

工程数值方法 (复习)

Numerical Method for Engineering

苏 芮

srhello@zju.edu.cn

开物苑4-202

第一章 绪论

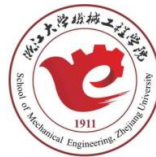
1.数值计算方法的应用

- 根据计算机特点，将简单运算组合实现各种复杂的功能和解决各种复杂的问题
- 通过离散、逼近、递推等方法求工程问题中满足精度要求的近似解

2.数值计算方法实现过程和设计思路

- 可靠性分析（前退vs后退）
- 计算复杂性（秦九昭法）

第一章 绪论



3.数值计算方法的误差分析

- 误差的来源
- 绝对误差、相对误差、有效数字，它们之间关系
- 误差传播分析的方法和原则

第二章 线性方程组

1. 线性方程组求解

- 线性方程组应用（九章算术）
- 线性代数求解（克拉姆法则？求逆矩阵？）

2. 线性方程组数值求解

- 高斯消元法

包含前向消元，选主元，反向回带3个主要步骤，将 $AX=b$ 转化为一个 $UX=b'$

- 为什么要选主元？

小数消大数，需要乘一个很大的数，放大误差！！

- LU分解法

包含LU分解（行列交替计算）， $LY=b$ ， $UX=Y$ 3个主要步骤，要能和MATLAB代码内容对应起来

第二章 线性方程组

3. 线性方程组消元法稳定性分析

- 评价指标, (误差, 剩余向量)
- 范数 (向量范数、矩阵范数)、条件数 (条件数如何计算? 大小和线性方程组求解稳定性的关系?)

4. 迭代法解线性方程组

- 雅各比迭代法 (如何实现?)
- 高斯-赛德尔迭代法 (如何改进?)
- 矩阵分裂法构建雅各比迭代法和高斯-赛德尔迭代法 (理解对应的MATLAB代码)
- 超松弛迭代法
- 迭代法的收敛条件 ($Ax=b$ 中的A矩阵判断, 迭代矩阵 $X_{k+1} = BX_k + f$ 中的B矩阵判断)

第三章插值

- 基本概念与应用场景?
- 全阶多项式插值（拉格朗日插值，范德蒙特矩阵，牛顿插值法）
- 多项式插值法的误差计算和缺点？
- 分段插值法（设计思路？分段线性插值，分段保形插值，分段样条插值，关键区别是什么？）
- 牛顿插值法-优点是什么？如何构建差商表？如何用差商表征插值误差？

第四章最小二乘法

- 与插值法的区别？适用范围？
- 为什么用最小二乘（2范数）？
- 如何构建法方程组？（基本思路是什么？）
- 最小二乘直线拟合？最小二乘指数拟合？非线性最小二乘指数拟合？
- QR分解法

第五章方程求根

- 与方程组求解的区别？
- 如何用数值法进行方程求根？（1. 确定有根区间；2. 不断逼近真实解）
- 二分法的基本思路是什么？
- 牛顿迭代法的基本思路是什么？为什么比二分法收敛的快？
- 如何判断牛顿迭代法是否会收敛？（1. 对迭代函数 $|g'(x)| < 1$ ；2. 直接根据原函数 $f(x)$ 进行判断- 定理3和定理4）

第五章方程求根

- 牛顿法的缺点？（需要计算 f'_{prim} ）
- 割线法的基本思路？（利用二个数值点，计算斜率，替代 f'_{prim} ）
- 逆二次插值法的基本思路？（利用三个数值点，进行多项式插值，计算和x轴的交点）
- Zeroin算法的基本思路？（将二分法的可靠性和割线法及IQI算法的收敛速度结合起来）

第六章数值积分

1.数值积分是如何实现的？

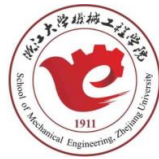
- 问题来源？基本思路？
- 中点法、梯形法、辛普森法、复合辛普森法、六阶牛顿-科斯特法
- 节点的权重叠加-系数如何确定？代数精度

2.牛顿-科斯特法是怎么提出的？

- 利用拉格朗日插值法对 $f(x)$ 进行拟合，并对多项式函数求原函数确定公式求积系数

3.复合公式是怎么提出的？

- 高次拉格朗日插值法的缺点-将插值区间进行等分，并利用低阶公式进行插值。注意节点两次计数。
- 复合公式的递推公式。



第六章数值积分

4. 龙贝格 (Romberg) 积分

- 用若干个精度较低的积分近似值来推算更精确近似值的方法。
确定误差与步长的关系；缩小步长；构建误差关系；获得更准确的积分公式。

第七章数值微分

数值微分的工程应用和基本思路？

- 差商近似，通过2点求斜率，包括：向前差商、向后差商、中心差商
- 通过泰勒公式展开，利用n个数值点，消除余项，计算函数的n阶导数
- 利用多项式插值对数值节点进行插值（拉格朗日插值，三次样条插值等），后对多项式插值函数进行求导

第八章微分方程

微分方程的应用?

- 描述系统的运动状态（一阶导数-速度，二阶导数-加速度），构建 y 与 x 的显性关系（ y 在不同节点的值）；
- 前进欧拉公式、后退欧拉公式（隐式）
- 如何构建改进欧拉公式？
- 龙格-库塔 (Runge-Kutta) 方法的基本思路？
- 4阶经典龙格-库塔法如何构建的？

课程学习目标

算法设计：设计求解实际问题的高效可靠的数值方法

- **有效性：**易于在计算机上实现
- **可靠性：**收敛性稳定性等有数学理论保证
- **数值实验：**要通过数值试验来证明算法是行之有效的

算法分析：对求得的数值解进行精度评估

算法优化：实现算法的高效运行

算法编程：熟悉一门计算机编程语言，如 C 语言；掌握一种科学计算软件，如 Matlab

感谢聆听,欢迎讨论!