

题目五、考虑总用电成本的置换流水车间调度优化问题

1. 题目背景

置换流水车间调度是一类典型的生产调度问题。置换流水车间调度问题有着广泛的应用背景，如汽车制造企业、钢铁加工制造企业、食品加工企业等。此类企业的生产活动往往耗电量大，其用电成本的变化直接影响企业总生产成本的大小。因此，降低此类企业用电成本对于提高企业生产利润十分重要。企业的用电成本不仅取决于耗电量，还与电力价格紧密相关。

当前，我国普遍采用分时电价（Time of Use, TOU）政策，即电力供应商根据电力供需状况变化，将一天分为用电尖峰、高峰、平峰和低谷多个时段，相比其他时段，为高峰时段设置更高的电价。表 5-1 展示了北京的电价政策，可以看到夏季尖峰时段的电价是低谷时段电价的 5.57 倍。对于任意生产订单，在分时电价政策下，企业可以通过调度生产任务（即工件）、安排生产时间等，将生产活动由高峰时段转移到低谷时段，从而降低其用电成本。

表5-1 北京一般工商业（1-10千伏）分时电价

时段类型	夏季尖峰	高峰	平峰	低谷
电价时段	11:00—13:00	10:00—15:00	7:00—10:00	23:00—7:00
	16:00—17:00	18:00—21:00	15:00—18:00	
			21:00—23:00	
价格 (元/千瓦时)	1.3472	1.2238	0.7181	0.2417

2. 题目内容

构建置换流水车间调度的用电成本优化数学模型，在满足置换流水车间加工约束、分时电价机制约束、制造期约束的情况下，以最小化总用电成本（total electricity cost）为目标，确定对应的最优调度方案，即所有工件的加工顺序和开工时间。

具体参数、约束、优化目标如下：

（1）有关置换流水车间加工的参数和约束。

假设有 n 个独立工件 $J = \{1, \dots, n\}$ 在 m 台串行机器 $M = \{1, \dots, m\}$ 上加工。 $O_{i,j}$ 表示工件 $i \in J$ 在机器 $j \in M$ 上的操作，其加工时长为 $p_{i,j}$ 。每个工件都需要在所有机器上加工，且加工路径相同，即对于任意工件 $i \in J$ ，当其在机器 $j \in M/\{m\}$ 上加工结束后，才能在机器 $j+1$ 上开始加工。不允许改变机器间工件的加工顺序，即对于任意两个工件 $i, i' \in J, i \neq i'$ ，如果在任意一台机器上工件 i 在工件 i' 前加工，那么在剩余所有机器上工件 i 都在工件 i' 之前加工。任意机器 $j \in M$ 在同一时刻至多可以加工一个工件。任意工件在各机器上的加工均不能中断。

(2) 有关分时电价机制的参数和约束。

该机制将一天为若干个时间段，不同时间段的电价不同。给定的生产期限 T 按照对应的电价划分为 w 个区间 $K = \{1, \dots, k, \dots, w\}$ ，第 k 个分时电价区间的开始和结束时间分别为 PS_k 和 PS_{k+1} ，对应的电力价格为 PR_k （单位电量的价格）。

显然， $PS_1 = 0$ ， $PS_{w+1} = T$ ，并且 $PR_k \neq PR_{k+1}$ （ $\forall k \in K \setminus \{w\}$ ）。

(3) 制造期约束。

在任何排序下， n 个工件的制造期不能超过预先给定的生产期限 T 。

(4) 优化目标。

机器 $j \in M$ 在加工工件时的单位时间能耗为 r_j 。假设不考虑待机能耗，总用电成本只包括加工工件所消耗的电力成本。优化目标是最小化所有工件的总用电成本。

下面给出算例，编程求解其对应的上述问题。有3台机器，机器1、2、3的能耗功率分别为10 kWh/min、6 kWh/min、8 kWh/min。有5个待加工工件，表5-2给出了所有工件在各机器上的加工时长。为了生成合理的生产期限 T ，需要先估算制造期的上界 C ，可由以下式子得到：

$$C = \max_{\substack{i \in \{1, \dots, n\}, \\ j \in \{1, \dots, m\}}} p_{i,j} + \sum_{j=1}^m \left(\max_{i \in \{1, \dots, n\}} p_{i,j} \right)$$

设置生产期限 $T = \beta C$ ，其中参数 β 用于控制生产的紧急程度。以7:00作为调度方

案的起始时间。算例中采用表5-1所示的分时电价政策（参数 $w, PR_1, \dots, PR_w, PS_1, \dots, PS_w$ 均可根据调度方案的起始时间、 T 和表5-1得到）。表5-3总结了上述参数的设置方式。

表 5-2 工件各工序加工时长（min）

工件序号	机器 1	机器 2	机器 3
1	20	32	14
2	33	34	20
3	45	14	30
4	63	22	16
5	38	15	35

表 5-3 算例数据

参数	参数符号	取值
工件数量	n	5
机器数量	m	3
工件的加工时间	$p_{i,j}$	见表 8-2
机器的能耗功率	$\{r_1, r_2, r_3\}$	$\{10, 6, 8\}$
生产期限	T	$T = \beta \cdot C$, 其中 $\beta = 1.75$
分时电价政策	w, PS_1, \dots, PS_w PR_1, \dots, PR_w	见表 5-1