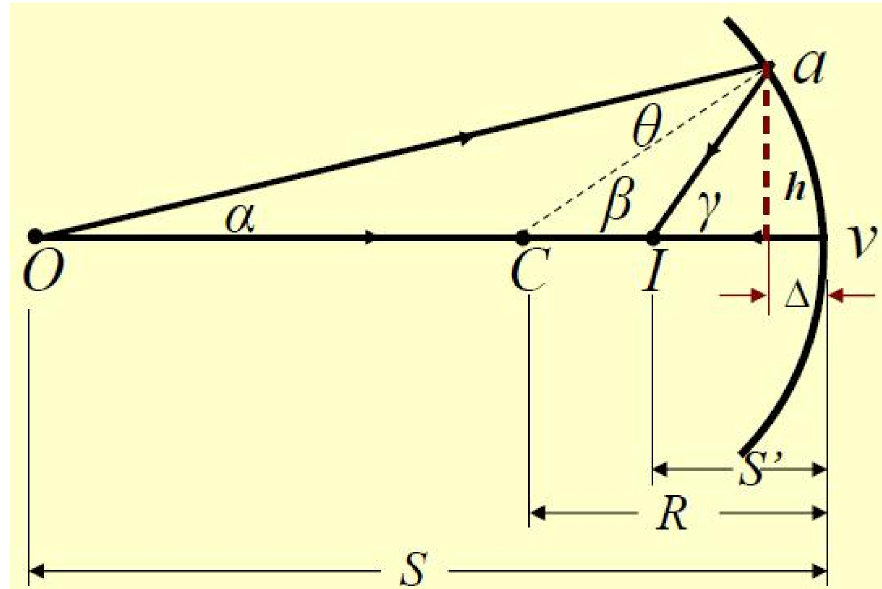
$S=-S'$ 物距等于像距



（2）球面镜反射成像，镜像公式*

$$\alpha+\theta=\beta,\quad \gamma=\theta+\beta \qquad \therefore \alpha+\gamma=2\beta$$

$$\tan\alpha=\frac{h}{S-\Delta}\quad \tan\beta=\frac{h}{R-\Delta}\quad \tan\gamma=\frac{h}{S'-\Delta}$$



类p124图19.8

做近似*

$$\tan\alpha\approx\alpha\approx\frac{h}{S}\quad \tan\beta\approx\beta\approx\frac{h}{R}\quad \tan\gamma\approx\gamma\approx\frac{h}{S'}$$

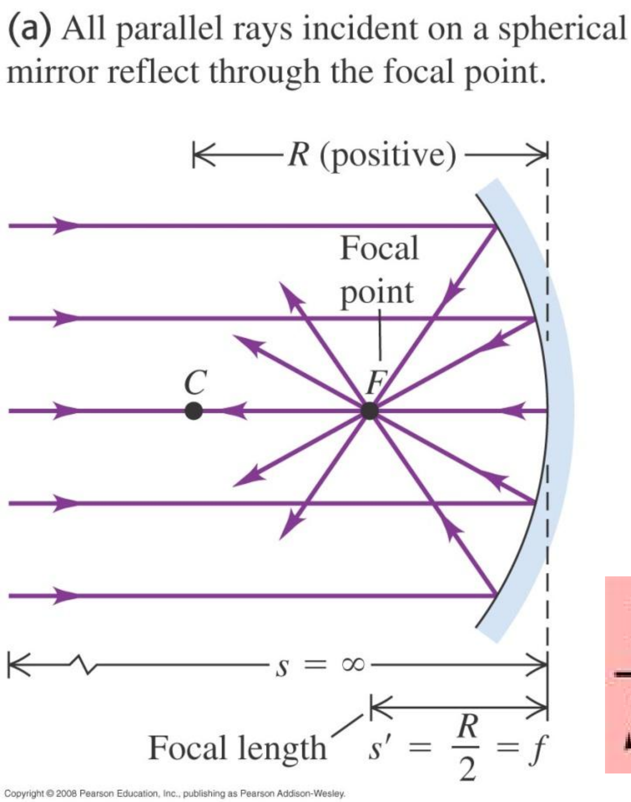
$$\text{对近轴光线有}:\frac{h}{S}+\frac{h}{S'}=2\cdot\frac{h}{R}$$

$$\text{对凹面镜有}:f=\frac{R}{2}\quad\Rightarrow\quad \boxed{\frac{1}{S}+\frac{1}{S'}=\frac{1}{f}}$$

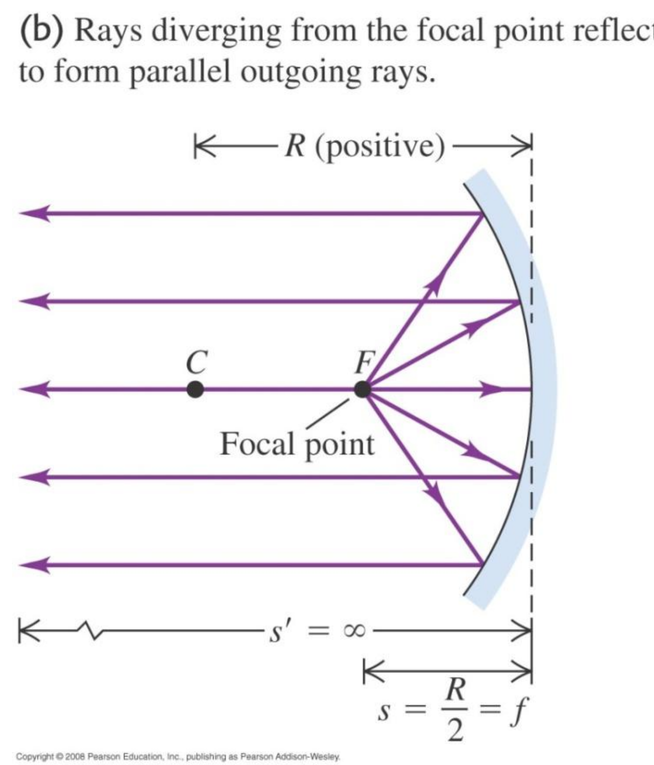
教材p123 (19.7)式，适用于近轴光线

讨论:① $S\to\infty,\ S'=R/2=f$ 球心C，焦距f　②$R\to\infty,\ S'=-S$ 平面镜

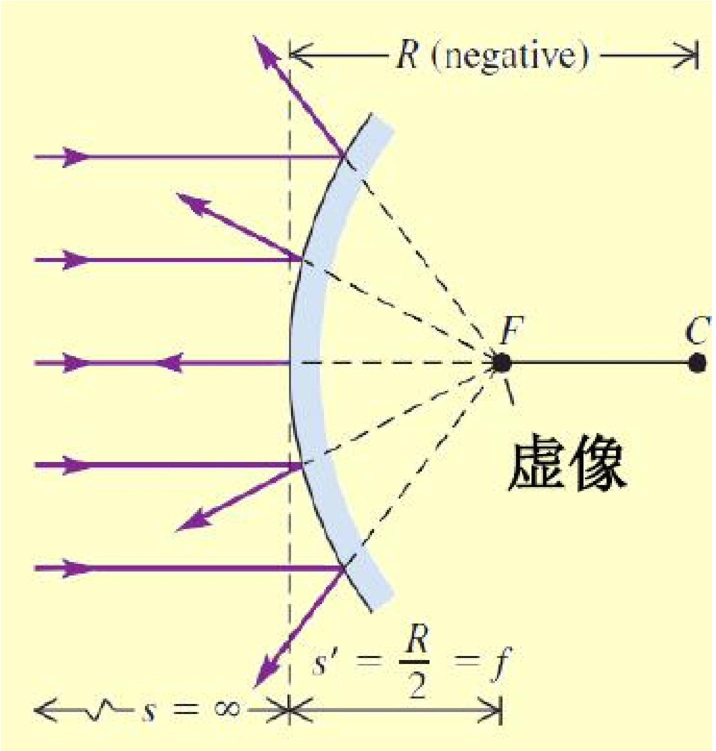
反射成像作图法（教材图19.10）

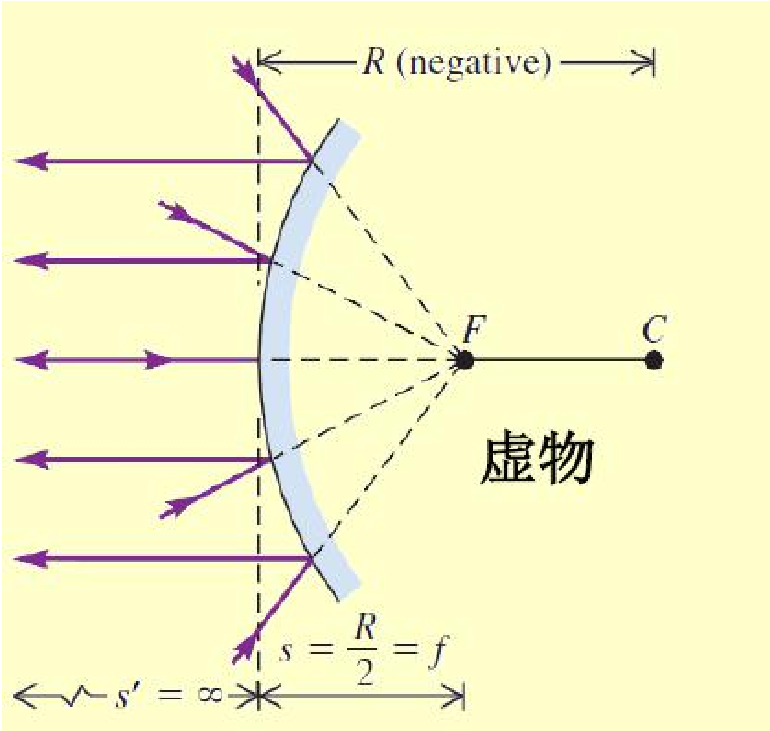


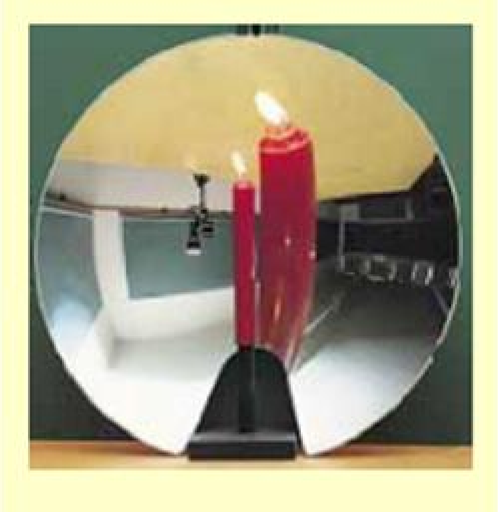
$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$$



- 平行于光轴的光线反射后通过焦点。
- 通过焦点的光线反射后平行于光轴。
- 通过球心的光线反射后原路返回。
- 通过球面顶点的光线经反射后，反射光和入射光关于光轴对称。


R (negative)
F
C
虚像
$s' = \frac{R}{2} = f$
$s = \infty$


R (negative)
F
C
虚物
$s = \frac{R}{2} = f$
$s' = \infty$

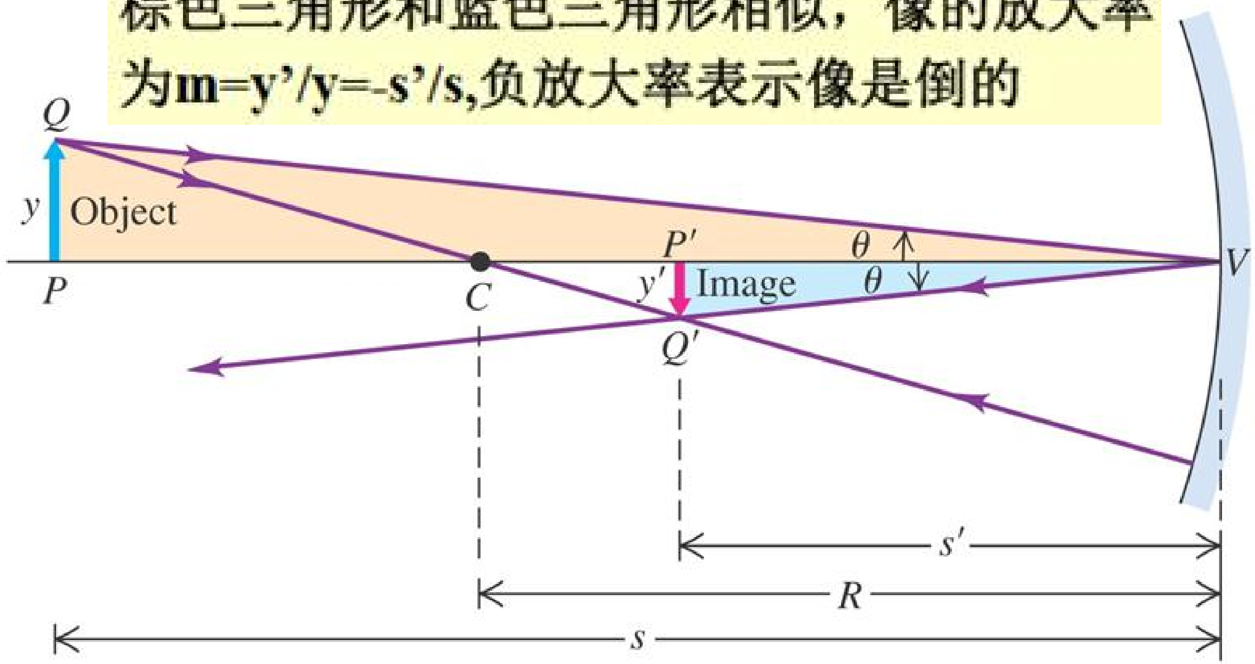


虚像正立，
实像倒立

横向放大率（教材图19.10）

$$m=\frac{y'}{y}=\frac{P'Q'}{PQ}=-\frac{S'}{S}$$

棕色三角形和蓝色三角形相似，像的放大率为m=y’/y=-s’/s,负放大率表示像是倒的



垂直于轴的线段，由轴算起，在轴之上为正，在轴之下为负。

所以实像倒立，虚像正立。

符号法则：

1．**物距**：物与入射光线在界面的同侧，s为正，实物；反之，s为负，虚物。

P124，图19.8　物距、像距均为正。

2．**像距**：像与出射光线在界面的同侧，s'为正，实像；反之，s'为负，虚像。

图19.9　物距为正，像距为负。

3．**曲率半径R、焦距f**：曲率中心C与出射光线在界面的同侧，R、f为正，反之为负，

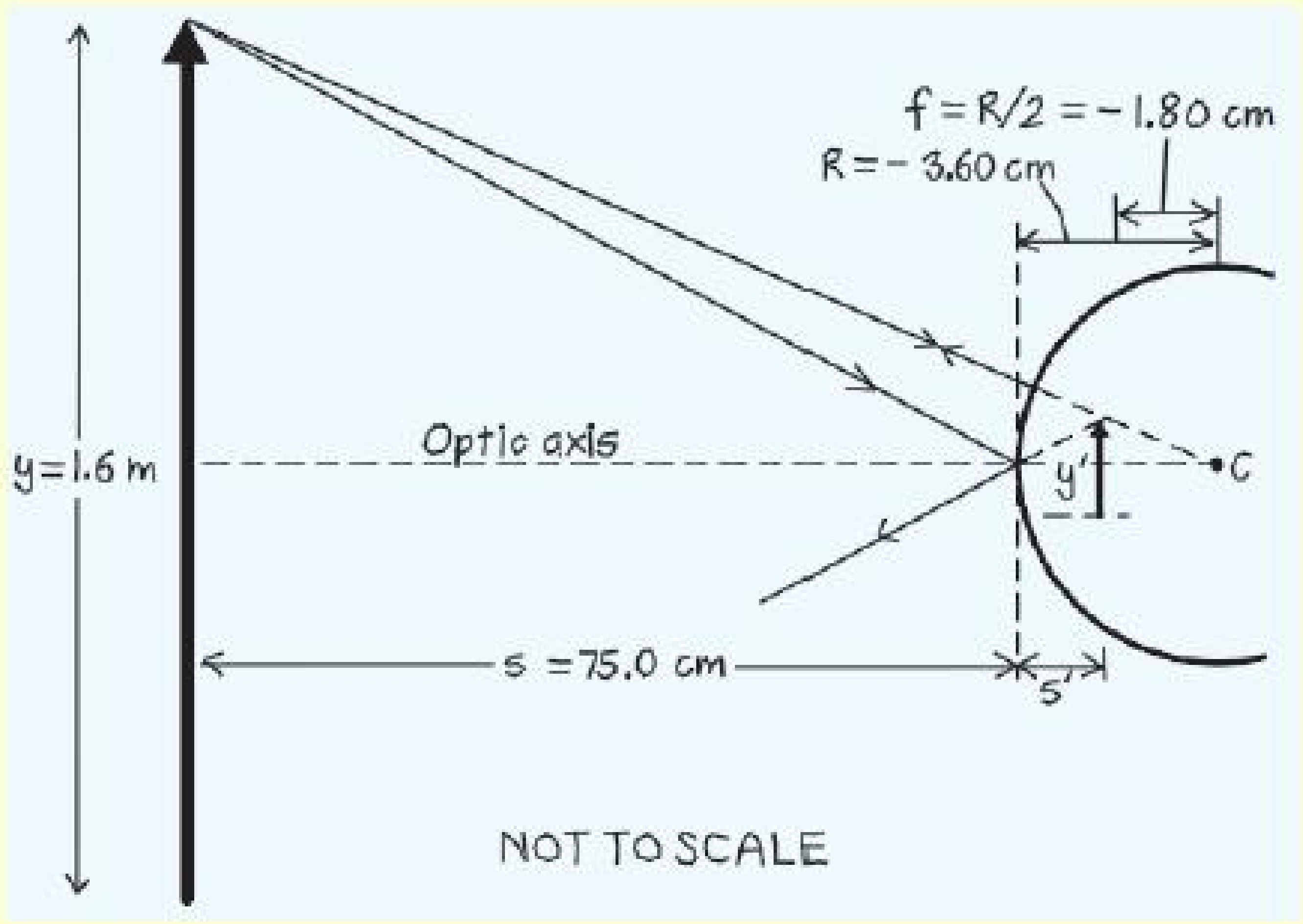
R、f：图19.8为正，图19.9为负。

4．**垂直于光轴的横向线段**：光轴上方为正，光轴下方为负。

图19.10：y为正，y'为负。

该符号法则适用于球面镜反射成像、球面镜折射成像、薄透镜成像！

例1 如图，求S'



解： 由球面反射成像公式：

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{s}=\frac{1}{-1.8}-\frac{1}{75.0}=-\frac{1}{1.76}$$

$$s'=-1.76\ \text{cm}$$

例2 球面反射镜的焦距为0.5m，当物体离球面反射镜的距离为1.5m时，以12m/s的速度向球面反射镜靠近，问此时像的速度是多少？朝什么方向？

解：由球面反射镜成像公式 $$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f} \quad (1)$$

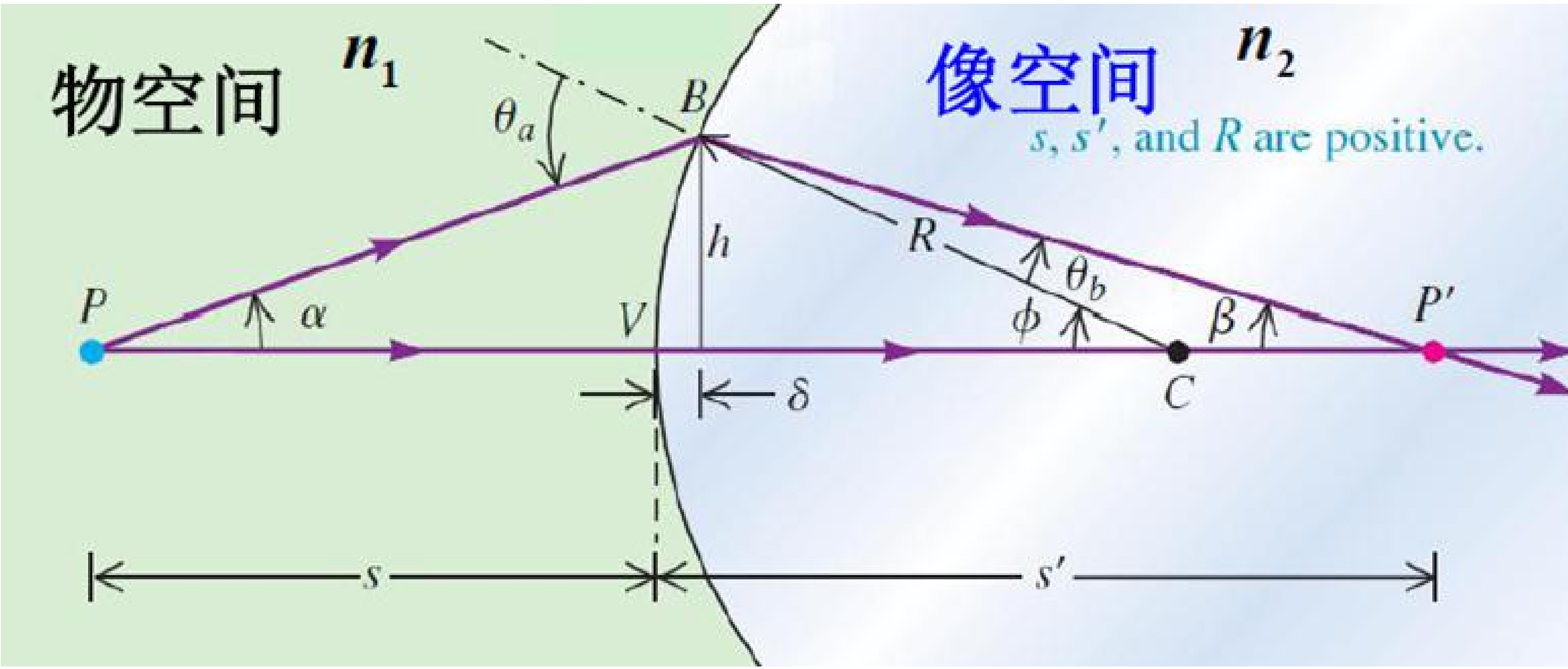
$$\Rightarrow \frac{1}{1.5}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{0.5} \Rightarrow s'=0.75m$$

对(1)式两边求全微分：$d(\frac{1}{s})+d(\frac{1}{s'})=0 \Rightarrow \frac{1}{s^2}\frac{ds}{dt}=-\frac{1}{s'^2}\frac{ds'}{dt}$

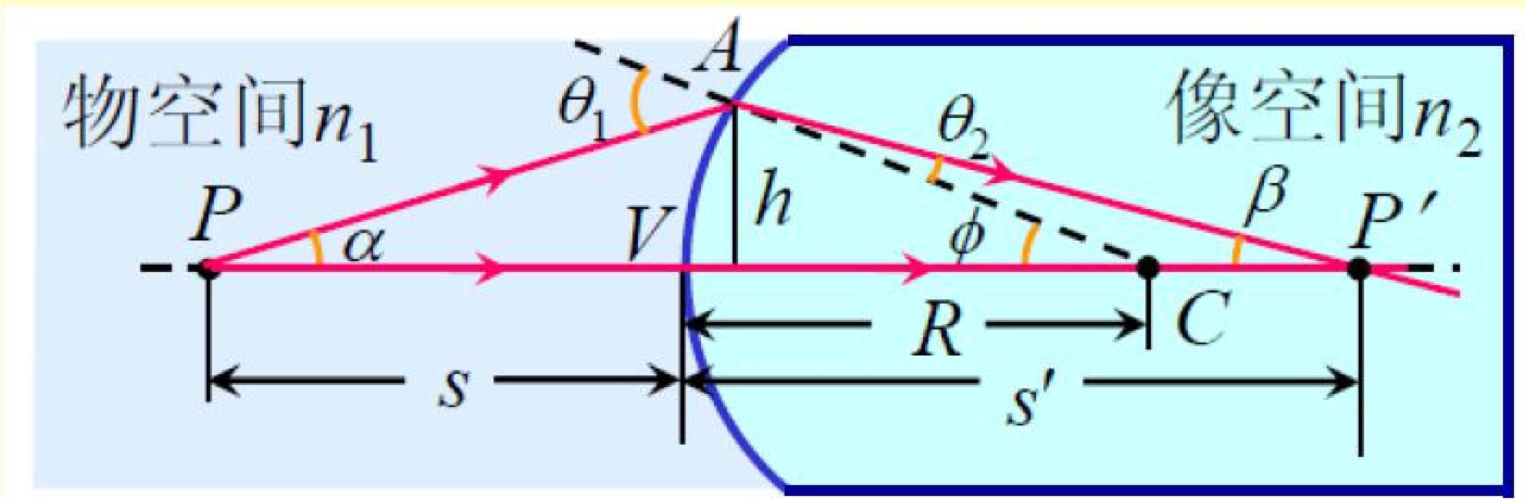
$$\frac{v_s}{v_{s'}}=-\frac{s^2}{s'^2}=-\frac{1.5^2}{0.75^2}=-4$$ 因物向球面反射镜靠近，

$v_s=-12m/s$ 所以$v_{s'}=3m/s$的速度离开球面反射镜

2. 单球面折射成像



球面处的折射，教材p126图19.12



$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$ 近轴光线：$n_1\theta_1 = n_2\theta_2$

$$\theta_1 = \alpha + \phi, \qquad \theta_2 = \phi - \beta \qquad \textbf{(19.10)}$$

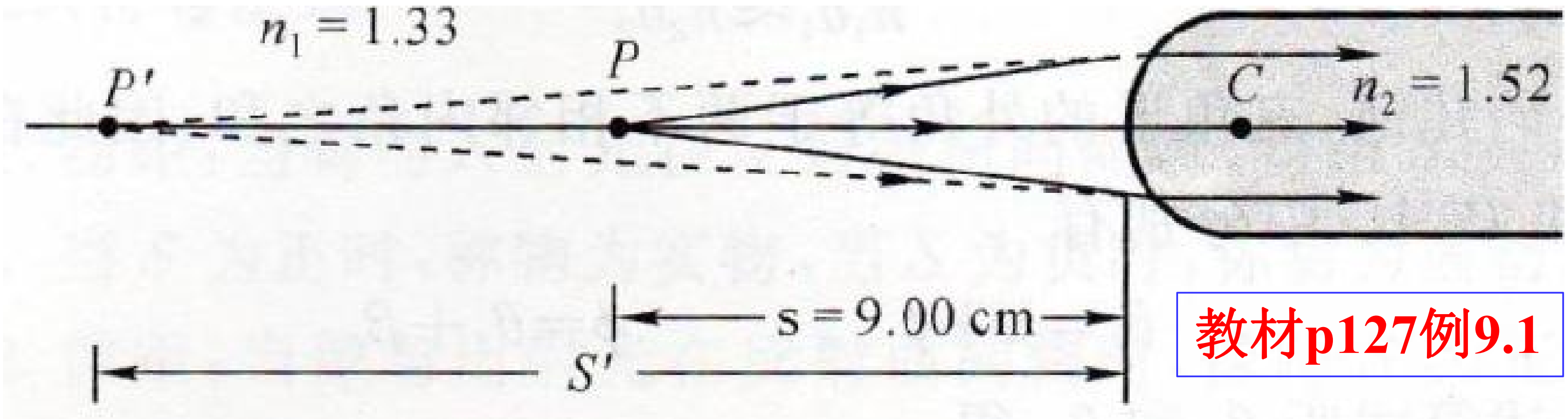
$$\therefore n_1(\alpha+\phi) = n_2(\phi-\beta)$$

即：$n_1\left(\frac{h}{s}+\frac{h}{R}\right) = n_2\left(\frac{h}{R}-\frac{h}{s'}\right)$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{n_1}{S}+\frac{n_2}{S'} = \frac{n_2-n_1}{R}} \quad \textbf{(19.10)*}$$

单球面折射成像公式---高斯公式，对凸折球面、凹折球面均适用，但需注意正负号法则。

例3* 已知，$n_1=1.33$，$n_2=1.52$，$s=9.0cm$, $R=3cm$; 求：s'



教材p127例9.1

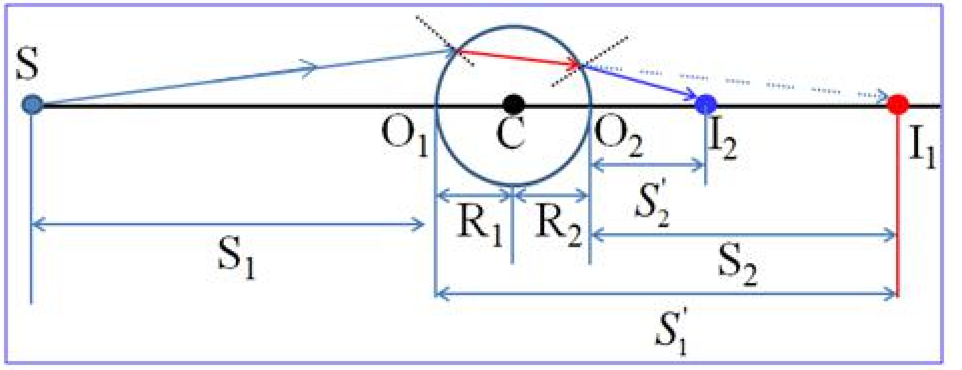
解： 套用单球面折射成像公式 $$\frac{n_1}{S}+\frac{n_2}{S'}=\frac{n_2-n_1}{R}$$

$$\frac{1.33}{9.0}+\frac{1.52}{s'}=\frac{1.52-1.33}{3.0}$$

$$s'=-18.0cm$$

例4 一玻璃圆球半径10cm，折射率1.50，放在空气中，沿直径的轴上有一物点，离球面距离100cm。求像的位置。

解： 设物点在球的左侧，据符号法则有



$S_1=100cm$，$R_1=10cm$，$n_1=1.0$，$n_2=1.50$代入 $\frac{n_1}{S}+\frac{n_2}{S'}=\frac{n_2-n_1}{R}$

$$\frac{1.0}{100}+\frac{1.50}{S_1'}=\frac{1.50-1.0}{10} \Rightarrow S_1'=37.5cm$$

对右侧球面来说，像点I_1为虚物，据符号法则有

$S_2=-(37.5-20)=-17.5cm$，$R_2=-10cm$，$n'_1=1.50$，$n'_2=1.0$代入公式

$$\frac{1.50}{-17.5}+\frac{1.0}{S_2'}=\frac{1.0-1.50}{-10} \Rightarrow S_2'=7.35cm$$

最后像点距物点的距离为 $l=S_1+2R+S_2'=127.35cm$

补充例 池底有一枚硬币，池中水深d，折射率n_1=1.33. 试问从池塘上方看到池中硬币的表观深度是多少？

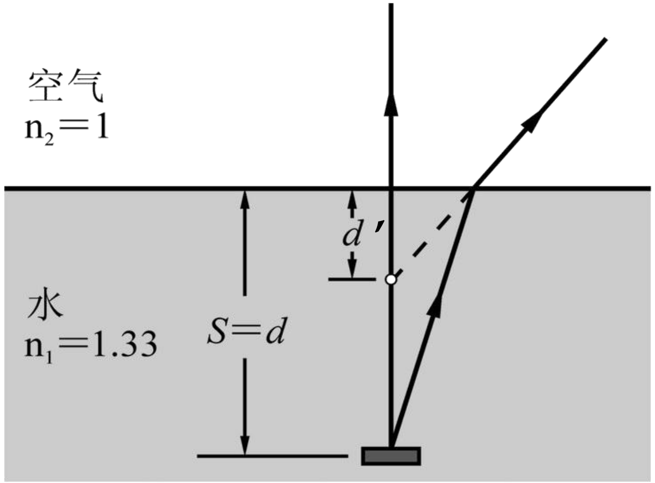
解

$$\frac{n_1}{s}+\frac{n_2}{s'}=\frac{n_2-n_1}{R}$$

取$R\to\infty$

$$\frac{n_1}{s}+\frac{n_2}{s'}=0$$

$$d'=s'=s\frac{n_2}{n_1}=-0.75d$$



(平面折射成像)

本章内容

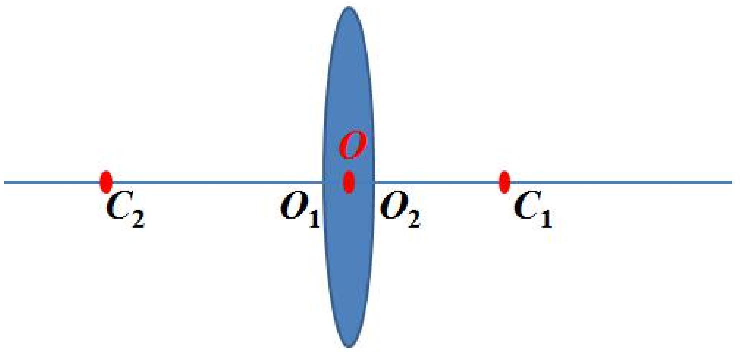
一、几何光学基本定律

二、光学成像

√ 三、薄透镜 透镜厚度远小于物距、像距和镜面曲率半径。

四、光学器件。

在薄透镜中，两球面的主光轴重合，两顶点O_1和O_2可视为重合在一点O，称为薄透镜的光心(optical center)



正透镜和负透镜

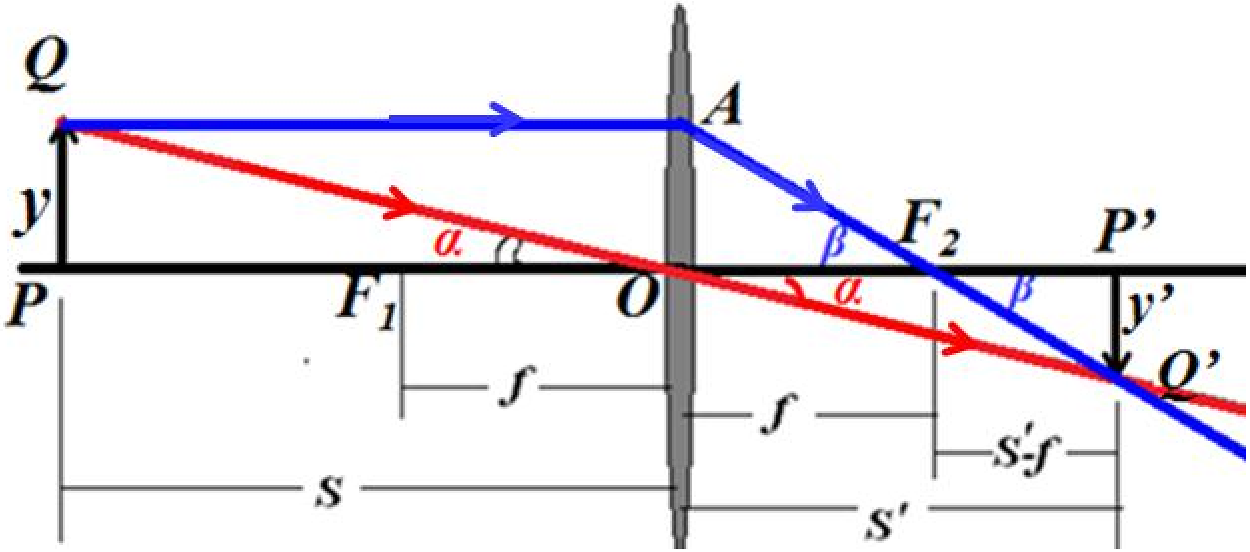
凸透镜：正透镜，会聚透镜，f 取正值

凹透镜：负透镜，发散透镜，f 取负值

薄透镜焦距f的倒数称为透镜的光焦度（vergence），其单位是屈光度（diopter，记作D，这是非法定计量单位，1 D=1 m^{-1}）。若f以m为单位，其倒数的单位便是D，例如f=50cm的凹透镜的光焦度P = 1/0.500 = 2.00 D。通常眼镜的度数，是屈光度的100倍，例如上述透镜就是200度。（了解）

薄透镜公式

教材p129图19.15



由ΔQPO∽ΔQ′P′O得 $\dfrac{y}{y'}=\dfrac{S}{S'}$

由ΔAOF_2∽$\Delta Q'P'F_2$得 $\dfrac{y}{y'}=\dfrac{f}{S'-f}$

$$\Rightarrow \frac{S}{S'}=\frac{f}{S'-f}$$

⇒ 薄透镜公式 $\boxed{\dfrac{1}{S}+\dfrac{1}{S'}=\dfrac{1}{f}}$

横向放大率 $\boxed{m=\dfrac{-y'}{y}=-\dfrac{S'}{S}}$

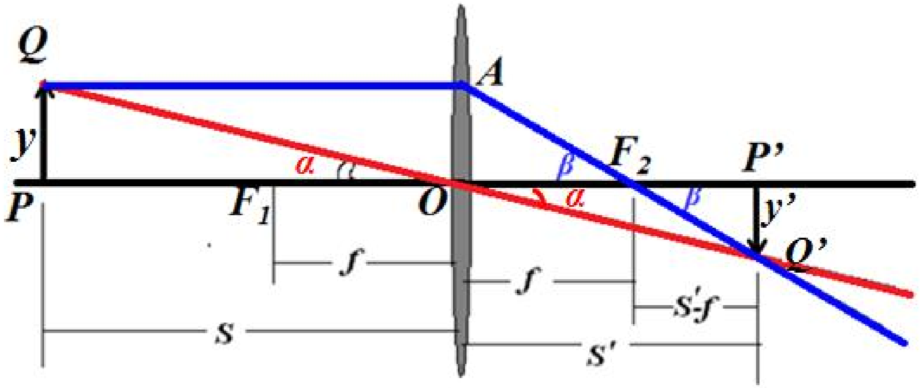
薄透镜成像作图法(教材p129图19.15)

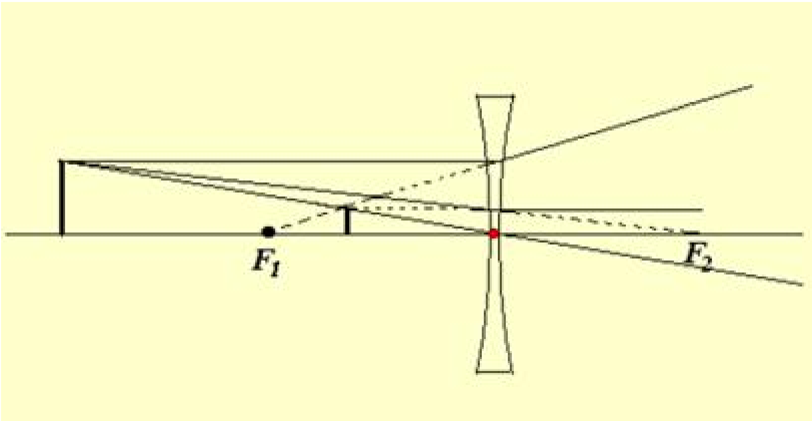
（1）光线平行于光轴，经透镜折射后，透射光经过透镜第二焦点。

（2）光线（延长线）通过焦点经透镜折射后，透射光平行于光轴。

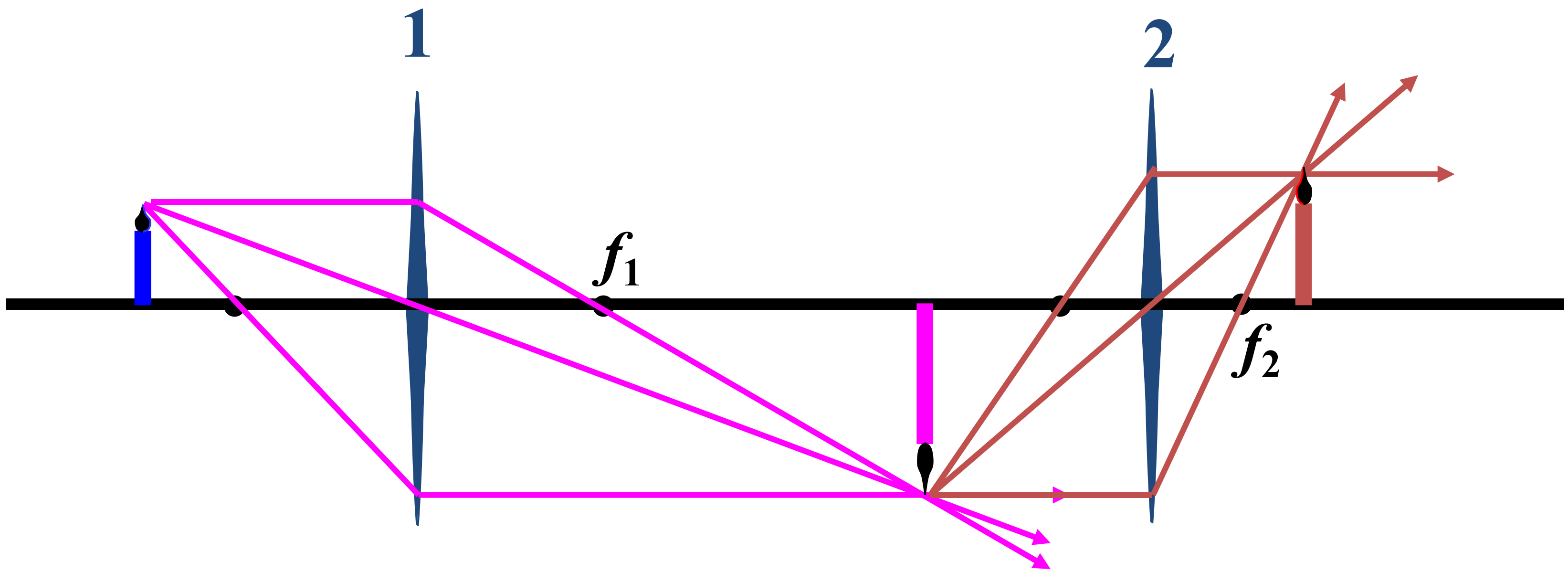
（3）光线通过光心，经透镜透射后，沿原路直射。

对于正透镜，任意两条光线相交得到像点，对于负透镜，发散的折射光线反向延长线相交后得到像点。





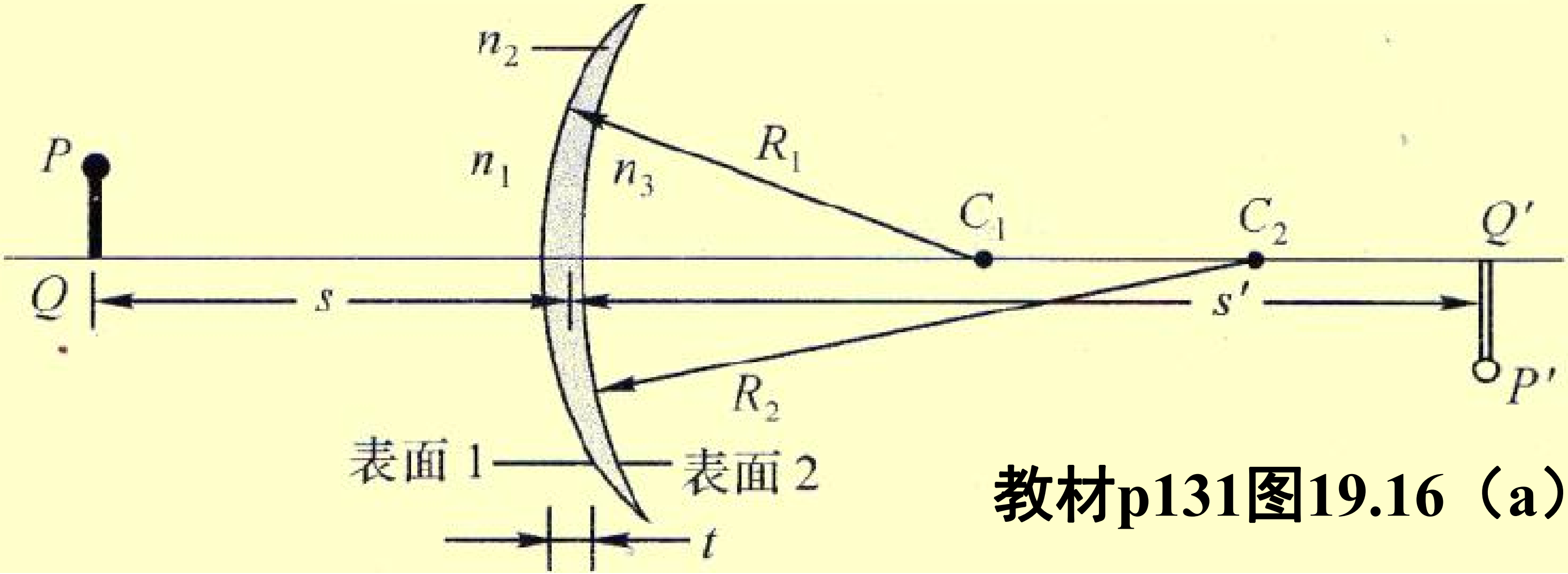
透镜系统（组合透镜）



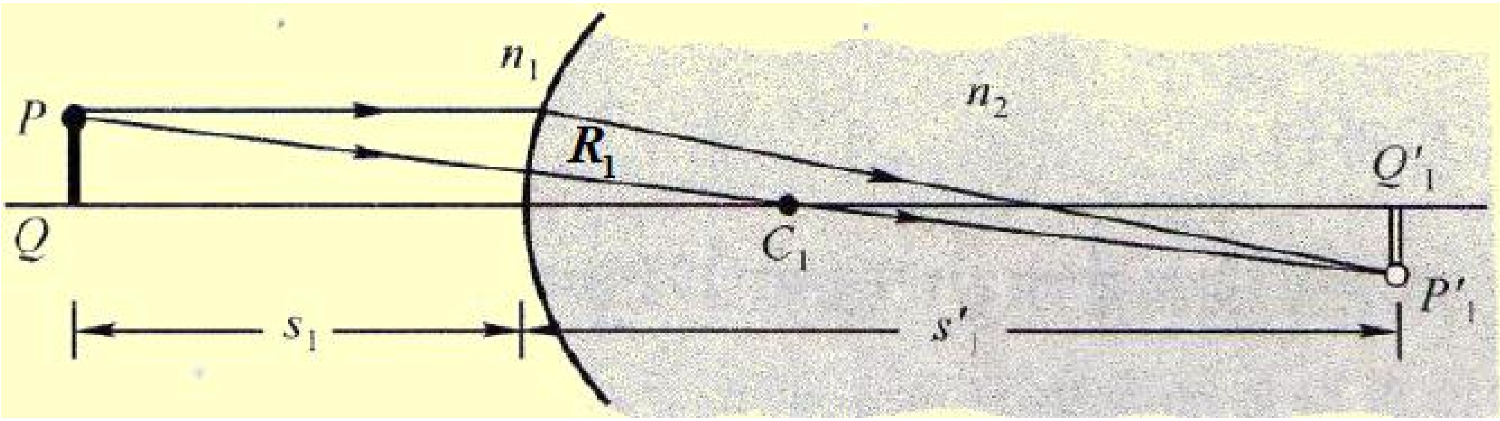
采用分步成像法，注意符号法则。如习题19.4

磨镜者公式

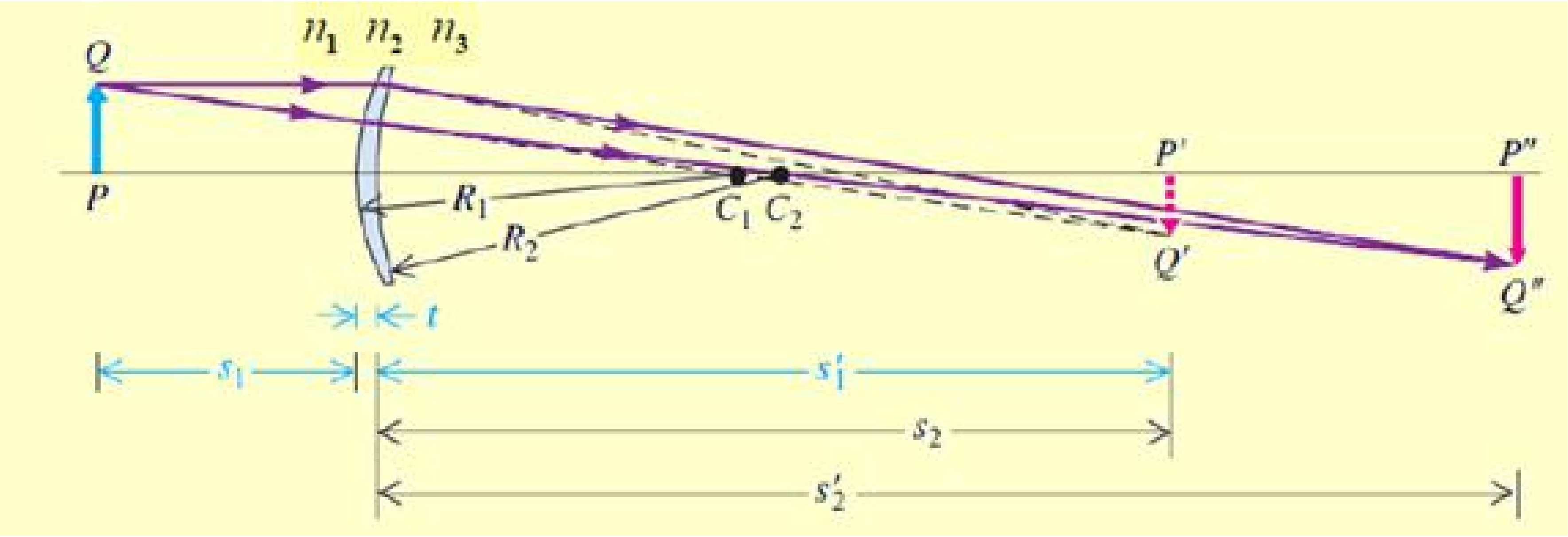
--透镜折射率n、曲率半径R_1和R_2、焦距f间的关系公式



教材p131图19.16（a）



第一次成像：$$\frac{n_1}{s_1}+\frac{n_2}{s_1'}=\frac{n_2-n_1}{R_1} \quad (1)$$



$$\frac{n_1}{s_1}+\frac{n_2}{s'_1}=\frac{n_2-n_1}{R_1} \quad (1)$$

(1)+(2)：消去S'_1和S_2得

$$\frac{n_2}{s_2}+\frac{n_3}{s'_2}=\frac{n_3-n_2}{R_2}$$ (2) (二次成像)

$$\frac{n_1}{s_1}+\frac{n_3}{s'_2}=\frac{n_2-n_1}{R_1}+\frac{n_3-n_2}{R_2}$$

$$s_2=-s'_1 \quad (3)$$

设：$n_1=n_3=1$; $n_2=n$

$$\boxed{\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s'_2}=(n_2-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})}$$

$$\boxed{\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_2'}=(n_2-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$$

设： $$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$ 磨镜者公式(19.17)*

*对于凸凹透镜，必需满足$R_1 \neq R_2$

则透镜公式： $$\boxed{\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_2'}=\frac{1}{f}}$$

磨镜者公式中R_1、R_1的正、负决定了f的正、负(正透镜、负透镜)

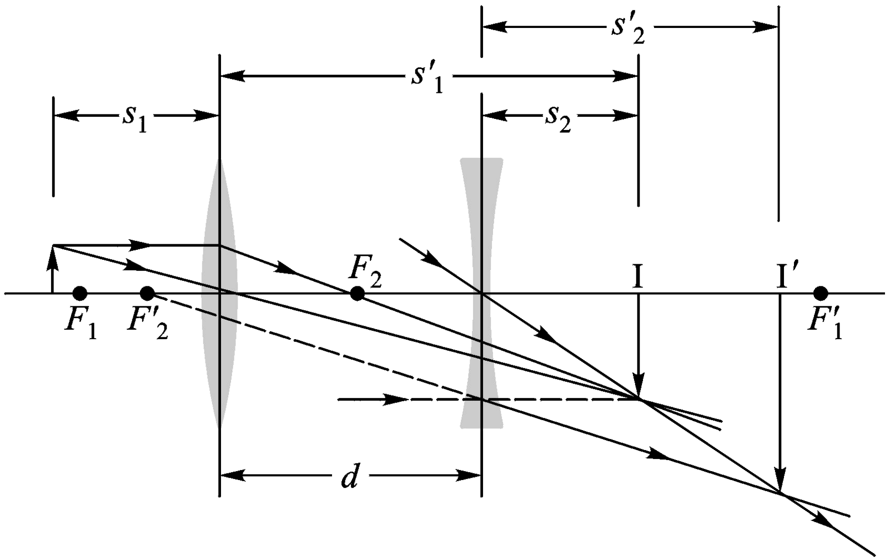
注意(19.17)式符号规则：R_1、R_1的正、负取决于折射球面的曲率中心与出射光线是在折射面的同侧还是异侧。

例如教材p139习题19.2，习题19.3(1)

例5 两个薄透镜同轴放置，相距$d = 26.0$ cm，凸透镜焦距 $f =$ 12.6cm，凹透镜焦距f'=-34.0 cm，现有物体位于凸透镜左侧18 cm处，求该光学系统最终成像位置.

例19.2

透镜系统（组合透镜）



解： 采用逐步成像法　　**第一次成像：**

$$\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{18.0\text{cm}}+\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{12.6\text{cm}} \qquad s_1' = 42.0\text{cm}$$

第二次成像(入射光与物在折射面异侧，为虚物，s_2为负)：

$$s_2 = -(s_1' - d) = -16.0\text{cm} \qquad f_2 = -34cm$$

$$\frac{1}{s_2}+\frac{1}{s_2'}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{-16.0\text{cm}}+\frac{1}{s_2'}=\frac{1}{-34.0\text{cm}}$$

$$\Rightarrow s_2' = 30.2\text{cm}$$

像与出射光同侧，为倒立实像

横向放大率

$$m_{总} = m \times m' = \left(-\frac{s_1'}{s_1}\right)\left(-\frac{s_2'}{s_2}\right)$$

例6 两块薄透镜的焦距分别为0.1和0.2m，当两块薄透镜放置得很近时，求两块薄透镜所组成透镜组的焦距

解：
$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s_1'}=\frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{-s_1'}+\frac{1}{s_2'}=\frac{1}{f_2}$$

两式相加 $\Longrightarrow$ $$\frac{1}{s}+\frac{1}{s_2'}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f}$$

$$f=\frac{f_1 f_2}{f_1+f_2}=0.067\mathrm{m}$$

本章内容

一、几何光学基本定律

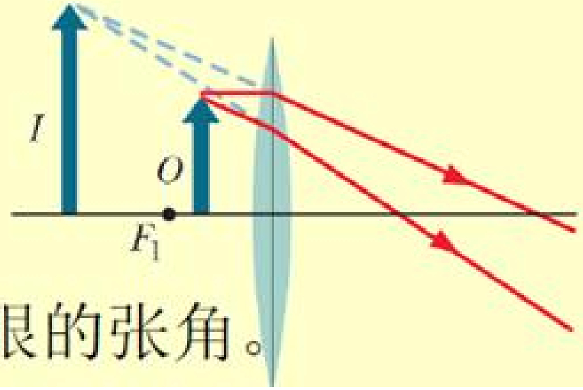
二、光学成像

三、薄透镜

√ 四、光学器件。

四、光学器件

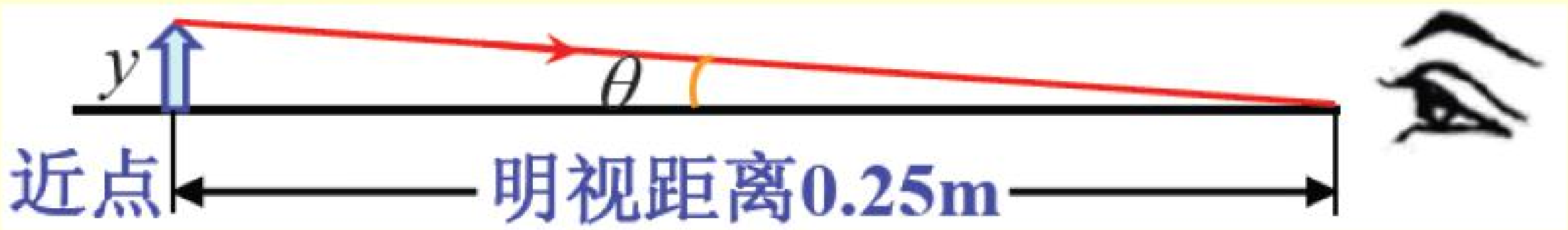
（自学为主）
放大率公式



☛放大镜：

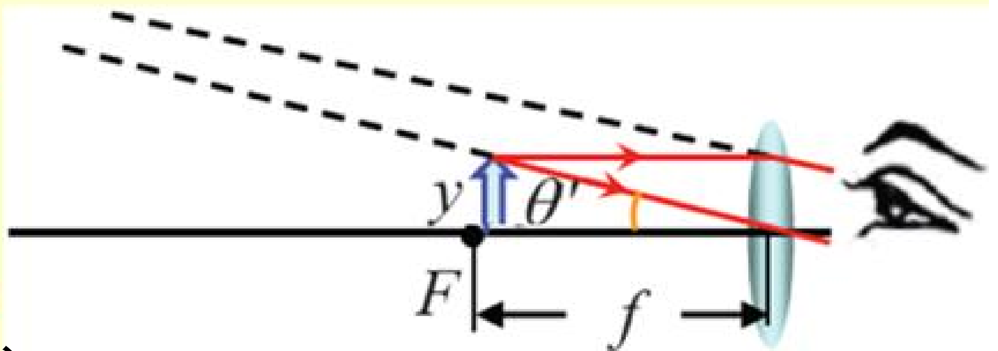
凸透镜是最简单的放大镜，用于放大物对人眼的张角。

人眼的近点约在距眼睛25cm处——明视距离



$$\theta = \frac{y}{25cm} \qquad \theta' \approx \frac{y}{f} > \theta$$

角放大率 $$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{25cm}{f}$$

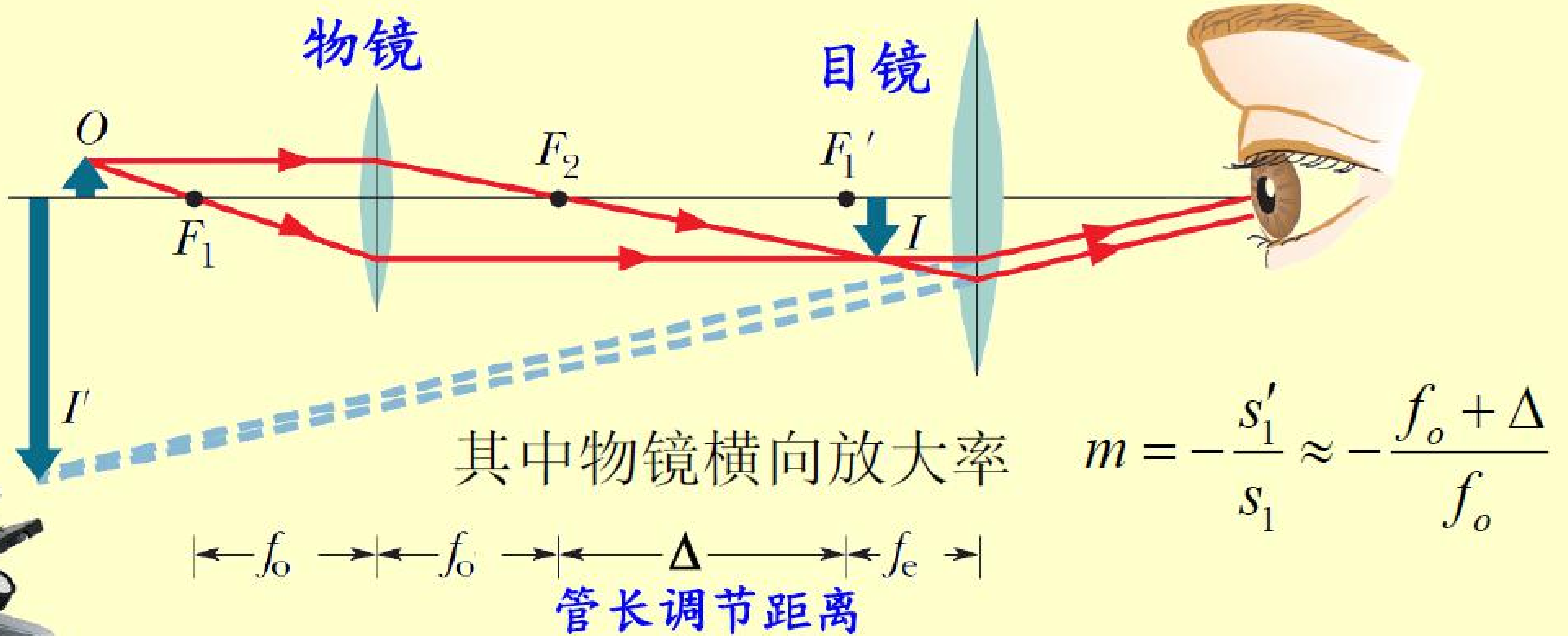


由于放大镜的作用是放大视角，故引入视角放大率*M*，以区别于横向放大率。

简单放大镜（凸透镜）的焦距都是短焦距的，f<25cm

☛显微镜*：

——可获得较大的放大率以观察微小物体的双会聚透镜系统。



其中物镜横向放大率 $m=-\dfrac{s_1'}{s_1}\approx-\dfrac{f_o+\Delta}{f_o}$

故有，显微镜放大率

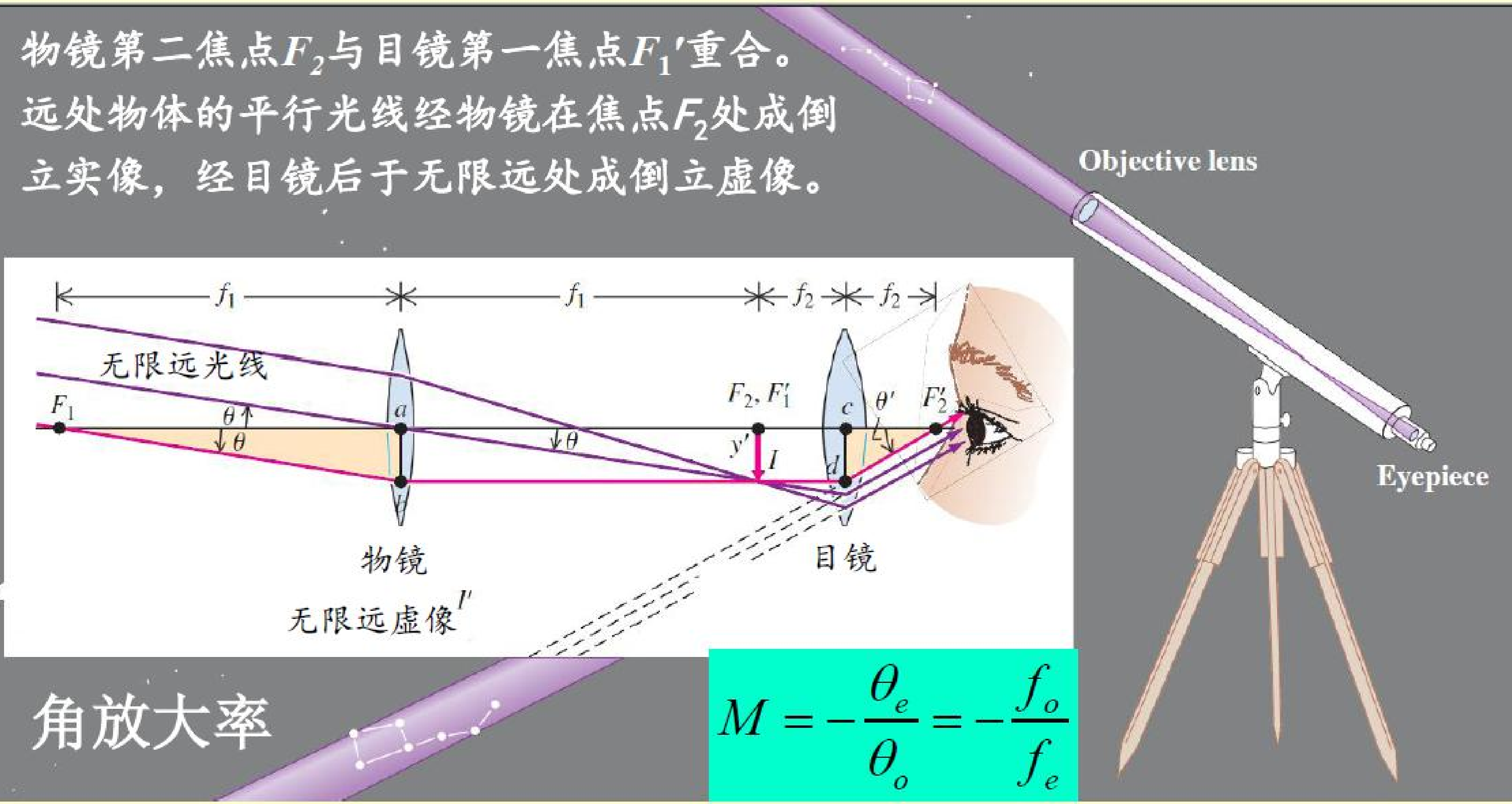
$$\mathrm{M}=m\times m_\theta=-\frac{f_o+\Delta}{f_o}\frac{25cm}{f_e}$$

$$f_o+\Delta=S$$

$$M=m\times m_\theta=-\left(\frac{S}{f_o}\right)\times\left(\frac{25\mathrm{cm}}{f_e}\right)$$

☛望远镜：　　教材p137--138

物镜第二焦点F_2与目镜第一焦点F_1'重合。
远处物体的平行光线经物镜在焦点F_2处成倒立实像，经目镜后于无限远处成倒立虚像。



角放大率

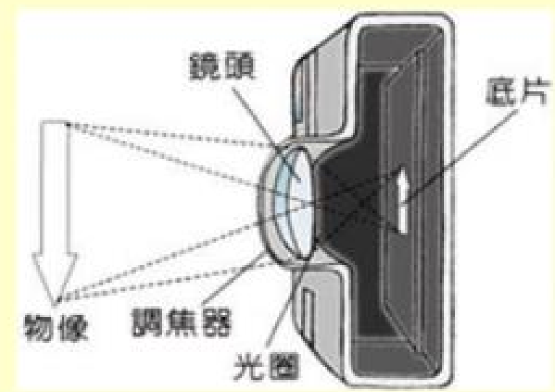
$$M = -\frac{\theta_e}{\theta_o} = -\frac{f_o}{f_e}$$

望远镜的放大率定义为最后像对目镜所张的视角θ_e与物体本身对目镜所张视角θ_0之比。负号表示像是倒立的。

☛照相机（了解）： 教材p138

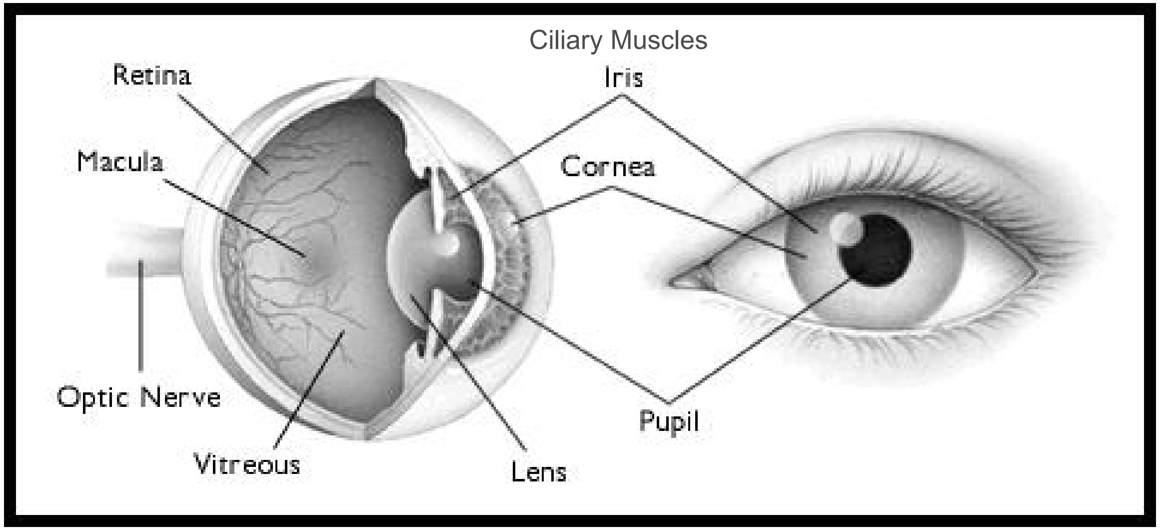
从1839年达盖尔发明第一部相机至今2019共180年

相机之父---法国人达盖尔

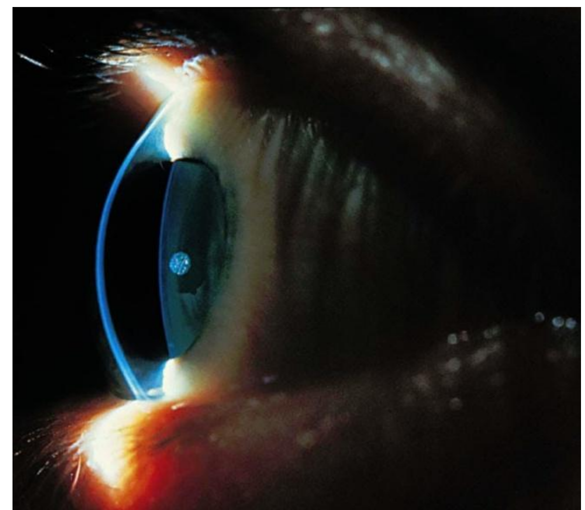


透镜焦距与光阑孔径的比值f/D称为f数，即：光圈数。光圈数越小，通光量越大。

Amazing Eye（了解）



- One of first organs to develop.
- 100 million Receptors
  - 200,000 /mm^2
  - Sensitive to single photon!
- Candle from 12 miles



5.（本题 8 分）Z002

一架照相机的透镜焦距为 50mm，若在拍摄 175cm 高的物体时，得到的像高为 30mm。问：

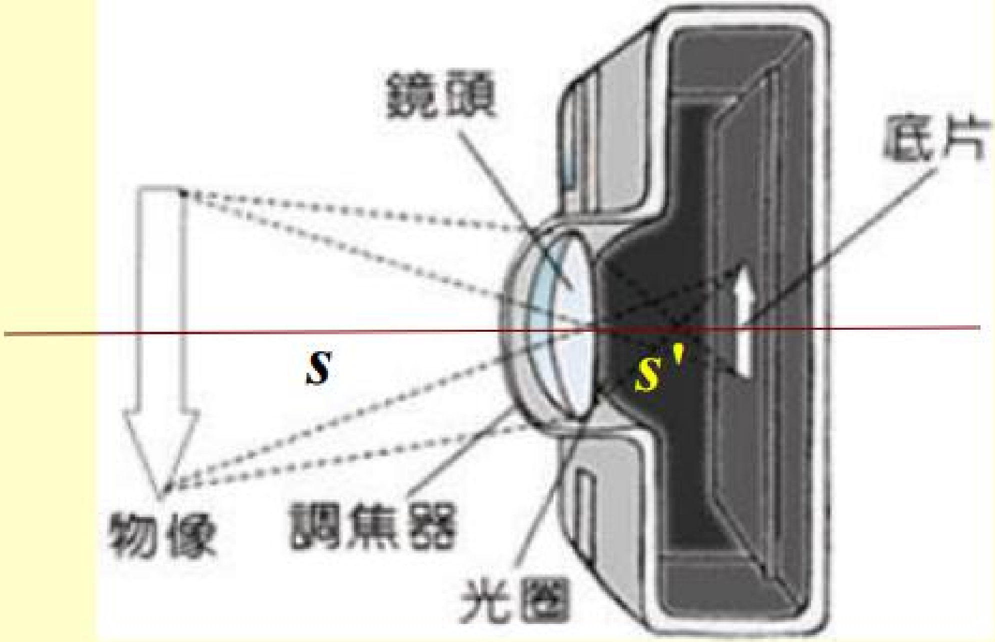
（1）被摄物体离照相机多远？

（2）若透镜进光孔直径为 1cm，光波长用$\lambda=500\,nm$，估算在底片上得到的最小分辨距离。

解：1、 $\dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s'}=\dfrac{1}{f}$

$$\frac{s}{s'}=\frac{s}{f}-1 \qquad \frac{1750}{30}=\frac{s}{50}-1$$

$$s=296.7cm \qquad s'=5.09cm$$



2、

$$\theta_{\min}=1.22\frac{\lambda}{D} \qquad \frac{l}{s'}=1.22\frac{\lambda}{D} \qquad l=1.22\frac{\lambda}{D}s'=3.1049\times10^{-4}\ cm$$

作 业

第 19 章

P139

2、3、4