

材料力学 (乙)

Mechanics of Materials

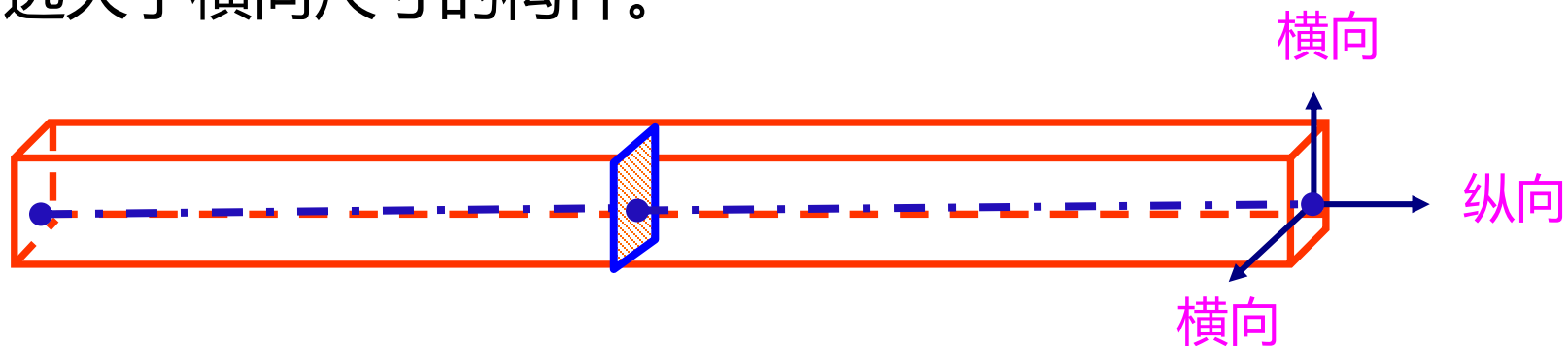


重要概念的回顾与强化

■ 材料力学的研究对象

构件：工程结构或机械的每一组成部分。（例如：横梁、吊索、转轴等）

杆：纵向尺寸远大于横向尺寸的构件。



杆件的两个主要几何因素：**横截面**和**轴线**。

横截面：垂直于长度方向的截面。

轴线：所有横截面形心的连线。

重要概念的回顾与强化

变形固体的基本假设

- 对于可变形固体制成的构件，进行力学分析时，通常需略去一些次要因素，将它们抽象为理想化材料。

材料力学中一般对变形固体有四个基本假设



连续性假设

均匀性假设

各向同性假设

小变形与线
弹性范围假设

重要概念的回顾与强化

- ✓ 外力（分类）
- ✓ 内力（截面法）
- ✓ 应力和应变（材料力学的主角）

§1.5 变形与应变

- 1、**位移** (displacement) : 相对位置发生变化。
- 2、**变形** (deformation) : 物体内任意两点的相对位置发生变化。
(在外力作用下物体形状和尺寸发生改变)

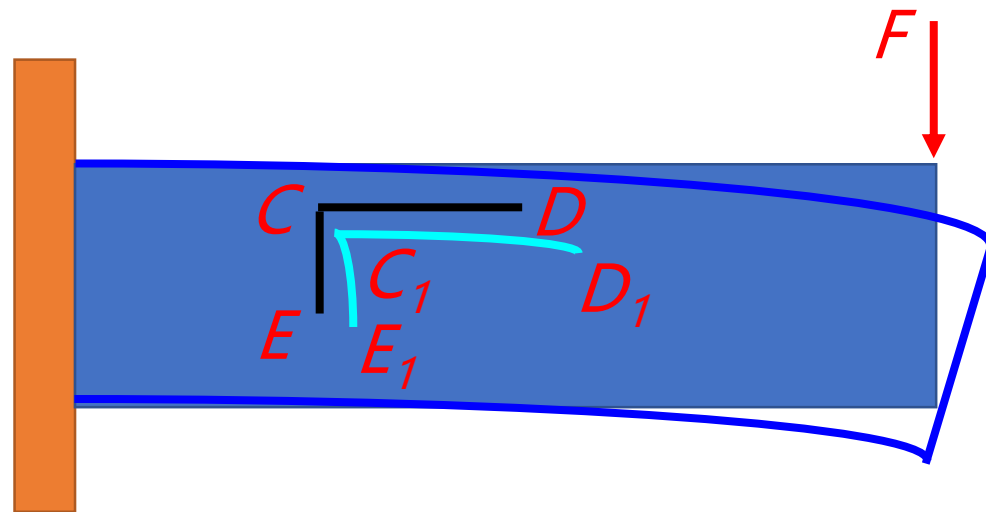
两种基本变形:

线变形: 线段长度的变化

$$l_{C_1D_1} - l_{CD}$$

角变形: 线段间夹角的变化

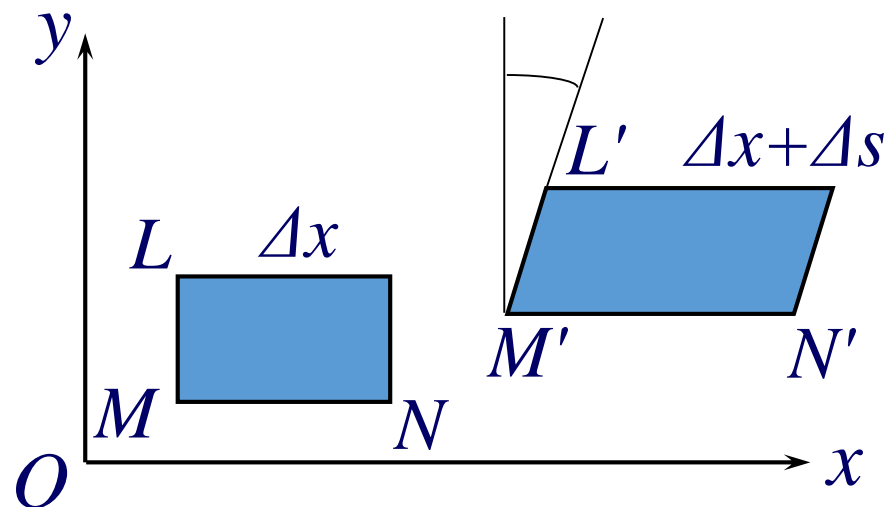
$$\angle D_1C_1E_1 - \angle DCE$$



§1.5 变形与应变

应变 (strain)：度量构件**一点**处的变形程度。

从几何关系推导



正应变 (线应变)

x 方向的平均应变： $\epsilon_{xm} = \frac{\Delta s}{\Delta x}$

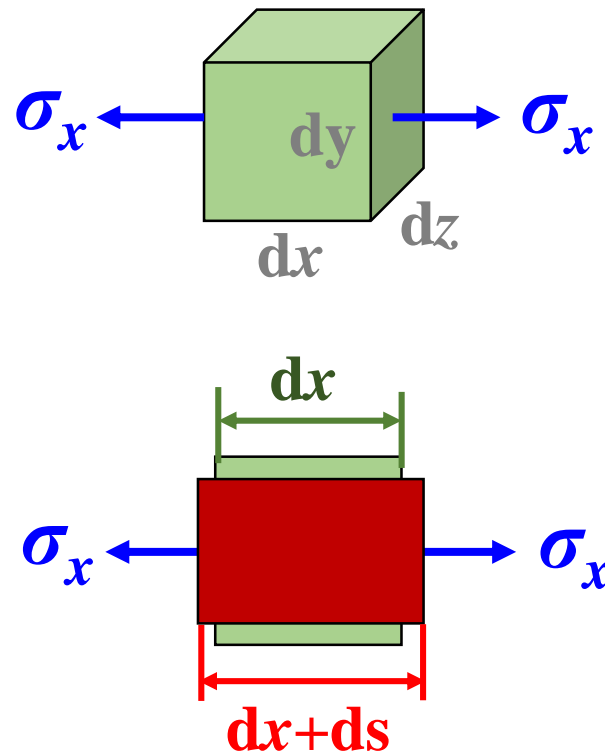
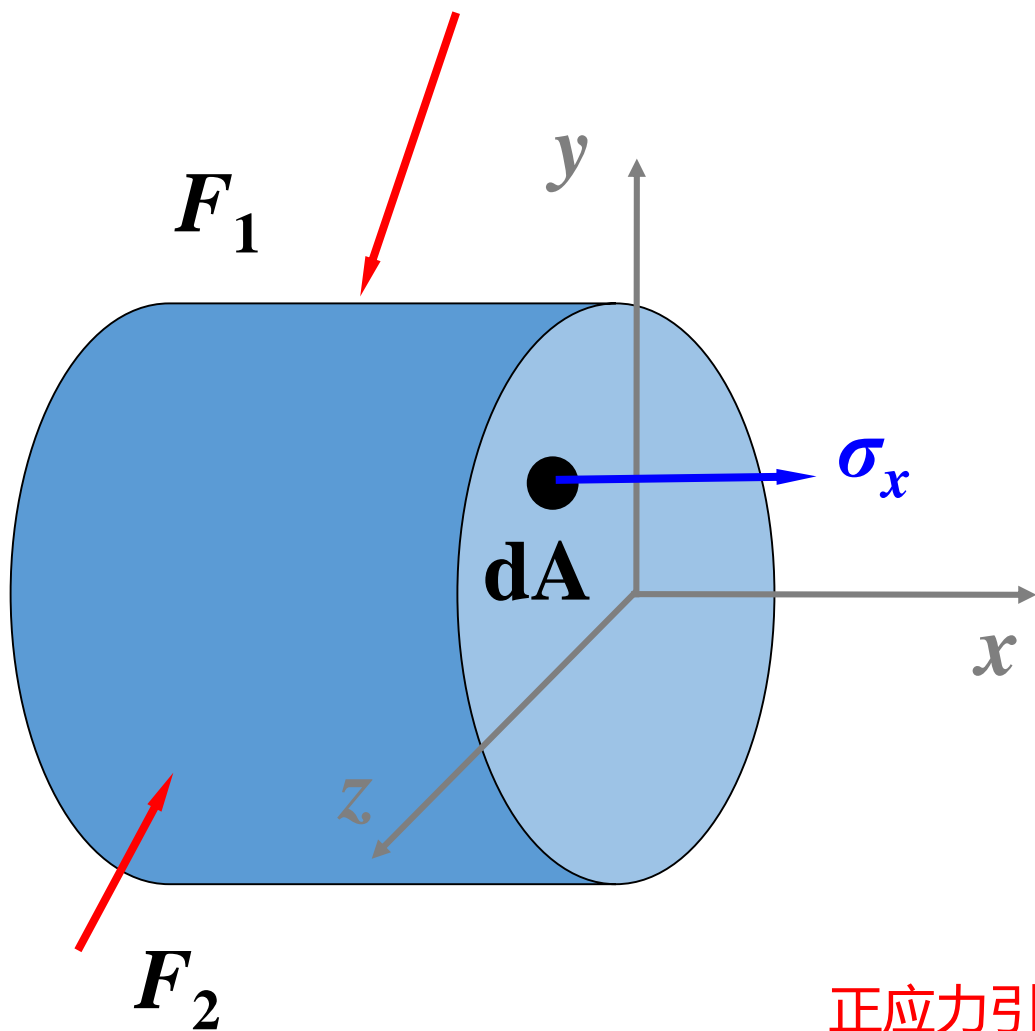
M 点处沿 x 方向的应变：

类似地，可以定义 ϵ_y, ϵ_z

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

§1.5 变形与应变

应变 (strain) : 度量构件一点处的变形程度。

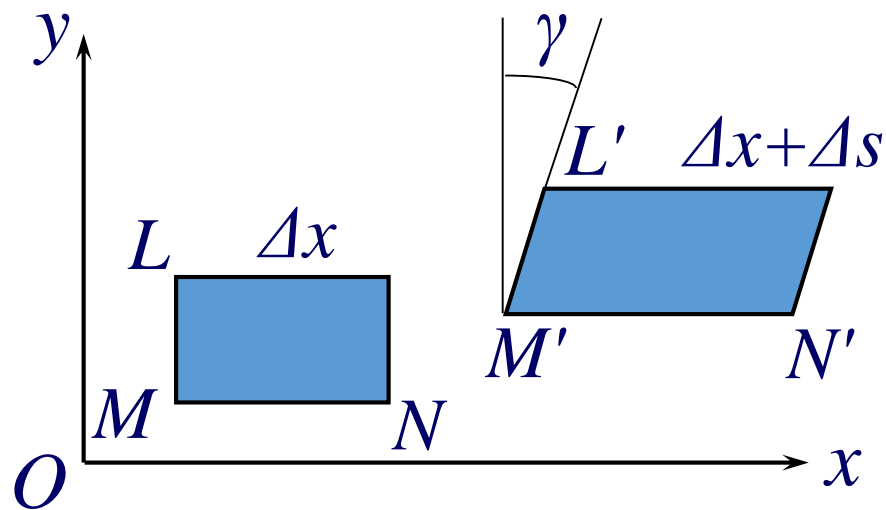


正应变 (线应变) $\epsilon_x = \frac{ds}{dx}$

正应力引起正应变 (单位? 关系?)

§1.5 变形与应变

应变 (strain) : 度量构件一点处的变形程度。



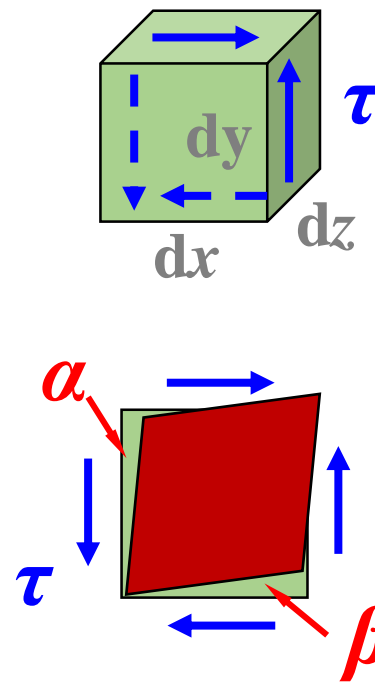
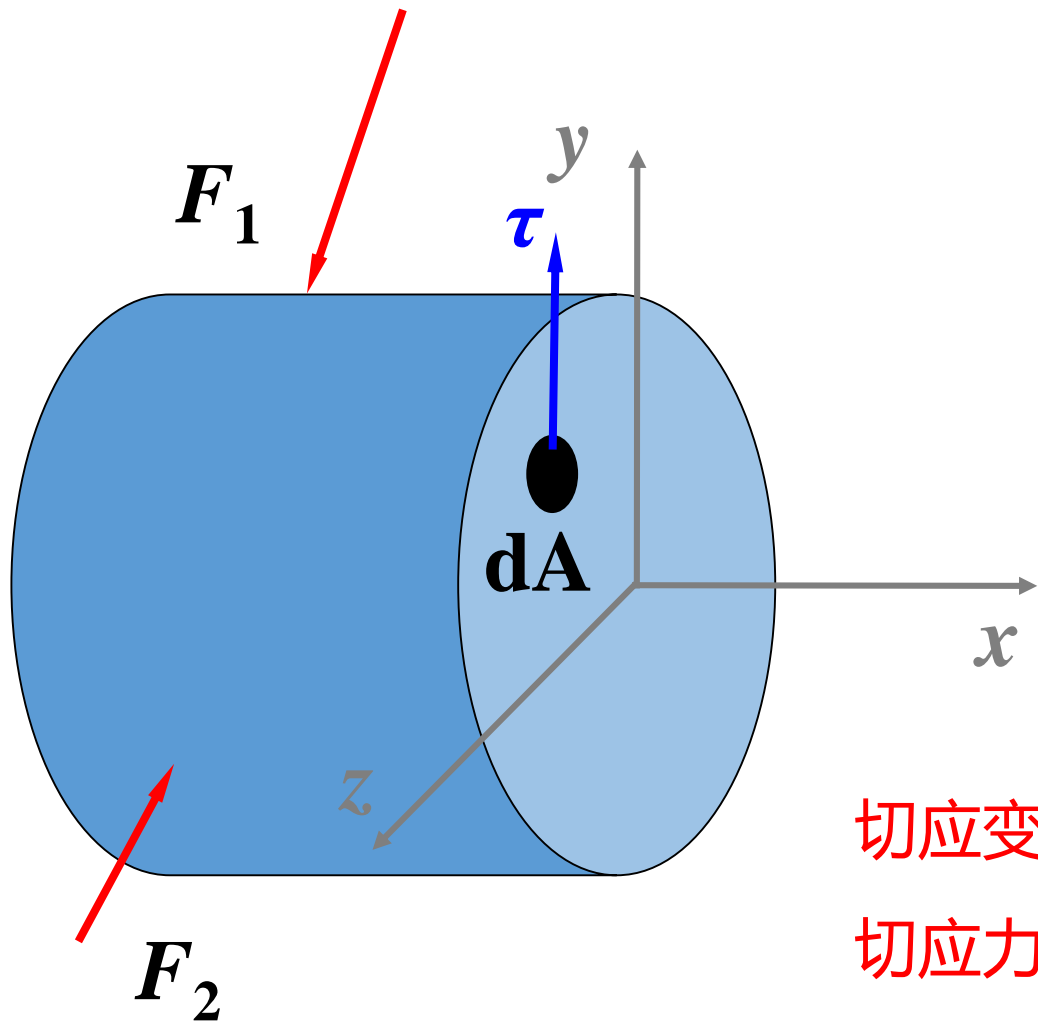
切应变 (角应变)

M 点在 xy 平面内的切应变:
$$\gamma = \lim_{\substack{MN \rightarrow 0 \\ ML \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N' \right)$$

直角改变量

§1.5 变形与应变

应变 (strain) : 度量构件一点处的变形程度。



切应变 (角应变) $\gamma = \alpha + \beta$ (即直角改变量)

切应力引起切应变 (单位? 关系?)

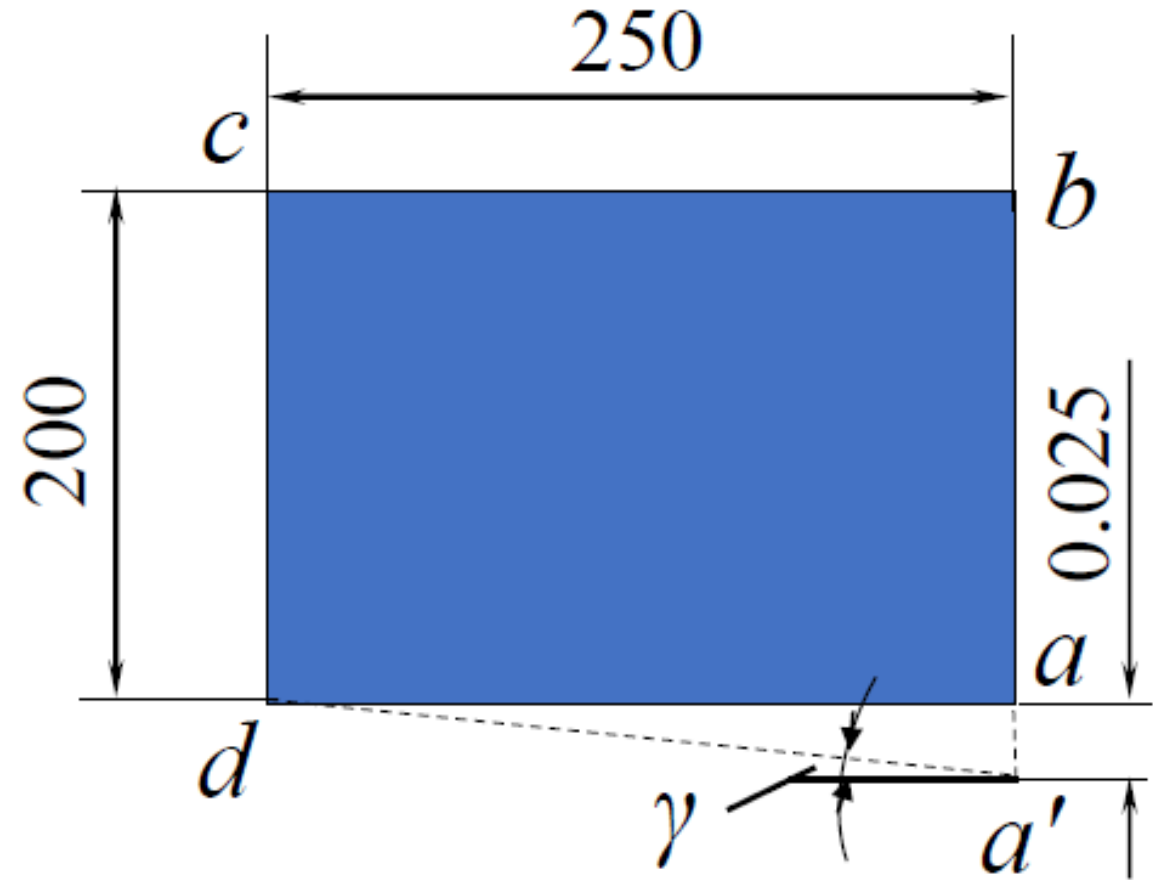
§1.5 变形与应变

例1.2 已知薄板的两条边固定，变形后 $a'b$, $a'd$ 仍为直线。求 ab 边的平均应变和 ab , ad 两边夹角的变化。

解:
$$\epsilon_m = \frac{a'b - ab}{ab}$$
$$= \frac{0.025}{200} = 1.25 \times 10^{-4}$$

变形后 ab 和 ad 两边的夹角的变化，即为切应变

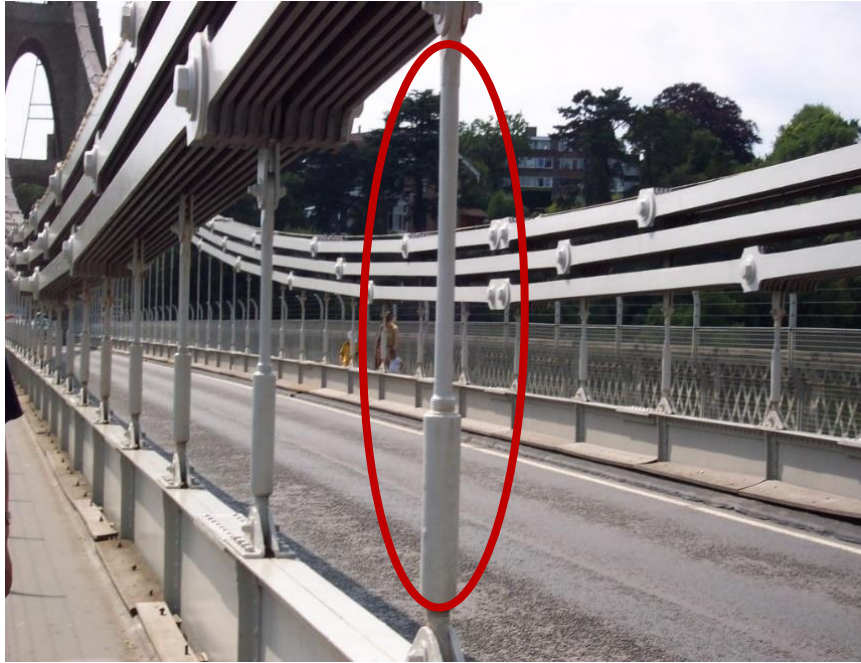
$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{0.025}{250} = 1 \times 10^{-4} \text{ (rad)}$$



§1.6 杆件变形的基本形式

杆件的基本变形：拉伸（压缩）、剪切、扭转、弯曲

1、拉伸或压缩 (tension or compression)



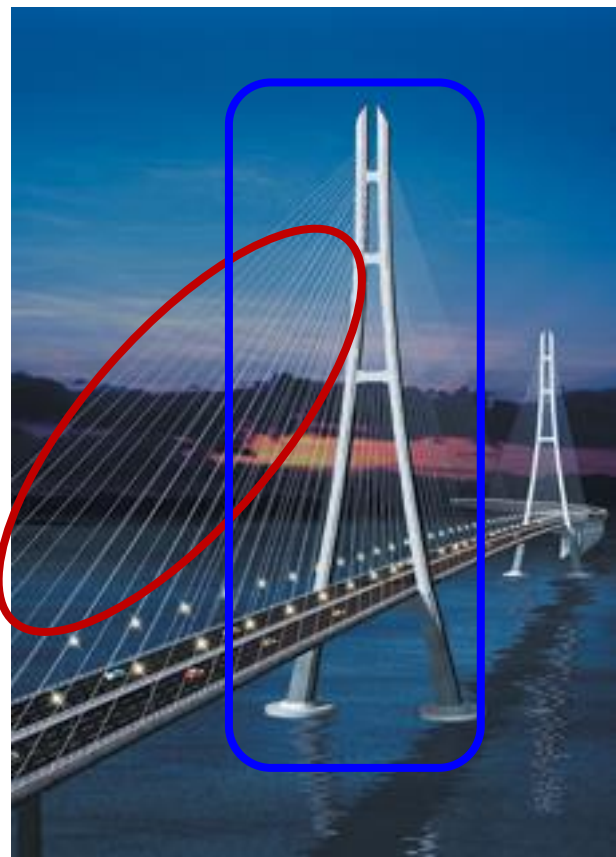
图中杆件所受外力的形式是怎么样的？

§1.6 杆件变形的形式

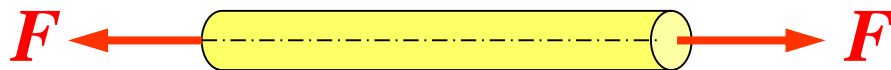
杆件的基本变形：拉伸（压缩）、剪切、扭转、弯曲

1、拉伸或压缩（tension and compression）变形

杆受一对大小相等，方向相反的纵向力，力的作用线与杆轴线重合。



钢索发生拉伸变形



索塔发生压缩变形



§1.6 杆件变形的基本形式

杆件的基本变形：拉伸（压缩）、剪切、扭转、弯曲

2、弯曲 (bending)



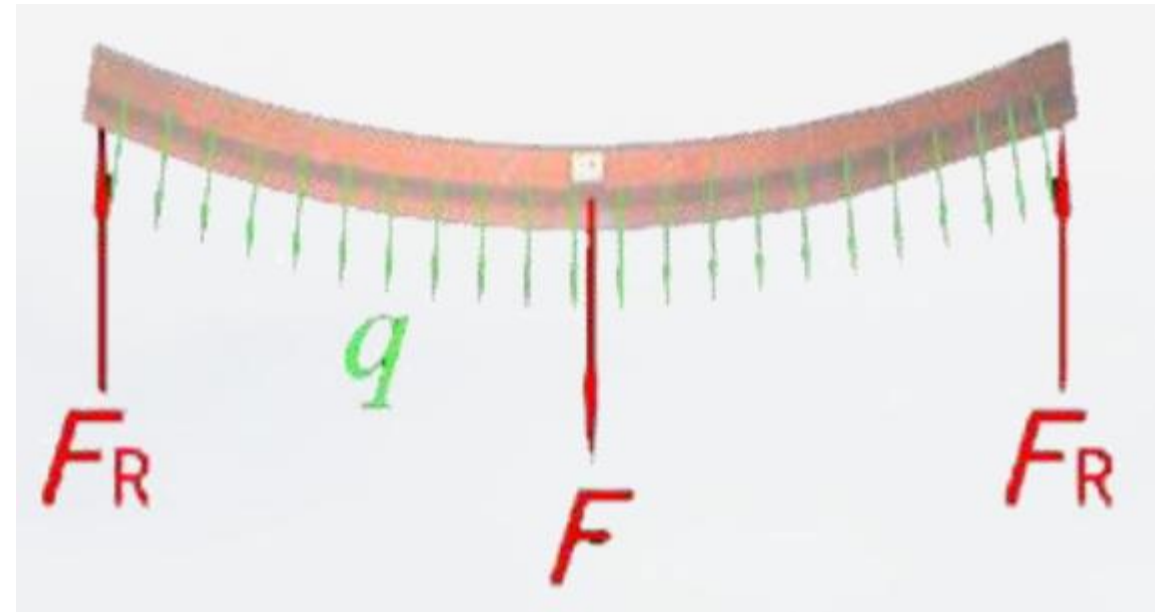
图中杆件所受外力的形式是怎么样的？

§1.6 杆件变形的的基本形式

弯曲的实例



起重机大梁

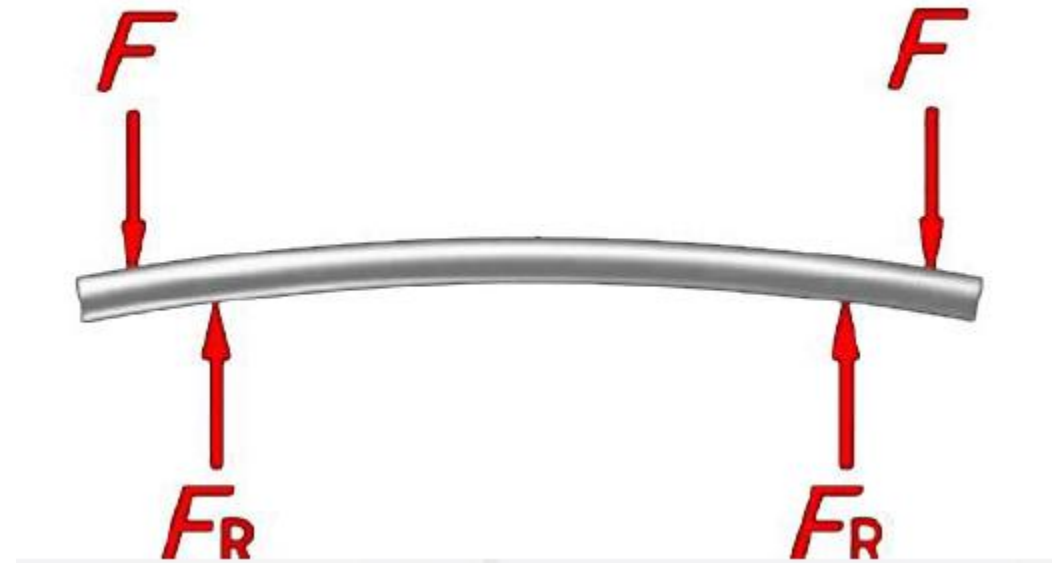


§1.6 杆件变形的基本形式

弯曲的实例



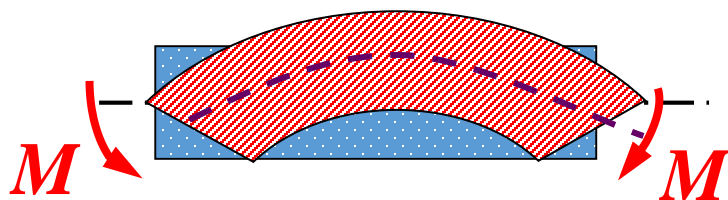
火车轮轴



§1.6 杆件变形的形式

杆件的基本变形：拉伸（压缩）、剪切、扭转、弯曲

2、弯曲 (bending)

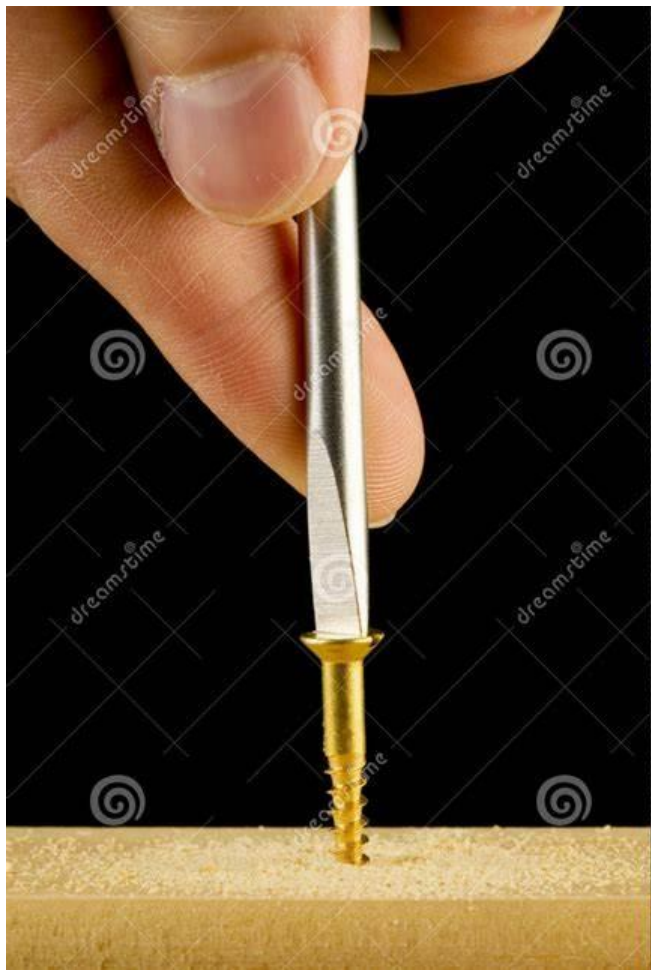


核心：一对力矩

杆受一对大小相等，方向相反的力偶矩，力偶矩的作用线是包含轴线的纵向面。

§1.6 杆件变形的基本形式

杆件的基本变形：拉伸（压缩）、剪切、扭转、弯曲



杆受到一对大小相等，方向相反的力偶，力偶的作用线垂直于杆轴线。

§1.6 杆件变形的基本形式

杆件的基本变形：拉伸（压缩）、剪切、扭转、弯曲

3、扭转 (torsion)

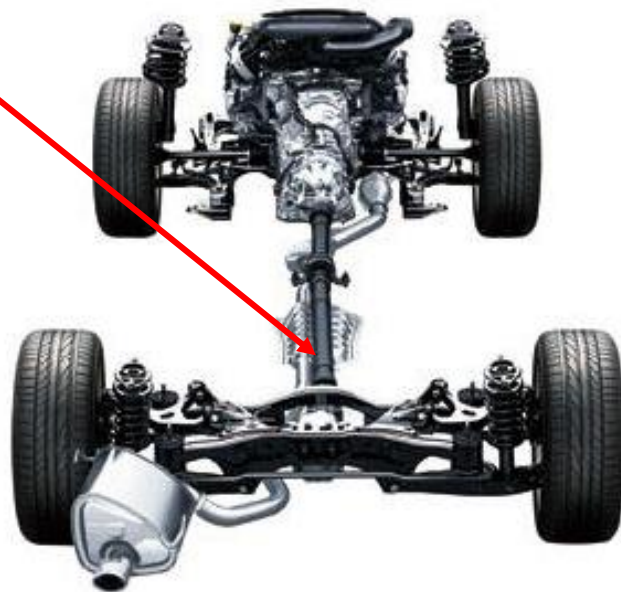
发动机 → 离合器 → 变速器



传动轴



驱动轮 ← 半轴 ← 差速器



杆受到一对大小相等，方向相反的力偶，力偶的作用线垂直于杆轴线。

§1.6 杆件变形的基本形式



§1.6 杆件变形的的基本形式

杆件的基本变形：拉伸（压缩）、剪切、扭转、弯曲

4、剪切 (shear)

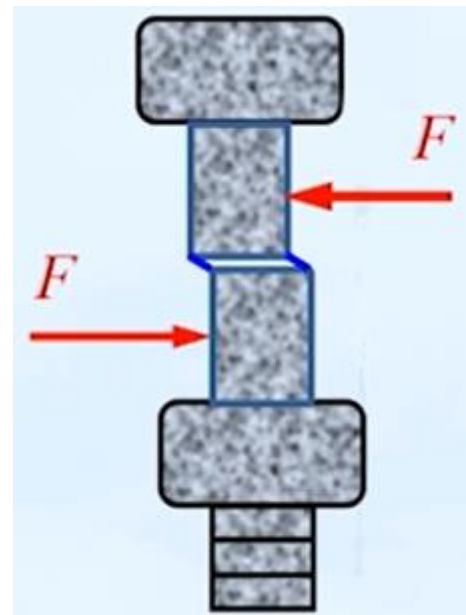
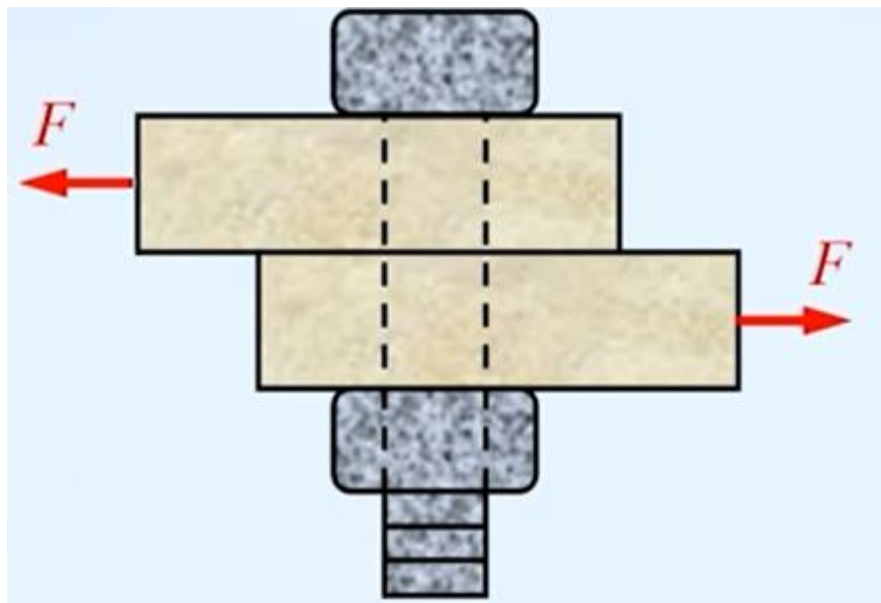


杆件受一对大小相等，方向相反的横向力，力垂直于轴线，作用线靠得很近。

§1.6 杆件变形的基本形式

杆件的基本变形：拉伸（压缩）、剪切、扭转、弯曲

4、剪切 (shear)



销钉、键、螺栓、螺钉

杆件受一对大小相等，方向相反的横向力，力垂直于轴线，作用线靠得很近。

§1.6 杆件变形的基本形式



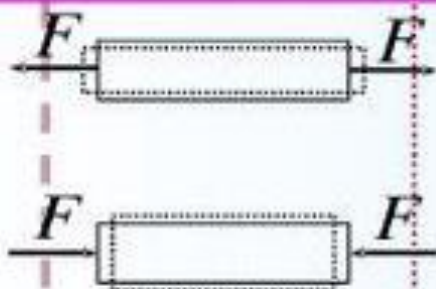
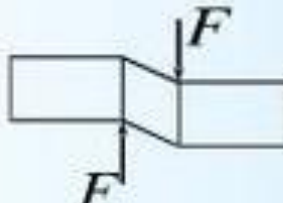
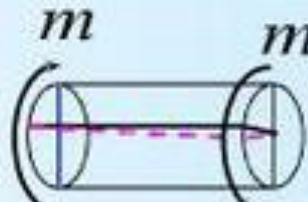

压缩、弯曲



弯曲、压缩、扭转

§1.6 杆件变形的基本形式

四种基本变形比较

变形形式	轴向拉压	剪切	扭转	平面弯曲
简图				
外力特点	外力合力的作用线与杆件的轴线重合	杆件两侧受相距很近的横向力作用	外力偶作用面垂直于杆件的轴线	外力垂直于杆件的轴线并作用在纵向平面内
变形特点	杆件沿轴线方向伸长或缩短, 伴随横向收缩或膨胀	两力间的截面沿外力方向发生相对错动	任意两横截面绕轴线产生相对转动	轴线弯曲成一条曲线或曲率发生变化

课程提纲

第2章 拉伸、压缩与剪切



第3章 扭转



第4章 弯曲内力



第5章 弯曲应力



第6章 弯曲变形



第7章 应力状态、强度理论



第8章 组合变形

基本变形

第二章

拉伸、压缩与剪切



- §2.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例
- §2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力
- §2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力
- §2.4 材料拉伸时的力学性能
- §2.5 材料压缩时的力学性能
- §2.7 失效、安全因数和强度计算
- §2.8 轴向拉伸或压缩时的变形
- §2.9 轴向拉伸或压缩的应变能
- §2.10 拉伸、压缩超静定问题
- §2.11 温度应力和装配应力
- §2.12 应力集中的概念
- §2.13 剪切和挤压的实用计算

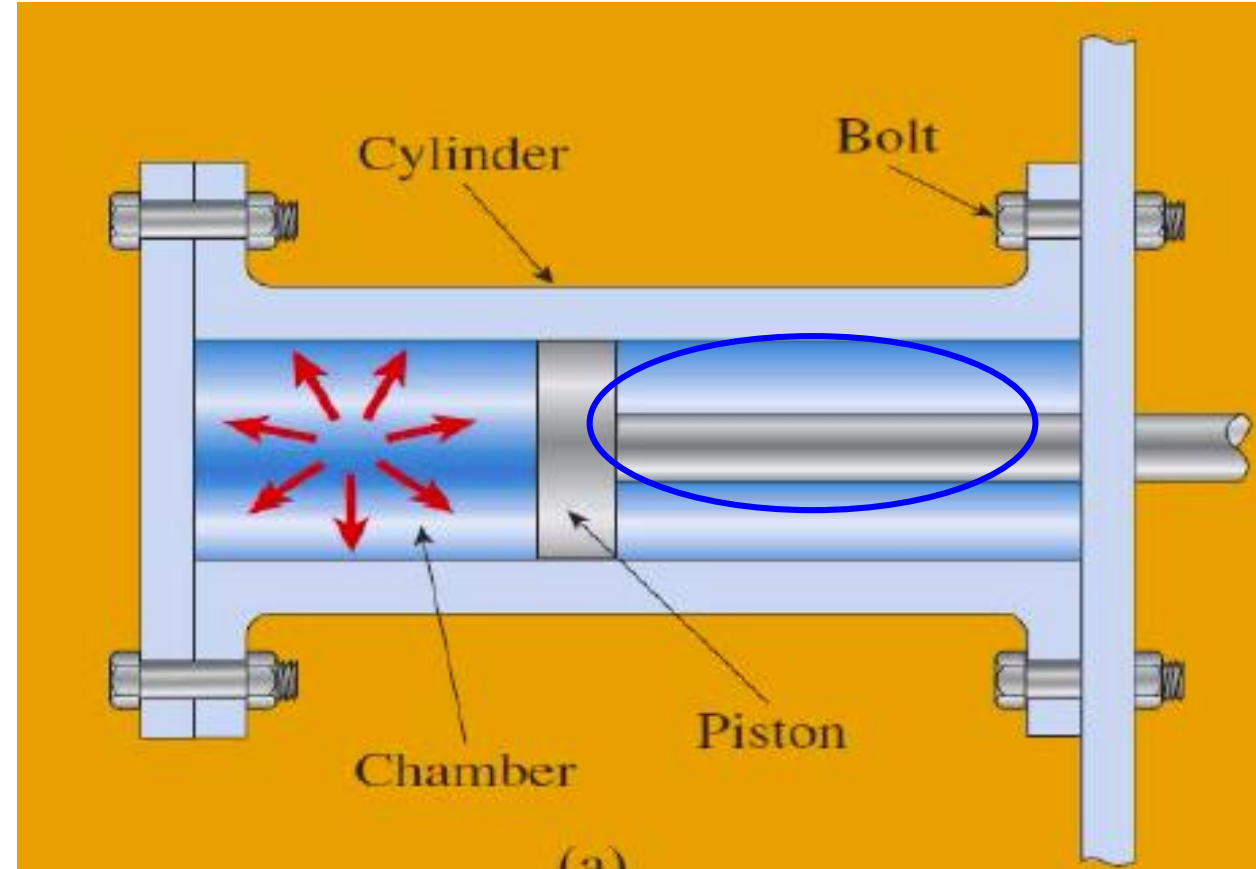
§2.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例



§2.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例



§2.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例



§2.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例

受力特点与变形特点:

外力作用线与杆件轴线重合

杆件变形是沿轴线方向的伸长或缩短。



拉（压）杆的受力简图

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

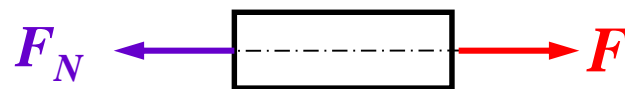
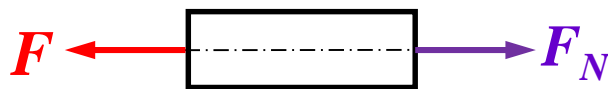
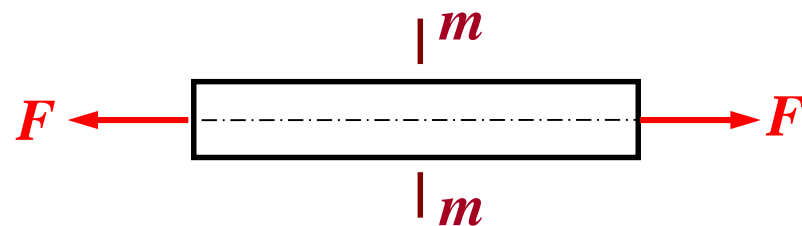
1、截面法求内力

(1) 假想沿 $m-m$ 横截面将杆
切开;

(2) 留下左半段或右半段;

(3) 将弃去部分对留下部分
的作用用内力代替;

(4) 对留下部分写平衡方程
求出内力即轴力的值。



$$\sum F_x = 0$$

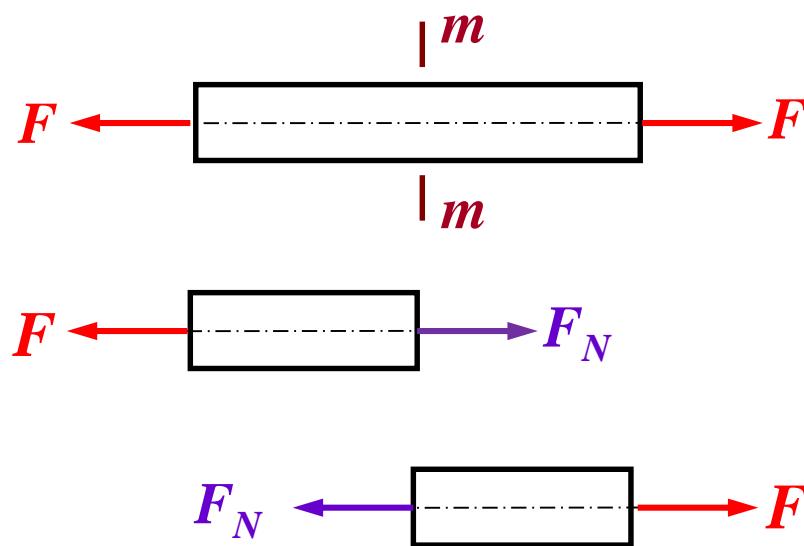
$$\Rightarrow F_N - F = 0$$

$$\Rightarrow F_N = F$$

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

2、轴力：截面上的内力（重要！）

由于外力的作用线与杆件的轴线重合，内力的作用线也与杆件的轴线重合，所以称为轴力。



3、轴力正负号：

拉为正、压为负

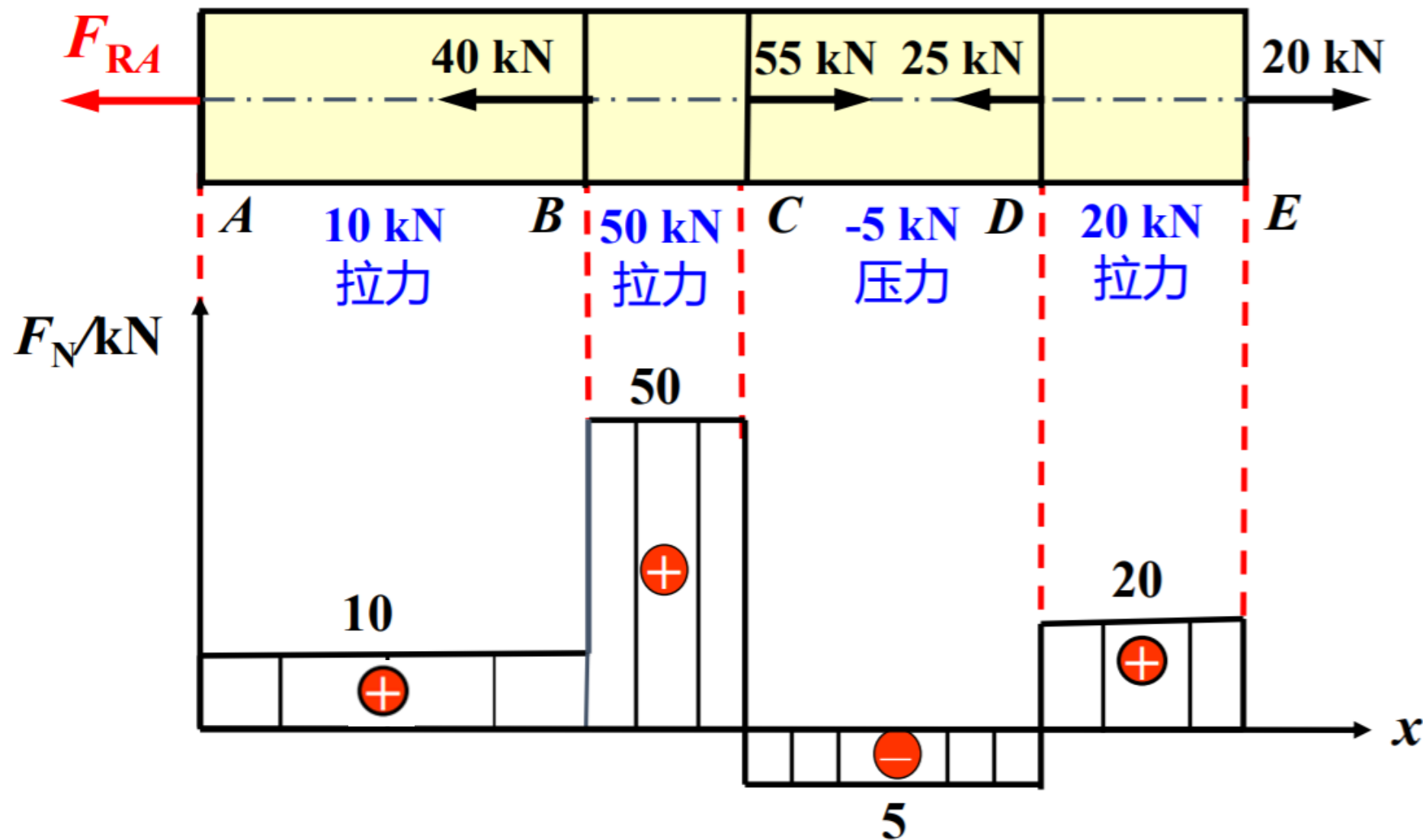
$$\sum F_x = 0$$

$$\Rightarrow F_N - F = 0$$

$$\Rightarrow F_N = F$$

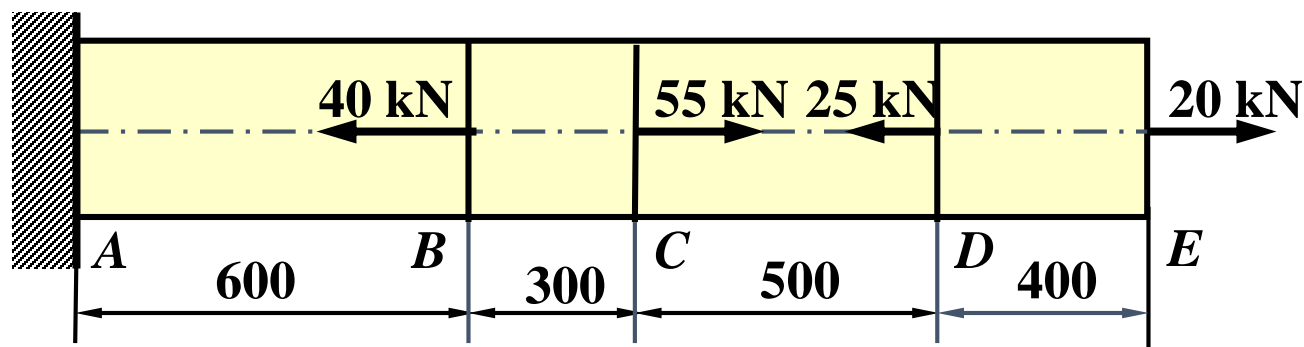
§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

轴力图：描述轴力沿杆件轴线变化的图线

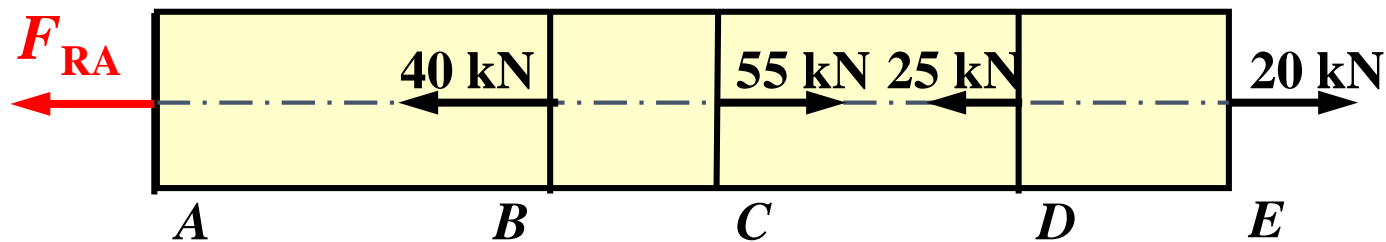


§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

例题2.1：试画出图示杆件的轴力图。



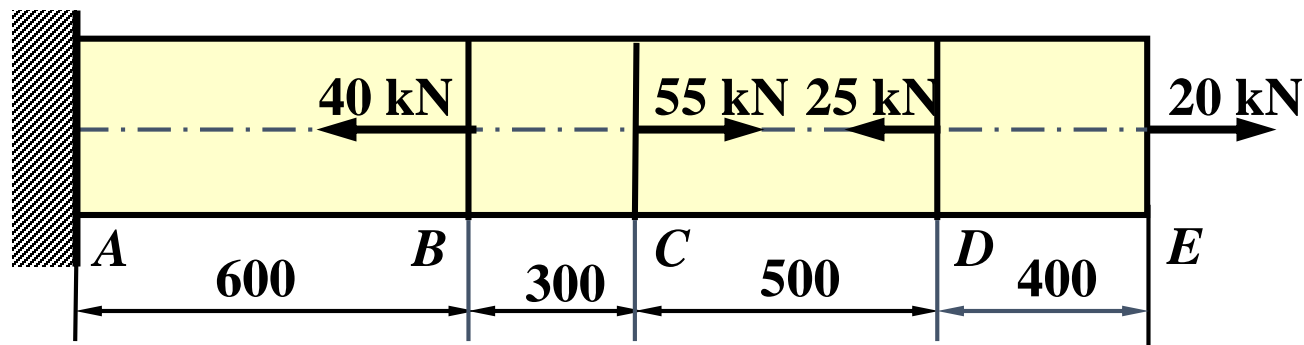
解：1、求支座反力



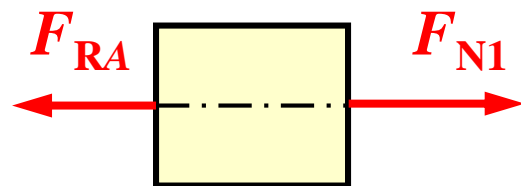
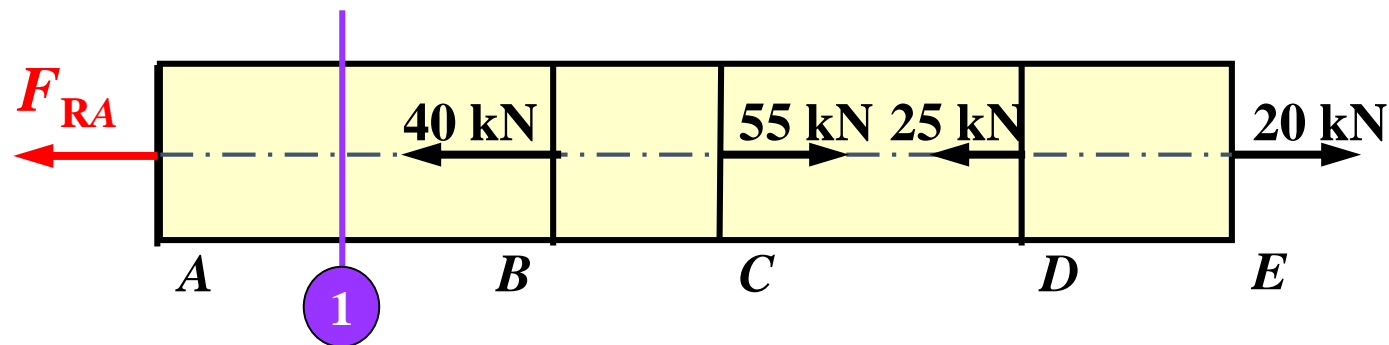
$$\sum F_x = 0 \rightarrow -F_{RA} - 40 + 55 - 25 + 20 = 0$$

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

例题2.1：试画出图示杆件的轴力图。



解：2、求AB轴力

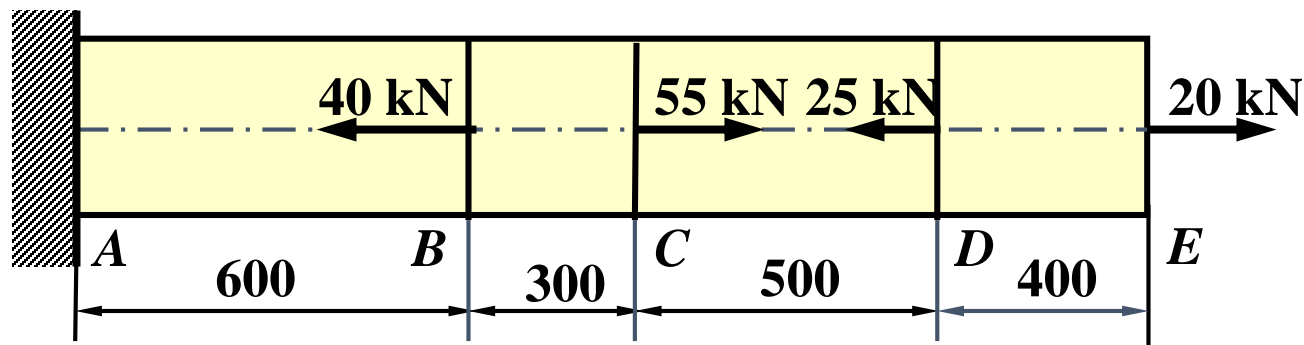


$$F_{N1} - F_{RA} = 0$$

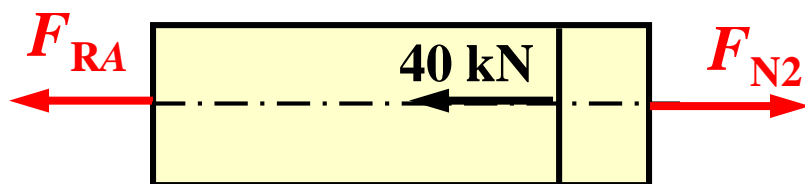
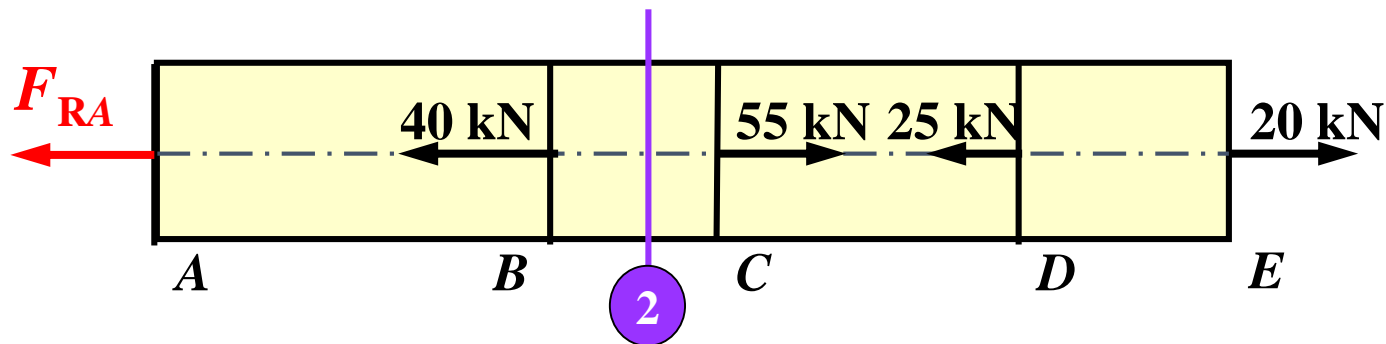
$$\rightarrow F_{N1} = F_{RA} = +10 \text{ kN} \quad (+)$$

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

例题2.1：试画出图示杆件的轴力图。



解: 3、求BC轴力

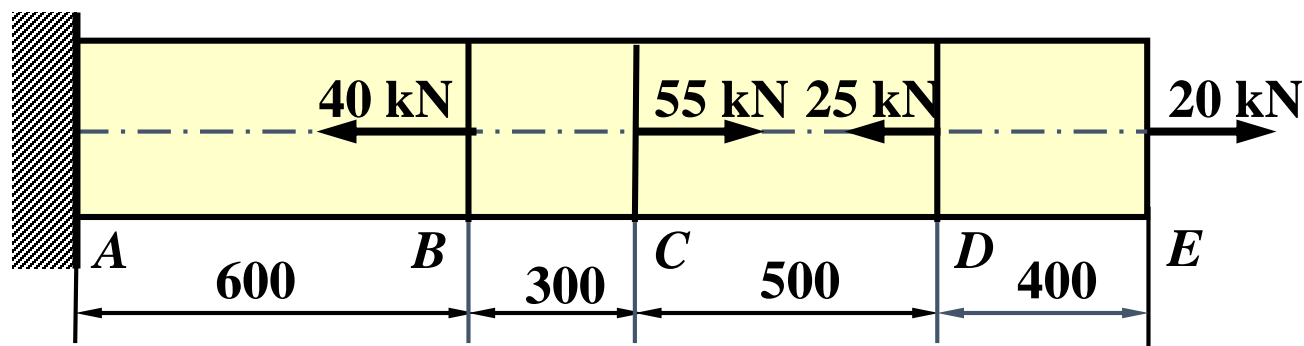


$$F_{N2} - F_{RA} - 40 = 0$$

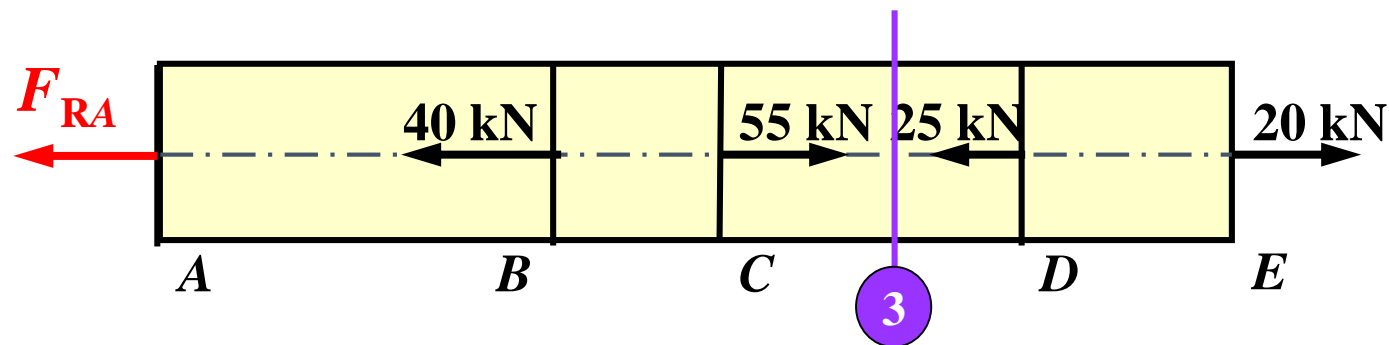
$$\Rightarrow F_{N2} = F_{RA} + 40 = +50 \text{ kN} \quad (+)$$

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

例题2.1：试画出图示杆件的轴力图。

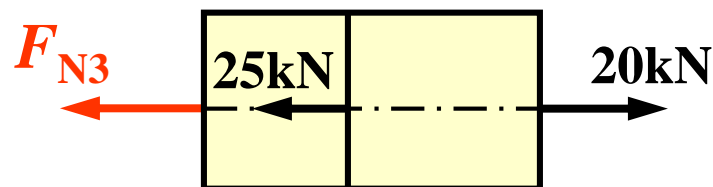


解: 4、求CD轴力



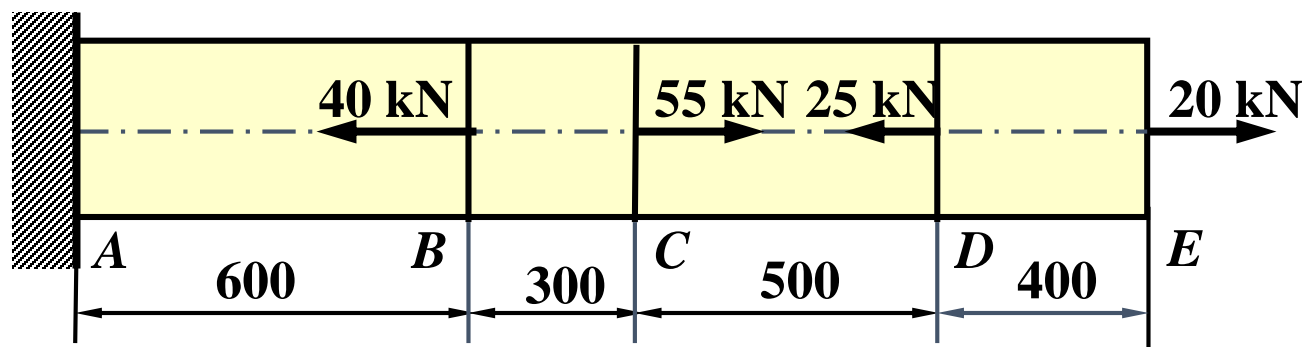
$$-F_{N3} - 25 + 20 = 0$$

$$\Rightarrow F_{N3} = -5 \text{ kN} \quad (-)$$

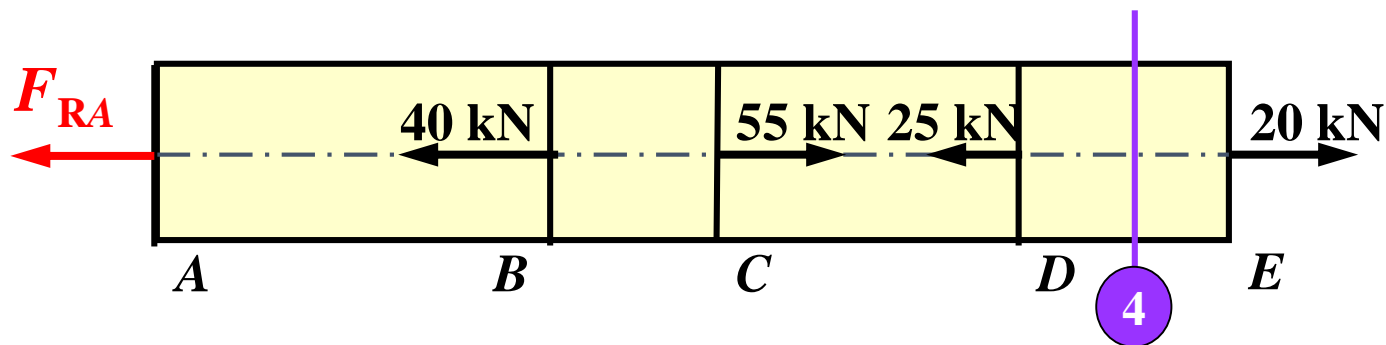


§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

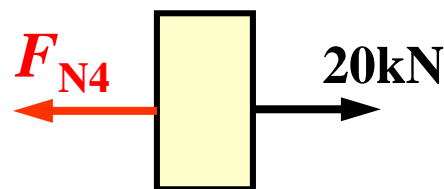
例题2.1：试画出图示杆件的轴力图。



解: 5、求DE轴力



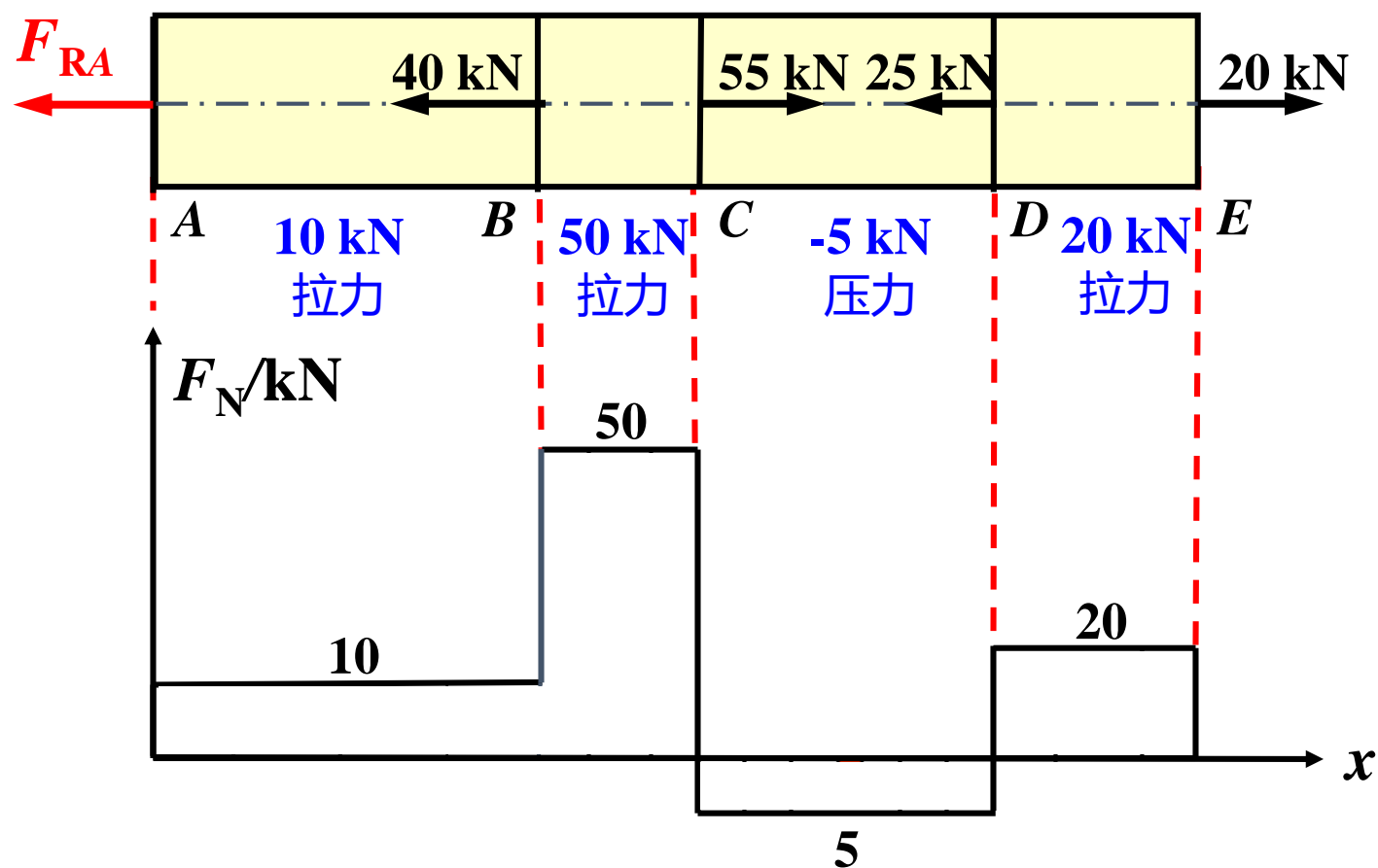
$$F_{N4} = +20 \text{ kN} \quad (+)$$



§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

例题2.1：试画出图示杆件的轴力图。

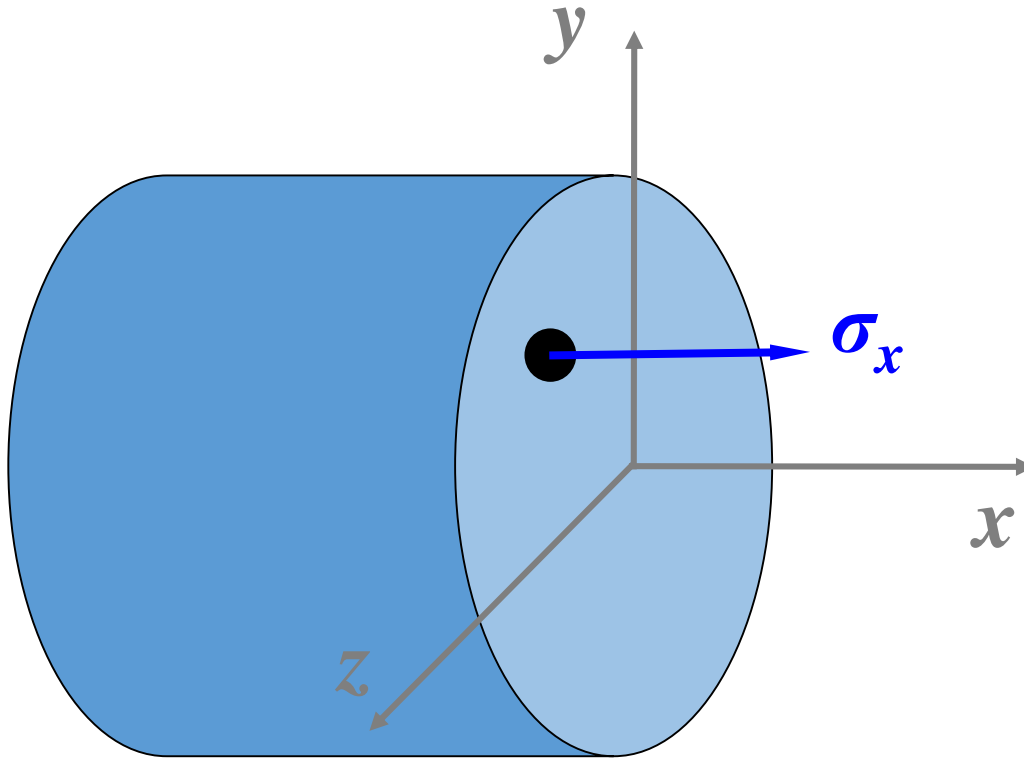
解：6、做轴力图



将正值的轴
力画在 x 轴
上侧，负值
的画在下侧

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

在横截面上，与轴力对应的是正应力

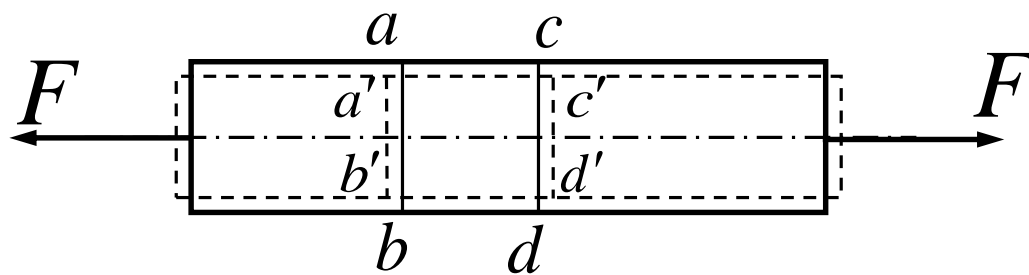
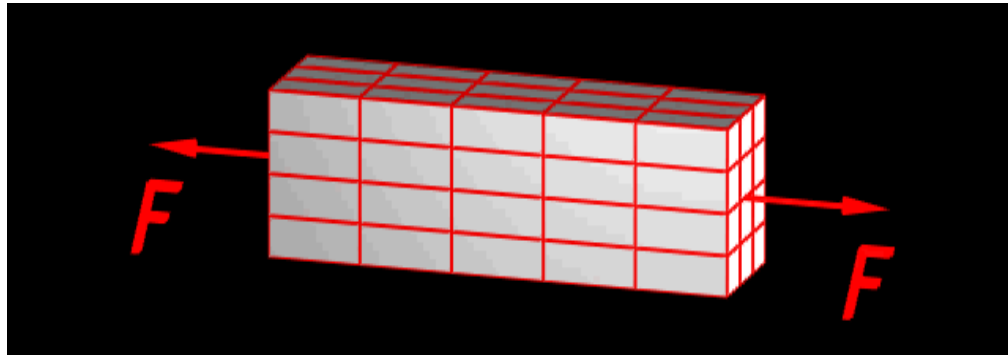


如何求正应力？

$$F_N = \int_A \sigma_x dA$$

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

平面假设



观察变形：

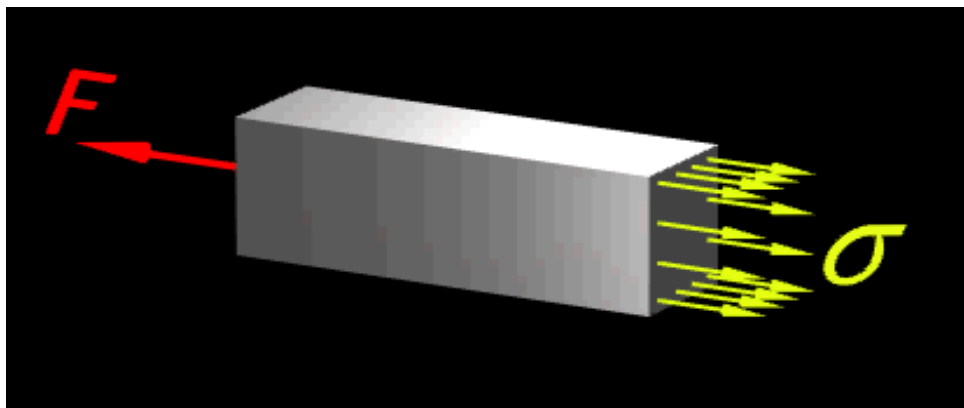
横向线 ab 、 cd 仍为直线，
且仍垂直于杆轴线，只是
分别平行移至 $a'b'$ 、 $c'd'$ 。

平面假设： 变形前原为平面的横截面，变形后仍保持为平面
且仍垂直于轴线。

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

从平面假设可以判断：

- (1) 横截面垂直轴线 - 所有纵向纤维伸长相等；
- (2) 均匀假设 - 各纤维受力相等；
- (3) 内力均匀分布 - 各点正应力相等，为常量。



$$\begin{aligned} F_N &= \int_A \sigma dA \\ &= \sigma \int_A dA = \sigma A \end{aligned}$$

➔
$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

作业



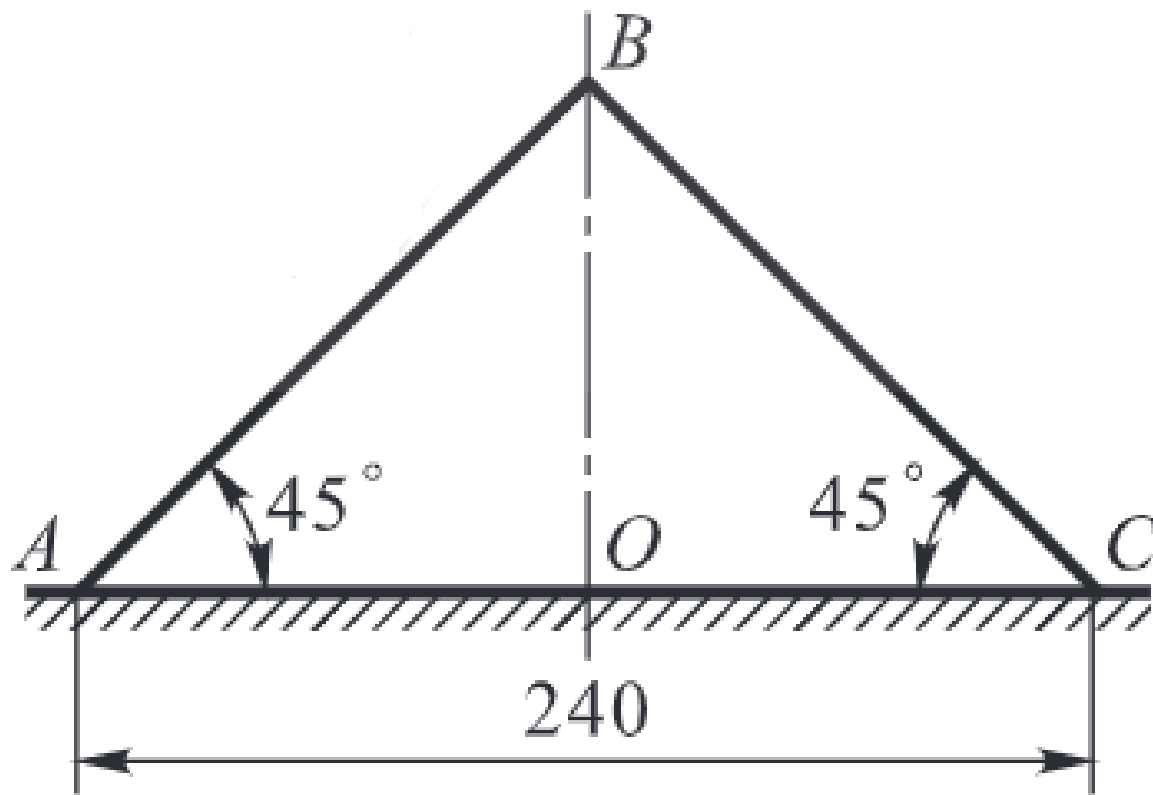
1.5 (应变分析)

2.1 (轴力图)

3.12日(下周二) 交作业

作业

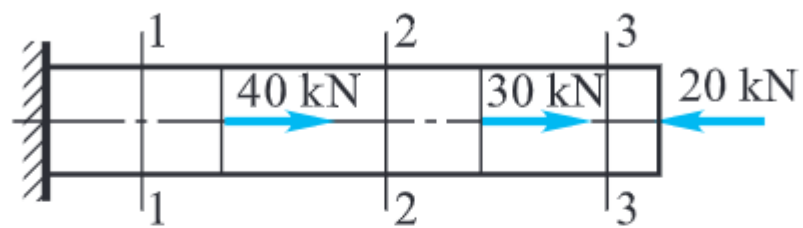
1.5 图示三角形薄板因受外力作用而变形，角点 B 垂直向上的位移为 0.03mm ，但 AB 和 BC 仍保持为直线。试求沿 OB 的平均应变，并求薄板在 B 点处的切应变。



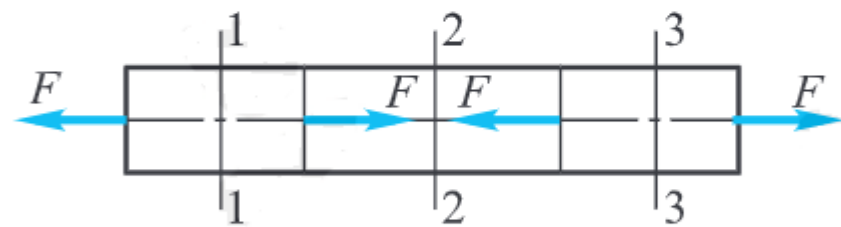
题 1.5 图

作业

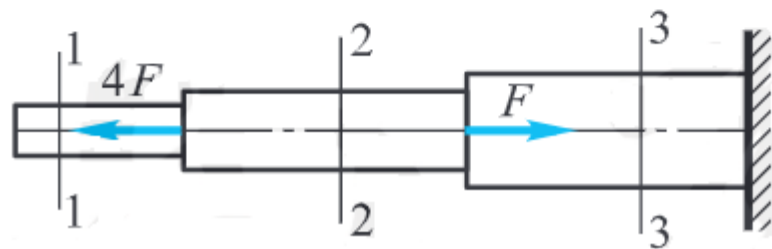
2.1 试求图示各杆 1-1, 2-2, 3-3 截面上的轴力, 并作轴力图。



(a)



(b)



(c)