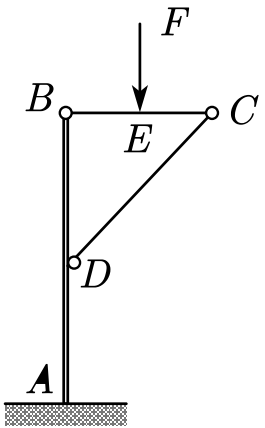


2012-2013 学年第一学期期末考试试卷

计算题（共 6 题）

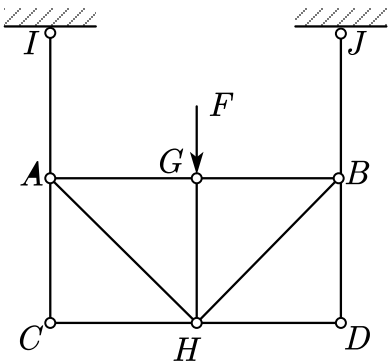
一、图示平面构架， A 端固定， B 、 C 、 D 处光滑铰连接，杆 AB 铅直， BC 水平，长度 $AD=BD=BC=b$ 。
杆 BC 中点 E 处受铅直力 F 作用，各杆重不计。

求：（1）固定端 A 的约束力及力偶；（2）铰 B 的约束力。（15 分）



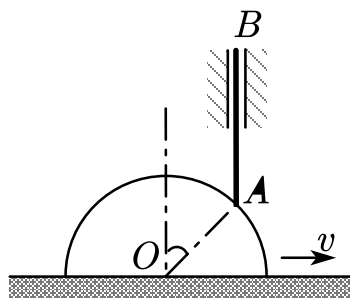
二、图示平面桁架， $ACHG$ 与 $BDHG$ 为相等的正方形，边长均为 b ，杆长 $AI=BJ=b$ ， AB 水平， AI 与 BJ 铅直， I 与 J 处为固定铰支座约束。铰 G 受铅直力 F 作用，各杆重不计。

求：（1）杆 GH 的内力；（2）杆 AH 与 AG 的内力。（15 分）

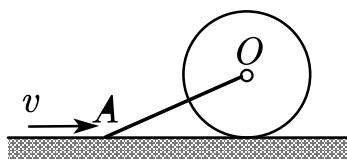


三、(a) 图示半圆形凸轮，半径为 R ，沿水平平面向右滑动，带动杆 AB 沿槽铅直向上运动。图示瞬时，角度为 φ ，轮的速度为 v ，加速的为零。求：此时杆 AB 的速度与加速度。

(b) 图示圆轮，半径为 R ，轮心 O 处铰接杆 OA ，杆长为 $2R$ 。轮 O 在水平地面上纯滚动，带动杆运动，杆 A 端未脱离地面。某瞬时，杆 A 端的速度为 v 。求：此时轮 O 的角速度。(20 分)



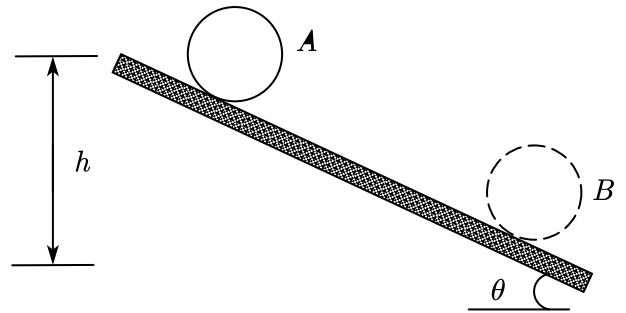
题(a)图



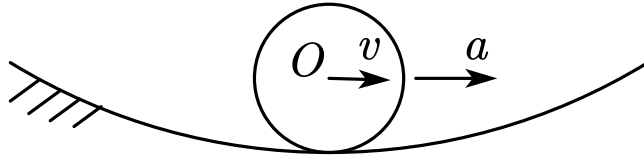
题(b)图

四、图示均质圆轮，质量为 m ，半径为 R ，在斜面上向下作纯滚动，从 A 位置静止开始滚到 B 位置，两位置高度差为 h ，斜面倾角为 θ 。

求：轮到达 B 位置时，(1) 轮心速度；(2) 轮心加速度；(3) 斜面的法向支撑力与摩擦力。(20 分)



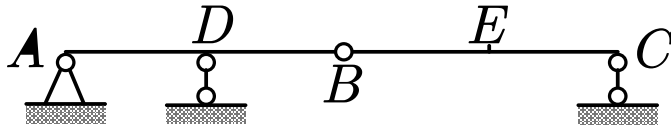
五、



(a) 图示均质圆轮，质量为 m ，半径为 r ，在半径为 R 的圆弧曲面上作纯滚动。某瞬时，轮心 O 的速度为 v ，加速度为 a 。求：此时轮的惯性力系向点 O 简化的结果。

(b) 图示组合梁， B 处为光滑铰连接， AC 水平，长度 $AD=BD=BE=CE=b$ 。解除 D 处滑动铰支座约束后，结构具有一个自由度。求：用 B 处虚位移 δr_B 表示杆 AB 的虚角位移、 E 处的虚位移。

(15 分)



六、设某单自由度保守系统的广义坐标为 q ，动能 T 与势能 V 分别为

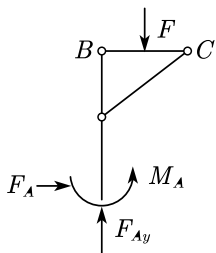
$$T = \frac{1}{2}mb^2\dot{q}^2, \quad V = -mgb\cos q \quad (m, b, g \text{ 为常数})$$

求：（1）该系统的拉格朗日方程；（2）系统的哈密顿方程。（15 分）

2012-2013 学年第一学期期末考试试卷参考答案

一、【解析】

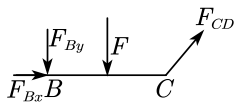
(1) 整体:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} \cdot F - M_A = 0$$

$$M_A = \frac{b}{2} F$$

(2) 取 BC 杆:



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F_{By} \cdot b + F \cdot \frac{b}{2} = 0$$

$$F_{By} = -\frac{F}{2} (\uparrow)$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow F \cdot \frac{b}{2} - F_{CD} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$F_{CD} = \frac{\sqrt{2}}{2} F (\nearrow)$$

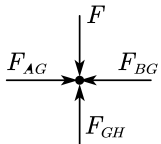
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Bx} + F_{CD} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$F_{Bx} = -\frac{F}{2} (\leftarrow)$$

【考点延伸】平面力系平衡方程

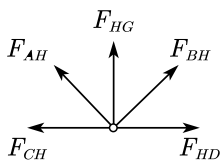
二、【解析】

(1) 对 G 点



则杆 GH 的内力 $F_{GH} = F$

(2) 对 H 点,

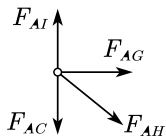


由对称性, $F_{AH} = F_{BH}$

$$F_{HG} + \frac{\sqrt{2}}{2} F_{AH} + \frac{\sqrt{2}}{2} F_{BH} = 0$$

$$F_{AH} = \frac{\sqrt{2}}{2} F$$

对 A 点,



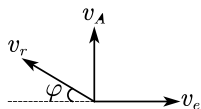
$$F_{AG} + \frac{\sqrt{2}}{2} F_{AH} = 0$$

$$F_{AG} = -\frac{F}{2}$$

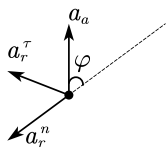
【考点延伸】平面桁架受力分析

三、【解析】

(a) 动点: A 点 动系: 半圆形凸轮



$$\vec{v}_A = \vec{v}_e + \vec{v}_r \quad \text{由几何关系: } v_A = v \cdot \tan \varphi$$

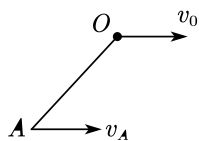


$$\vec{a}_a = \vec{a}_r^n + \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_e$$

$$a_r^n = \frac{v_r^2}{R} = \frac{v^2}{\cos^2 \varphi R}$$

$$a_a \cos \varphi = -a_r^n \quad \text{解得, } a_a = -\frac{v^2}{\cos^3 \varphi R}$$

(b) 分析杆 AO,

 v_A 与 v_o 同向, 则 $v_A = v_o = v$

$$\omega = \frac{v_o}{R} = \frac{v}{R}$$

【考点延伸】点的速度、加速度合成

四、【解析】

(1) 动能定理,

$$mgh = \frac{1}{2} J_c \omega^2 \textcircled{1} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4gh}{3R^2}}$$

$$\text{轮心速度 } v = \omega R = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

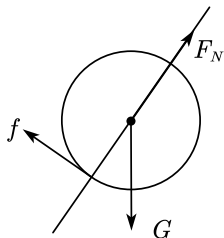
(2) 对①式两边求导

$$mgv \sin \theta = J_c \omega \alpha$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$\text{解得, } \alpha = \frac{2g \sin \theta}{3R} \quad \text{则轮心加速度 } a = \alpha R = \frac{2g \sin \theta}{3}$$

(3)



对球受力分析,

$$\sum M_B = fR = J_B \alpha$$

$$\text{解得, } f = \frac{mg \sin \theta}{3}$$

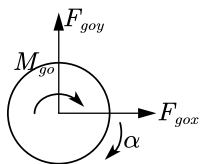
$$\text{沿垂直斜面方向, } mg \cos \theta - F_N = 0$$

$$F_N = mg \cos \theta$$

【考点延伸】动能定理, 质心运动定理

五、【解析】

(a)

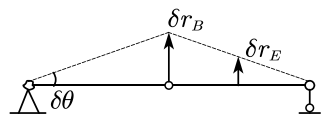


圆轮的角加速度, $\alpha = \frac{a}{R}$

惯性力 $F_{gox} = -ma$ $F_{goy} = -m \frac{v^2}{R}$

$$M_{go} = J_o \alpha = -\frac{1}{2} maR$$

(b) 如图,



由几何关系, $\delta \theta_z = \frac{\delta r_B}{2b}$

$$\delta r_E = \frac{\delta r_B}{2}$$

【考点延伸】惯性力、虚位移计算

六、【解析】

(1) 拉氏函数: $L = T - V = \frac{1}{2} mb^2 \dot{q}^2 + mgb \cos q$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = mb^2 \dot{q}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = mb^2 \ddot{q} + mgb \sin q = 0$$

$$(2) \text{ 广义动量 } P = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = mb^2 \dot{q} \quad \dot{q} = \frac{P}{mb^2}$$

$$\text{哈氏函数 } H = (P\dot{q} - L)_{\dot{q} \rightarrow P} = \frac{P^2}{2mb^2} - mgb \cos q$$

$$\text{哈氏方程} \begin{cases} \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial P} = \frac{P}{mb^2} \\ \dot{P} = -\frac{\partial H}{\partial q} = -mgb \sin \theta \end{cases}$$

【考点延伸】拉格朗日，哈密顿方程

【招募学霸兼职】

用你最擅长的学科知识，做最完美的答案解析。

【征集各科资料】

分享你手里的真题、作业习题或者笔记，我们将回馈一份感谢。

你在帮助学弟学妹的同时，
还能赚取一笔丰厚的零花钱！

请联系QQ：1760880175

呐呐

