**题目描述**

给一个 无向图 染色，可以填红黑两种颜色，必须保证相邻两个节点不能同时为红色，输出有多少种不同的染色方案?

**输入描述**

第一行输入M(图中节点数) N(边数)

后续N行格式为：V1 V2表示一个V1到V2的边。

数据范围：1 <= M <= 15,0 <= N <= M * 3，不能保证所有节点都是连通的。

**输出描述**

输出一个数字表示染色方案的个数。

**用例**

| | |
|---|---|
| 输入 | 4 4<br>1 2<br>2 4<br>3 4<br>1 3 |
| 输出 | 7 |
| 说明 | 4个节点，4条边，1号节点和2号节点相连，<br>2号节点和4号节点相连，3号节点和4号节点相连，<br>1号节点和3号节点相连，<br>若想必须保证相邻两个节点不能同时为红色，总共7种方案。 |

| | |
|---|---|
| 输入 | 3 3<br>1 2<br>1 3<br>2 3 |
| 输出 | 4 |
| 说明 | 无 |

| | |
|---|---|
| 输入 | 4 3<br>1 2<br>2 3<br>3 4 |
| 输出 | 8 |
| 说明 | 无 |

| | |
|---|---|
| 输入 | 4 3<br>1 2<br>1 3<br>2 3 |
| 输出 | 8 |
| 说明 | 无 |

**题目解析**

> 2022.12.25 更正解析说明，感谢Andy___Zhong指出错误。

**题目解析**

> 2022.12.25 更正解析说明，感谢Andy___Zhong指出错误。

本题其实就是求解 连通图 的染色方案，

目前我想到的最好方式是暴力法，即通过 回溯算法，求解出染红节点的全组合，

> n个数的全组合数量一共有 (2^n) - 1。
> 比如：1,2,3的全组合情况有：1、2、3、12、13、23、123，即 (2^3) - 1 = 7个。

本题中节点一共有m个，而1 <= m <= 15，即最多有 (2^15) - 1 = 32767 个组合情况，这个数量级不算多。 因此暴力法可行。

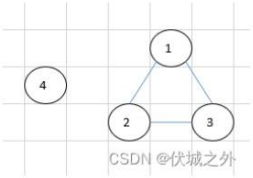
我们需要尝试对组合中的节点进行染红色，但是相邻节点不能同时染成红色。因此，在求解全组合时，还可以进行剪枝优化，即判断新加入的节点 是否和 已存在的节点相邻，如果相邻，则剪枝，如果不相邻则继续递归。

```
// 连通图的染色方案数求解
function getDyeCount(arr, m) {
  // connect用于存放每个节点的相邻节点
  const connect = {};

  for (let [v1, v2] of arr) {
    connect[v1] ? connect[v1].add(v2) : (connect[v1] = new Set([v2]));
    connect[v2] ? connect[v2].add(v1) : (connect[v2] = new Set([v1]));
  }

  // 必有一种全黑的染色方案
  let count = 1;

  // 求解染红节点的全组合情况
  function dfs(m, index, path) {
    if (path.length === m) return;

    outer: for (let i = index; i <= m; i++) {
      // 如果新加入节点和已有节点相邻，则说明新加入节点不能染成红色，需要进行剪枝
      for (let j = 0; j < path.length; j++) {
        if (path[j].has(i)) continue outer;
      }

      count++;

      path.push(connect[i]);
      dfs(m, i + 1, path);
      path.pop();
    }
  }

  // 节点从1开始
  dfs(m, 1, []);

  return count;
}
```

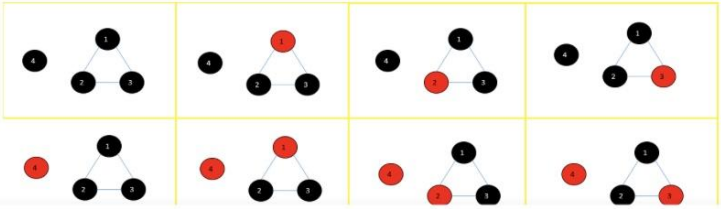
本题，到此还未结束，因为题目中有一句话：

> 不能保证所有节点都是连通的

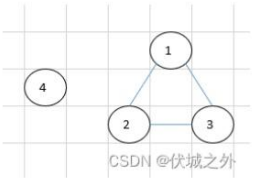
这说明什么呢？即对应用例4的情况，用例4对应的无向图如下：



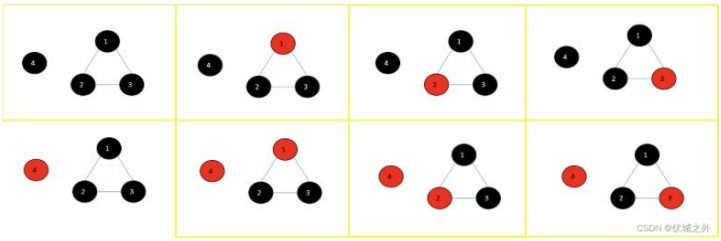

此时一共有8种染色方案如下：



这说明什么呢？即对应用例4的情况，用例4对应的无向图如下：




此时一共有8种染色方案如下：




其实就是先求解无向图的各个连通分量，比如用例4的无向图就有两个连通分量，分别是：

- {4}
- {1，2，3}

然后求解各连通分量各自的染色方案，比如

- {4} 有2种染色方案
- {1，2，3} 有4种染色方案

那么总染色方案数目就是2*4=8种

因此，本题还考察了连通分量的求解。

连通分量的求解可以使用并查集，关于并查集知识请看：华为机试 - 发广播_伏城之外的博客-CSDN博客

但是本题实现上可以取巧，即不需要使用并查集去求解连通分量，而是完全依赖于暴力，因为不管节点是否在一个连通分量中，还是不在一个连通分量中，他们的染色都要满足：

> 相邻节点不能同时为红色

因此，处于两个连通分量中的节点必然不相连，则必然可以同时染红，因此直接用前面求染红节点组合就可以，不需要用并查集。

补充一个边界用例情况：

```
4 3
2 3
2 4
3 4
```

输出应该是8

但是节点1和任何其他节点不相连，也没有在边，因此下面代码，统计connect时，即统计每个节点的相邻节点，必然统计不到节点1，即connect[1] 的值为null，因此后续获取节点1的相邻节点时会得到null，此时我们应该要特殊处理null。

**JavaScript算法源码**

直接利用节点间相邻关系暴力枚举所有染色方案。该方案实现上更简单，但是性能没有基于并查集求出各连通分量后分别求解染色方案的好。

```javascript
/* JavaScript Node ACM模式 控制台输入获取 */
const readline = require("readline");

const rl = readline.createInterface({
  input: process.stdin,
  output: process.stdout,
});

const lines = [];
let m, n;
rl.on("line", (line) => {
  lines.push(line);

  if (lines.length === 1) {
```

JavaScript算法源码

直接利用节点间相邻关系暴力枚举所有染色方案。该方案实现上更简单，但是性能没有基于并查集求出各连通分量后分别求解染色方案的好。

```javascript
/* JavaScript Node ACM模式 控制台输入获取 */
const readline = require("readline");

const rl = readline.createInterface({
  input: process.stdin,
  output: process.stdout,
});

const lines = [];
let m, n;
rl.on("line", (line) => {
  lines.push(line);

  if (lines.length === 1) {
    [m, n] = lines[0].split(" ").map(Number);
  }

  if (n !== undefined && lines.length === n + 1) {
    const arr = lines.slice(1).map((line) => line.split(" ").map(Number));

    console.log(getResult(arr, m));

    lines.length = 0;
  }
});

/**
 *
 * @param {*} arr 边，即[v1, v2]
 * @param {*} m 点数量
 */
function getResult(arr, m) {
  // connect用于存放每个节点的相邻节点
  const connect = {};

  for (let [v1, v2] of arr) {
    connect[v1] ? connect[v1].add(v2) : (connect[v1] = new Set([v2]));
    connect[v2] ? connect[v2].add(v1) : (connect[v2] = new Set([v1]));
  }

  // 必有一种全黑的染色方案
  let count = 1;

  // 求解染红节点的全组合情况
  function dfs(m, index, path) {
    if (path.length === m) return;

    outer: for (let i = index; i <= m; i++) {
      // 如果新加入节点和已有节点相邻，则说明新加入节点不能染成红色，需要进行剪枝
      for (let j = 0; j < path.length; j++) {
        if (path[j].has(i)) continue outer;
      }

      count++;

      if (connect[i] != undefined) {
        path.push(connect[i]);
        dfs(m, i + 1, path);
        path.pop();
      } else {
        dfs(m, i + 1, path);
      }
    }
  }

  // 节点从1开始
  dfs(m, 1, []);

  return count;
}
```

Java算法源码

直接利用节点间相邻关系暴力枚举所有染色方案。该方案实现上更简单，但是性能没有基于并查集求出各连通分量后分别求解染色方案的好。

```java
import java.util.HashMap;
import java.util.HashSet;
import java.util.LinkedList;
import java.util.Scanner;
```

Java算法源码

直接利用节点间相邻关系暴力枚举所有染色方案。该方案实现上更简单，但是性能没有基于并查集求出各连通分量后分别求解染色方案的好。

```java
import java.util.HashMap;
import java.util.HashSet;
import java.util.LinkedList;
import java.util.Scanner;

public class Main {
  public static void main(String[] args) {
    Scanner sc = new Scanner(System.in);

    int m = sc.nextInt();
    int n = sc.nextInt();

    int[][] edges = new int[n][2];
    for (int i = 0; i < n; i++) {
      edges[i][0] = sc.nextInt();
      edges[i][1] = sc.nextInt();
    }

    System.out.println(getResult(edges, m));
  }

  /**
   * @param edges 边，即[v1, v2]
   * @param m 点数量
   * @return
   */
  public static int getResult(int[][] edges, int m) {
    // connect用于存放每个节点的相邻节点
    HashMap<Integer, HashSet<Integer>> connect = new HashMap<>();

    for (int[] edge : edges) {
      connect.putIfAbsent(edge[0], new HashSet<>());
      connect.get(edge[0]).add(edge[1]);

      connect.putIfAbsent(edge[1], new HashSet<>());
      connect.get(edge[1]).add(edge[0]);
    }

    // 节点从index=1开始，必有count=1个的全黑染色方案
    return dfs(connect, m, 1, 1, new LinkedList<>());
  }

  // 该方法用于求解给定多个节点染红的全组合数
  public static int dfs(
      HashMap<Integer, HashSet<Integer>> connect,
      int m,
      int index,
      int count,
      LinkedList<HashSet<Integer>> path) {
    if (path.size() == m) return count;

    outer:
    for (int i = index; i <= m; i++) {
      // 如果新加入节点i和已有节点j相邻，则说明新加入节点不能染成红色，需要进行剪枝
      for (HashSet<Integer> p : path) {
        if (p.contains(i)) continue outer;
      }

      count++;

      if (connect.containsKey(i)) {
        path.addLast(connect.get(i));
        count = dfs(connect, m, i + 1, count, path);
        path.removeLast();
      } else {
        count = dfs(connect, m, i + 1, count, path);
      }
    }

    return count;
  }
}
```

Python算法源码

```python
# 输入获取
m, n = map(int, input().split())
arr = [list(map(int, input().split())) for i in range(n)]


# 算法入口
```

Python算法源码

```python
# 输入获取
m, n = map(int, input().split())
arr = [list(map(int, input().split())) for i in range(n)]


# 算法入口
def getResult(arr, m):
    """
    :param arr: 边，即[v1, v2]
    :param m: 点数量
    :return: 染色方案数
    """

    # connect用于存放每个节点的相邻节点
    connect = {}

    for v1, v2 in arr:
        if connect.get(v1) is None:
            connect[v1] = set()
        connect[v1].add(v2)

        if connect.get(v2) is None:
            connect[v2] = set()
        connect[v2].add(v1)

    # 节点从1开始
    return dfs(m, 1, [], 1, connect)


# 求解染红节点的全组合情况
def dfs(m, index, path, count, connect):
    """
    :param m: 点数量，点从1计数
    :param index: 当前第几个点
    :param path: 保存点的容器
    :param count: 染色方案数量
    :param connect: 每个节点的相邻节点
    :return: 染色方案数量
    """
    if len(path) == m:
        return count

    flag = False

    for i in range(index, m + 1):
        #  如果新加入节点和已有节点相邻，则说明新加入节点不能染成红色，需要进行剪枝
        for p in path:
            if i in p:
                flag = True
                break

        if flag:
            flag = False
            continue

        count += 1

        if connect.get(i) is not None:
            path.append(connect.get(i))
            count = dfs(m, i + 1, path, count, connect)
            path.pop()
        else:
            count = dfs(m, i + 1, path, count, connect)

    return count


# 算法调用
print(getResult(arr, m))
```