浙江大学 2012 – 2013 学年 秋冬 学期

《微积分（Ⅰ）》课程期末考试试卷

课程号：061B0170，开课学院：理学部
考试试卷：√A 卷、B 卷（请在选项上打 √）
考试形式：√闭、开卷（请在选项上打 √），允许带 笔 入场
开始日期：2013 年 1 月 17 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪

考生姓名：__________ 学号：__________________ 所属院系：______________

题序	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	13-14	总分
得分								
评卷人								

以下 1 至 10 题每题 6 分，11 至 14 题每题 10 分。解题时应写出必要的解答过程。

1.设$y=(\sin x)^{x}+(arcsin2x)^{4}$，求$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}$.

2.设函数$\mathrm{f(u)}$可导，$\mathrm{y=y(u)}$是方程$\mathrm{y=3f(xy)+ln(1+sinx)}$所确定的可导函数，求$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}$.

3.设$\mathrm{y}=\mathrm{y}(\mathrm{x})$是由参数方程$\begin{cases} x=3t^2+2t+3 \\ y=\int_0^t (3u+1)\sin u^2 du \end{cases}$所确定，求$\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=\sqrt{\pi}}$.

4.计算定积分$\int_{-1}^{1}\frac{1+\sqrt[5]{x}}{1+\sqrt[3]{x^2}}dx$.

5.计算反常积分$\int_{1}^{+\infty}\frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-1}}$.

6.求极限$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+\sin x)}+\frac{1}{\ln(1-\sin x)}\right)$.

7.求极限$\lim\limits_{x \to 0} \frac{\tan x - x}{1-\sqrt{1-x^3}}$.

8.求$\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{1}{\cos^2 x}}$.

9.求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n\cdot 3^n}$的收敛半径、收敛区间及收敛域.

10.将函数$f(x)=\frac{1}{x^2-2x-3}$展开成 x 的幂级数，并写出成立的开区间.

11.求不定积分$\int \frac{1+x^2+x^4}{x^3(1+x^2)}\ln(1+x^2)\,dx$.

12.设$f(x)$在区间[0,1]上为正值的连续函数.试证明：

（Ⅰ）存在$\xi\in$（0,1）使得以曲线$y=f(x)$为顶在区间[0, ξ]上的曲边梯形面积等于以$f(\xi)$为高，以区间[ξ ,1]为底的矩形面积；

（Ⅱ）若增设$f(x)$可靠且$f'(x)<0$，则（Ⅰ）中的ξ是唯一的.

13.设$f(x)$在区间$(0,+\infty)$内可导，并设$f'(x)<0$，$F(x)=\int_{\frac{1}{x}}^{1}xf(u)du+\int_{1}^{\frac{1}{x}}\frac{f(u)}{u^2}du$.

（Ⅰ）求$F''(x)$，（当 x＞0）;

（Ⅱ）讨论曲线$y=F(x)$在区间$(0,+\infty)$内的凹凸性并求其拐点坐标.

14.设$a_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}} tan^n x\,dx$，n≥2，

（Ⅰ）计算a_n+a_{n+2}，并证明$\frac{1}{2（n+1)}<a_n<\frac{1}{2(n-1)}$（当 n≥2）；

（Ⅱ）证明级数$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n a_n$条件收敛.