

第六章 孔口出流

主要讨论液体孔口出流的基本概念和主要特征，确定出流速度、流量和影响它们的因素。进一步掌握流体运动基本规律的应用。

§ 补充：孔口出流的分类和基本特征

从出流的下游条件分

自由出流孔口：流体通过孔口后流入大气中。

淹没出流孔口：流体通过孔口后流入充满液体的空间。

从射流速度的均匀性

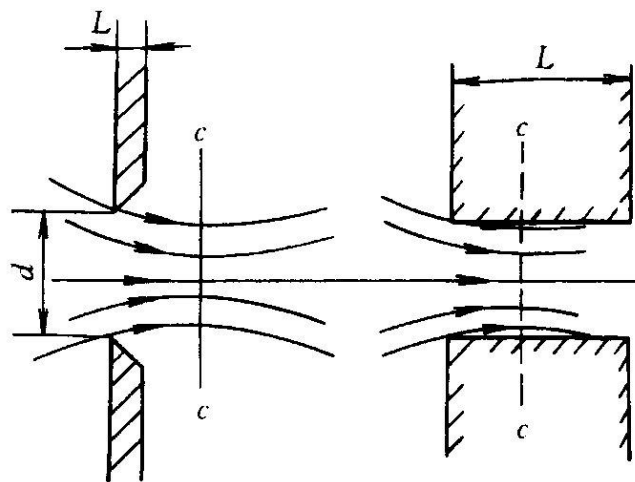
小孔口：如果孔口断面上各点的流速是均匀分布的

大孔口：孔口断面上各点的流速相差较大，不能按均匀分布计算。

从孔口边缘形状 和出流情况

薄壁孔口：出流液体具有一定的流速，能形成射流且孔口具有尖锐的边缘，壁厚不影响射流的形状， $L/d \leq 2$ 。没有沿程损失，只有因收缩而引起的局部能量损失

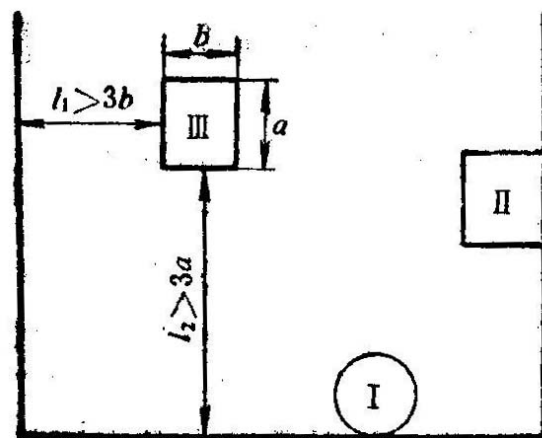
厚壁孔口：出流液体具有一定的流速，能形成射流，此时虽然孔口也有尖锐边缘，射流形成收缩断面，但由于孔壁较厚，射流收缩后又扩散而附壁，也称为管嘴 $2 < L/d \leq 4$ 。不仅要考虑收缩的局部损失，而且还要考虑沿程损失。



a) 薄壁孔口

b) 厚壁孔口

收缩断面：缓变流动
收缩系数 $C_c = A_c / A_0$



具有尖锐边缘孔口的特点是射流的收缩，收缩程度对于孔口出流的性能有显著的影响。

孔口与边壁或者底部相切（I 及 II），相切处的射流不会产生收缩。

孔口离侧壁或底部太近，则收缩受到一定的影响，称为不完全收缩。

离壁面的距离大于孔径或孔口边长的三倍，侧壁等不影响射流的收缩，射流的收缩称为完全收缩。

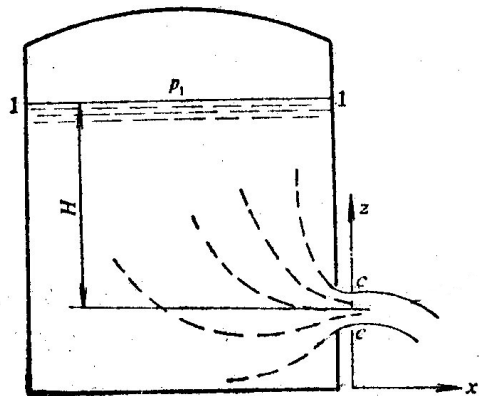
按流动参数是否
随时间变化

定常出流：当出流系统的作用水头保持不变时，出流的各种参数保持恒定。

非定常出流

§6-1 薄壁孔口出流

(一) 薄壁孔口自由出流



对图示的 1-1 和 c-c 断面列伯努利方程

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + H = \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + \zeta_c \frac{v_c^2}{2g}$$

其中 ζ_c 为孔口出流局部阻力系数。将连续性方程 $v_1 = \frac{A_c}{A_1} v_c$ 代入上式得

$$gH + \frac{p_1 - p_c}{\rho} = [\alpha_c - \alpha_1 \left(\frac{A_c}{A_1}\right)^2 + \zeta_c] \frac{v_c^2}{2}$$

$$\text{或} \quad v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c - \alpha_1 \left(\frac{A_c}{A_1}\right)^2 + \zeta_c}} \sqrt{2(gH + \frac{p_1 - p_c}{\rho})}$$

如果容器断面 A_1 较大, 即 $A_1 \gg A_c$, 对于小孔口来说 $\alpha_c \approx 1$, 则得

$$v_c = C_v \sqrt{2(gH + \frac{\Delta p}{\rho})}$$

式中 $C_v = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_c}}$ 称为流速系数, $\Delta p = p_1 - p_c$ 。

通过孔口的流量为

$$\begin{aligned} q_v &= v_c A_c = C_c A_0 v_c = C_c C_v A_0 \sqrt{2(gH + \frac{\Delta p}{\rho})} \\ &= C_d A_0 \sqrt{2(gH + \frac{\Delta p}{\rho})} \end{aligned}$$

式中 A_0 为孔口面积, $C_c = A_c/A_0$ 为收缩系数, $C_d = C_c C_v$ 为孔口出流的流量系数。

如果容器敞开，容器上部为自由液面，则 $p_1 = p_a$ 。小孔自由出流时，射流断面上的压强为常数，应等于表面上的压强，即为大气压强 p_a ，因此

$$\Delta p = p_1 - p_c = 0$$

则
$$v_c = C_v \sqrt{2gH}$$

$$q_V = C_d A_0 \sqrt{2gH}$$

如果 $\frac{\Delta p}{\rho} \gg gH$ 则有

$$v_c = C_v \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$q_V = C_d A_0 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

(二) 薄壁孔口出流系数

出流速度和流量与出流系数 ζ_c 、 C_c 、 C_v 和 C_d 有着密切关系

1. 流速系数

如果孔口流动没有局部阻力损失，则孔口的阻力系数，孔口的理想流速应该是

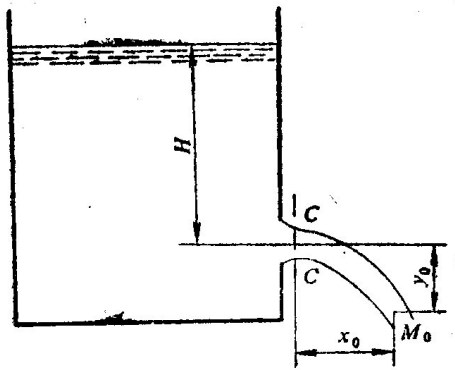
$$v_T = \sqrt{2(gH + \frac{\Delta p}{\rho})}$$

于是

$$C_v = \frac{v_c}{v_T}$$

流速系数的物理意义就是实际流速 v_c 与理想流速 v_T 的比值，阻力系数越大，则实际流速越小，其流速系数也就越小。

流速系数的实验确定:



射流轨迹法

孔口出流射入大气后成为平抛运动，将 xoy 坐标原点取在收缩断面上，测量射流上任一点 M_0 的坐标 x_0 和 y_0 ，如果忽略空气阻力，则

$$x_0 = v_c t$$

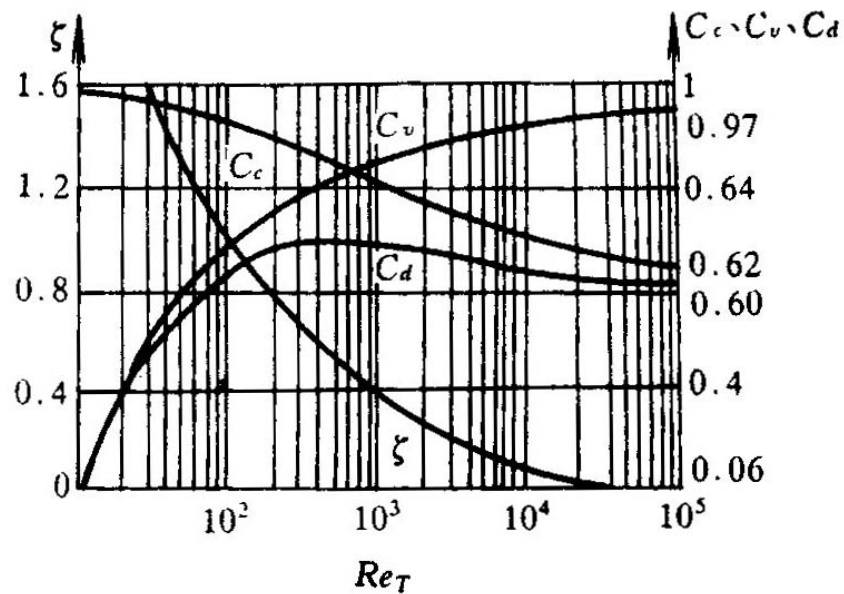
$$y_0 = \frac{1}{2} g t^2$$

消去时间参数 t 可得，

$$v_c = x_0 \sqrt{\frac{g}{2y_0}} = C_v \sqrt{2gH}$$

因此流速系数 C_v 为

$$C_v = \frac{x_0}{2\sqrt{Hy_0}}$$



阿里特苏里薄壁小孔口实验结果

$$Re_T \geq 10^5 \quad C_v = 0.97$$

$$C_d = 0.60 \sim 0.62$$

$$C_c = 0.62 \sim 0.64$$

$$\zeta_c = 0.06$$

2. 流量系数

$$C_d = \frac{q_V}{A_0 \sqrt{2gH}} = \frac{q_V}{A_0 v_T} = \frac{q_V}{q_T}$$

流量系数的物理意义就是实际流量 q_V 与理想流量 q_T 的比值。

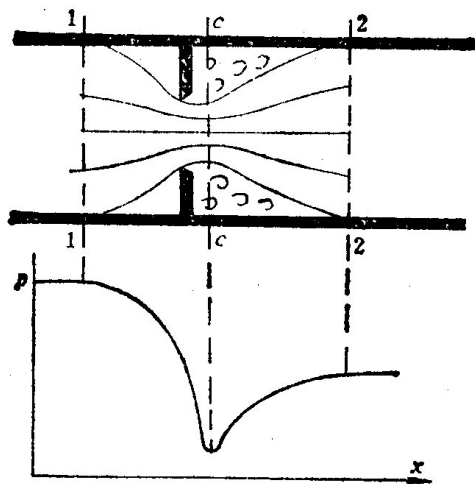
通过对 q_V 、 H 和 A_0 的测定，很容易得出流量系数 C_d 的实验值。

3. 收缩系数与阻力系数

$$C_c = \frac{C_d}{C_v}$$

$$\zeta_c = \frac{1}{C_v^2} - 1$$

(三) 薄壁孔口淹没出流



$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c - \alpha_1 \left(\frac{C_c A_0}{A_1} \right)^2 + \zeta_c}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

式中, $\Delta p = p_1 - p_c$, A_0 为孔口的面积。

液压技术中 A_0 一般要比 A_1 小得多, 因此 $\alpha_1 \left(\frac{C_c A_0}{A_1} \right)^2$ 与 $\alpha_c + \zeta_c$ 比较起来可以忽略。对小孔口来说, 收缩断面处流速是均匀的, ¹, 则得

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_c}} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = C_v \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

由断面 1-1 至 c-c 的伯努利方程为

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + \zeta_c \frac{v_c^2}{2g}$$

将连续性方程 $v_1 = \frac{A_c}{A_1} v_c = \frac{C_c A_0}{A_1} v_c$

代入上式

流量 q_V
为

$$q_V = v_c A_c = C_c A_0 v_c = C_c C_v A_0 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = C_d A_0 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

经实验测定, 薄壁小孔淹没出流的流速系数、流量系数、损失系数和断面收缩系数和自由出流具有完全相同的值。

注意:

在阻尼器和阀口等出流问题中，要确定收缩断面而测定收缩断面上的压强是很困难的，一般只能在出流口下游适当的地方测得压强 p_t 。 p_t 总是大于 p_c ，则实测的 C_q 总是小于 C_d ，我们把

$$C_q = \frac{q_v}{A_0 \sqrt{\frac{2\Delta p_t}{\rho}}}$$

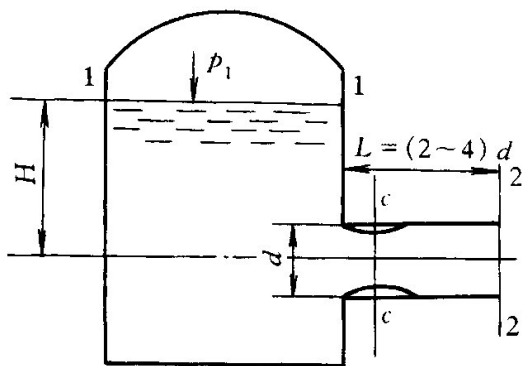
定义为实测的流量系数，由此可得

$$\frac{C_q}{C_d} = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta p_t}}$$

由于 $\Delta p_t > \Delta p$ ，所以流量系数 C_q 总是大于 C_d ，只有在自由出流的情况下 $\Delta p_t = \Delta p$ ， C_q 与 C_d 是相同的。

§6-2 厚壁孔口自由出流

当孔口厚度增加到一定程度并对出流有显著影响时，称为厚壁孔口出流，工程上常做成管嘴形状。以外伸圆柱形管嘴为例，分析厚壁孔口在定常条件下出流速度和流量等参数的确定方法。



以自由液面 1-1 和管嘴出流断面 2-2 列伯努利方程

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + H = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum \zeta \frac{v_2^2}{2g}$$

如果容器截面积相对于孔口断面很大，

$v_1 \approx 0$ ，并取

$$\frac{\Delta p}{\rho g} + H = (1 + \sum \zeta) \frac{v_2^2}{2g}$$

或

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \zeta}} \sqrt{2(gH + \frac{\Delta p}{\rho})}$$

式中 $\Delta p = p_1 - p_2$

。令流速系数 $C_v = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \zeta}}$

，则

$$v_2 = C_v \sqrt{2(gH + \frac{\Delta p}{\rho})}$$

厚壁孔口出流流量为

$$q_V = v_2 A_0 = C_v A_0 \sqrt{2(gH + \frac{\Delta p}{\rho})}$$

或

$$q_V = C_d A_0 \sqrt{2(gH + \frac{\Delta p}{\rho})}$$

式中流量系数 $C_d = C_v$ ， A_0 为孔口断面积。

注意：厚壁孔口的出流公式与薄壁孔口出流公式在形式上完全一致，只是它的流速系数、流量系数与薄壁孔口不同，需重新确定。

下面分析厚壁孔口的阻力损失。厚壁孔口阻力损失由三部分组成：一是入口收缩损失，二是收缩断面后的扩大损失，三是附壁流出的沿程损失。

$$\sum \zeta = \zeta_c' + \zeta_1 + \lambda \frac{L}{d}$$

式中 L 为管嘴长度， d 为孔口直径。

入口收缩损失可按薄壁孔口出流来计算，即

$$\zeta_c' \frac{v_2^2}{2g} = \zeta_c \frac{v_c^2}{2g} \quad \text{由此得} \quad \zeta_c' = \zeta_c \left(\frac{v_c}{v_2} \right)^2 = \zeta_c \left(\frac{A}{A_c} \right)^2 = \zeta_c \left(\frac{1}{C_c} \right)^2$$

由前面薄壁孔口分析可知 $\zeta_c = 0.06$ $C_c = 0.64$ ，
上式可算得 $\zeta_c' = 0.06 \times \left(\frac{1}{0.64} \right)^2 = 0.146$

突然扩大阻力系数为 $\zeta_1 = \left(\frac{A}{A_c} - 1 \right)^2 = \left(\frac{1}{C_c} - 1 \right)^2 \approx 0.316$

如在沿程阻力中取 $\lambda = 0.02$ ， $L/d = 2$ ，则 $\lambda \frac{L}{d} = 0.04$

因此 $\sum \zeta = 0.146 + 0.316 + 0.04 = 0.5$

最后可得厚壁孔口的流速系数为 $C_v = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum \zeta}} \approx 0.82$

即

$$C_d = C_v = 0.82$$

注意：

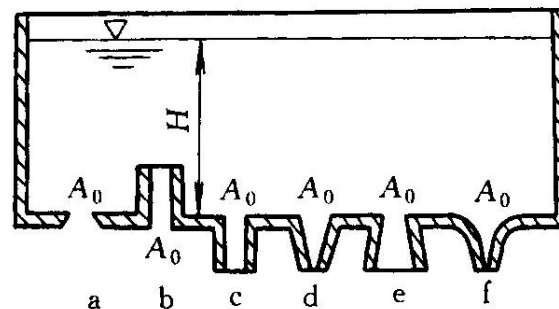
对比厚壁孔口出流 $C_d = 0.82$ 和薄壁孔口出流 $C_d = 0.61$ 可以看出，在同样出流条件下，当孔口面积相同时，通过厚壁孔口的流量大于薄壁孔口，其比值约为 1.34 。

产生这个结果的原因可解释为：

当液体从厚壁孔口流到大气中去时流速为 v_2 ，在收缩断面上的流速 $v_c > v_2$ ，因此收缩断面上的压强 p_c 一定小于孔口出流断面上的压强，即小于大气压强 p_a ，这样就在厚壁孔口的收缩断面上产生真空。由于真空抽吸作用，不但克服了阻力，还将从容器中抽吸液体，加大了厚壁孔口出流流量。

在工程中，通常采用管嘴来增大孔口出流的流量。当然管嘴的尺寸要有一定的范围，太长则引起较大的沿程阻力损失，太短则在孔内流动来不及扩散至管壁就已流出管口，在管内形成不了真空，起不到增大流量的作用。由大量的实验证明，使管嘴正常工作的长度 L 最好在孔口直径的 3~4 倍。

各种形式管嘴



种类		阻力系数 ζ_c	收缩系数 C_c	流速系数 C_v	流量系数 C_d
a	薄壁孔口	0.06	0.64	0.97	0.62
b	内伸管嘴	1	1	0.71	0.71
c	外伸管嘴	0.5	1	0.82	0.82
d	收缩管嘴 收缩角 $\theta = 13^\circ \sim 14^\circ$	0.09	0.98	0.96	0.96
e	扩张管嘴 扩张角 $\theta = 5^\circ \sim 7^\circ$	4	1	0.45	0.45
f	流线型管嘴	0.04	1	0.98	0.98

§6-3 节流气穴与汽蚀

何谓节流气穴？

液体通过阀口、阻尼孔及其它节流装置处时，速度往往很高，压强降低，出现真空度。当压强降低到一定程度时，溶解在液体里的空气首先要分离出来，以气泡的形式逸出。当压强继续降低，液体本身也要汽化而形成大量的气泡。这种在节流过程中，由于局部地区压强降低而在液体中产生气泡的现象称为节流气穴。

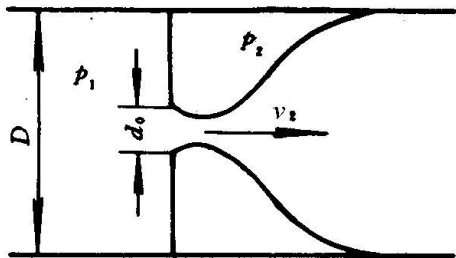
压强低到什么程度会产生气穴？

这要看液体中是否溶解气体以及气体溶解量的多少而定。一般水中溶解气体不超过 2 %，因而水中气穴往往以液体饱和蒸汽压为标准。油中溶解气体可达 6 % ~ 12 %，油中气穴往往以空气分离压为标准。

何谓汽蚀？

当气穴现象所产生的气泡随流体流至高压区时，气泡被急剧击破，在一瞬间产生强烈的冲击，引起振动和噪音，并伴有流体温度和压强的升高以及氧化变质。如果气泡的破灭发生在固体壁面时，壁面材料在反复的冲击和氧化作用下，将会发生剥落和腐蚀，这种现象称为汽蚀。

节流气穴判断标准



有如图所示的管内节流孔，若前后压强分别为 p_1 和 p_2 ，射出的流速为 v_2 ，液体密度为 ρ ，当节流小孔直径与管内径相比很小，即 $\ll D$

时，由伯努利方程可得到节流孔前后压差为

$$p_1 - p_2 \approx \frac{\rho v_2^2}{2}$$

由于节流流动的最低压力发生在节流孔下游，因此节流出口压力 p_2 的相对大小可用来判断节流气穴产生与否。通常定义一个无量纲数来表示气穴产生的可能性。这个无量纲数称为节流气穴系数，定义为

$$\sigma = \frac{p_2 - p_v}{\frac{\rho v_2^2}{2}}$$

式中 p_v 为油的空气分离压。将前式代入式中，可得

$$\sigma = \frac{p_2 - p_v}{p_1 - p_2}$$

从理论上来说， $p_2 = p_v$ 时，也就是 $\sigma = 0$ 时，才发生气穴。但实验证明，当 σ 下降到 0.4 左右时就开始产生气穴。可见 $\sigma = 0.4$ 可作为节流气穴发生的临界值， $\sigma > 0.4$ 不发生气穴， $\sigma < 0.4$ 则有气穴发生。

由于 p_v 与 p_1 、 p_2 相比很小，因此

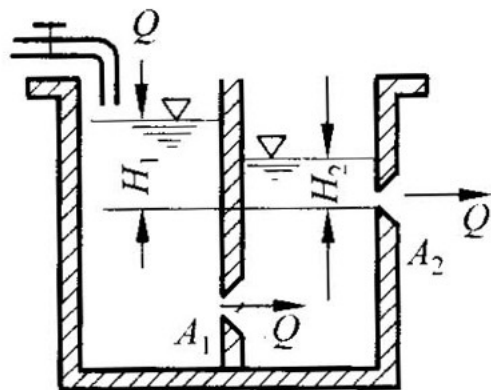
$$\sigma = \frac{p_2}{p_1 - p_2} = \frac{1}{p_1/p_2 - 1}$$

由此可以看出，取决于节流孔前后的压强比。将 $\sigma = 0.4$ 代入可得

$$\frac{p_1}{p_2} = 3.5$$

可见节流口前后压强比为是产生气穴的界限。为了避免产生节流气穴，必须保证 $p_1/p_2 < 3.5$ 。常见的方法是适当提高节流口后的压强 p_2 ，降低节流口前的压强 p_1 。

6.29 如图所示,从水管向左箱供水,然后经面积为 A_1 、流量系数为 C_1 的孔口流向右箱,再从右箱经面积为 A_2 、流量系数为 C_2 的孔口流出,恒定流量为 Q . 试求图示两个水位高度 H_1 和 H_2 .



6.29 题图

$$\text{6.29 解: 对 } A_2 \text{ 孔口 } Q = C_2 A_2 \sqrt{2gH_2} \quad H_2 = \frac{Q^2}{2gC_2^2 A_2^2}$$

$$\text{对 } A_1 \text{ 孔口 } Q = C_1 A_1 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = C_1 A_1 \sqrt{2g(H_1 - H_2)}$$

$$H_1 = H_2 + \frac{Q^2}{2gA_1^2 C_1^2}$$

$$H_1 = \frac{Q^2}{2gA_2^2 C_2^2} + \frac{Q^2}{2gA_1^2 C_1^2}$$

$$= \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_1^2 C_1^2} + \frac{1}{A_2^2 C_2^2} \right)$$