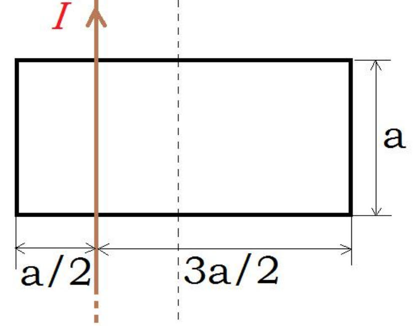
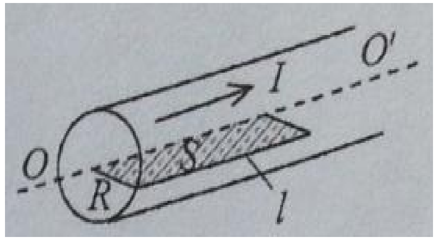
小测2 稳恒磁场&磁介质

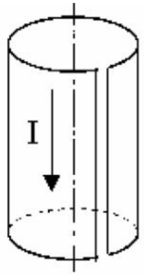
1、 如图所示，一无限长直导线通有电流I，有一绝缘的矩形线框初始时与直导线共面，如图所示；线框可绕与直导线平行并平分线框的竖直轴转动，当线框转过$\pi/2$角度时，通过线框的磁通量的变化量为________。

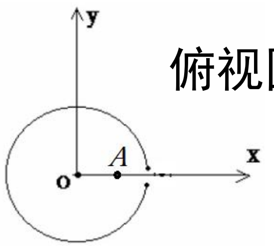


2. 如图所示，一根半径为R的长直导线载有电流I，作一宽为R、长为l的假想平面S，如图所示。若平面S可在导线直径与轴OO’所确定的平面内离开OO’轴沿径向平移至远处。求当通过S面的磁通量最大时S平面的位置（设直导线内电流分布是均匀的）



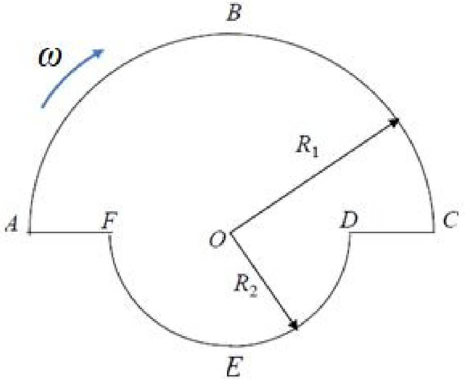
3、如图所示，半径为R无限长薄壁金属圆筒，沿轴向切去一宽为a的细长条，i为沿圆周单位长度通过的电流。求轴线与细长条之间中间点A的磁感应强度。



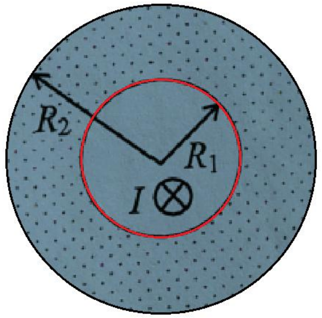


俯视图

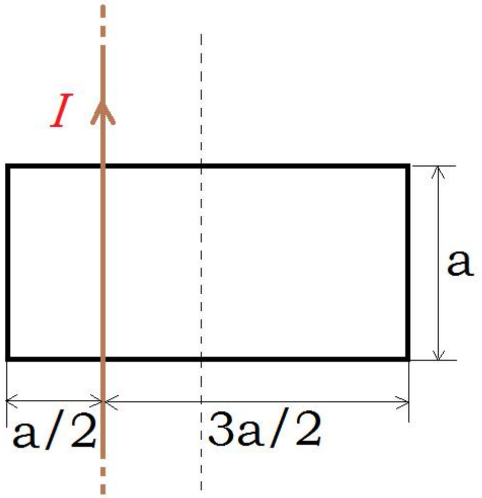
4、如图所示，电荷线密度为λ的闭合回路由半径为R_1与R_2的两个同心共面半圆连成，已知闭合回路绕过圆心O且与回路平面垂直的转轴以ω角速度旋转（如图），求: (1)圆心O处的磁感应强度，(2)闭合回路的磁矩。



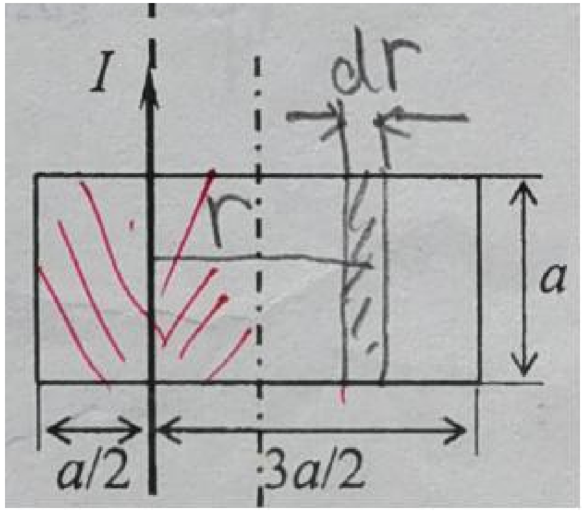
5、如图所示，一磁导率为μ_1的无限长圆柱形导体半径为R_1，磁导率为μ_1，其中均匀地通有电流I、方向垂直向里；导体外包一层磁导率为μ_2($>\mu_1$)的同轴圆筒形不导电的磁介质，其外半径为R_2；外部是真空。试求: (1)磁场强度和磁感应强度的空间分布；(2)半径为R_1处介质表面上的磁化电流线密度的大小和方向、总磁化电流强度。



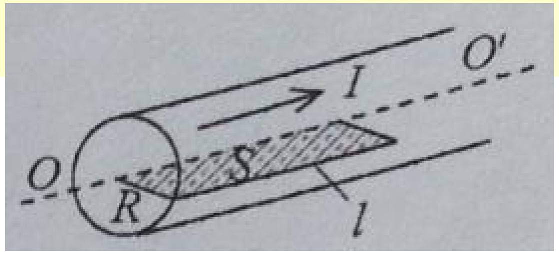
1、 一无限长直导线通有电流I，有一绝缘的矩形线框初始时与直导线共面，如图所示；线框可绕与直导线平行并平分线框的竖直轴转动，当线框转过$\pi/2$角度时，通过线框的磁通量的变化量为________。



$$-\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\ln 3$$



2. 一根半径为R的长直导线载有电流I，作一宽为R、长为l的假想平面S，如图所示。若平面S可在导线直径与轴OO’所确定的平面内离开OO’轴沿径向平移至远处。求当通过S面的磁通量最大时S平面的位置（设直导线内电流分布是均匀的）



设 x 为假想平面里面的一边与对称中心轴线距离，

$$\Phi = \int B\,\mathrm{d}S = \int_x^R B_1 l\,\mathrm{d}r + \int_R^{x+R} B_2 l\,\mathrm{d}r,$$

$$\mathrm{d}S = l\,\mathrm{d}r$$

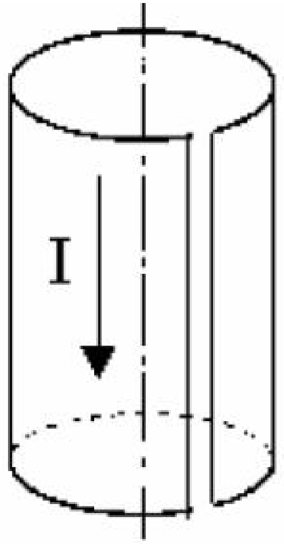
$$B_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \qquad \text{(导线内)}$$

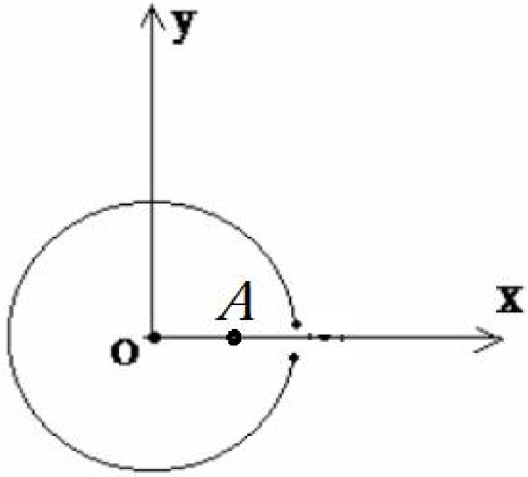
$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad \text{(导线外)}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I l}{4\pi R^2}(R^2 - x^2) + \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{x+R}{R}$$

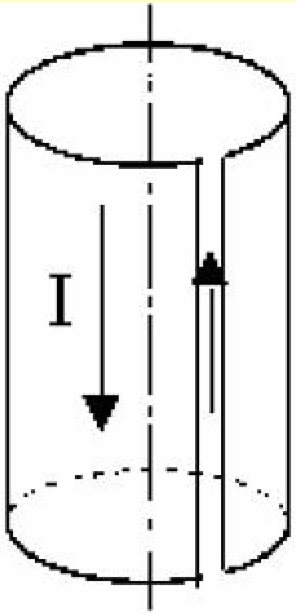
令 $\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}x = 0$，得 Φ 最大时 $x = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)R$

3、如图所示，半径为R无限长薄壁金属圆筒，沿轴向切去一宽为a的细长条，i为沿圆周单位长度通过的电流。求轴线与细长条之间中间点A的磁感应强度。



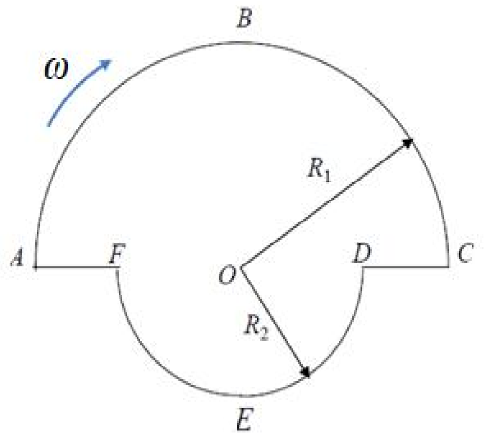


俯视图



$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 a i}{\pi R}\vec{j}$$

4、电荷线密度为λ的闭合回路由半径为R_1与R_2的两个同心共面半圆连成，已知闭合回路绕过圆心O且与回路平面垂直的转轴以ω角速度旋转（如图），求: (1)圆心O处的磁感应强度，(2)闭合回路的磁矩。



解:(1) $$I_{ABC}=\pi R_1\lambda\frac{\omega}{2\pi}=\frac{\omega R_1\lambda}{2}$$

$$\therefore B_{ABC}=\frac{\mu_0 I_{ABC}}{2R_1}=\frac{\mu_0\omega\lambda}{4}=B_{DEF}$$

$$dI_{AF}=dr\lambda\frac{\omega}{2\pi}$$

$$B_{AF}=B_{CD}=\int\frac{\mu_0 dI_{AF}}{2r}=\int_{R_2}^{R_1}\frac{\mu_0\lambda\omega dr}{4\pi r}=\frac{\mu_0\lambda\omega}{4\pi}\ln\frac{R_1}{R_2}$$

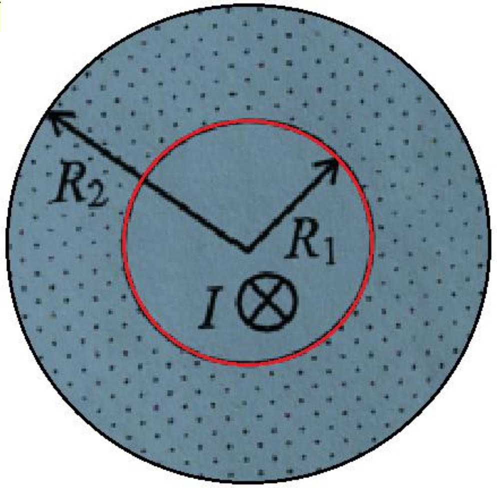
$$B=2(B_{ABC}+B_{AF})=\frac{\mu_0\lambda\omega}{2}(1+\frac{1}{\pi}\ln\frac{R_1}{R_2})$$ 方向 ⊗

(2) $p_{ABC}=I_{ABC}\cdot\pi R_1^2=\frac{\omega R_1\lambda}{2}\cdot\pi R_1^2=\frac{\pi R_1^3\omega\lambda}{2}$, 同理，$p_{DEF}=\frac{\pi R_2^3\omega\lambda}{2}$

$$\vec{p}_{AF}=\int_{R_2}^{R_1}dI_{AF}\cdot\pi r^2=\int_{R_2}^{R_1}\frac{\omega\lambda}{2\pi}dr\cdot\pi r^2=\frac{\omega\lambda}{2}\int_{R_2}^{R_1}r^2dr=\frac{\omega\lambda(R_1^3-R_2^3)}{6}=\vec{p}_{DC}$$

$$\therefore\vec{p}=\vec{p}_{ABC}+\vec{p}_{DEF}+2\vec{p}_{AF}=\frac{\pi\omega\lambda(R_1^3+R_2^3)}{2}+\frac{\omega\lambda(R_1^3-R_2^3)}{3}$$,方向⊗

5、如图所示，一磁导率为μ_1的无限长圆柱形导体半径为R_1，磁导率为μ_1，其中均匀地通有电流I、方向垂直向里；导体外包一层磁导率为μ_2 ($>\mu_1$)的同轴圆筒形不导电的磁介质，其外半径为R_2；外部是真空。试求: (1)磁场强度和磁感应强度的空间分布；(2)半径为R_1处介质表面上的磁化电流线密度的大小和方向、总磁化电流强度。



(1) $0<r<R_1$, $H_1\cdot 2\pi r=\dfrac{I}{\pi R_1^2}\cdot\pi r^2 \Rightarrow H_1=\dfrac{Ir}{2\pi R_1^2}$, $B_1=\mu_1 H_1=\dfrac{\mu_1 Ir}{2\pi R_1^2}$

$R_1<r<R_2$, $H_2\cdot 2\pi r=I \Rightarrow H_2=\dfrac{I}{2\pi r}$, $B_2=\mu_2 H_2=\dfrac{\mu_2 I}{2\pi r}$

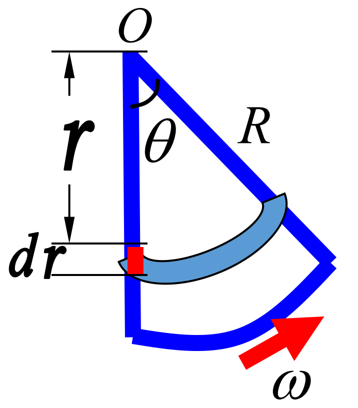
$R_2<r$, $H_3\cdot 2\pi r=I \Rightarrow H_3=\dfrac{I}{2\pi r}$, $B_3=\mu_0 H_2=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

(2) 半径为R_1处的介质表面上，$H=H_2(r=R_1)=\left.\dfrac{I}{2\pi r}\right|_{r=R_1}=\dfrac{I}{2\pi R_1}$

磁化电流线密度，$j_{m1}=M_1=\chi_m H=\dfrac{\mu_2-\mu_0}{\mu_0}H=\dfrac{\mu_2-\mu_0}{\mu_0}\dfrac{I}{2\pi R_1}$，方向垂直纸面向里

总磁化电流强度，$I_m=j_{m1}\cdot 2\pi R_1=\dfrac{\mu_2-\mu_0}{\mu_0}I$

6、如图所示，一扇形薄片半径为R，张角为θ，其上均匀分布正电荷，面电荷密度为σ，薄片绕过角顶O点且垂直于薄片的轴以角速度ω转动。求：O点磁感应强度，（2）此薄片的磁矩



解(1)：等效圆电流 $dq = \theta r dr \sigma = \sigma\theta r dr$

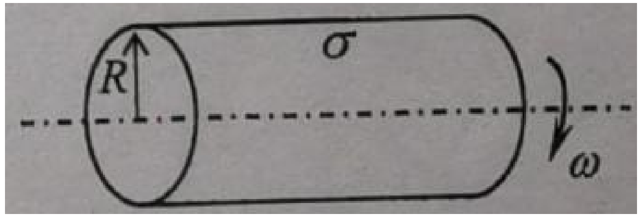
$$dI = dq \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega\sigma\theta r dr}{2\pi}$$

$$dB_O = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\mu_0\omega\sigma\theta}{4\pi} dr \qquad B_O = \int_0^R dB_O = \frac{\mu_0\omega\sigma\theta}{4\pi} R$$

方向 ⊙

(2) $$dp_m = dI \cdot \pi r^2 = \frac{\omega\sigma\theta}{2} r^3 dr \qquad \therefore p_m = \int_0^R dp_m = \frac{\omega\sigma\theta}{8} R^4$$

7、 如图所示，一半径为R的均匀带电无限长直圆筒，电荷面密度为σ（>0），该圆筒以角速度ω绕其轴线匀速转动；则圆筒内部的磁感应强度大小为__________，方向为__________。



设沿轴线L长度内共计由N匝线圈，每匝线圈流过的电流为I'；L长度内的总面电流为I，则

$$I = NI' = \frac{\sigma \cdot 2\pi RL}{\frac{2\pi}{\omega}} = \sigma R\omega L$$

$$B = \mu_0 nI' = \mu_0 \frac{N}{L} I' = \mu_0 \sigma\omega R$$

沿轴线向右