

材料力学 (乙)

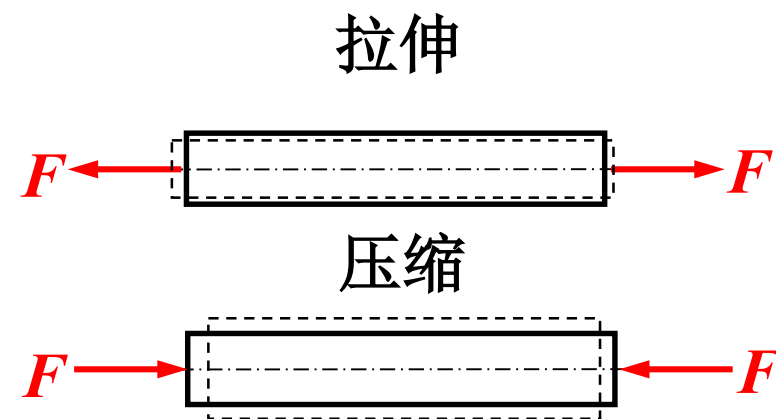
Mechanics of Materials



重要概念的回顾与强化

- 拉伸或压缩：杆受一对大小相等，方向相反的力，
作用线与轴线重合。

变形特点：沿轴线方向的伸长或缩短。

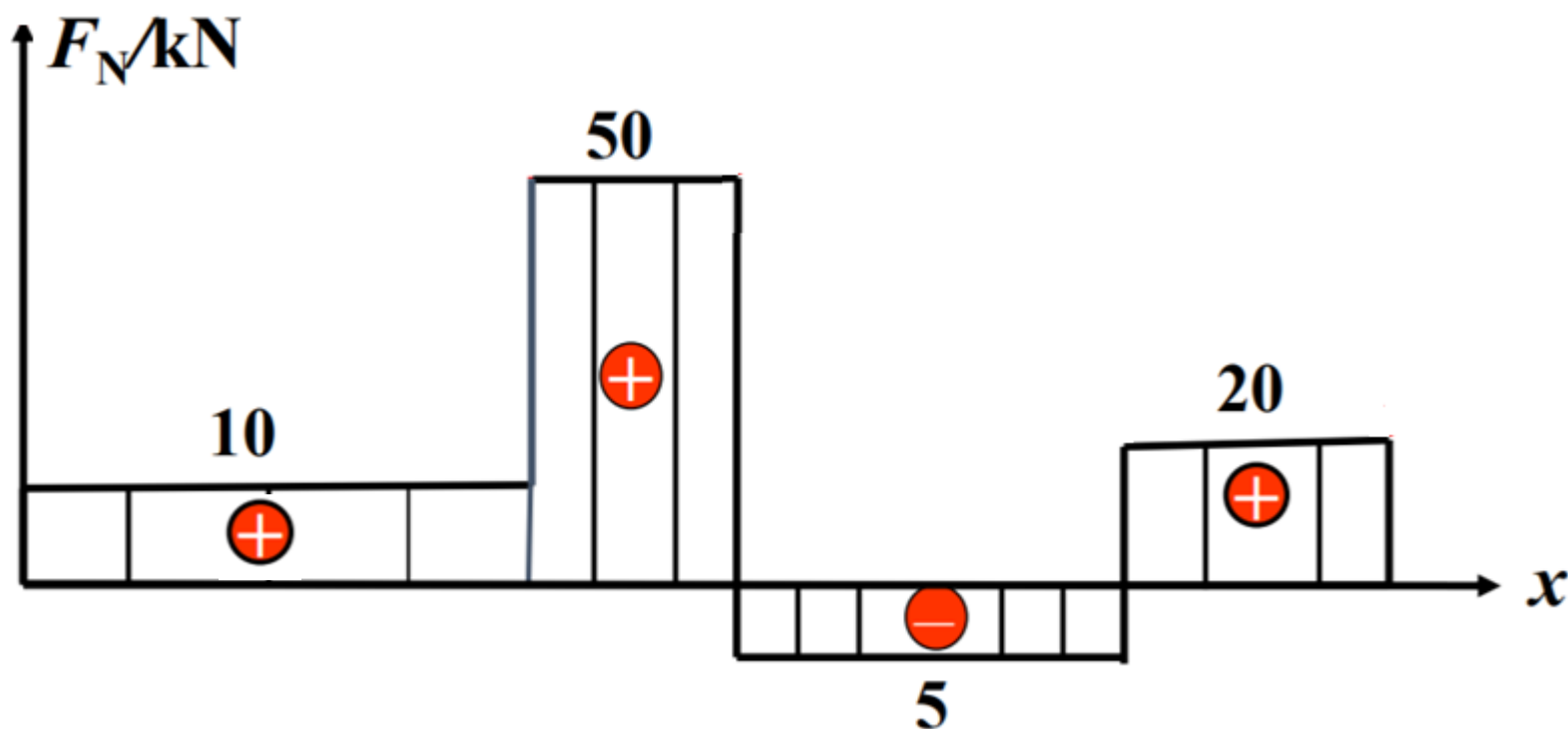


拉（压）杆的受力简图

- 轴力：内力作用线与杆的轴线重合时，称为轴力 (F_N)。
规定：轴力拉伸为正，压缩为负。

重要概念的回顾与强化

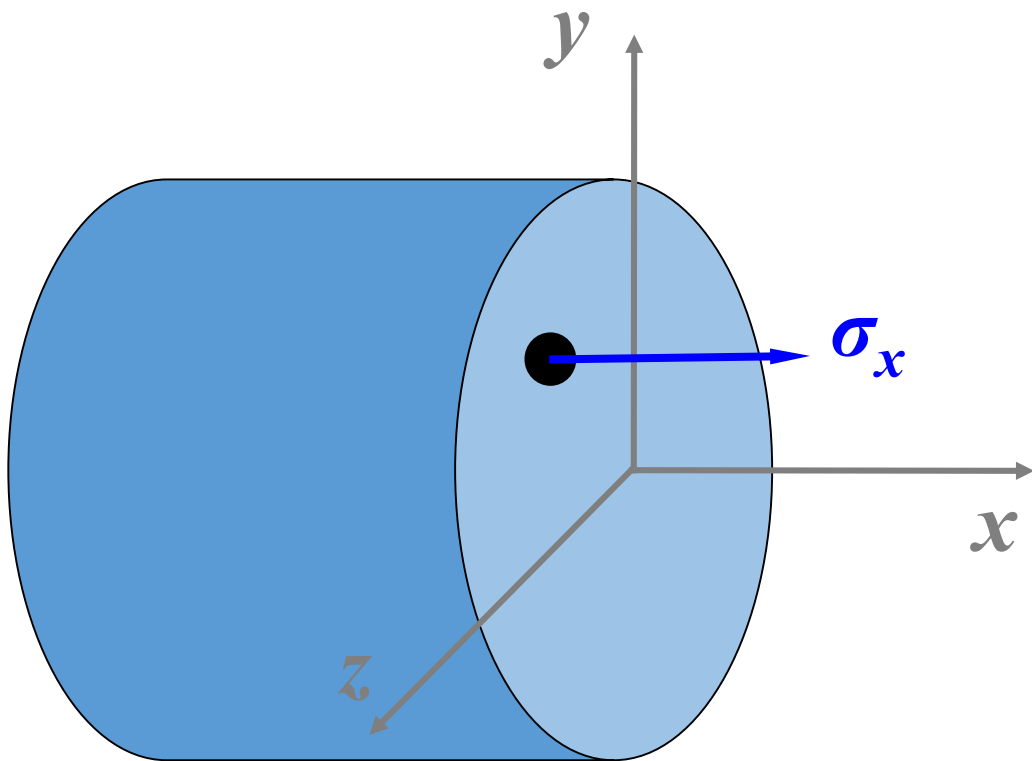
- 轴力图：杆件内部轴力沿轴线方向的分布情况。



将正值的轴
力画在 x 轴
上侧，负值
的画在下侧

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

在横截面上，与轴力对应的是正应力

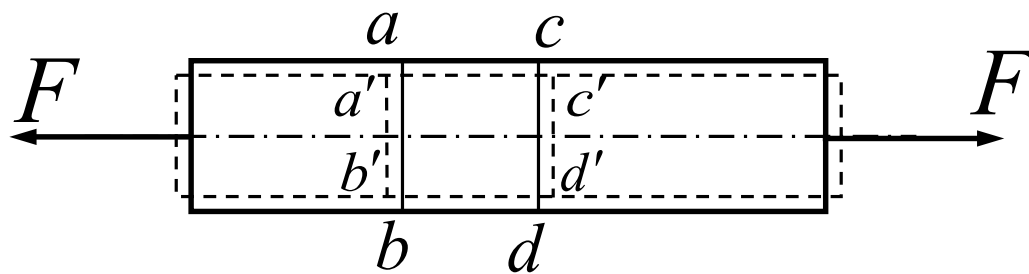
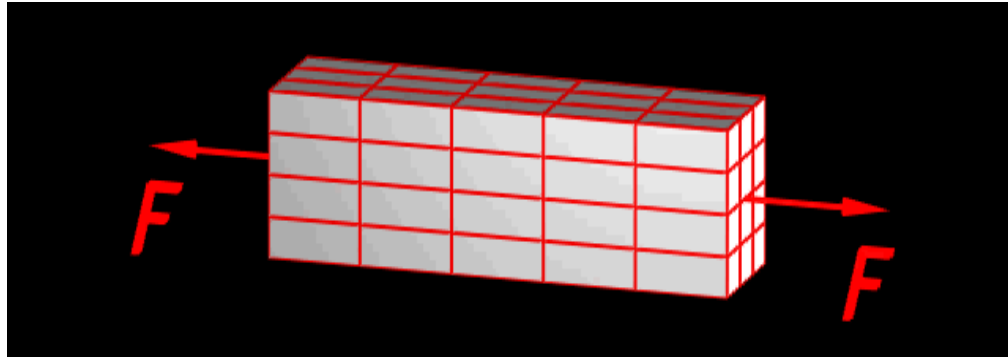


$$F_N = \int_A \sigma_x dA$$

如何求正应力？

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

平面假设



观察变形：

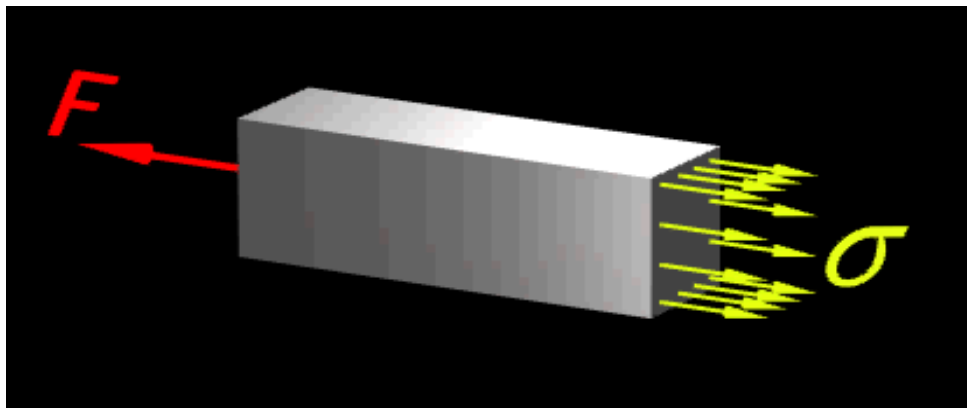
横向线 ab 、 cd 仍为直线，
且仍垂直于杆轴线，只是
分别平行移至 $a'b'$ 、 $c'd'$ 。

平面假设：变形前原为平面的横截面，变形后仍保持为平面
且仍垂直于轴线。

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

从平面假设可以判断：

- (1) 横截面垂直轴线 - 所有纵向纤维伸长相等；
- (2) 均匀假设 - 各纤维受力相等；
- (3) 内力均匀分布 - 各点正应力相等，为常量。



$$\begin{aligned} F_N &= \int_A \sigma dA \\ &= \sigma \int_A dA = \sigma A \end{aligned}$$

➔
$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

杆件横截面上的正应力 σ 计算公式：

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

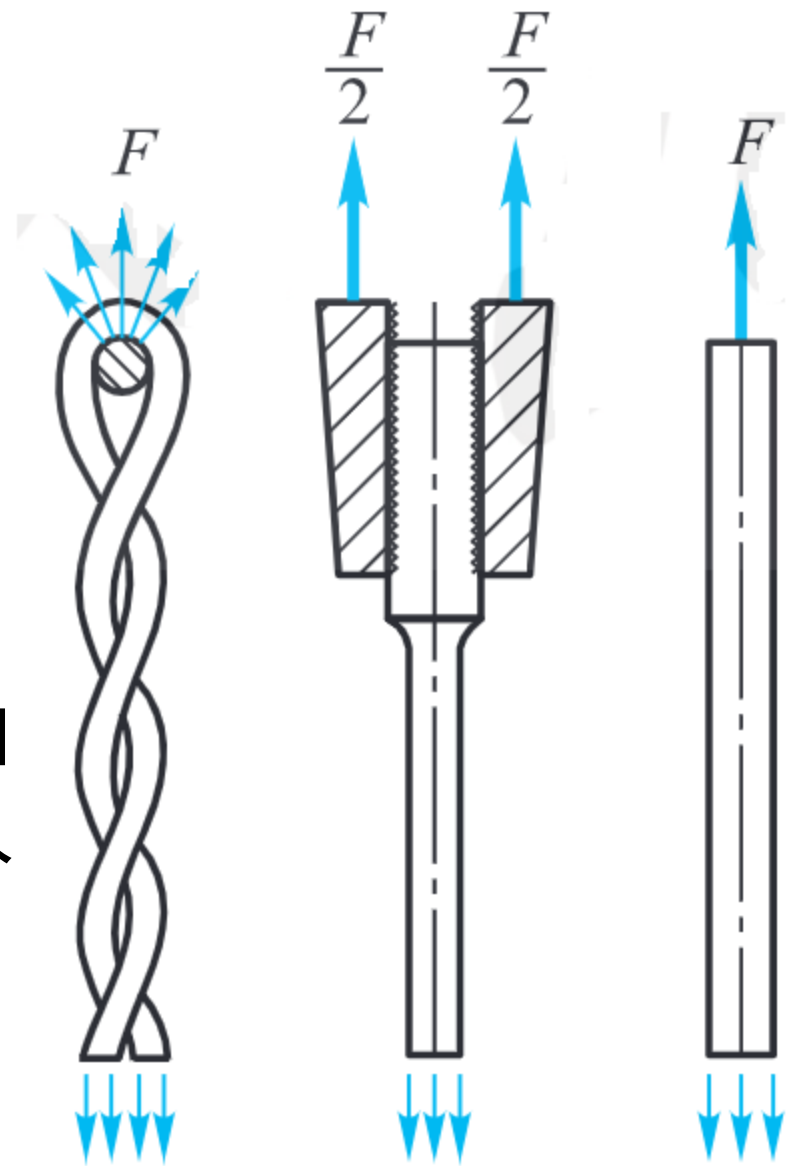
正应力 σ 和轴力 F_N 同号，即

拉应力为正，压应力为负。

§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

集中力作用于杆件端截面上

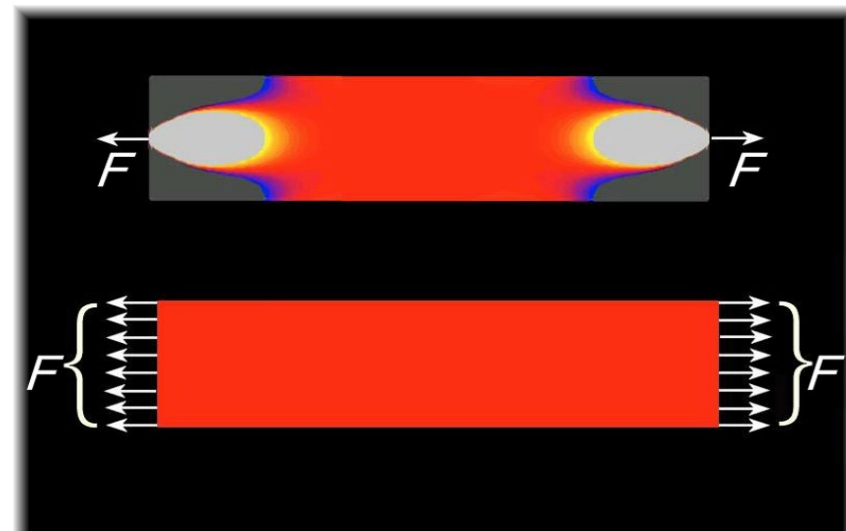
当以集中力作用于杆件端截面上时，由于外力作用和分布方式的不同，会给分析带来多大影响？



§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

当以**集中力**作用于杆件端截面上时，由于外力作用和分布方式的不同，将会给分析带来多大影响？

圣维南原理：如用与外力系静力等效的合力来代替原力系，则除在原力系作用区域内有明显差别外，在离外力作用区域略远处（例如距离约等于横截面尺寸处），上述替代的影响就非常微小，可以不计。



§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

圣维南原理

- 两个力系必须是按照受力平衡原则的“等效”力系；
- 由于替换所造成显著影响的区域深度与所在表面的直径有关，因此替换所在的表面必须尽可能小。

圣维南（1797～1886），法国力学家。研究领域主要集中于固体力学和流体力学，特别是在材料力学和弹性力学方面作出很大贡献，提出和发展了求解弹性力学的半逆解法。由于圣维南取得了大量创造性的研究成果，1868年他以力学权威被选为法国科学院院士。他一生重视理论研究成果应用于工程实际，他认为只有理论与实际相结合，才能促进理论研究和工程进步。



§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

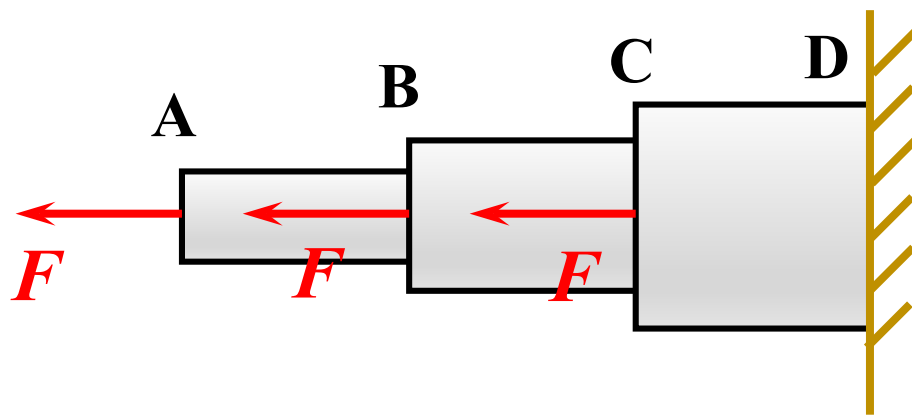


§2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力

例题2.2

图示阶梯杆AD受到三个集中力 F 作用，设AB、BC、CD段的横截面面积分别为 A 、 $2A$ 、 $3A$ ，则三段杆的横截面上

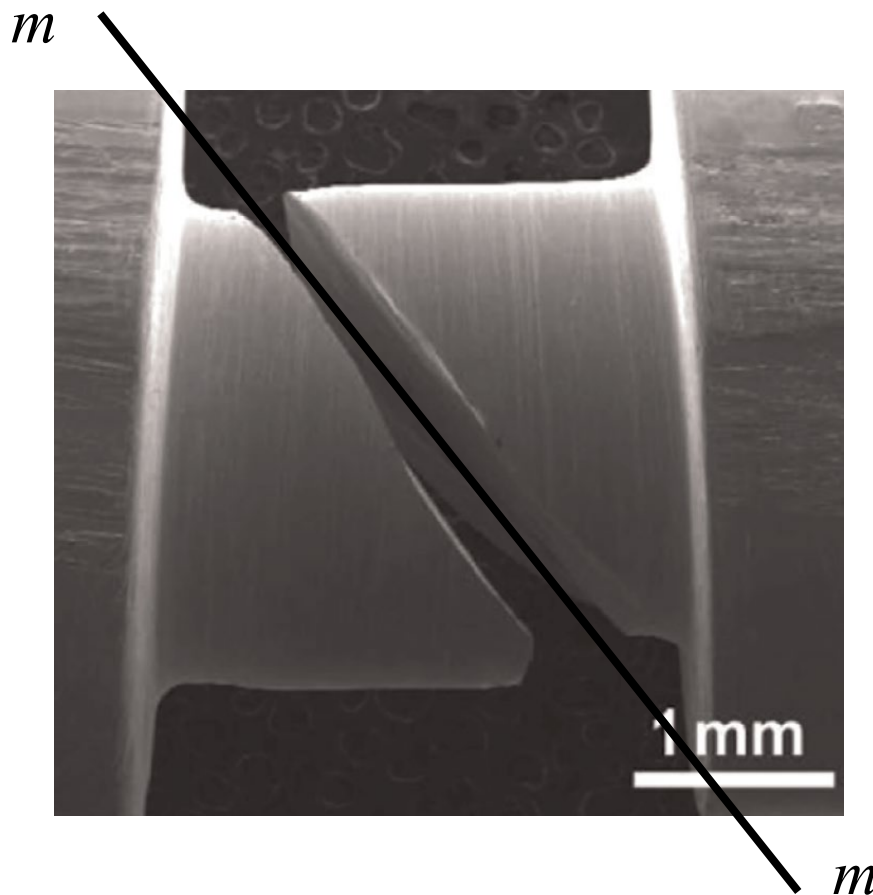
- (A) 轴力不等，应力相等；
- (B) 轴力相等，应力不等；
- (C) 轴力和应力都相等；
- (D) 轴力和应力都不等。



§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

大量实验表明：

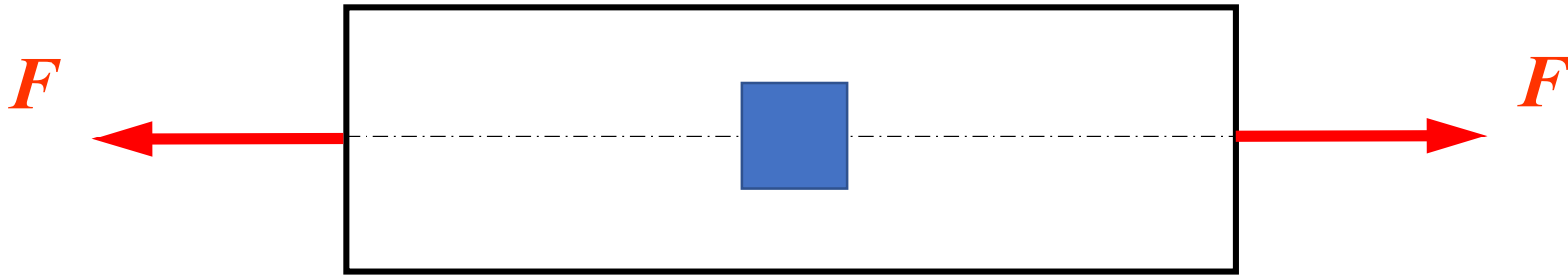
拉压杆破坏并不总是沿横截面发生，有时沿斜截面发生。



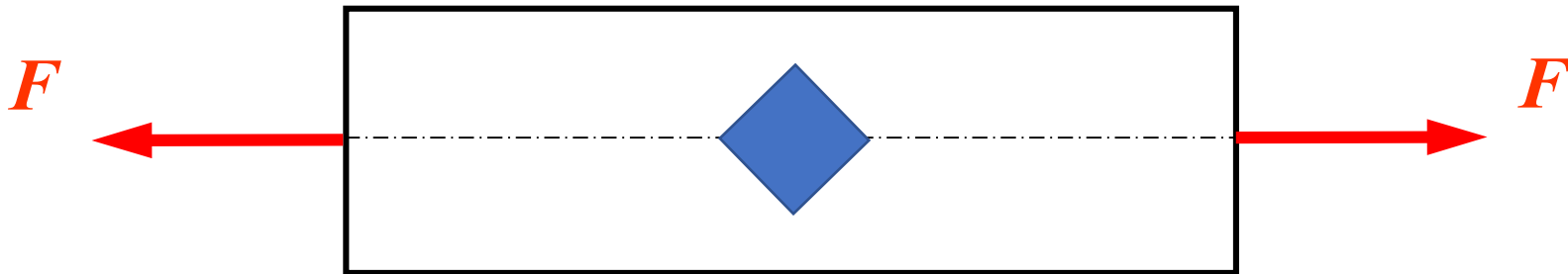
需要计算斜截面上的应力！

§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

横截面没有切应变

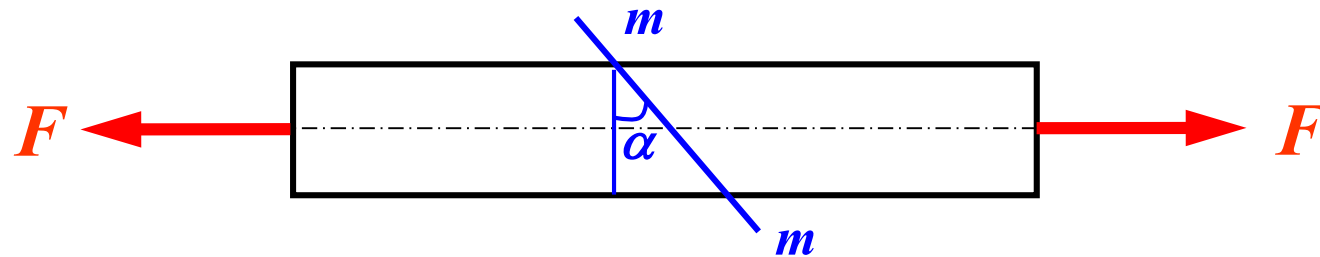


斜截面有切应变

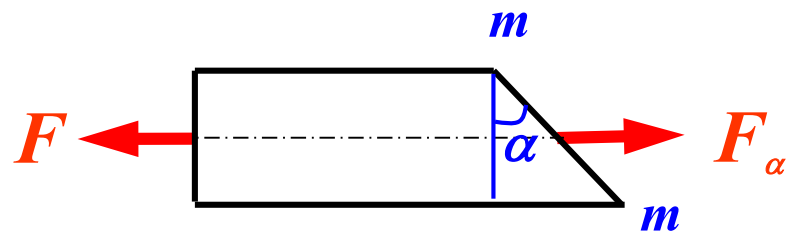


§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

斜截面应力怎么研究？



截面法



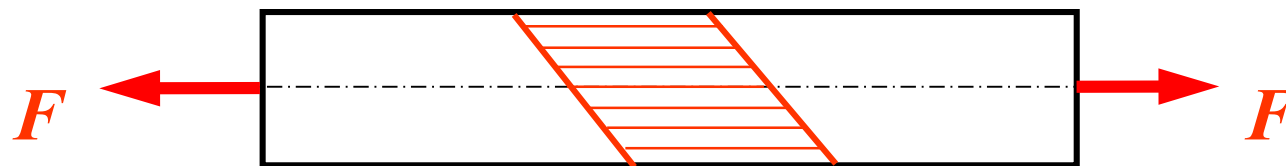
斜截面上内力系合力



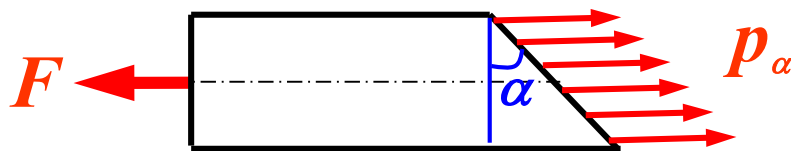
$$F_\alpha = F$$

§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

斜截面应力



平面假设

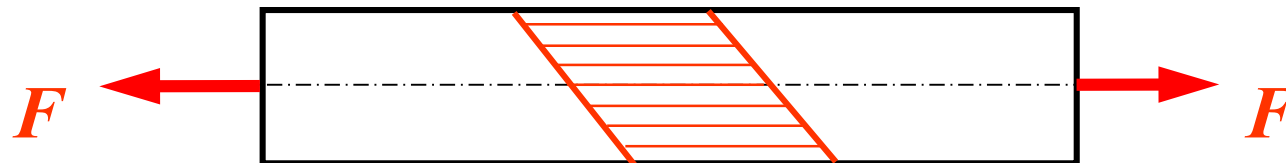


$$\begin{aligned} p_\alpha &= \frac{F_\alpha}{A_\alpha} = \frac{F_\alpha}{A / \cos \alpha} \\ &= \frac{F}{A} \cos \alpha = \sigma_0 \cos \alpha \end{aligned}$$

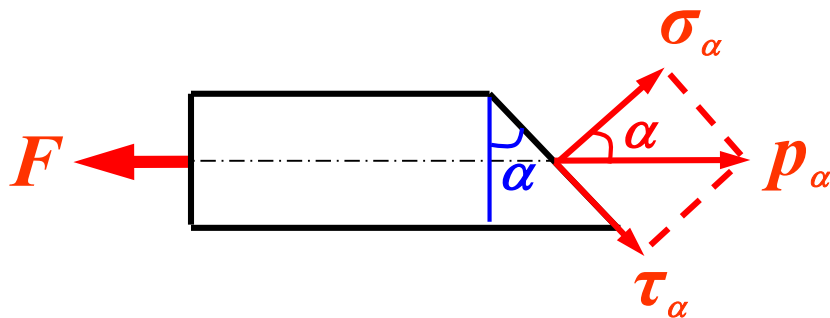
横截面正应力

§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

斜截面应力



应力分解



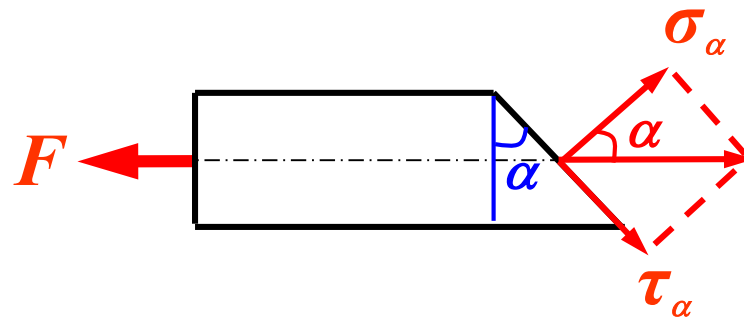
斜截面上的正应力和切应力

$$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos \alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha$$

$$\begin{aligned}\tau_\alpha &= p_\alpha \sin \alpha \\ &= \sigma_0 \sin \alpha \cos \alpha \\ &= \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha\end{aligned}$$

§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

斜截面应力



斜截面上的应力

$$\begin{cases} \sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha \\ \tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha \end{cases}$$

上式给出了斜截面上的正应力和切应力随 α 角度的变化规律。

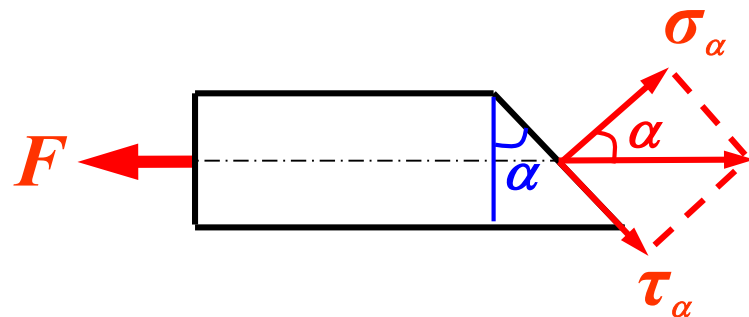
思考：正应力和切应力最大值

断口角度

§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

斜截面应力

符号规定



α 角 (自 x 方向转到法线方向) $\left\{ \begin{array}{l} \text{逆时针时 } \alpha \text{ 为正号} \\ \text{顺时针时 } \alpha \text{ 为负号} \end{array} \right.$

正应力 $\left\{ \begin{array}{l} \text{拉伸为正} \\ \text{压缩为负} \end{array} \right.$

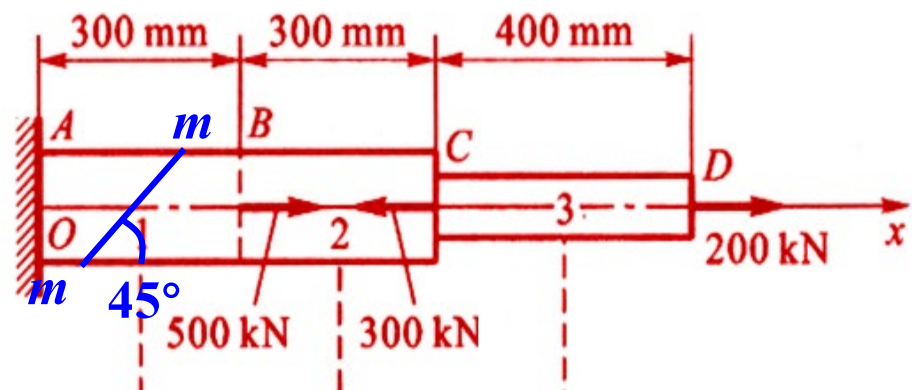
切应力
(对杆件内部取矩) $\left\{ \begin{array}{l} \text{顺时针为正} \\ \text{逆时针为负} \end{array} \right.$

§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

例题2.5

已知阶梯形直杆受力如图示。杆 AB 段的横截面面积为 $A_1 = 2500 \text{ mm}^2$ 。

试求：杆 AB 段上与杆轴线夹 45° 角斜截面上的正应力和切应力。



解： 1. 计算 AB 段杆横截面上的正应力

$$F_{N,AB} = 400 \text{ kN}$$

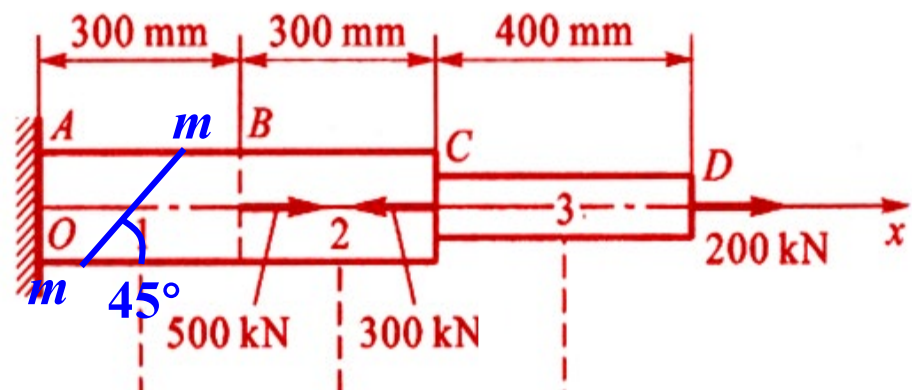
$$\sigma_{0,AB} = \frac{F_{N,AB}}{A_1} = \frac{400 \times 10^3}{2500 \times 10^{-6}} = 160 \times 10^6 \text{ Pa} = 160 \text{ MPa}$$

§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

例题2.5

已知阶梯形直杆受力如图示。杆 AB 段的横截面面积为 $A_1 = 25000 \text{ mm}^2$ 。

试求：杆 AB 段上与杆轴线夹 45° 角斜截面上的正应力和切应力。



解：2. 计算 AB 段杆斜截面上的正应力和切应力

应用拉伸和压缩时杆件斜截面上的应力公式

$$\sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2} \sigma_0 \sin 2\alpha$$

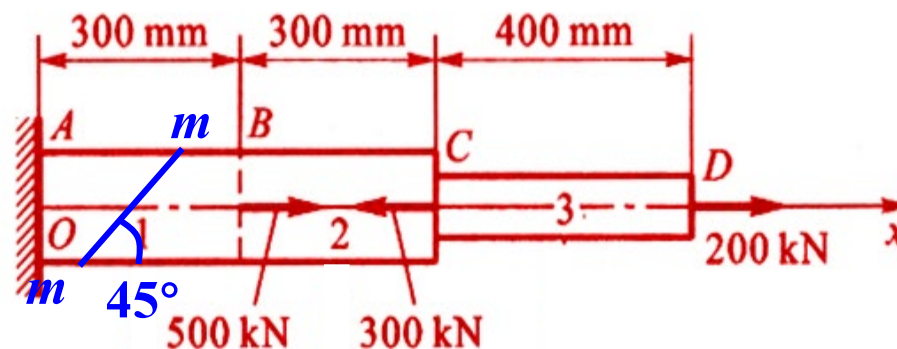
$$\sigma_{0,AB} = 160 \text{ MPa}$$

§2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力

例题2.5

已知阶梯形直杆受力如图示。杆AE段的横截面面积为 $A_1 = 2500 \text{ mm}^2$ 。

试求：杆AB段上与杆轴线夹 45° 角斜截面上的正应力和切应力。

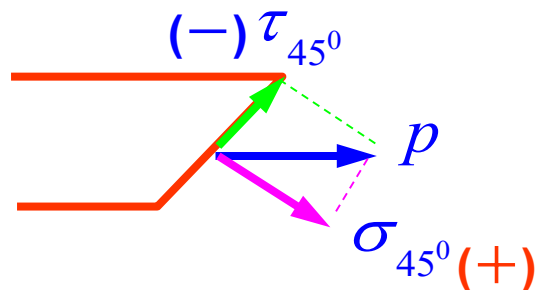


解：确定 α (x 轴转到斜截面法向的夹角)

$$\alpha = -45^\circ$$

$$\sigma_{45^\circ} = \sigma_{0,AB} \cos^2 \alpha = 160 \times \cos^2(-45^\circ) = 80 \text{ MPa}$$

$$\tau_{45^\circ} = \frac{1}{2} \sigma_{0,AB} \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \times 160 \times \sin(-2 \times 45^\circ) = -80 \text{ MPa}$$



切应力取矩顺时针为正

§2.4 材料拉伸时的力学性能

力学性能：在**外力作用下**材料在**变形和破坏**方面所表现出的力学特性。

实验方法

1、试验条件

(1) 常温: 室内温度

(2) 静载: 以缓慢平稳的方式加载 （极低的应变率）

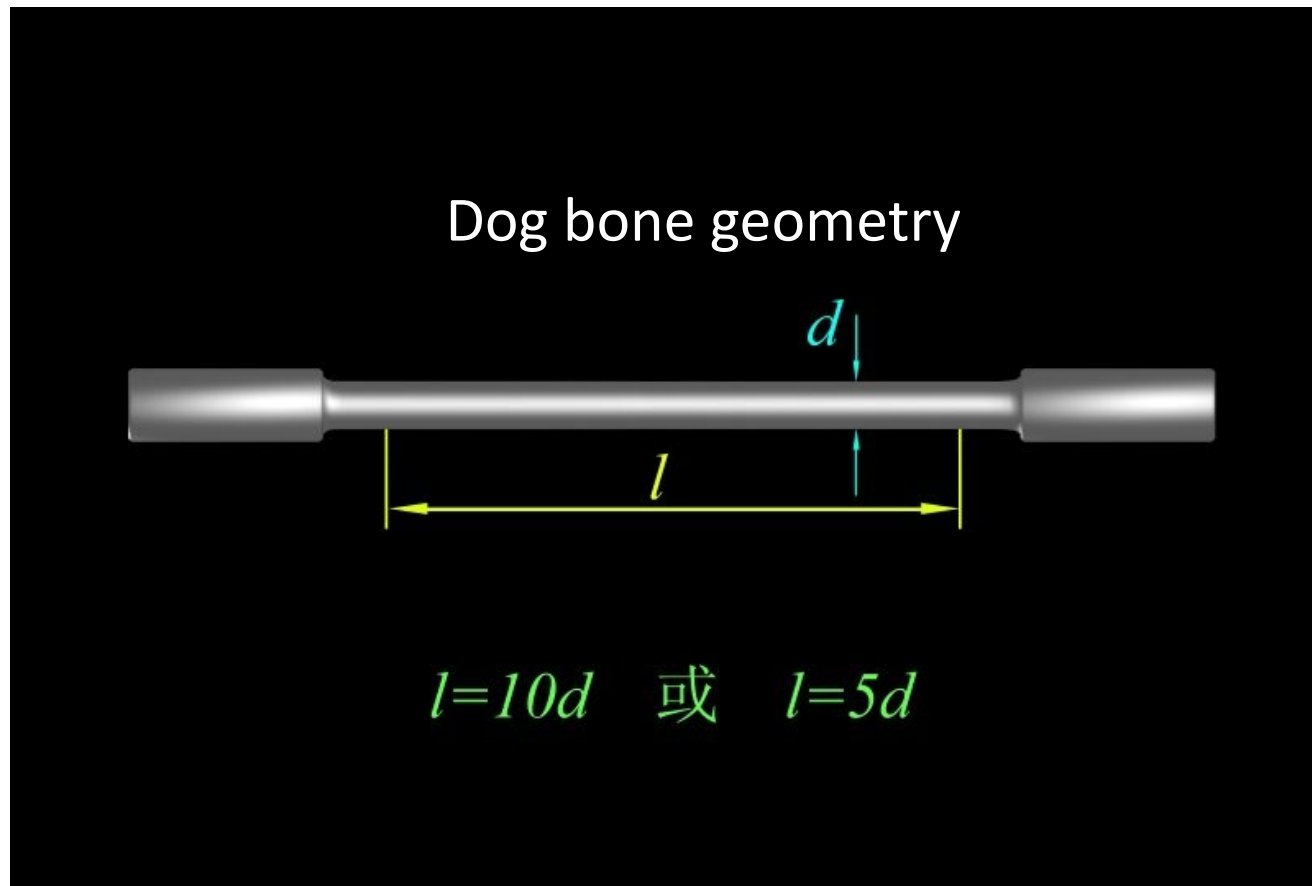
(3) 标准试件: 采用**国家标准**统一规定的试件

§2.4 材料拉伸时的力学性能

力学性能： 在外力作用下材料在变形和破坏方面所表现出的力学特性。

试样中间等直部分两个横
截面间的距离：标距 l

$$l = 10d \quad \text{或} \quad l = 5d$$

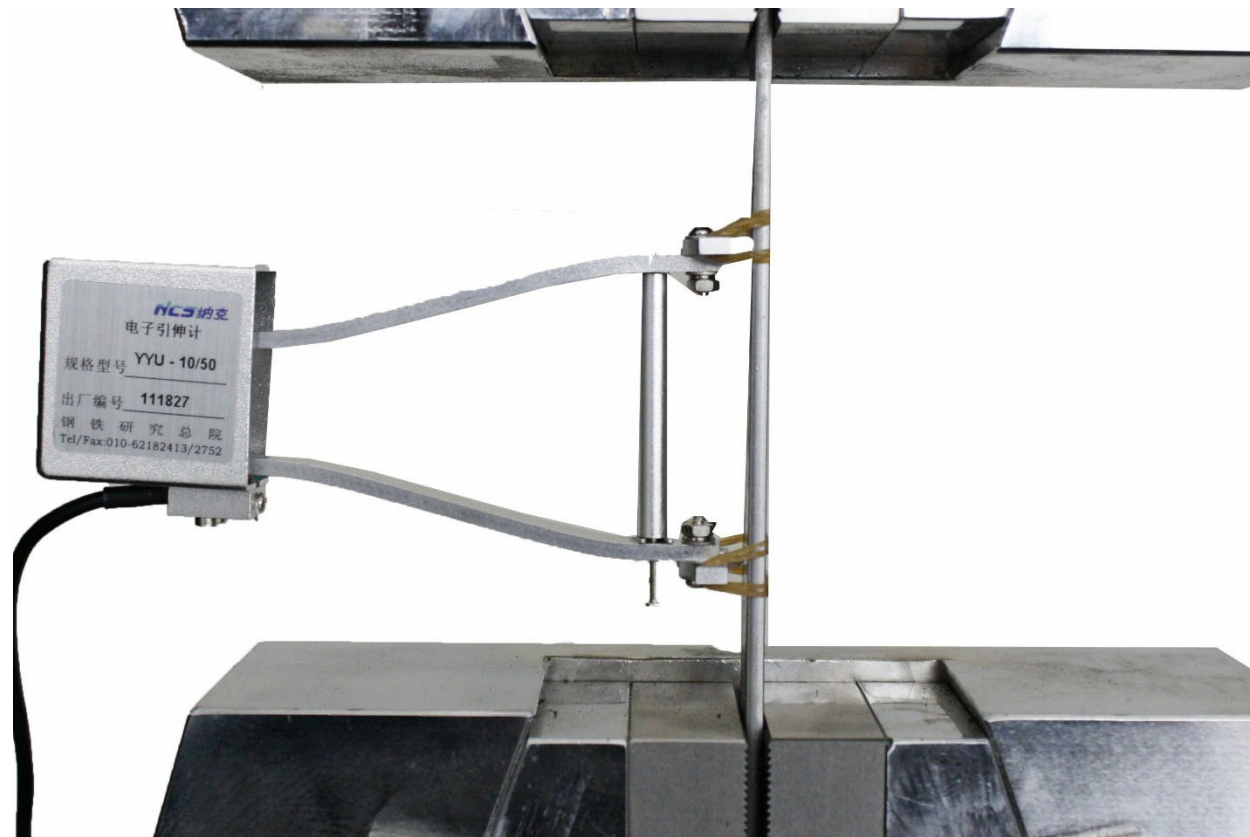


§2.4 材料拉伸时的力学性能

力学性能： 在外力作用下材料在**变形和破坏**方面所表现出的力学特性。



电子拉力机



电子引伸计

§2.4 材料拉伸时的力学性能

低碳钢拉伸实验

试样及引伸计安装

0:00 / 0:31

⏮ ⏪ ⏩ ⏭ ⏮ ⏪ ⏩ ⏭

§2.4 材料拉伸时的力学性能

力学性能：在外力作用下材料在**变形和破坏**方面所表现出的力学特性。

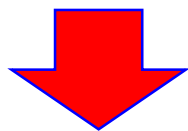
实验方法

3、试验数据

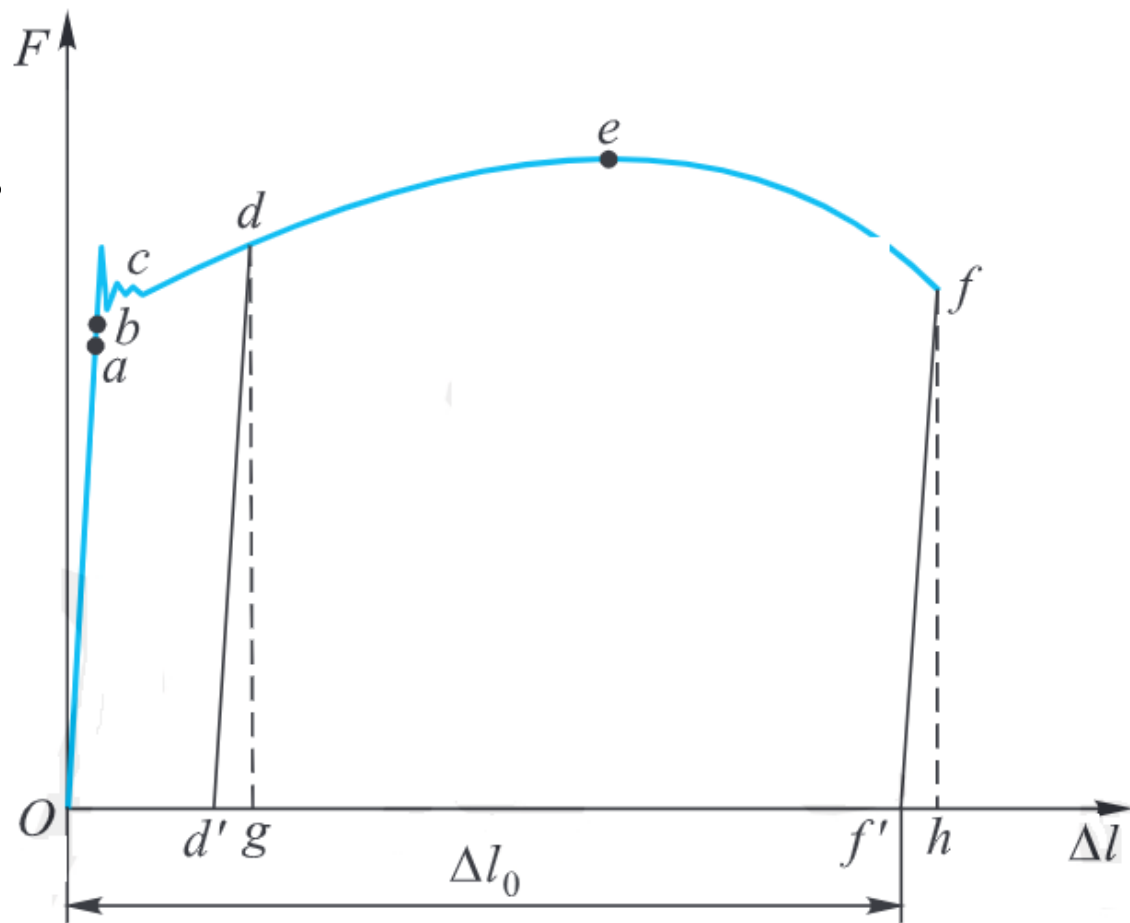
拉伸图 ($F-\Delta l$ 曲线)：表示 F 和 Δl 关系的曲线。

拉伸图与试样的尺寸有关

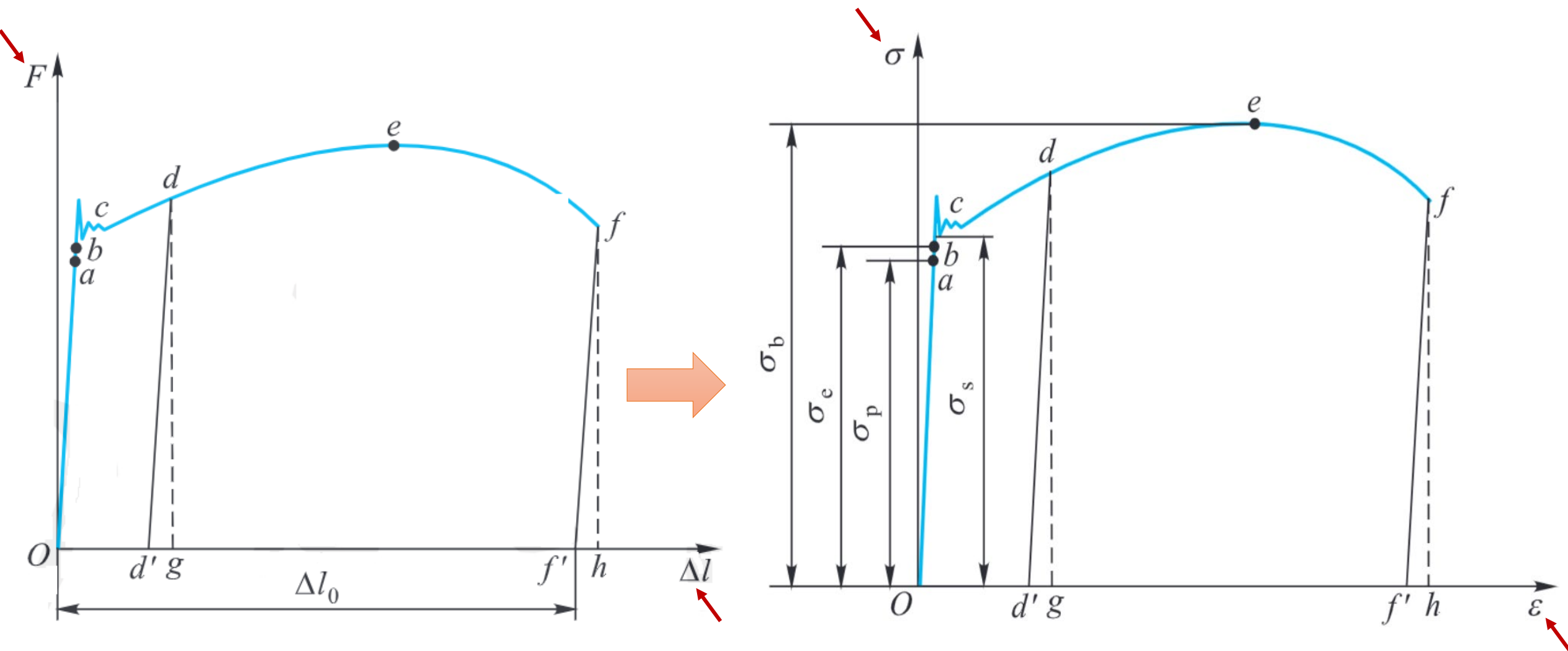
为了消除试样尺寸的影响，把拉力 F 除以试样的原始面积 A ，得**正应力**；同时把 Δl 除以标距的原始长度 l ，得到**应变**。



应力-应变图：表示应力和应变关系的曲线。



§2.4 材料拉伸时的力学性能



§2.4 材料拉伸时的力学性能

例：低碳钢的力学性能

1、弹性阶段

线弹性阶段 oa

$$\sigma = E\varepsilon$$

E : 弹性模量 (GPa)

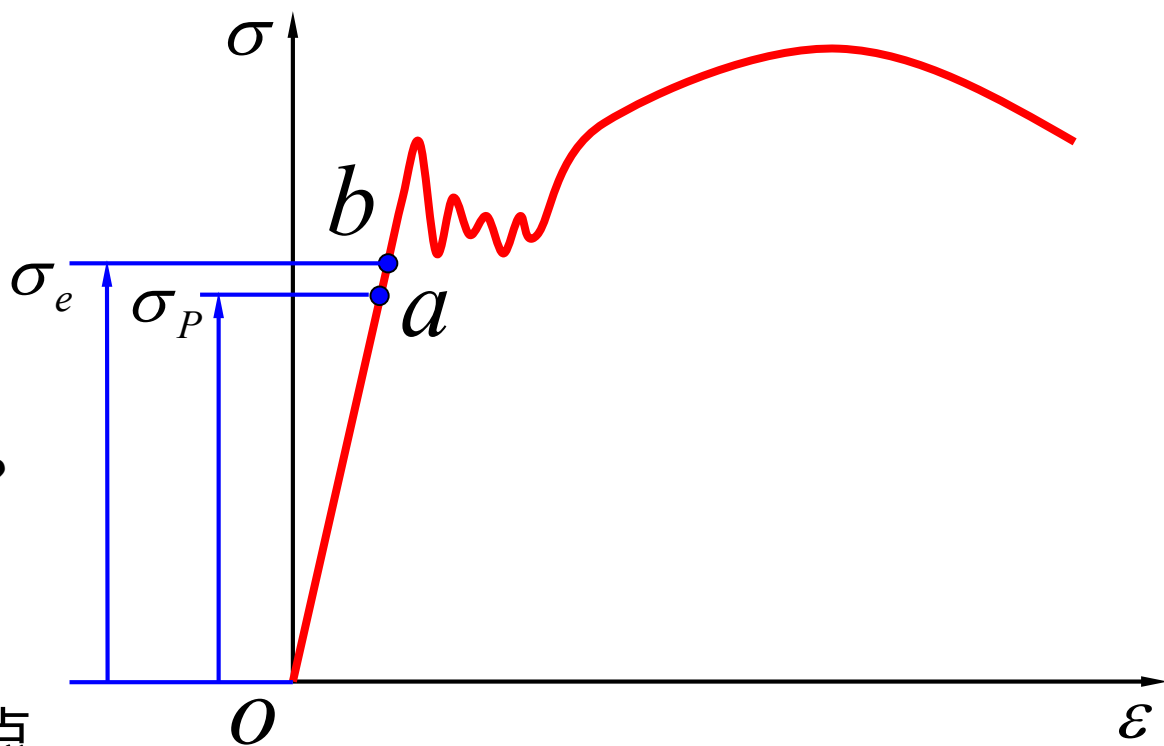
σ_P : 比例极限

思考：比例极限下应变多少？

非线性弹性阶段 ab

b 点是弹性阶段的最高点

σ_e : 弹性极限



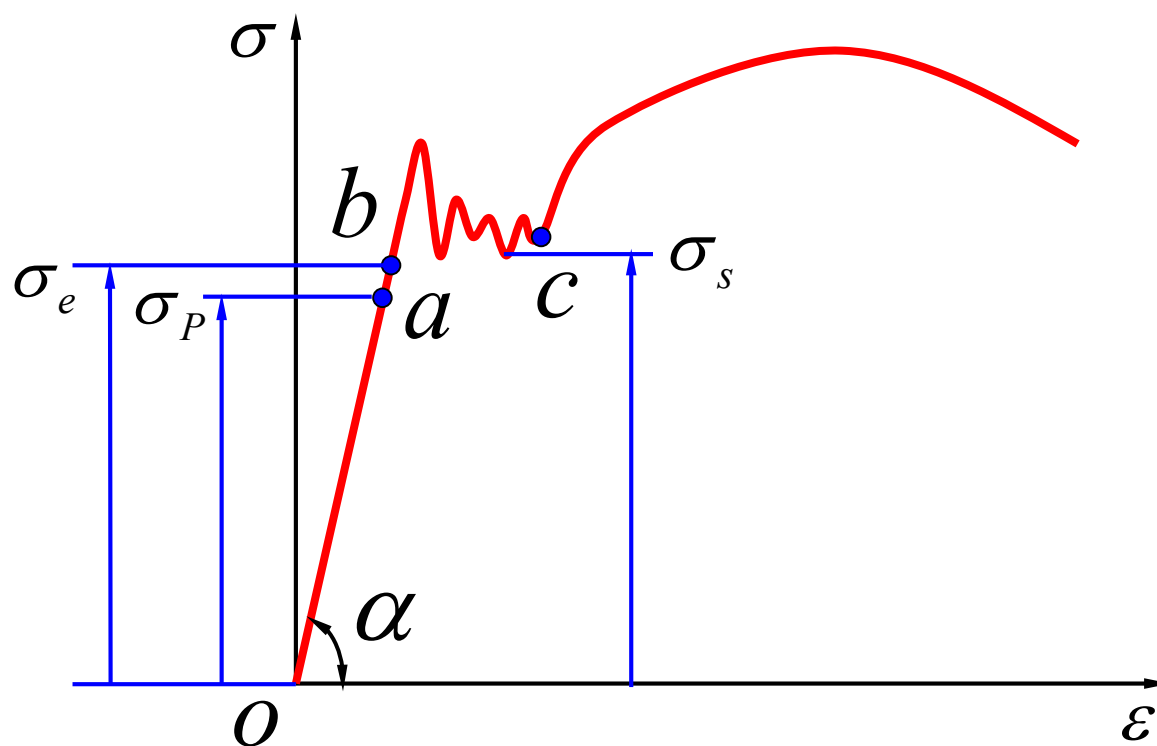
§2.4 材料拉伸时的力学性能

例：低碳钢的力学性能

2、屈服阶段bc

当应力超过b点后，试样的载荷基本不变，而变形却急剧增加，这种现象称为屈服或者流动。

在该阶段，试样发生显著的塑性变形。



σ_s : 屈服极限

§2.4 材料拉伸时的力学性能

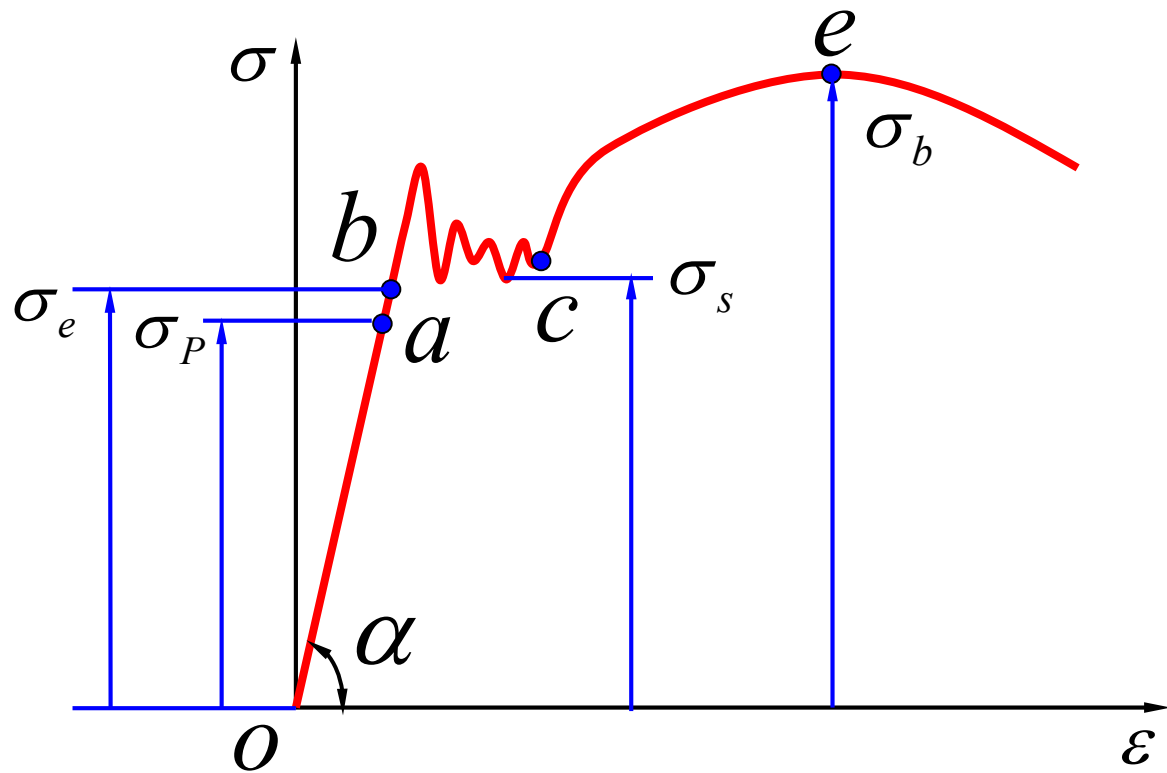
例：低碳钢的力学性能

3、强化阶段ce

当过屈服阶段后，材料又恢复了抵抗变形的能力，要使它继续变形必须增加拉力，这种现象称为材料的强化。

e 点是强化阶段的最高点

σ_b ：强度极限



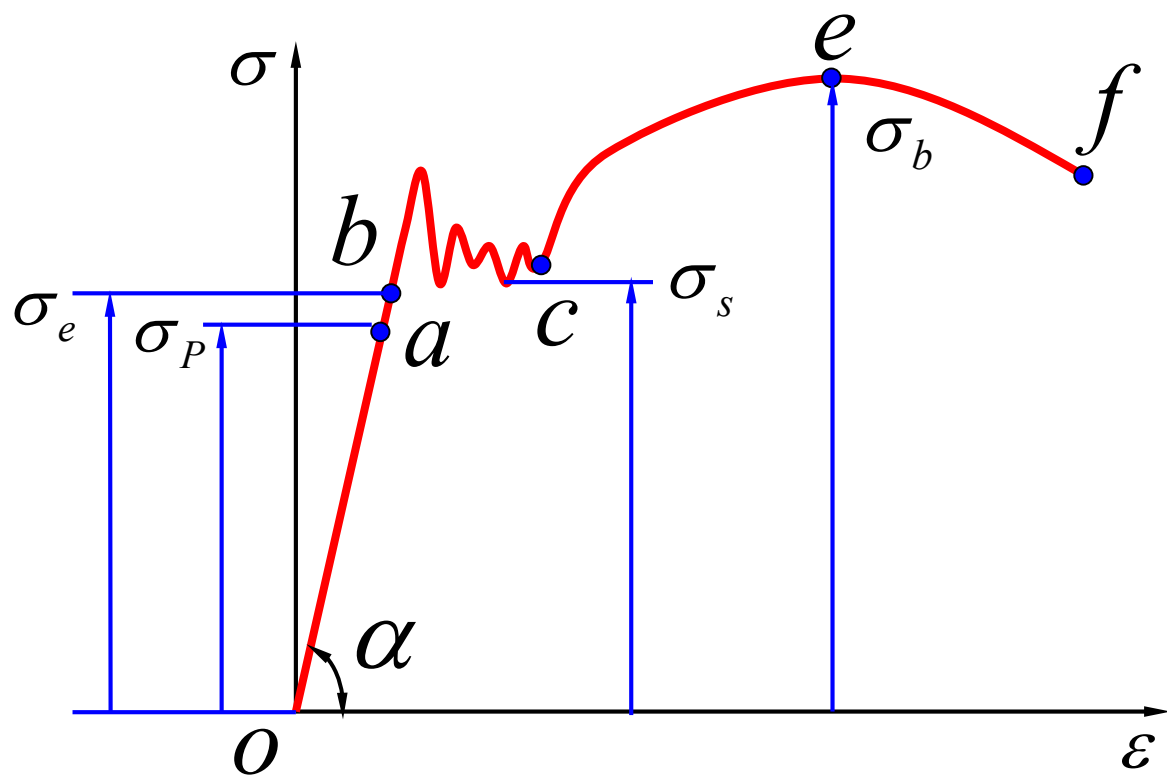
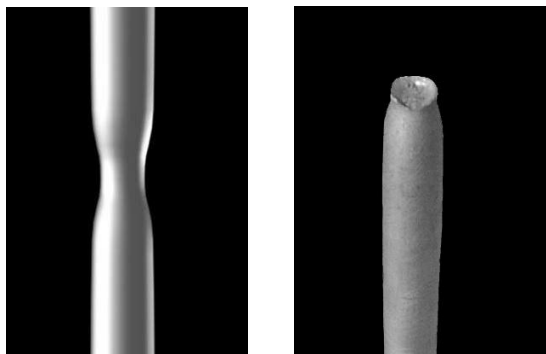
思考： e 点之前，变形均匀

§2.4 材料拉伸时的力学性能

例：低碳钢的力学性能

4、局部变形阶段ef

当过 e 点后，试样在某一段内的横截面面积显著地收缩，出现缩颈 (necking) 现象，一直到试样被拉断。



横截面积减小，用初始横截面积算出的应力随之下降

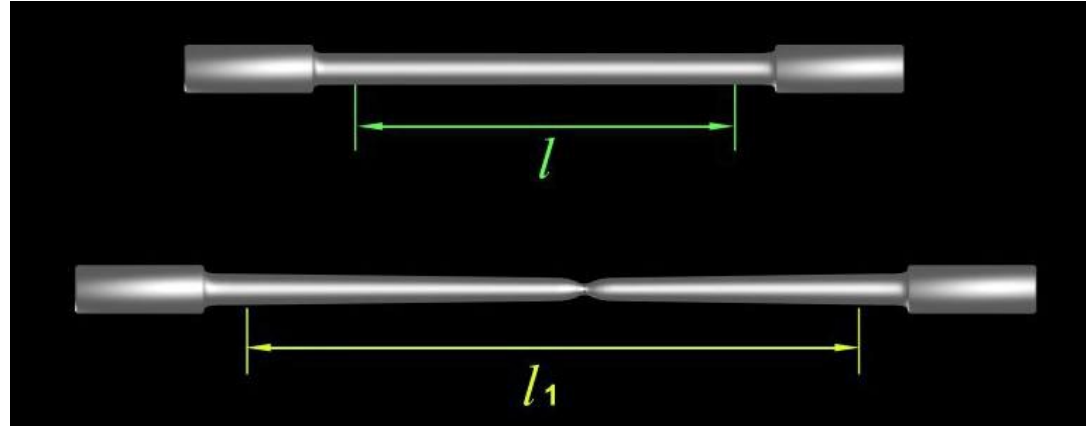
§2.4 材料拉伸时的力学性能

低碳钢的拉伸实验 – 缩颈现象

低碳钢拉伸实验 缩颈现象

§2.4 材料拉伸时的力学性能

定义材料的塑性



试样拉断后，弹性变形消失，塑性变形保留，试样的长度由 l_0 变为 l_1 ，横截面积原为 A_0 ，断口处的最小横截面积为 A_1 。

我们定义两个塑性指标：

$$\text{断后伸长率} \quad \delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \times 100\% \quad \text{断面收缩率} \quad \psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100\%$$

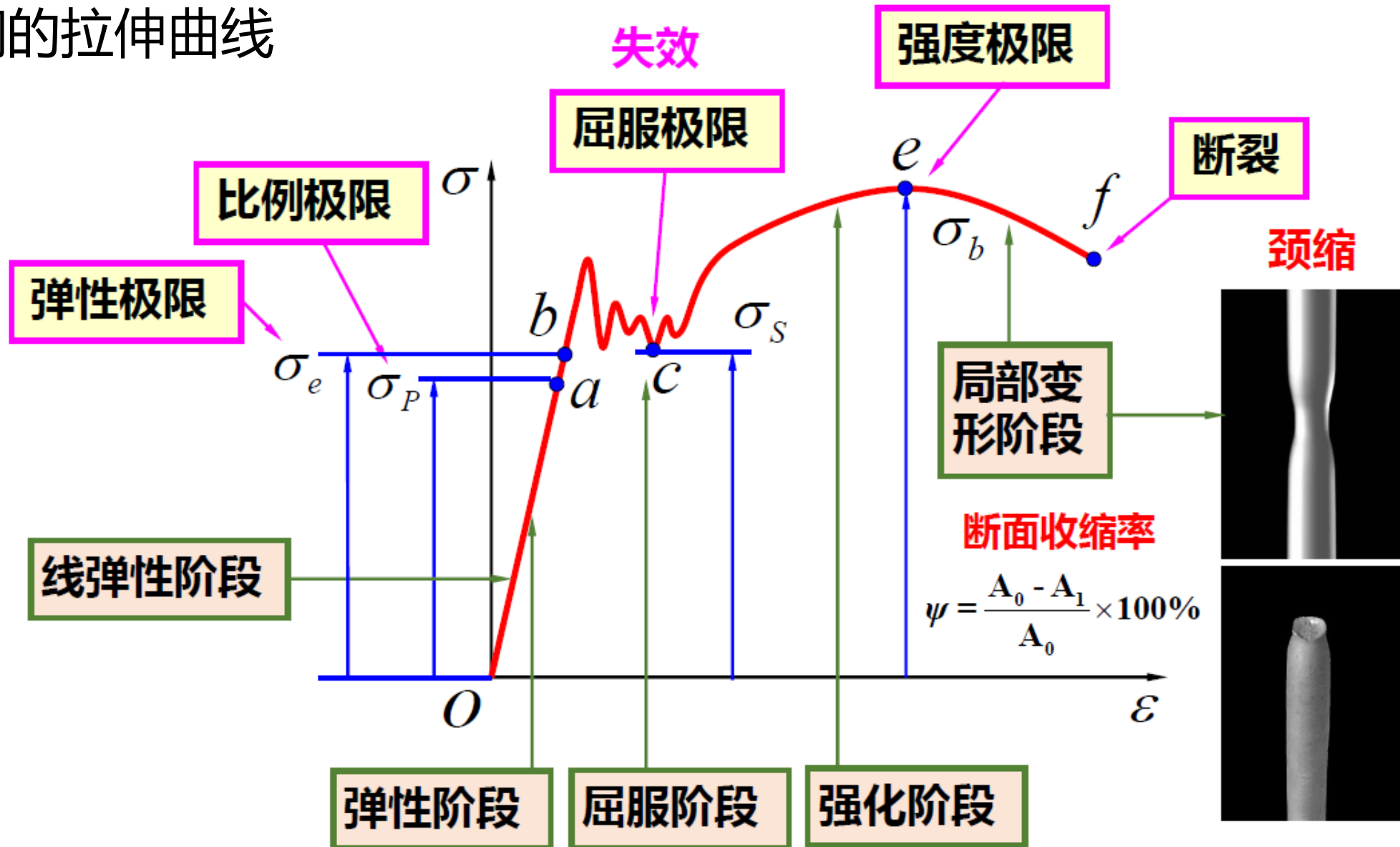
$\delta > 5\%$ 为塑性材料

$\delta < 5\%$ 为脆性材料

低碳钢的 $\delta \approx 20 - 30\%$ $\psi \approx 60\%$ 为塑性材料

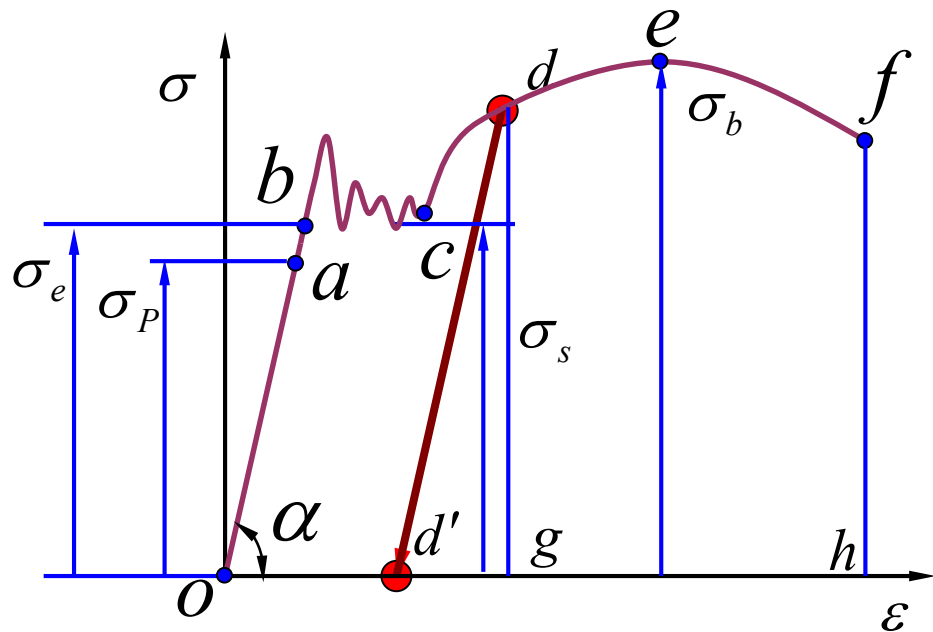
§2.4 材料拉伸时的力学性能

低碳钢的拉伸曲线



§2.4 材料拉伸时的力学性能

卸载定律及冷作硬化



材料在卸载过程中应力和应变是线性关系，这就是**卸载定律**。

材料的比例极限增高，延伸率降低，称之为**冷作硬化或加工硬化**。

材料发生塑性变形后，强度增加了。