# 3 平面机构力分析

3-1 运动副中的反力

3-2 力分析的图解法

3-3 力分析的杆组法

3-4 机械的效率

3-5 机械的自锁

# 3-1 运动副中的反力

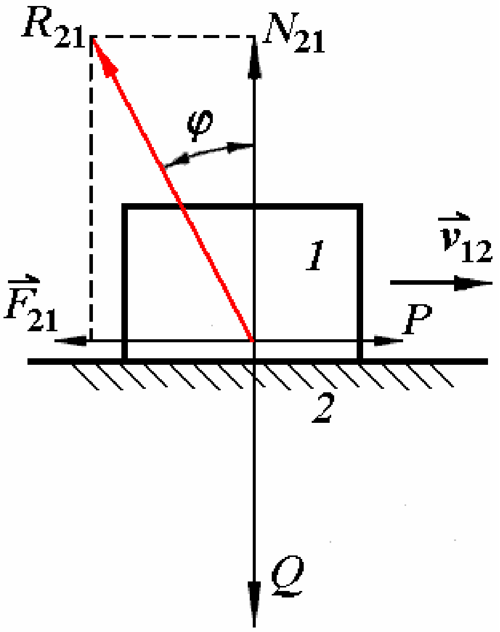
- 移动副中的反力

  1) 总反力方向已知，但大小未知。

  2) 总反力的作用点在接触线上，但具体位置未知。

  因此有2个未知量。

  其中：摩擦角 $\varphi = \arctan f$



# 3-1 运动副中的反力

- **回转副中的反力**

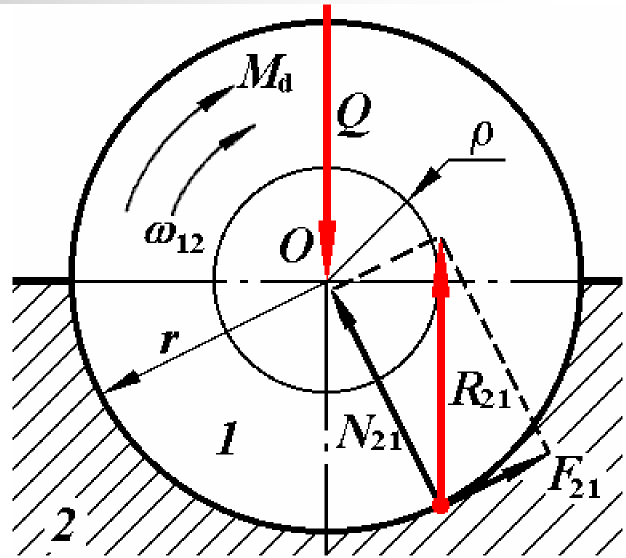
  1) 总反力必切于摩擦圆。

  2) 总反力大小与作用点均未知。

  因此有2个未知量。

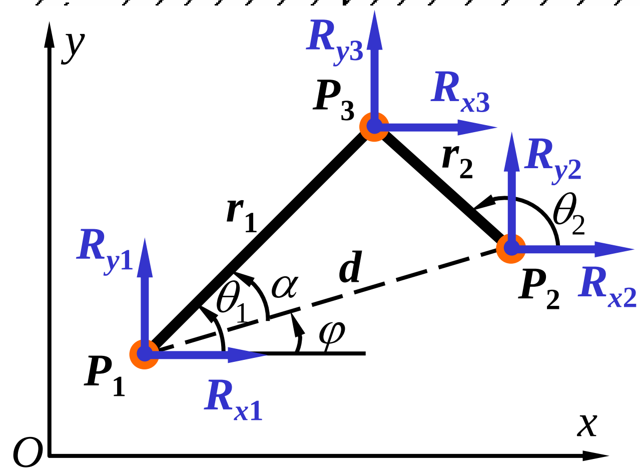
  其中摩擦圆半径 $\rho = f_v r$

  $f_v$ 为当量摩擦系数



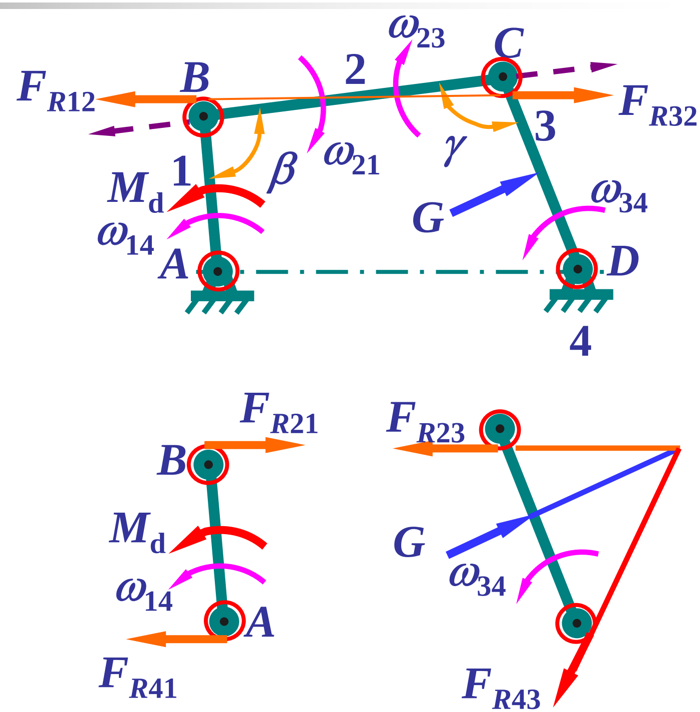

- **杆组满足静定条件**

$$3n=2P_L$$



# 3-2 力分析的图解法

例 已知各构件的尺寸、各转动副的半径*r*和当量摩擦系数$f_v$、作用在构件3上的工作阻力**G**及其作用位置，求作用在曲柄1上的驱动力矩$M_d$(不计重力和惯性力)。




解

(1) 根据已知条件作摩擦圆

(2) 作二力杆反力的作用线

(3) 分析其它构件的受力状况

# 3-2 力分析的图解法

(4) 列力平衡向量方程

$$\boldsymbol{F}_{R43}+\boldsymbol{F}_{R23}+\boldsymbol{G}=0$$

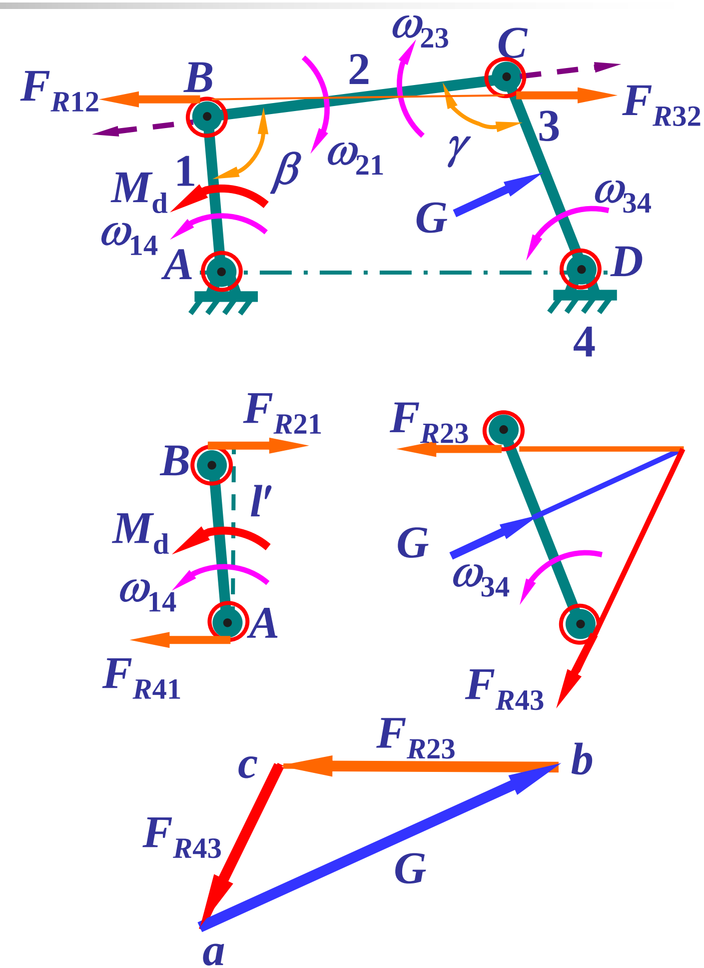
| | | | |
|---|---|---|---|
| 大小 | ? | ? | ✓ |
| 方向 | ✓ | ✓ | ✓ |

选比例尺$\mu_F$(N/mm)作图

$$F_{R23}=\mu_F\, bc$$

$$F_{R21}=-F_{R23}$$

$$M_d=\mu_F\, bc\times l'$$

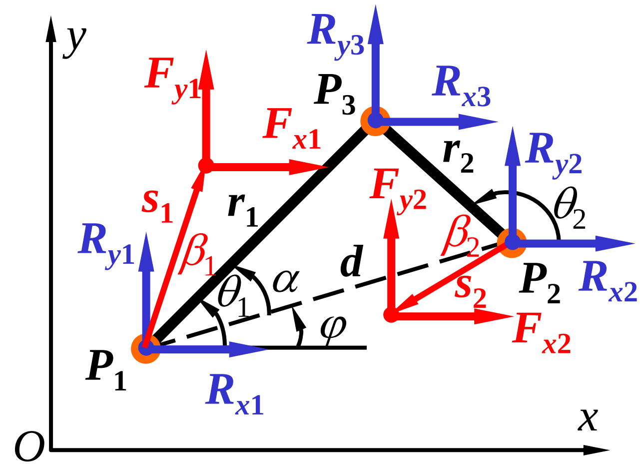


# 3-3 力分析的杆组法

基本思想:

1）对基本杆组进行受力分析并编制相应的求解函。

2）从输出构件开始，依次对各杆组调用相应的求解函数，完成整个机构的受力分析。

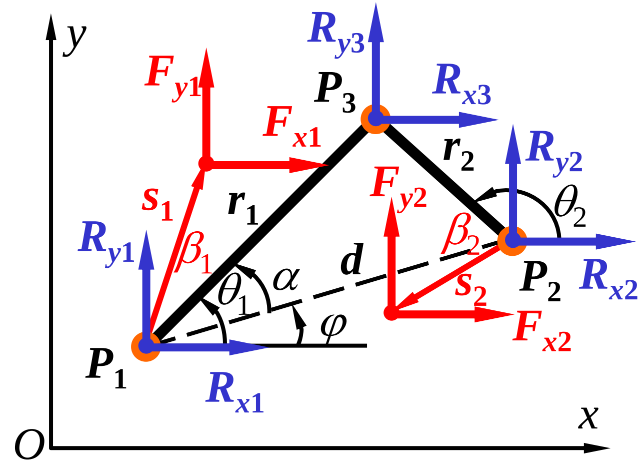



以二级杆组RRR为例:

已知$P_1$、$P_2$的几何参数、两杆长度及其所受主动力及其作用点。求运动副处的全部反力。各反力约定如下：外接副，指该杆组受到的作用力；内接副，指构件1受到的作用力。

# 3-3 力分析的杆组法

线性方程组如下：




$$
\begin{cases}
R_{x1} + R_{x3} + F_{x1} = 0 \\
R_{y1} + R_{y3} + F_{y1} = 0 \\
-r_1 \sin(\theta_1) R_{x3} + r_1 \cos(\theta_1) R_{y3} \\
\qquad - s_1 \sin(\theta_1 + \beta_1) F_{x1} + s_1 \cos(\theta_1 + \beta_1) F_{y1} = 0 \\
R_{x2} - R_{x3} + F_{x2} = 0 \\
R_{y2} - R_{y3} + F_{y2} = 0 \\
r_2 \sin(\theta_2) R_{x3} - r_2 \cos(\theta_2) R_{y3} \\
\qquad - s_2 \sin(\theta_2 + \beta_2) F_{x2} + s_2 \cos(\theta_2 + \beta_2) F_{y2} = 0
\end{cases}
$$

# 3-3 力分析的杆组法

计入摩擦力时，非线性方程组需用逼近法求解:

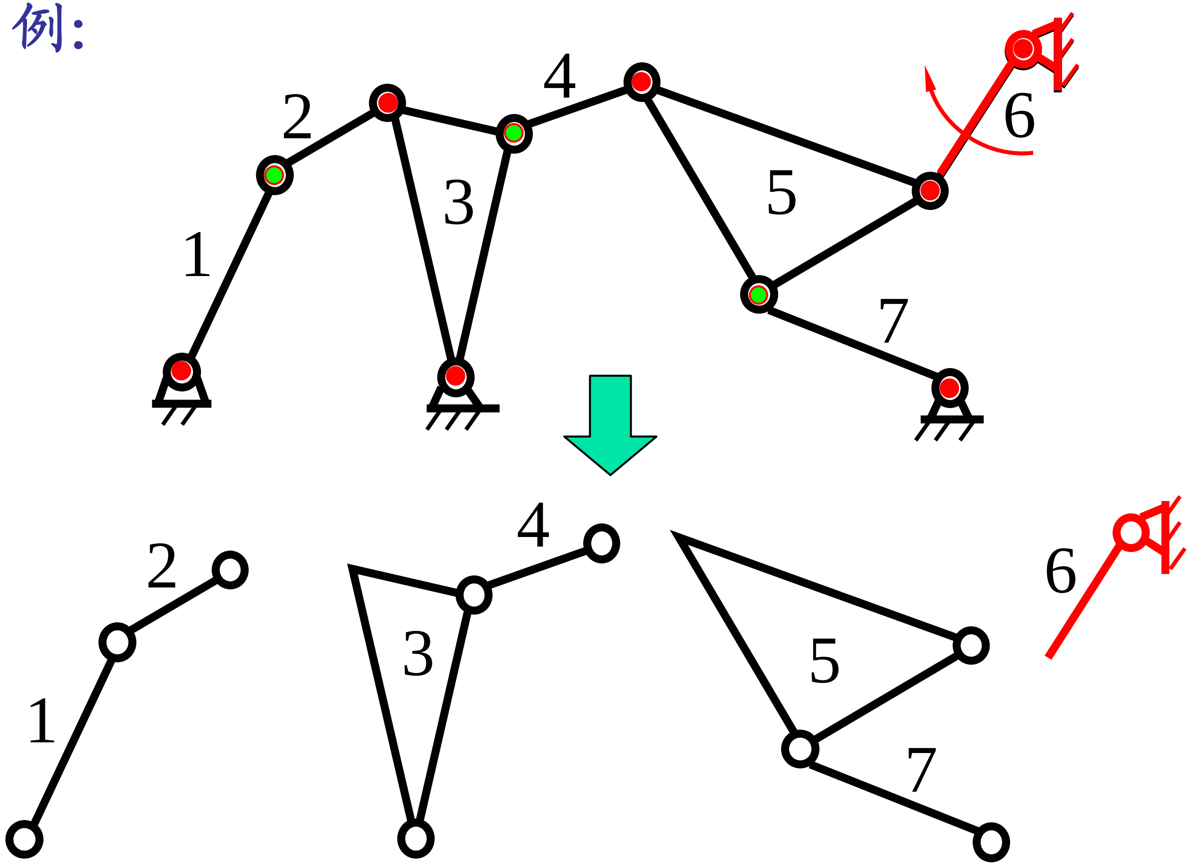
(1)令$f_v$=0，求出理想机械中的约束反力。

(2)根据求出的约束反力计算运动副中的摩擦力和摩擦力矩，将其作为已知力加在相应的构件上重新计算约束反力。

(3)重复(2)，直到相邻两次计算的约束反力误差满足分析精度要求为止。

# 3-3 力分析的杆组法

例：



# 3-4 机械的效率

机器的真实运动：起动+稳定运转+停车

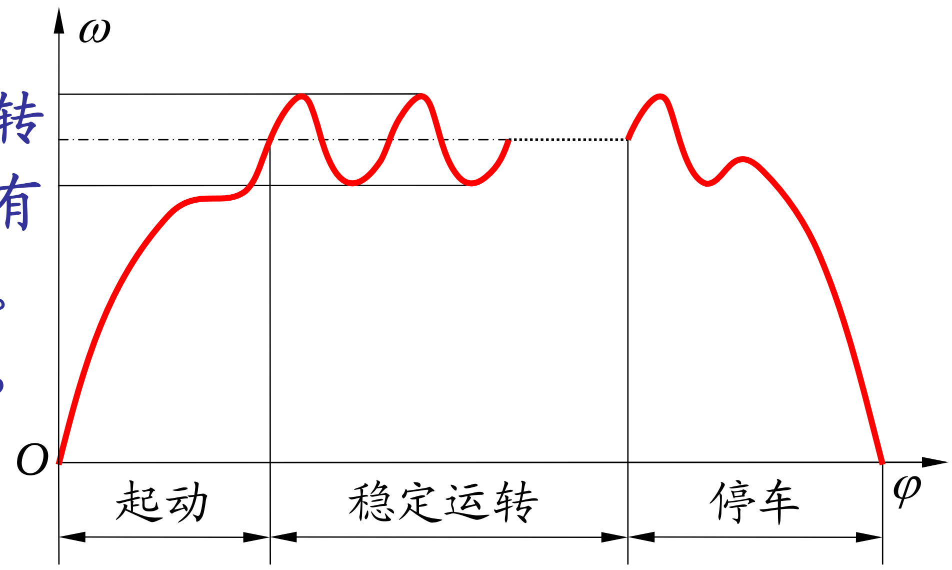
在稳定运转阶段的一个周期内，**输入功**等于克服工作阻力所作的**有益功**与克服摩擦阻力所作的**无用功**之和。

$$A_d=A_r+A_f$$

**机械效率**：在稳定运转阶段的一个周期内，有益功与输入功的比值。

当按匀速运转考虑时，上式等价于：

$$N_d=N_r+N_f$$



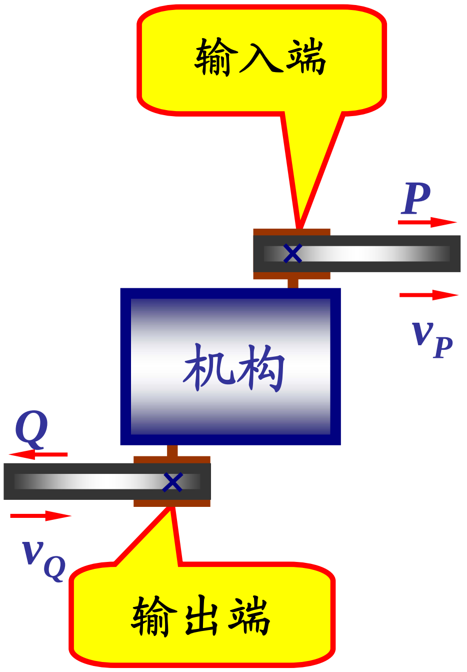
# 3-4 机械的效率

由机械效率定义导出其表达式为:

$$\eta = \frac{A_r}{A_d} = 1 - \frac{A_f}{A_d}$$

当按匀速运转考虑时，上式等价于

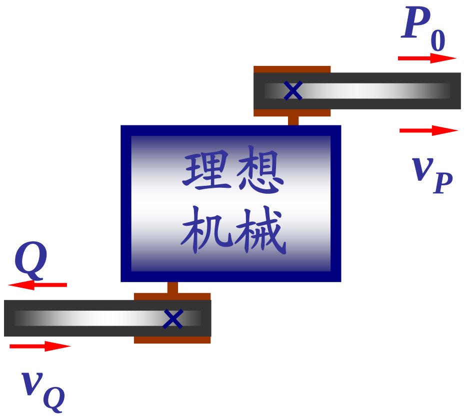
$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{Qv_Q}{Pv_P}$$



# 3-4 机械的效率

对相同的工作阻力Q，理想机械，有

$$\eta_0 = \frac{N_r}{N_d} = \frac{Qv_Q}{P_0 v_P} = 1$$

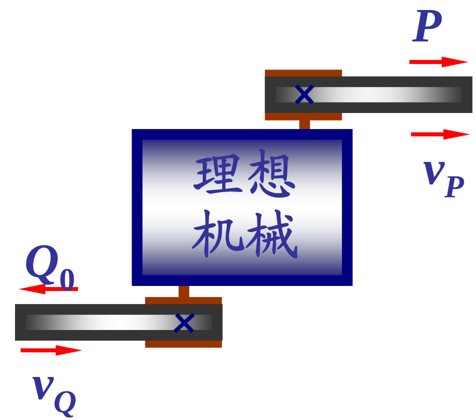



从而，对实际机械

$$\eta = \frac{Qv_Q}{Pv_P} = \frac{P_0 v_P}{Pv_P} = \frac{P_0}{P}, \qquad \eta = \frac{M_{P0}}{M_P}$$

# 3-4 机械的效率

对相同的驱动力$P$，理想机械，有




$$\eta_0 = \frac{N_r}{N_d} = \frac{Q_0 v_Q}{P v_P} = 1$$

实际机械

$$\eta = \frac{Q v_Q}{P v_P} = \frac{Q v_Q}{Q_0 v_Q} = \frac{Q}{Q_0}, \quad \eta = \frac{M_Q}{M_{Q0}}$$

$$\eta = \frac{\text{理想驱动力}}{\text{实际驱动力}} = \frac{\text{理想驱动力矩}}{\text{实际驱动力矩}}$$

$$= \frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}} = \frac{\text{实际工作阻力矩}}{\text{理想工作阻力矩}}$$

# 3-4 机械的效率

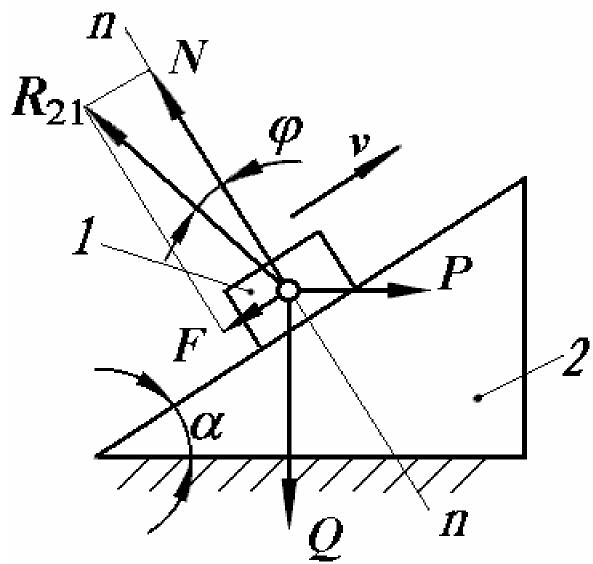
例 试分析斜面机构的效率。

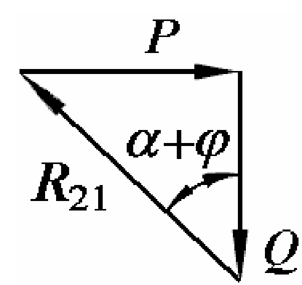
解

1) 当滑块向上匀速滑动时。

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{Q\tan(\alpha + 0)}{Q\tan(\alpha + \varphi)}$$

$$= \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \varphi)}$$



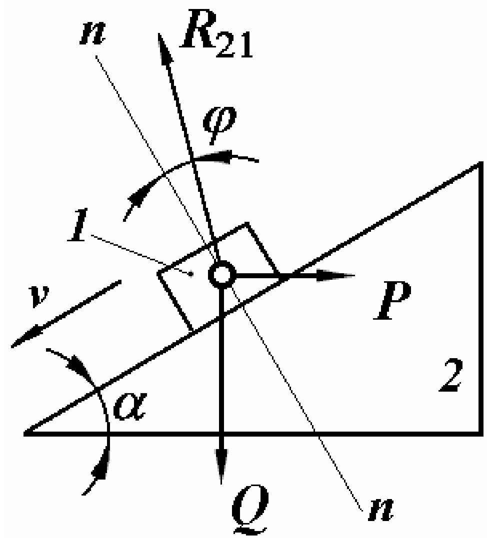



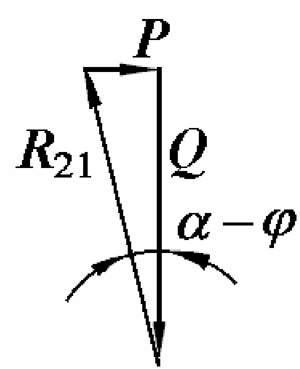
# 3-4 机械的效率

2) 当滑块向下匀速滑动时。

$$\eta^{*} = \frac{P}{P_0} = \frac{Q\tan(\alpha-\varphi)}{Q\tan(\alpha-0)}$$

$$= \frac{\tan(\alpha-\varphi)}{\tan\alpha}$$

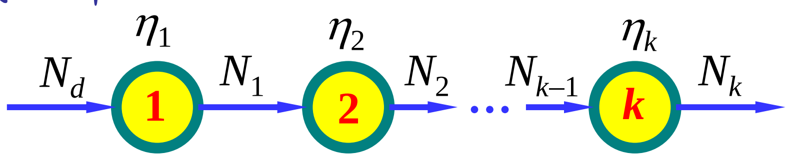


# 3-4 机械的效率

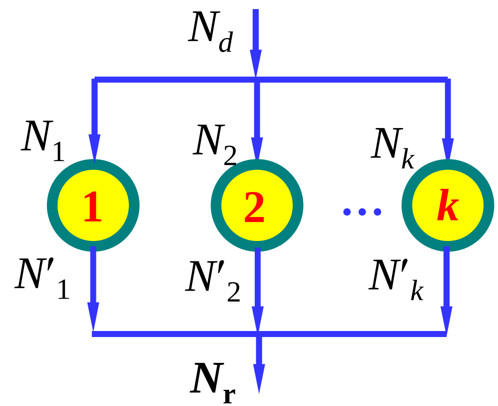
## 机械系统的机械效率

### (1) 串联




$$\eta = \frac{N_k}{N_d} = \frac{N_1}{N_d} \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{N_3}{N_2} \cdots \frac{N_k}{N_{k-1}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdots \eta_k$$

### (2) 并联




$$N_d = N_1 + N_2 + \cdots + N_k$$

$$N_r = N_1' + N_2' + \cdots + N'$$

$$= N_1\eta_1 + N_2\eta_2 + \cdots + N_k\eta_k$$

$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{N_1\eta_1 + N_2\eta_2 + \cdots + N_k\eta_k}{N_1 + N_2 + \cdots + N_k}$$

# 3-4 机械的自锁

移动副的自锁条件:

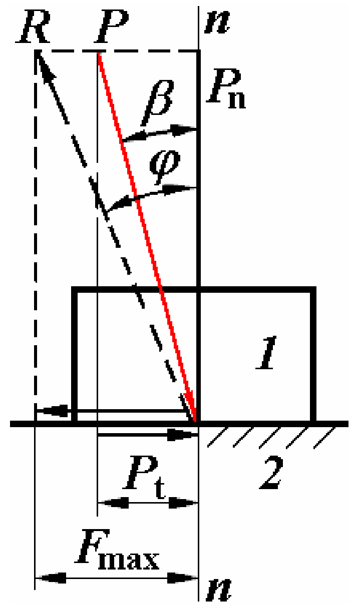
$$\beta \le \varphi$$

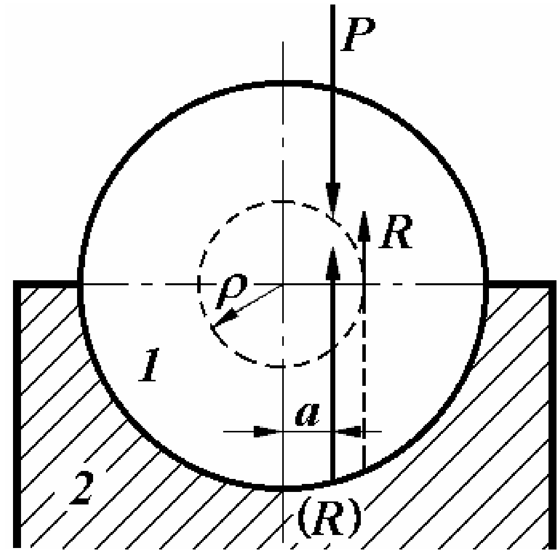
回转副的自锁条件:

$$a \le \rho$$

机械的自锁条件:

$$\eta^* \le 0$$



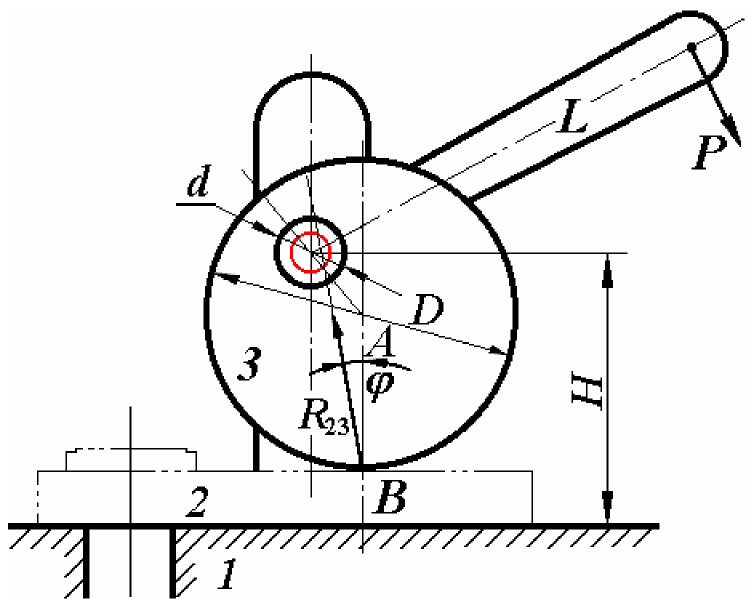

以斜面机构为例: $\eta^* = \dfrac{\tan(\alpha - \varphi)}{\tan \alpha} \le 0 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \le \varphi$

# 3-5 机械的自锁

例1 已知偏心夹具的几何尺寸，偏心轴颈的摩擦圆半径为$\rho$，摩擦角为$\varphi$，分析该夹具反行程的自锁条件。

解

若总反力$R_{23}$与摩擦圆相割，则夹具发生自锁。



# 3-5 机械的自锁

自锁条件为:

$s - s_1 \leq \rho$

在直角$\Delta ABC$中

$s_1 = AC = (D\sin\varphi)/2$

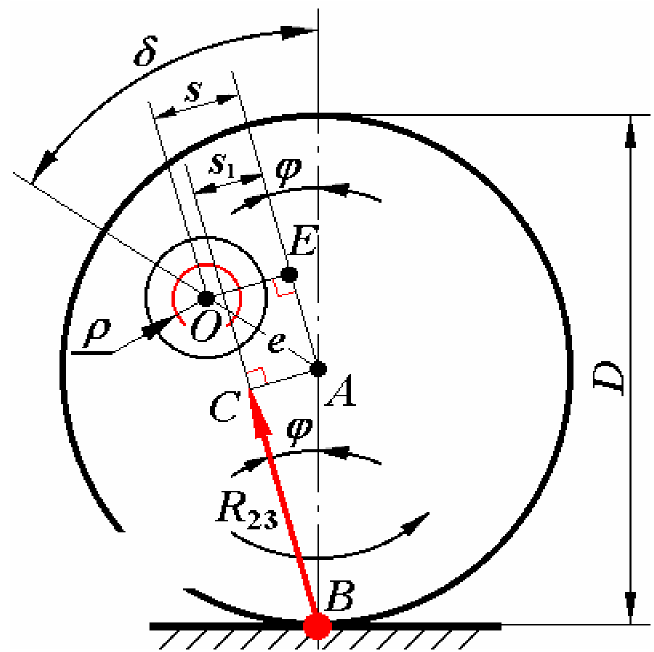
在直角$\Delta OEA$中

$s = OE = e\sin(\delta - \varphi)$

$\delta$称为楔紧角。

自锁条件为:

$e\sin(\delta - \varphi) - (D\sin\varphi)/2 \leq \rho$



# 3-5 机械的自锁

例2 分析斜面压榨机的自锁条件。

解 最小的平衡力***P***与压力***Q***之间的关系为:

$$P = Q\tan(\alpha\text{-}2\varphi)$$

故: $\eta^{*}=P/P_0=\tan(\alpha\text{-}2\varphi)/\tan\alpha$ $\eta^{*}\leq 0$ 即 $\alpha\leq 2\varphi$