第四章知识框架　线性微分方程

$$
\text{一阶}\begin{cases}
\text{可分离变量 (首选)} \\
\text{看形式}\begin{cases}
\text{齐次方程 (分子分母每个元素都同次) 令}\frac{y}{x}=u, \mathrm{d}y=\mathrm{d}ux=x\mathrm{d}u+u\mathrm{d}x \\
\text{公式法}y'+P(x)y=Q(x) \\
\text{其他换元，如令}x+y=u, y=\sin t
\end{cases} \\
\text{颠倒自变量和因变量}
\end{cases}
$$

$$
\text{二阶}\begin{cases}
\text{可降阶的：}y''=f(x) \\
\text{颠倒自变量和因变量 (用到反函数求二阶导的公式)} \\
\text{特征方程求对应的齐次方程的通解 + }\underline{\text{待定系数法}}\text{ 求特解 (只适用于常系数)} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\text{也可用算子解法} \\
\qquad\qquad\text{求出来的特解在每一个其次方程的解里面都存在且系数为 1}
\end{cases}
$$

1. $y''+py'+qy=e^{\lambda x}P_m(x)$
   特解设为 $y^*=x^kR_m^{(x)}e^{\lambda x}$

   m 代表 m 次的项式

$$
k\begin{cases}
0 & \lambda\text{不是}r^2+pr+q=0\text{的解} \\
1 & \lambda\text{是}r^2+pr+q=0\text{的其中一个解} \\
2 & \lambda\text{是}r^2+pr+q=0\text{的重根}
\end{cases}
$$

1. 若 $P_m(x)=2x+1$　　$R_m(x)$ 设为 $ax+b$
2. 若 $P_m(x)=5x^2+6x+7$　$R_m(x)$ 设为 a^2+b^2+c
3. 若 $P_m(x)=3$　　$R_m(x)$ 设为 a

然后把 y^* 当作 y，代入 $(y^*)''+p\,(y^*)'+qy^*=e^{\lambda x}P_m(x)$ 求出这些 a，b，c
2.