

北京邮电大学 2024—2025 学年第一学期

《通信原理 I》期中考试试题

一. (26 分) 单项选择 (每空 1 分, 共 26 分)

将最佳答案写在下面的答题表中, 写在别处不得分

空格号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
答案									
空格号	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
答案									
空格号	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	
答案									

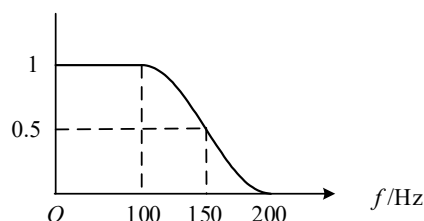
1. 信号 $m(t) = 2\cos(400\pi t)$ 的功率是(1)W; 复信号 $y(t) = m(t) + j \cdot \sqrt{3}m(t)$ 的功率是(2)W; 复信号 $z(t) = y(t)\text{rect}\left(\frac{t}{500}\right)$ 的能量是(3)kJ。

(1)(2)(3)	(A) 1	(B) 2	(C) 4	(D) 8
-----------	-------	-------	-------	-------

2. $X(t)$ 是平稳随机过程, 其功率谱密度 $P_X(f)$ 是其自相关函数 $R_X(\tau)$ 的(4)变换。

(4)	(A) 平方	(B) 拉普拉斯	(C) 希尔伯特	(D) 傅立叶
-----	--------	----------	----------	---------

3. 某基带信号 $m(t)$ 的单边功率谱密度如下图所示, 此信号的绝对带宽是(5)Hz, $m^2(t)$ 的绝对带宽是(6)Hz。



(5)(6)	(A) 150	(B) 200	(C) 300	(D) 400
--------	---------	---------	---------	---------

4. 设零均值实平稳随机过程 $X(t)$ 的功率谱密度是 $P_X(f)$, 自相关函数是 $R_X(\tau)$ 。将 $X(t)$ 通过传递函数为 $H(f) = -j \cdot \text{sgn}(f)$ 的滤波器得到输出 $Y(t)$, 则 $Y(t)$ 的功率谱密度是(7), 自相关函数是(8)。 $Y(t)$ 和 $X(t)$ 的互相关函数是(9)。

(7)	(A) $\begin{cases} 2P_X(f) & f > 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases}$	(B) $P_X(f)$	(C) $\begin{cases} 0 & f > 0 \\ 2P_X(f) & f < 0 \end{cases}$	(D) $\begin{cases} 4P_X(f) & f > 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases}$
(8)(9)	(A) $\hat{R}_X(\tau)$	(B) $R_X(\tau) + j \cdot \hat{R}_X(\tau)$	(C) $R_X(\tau)$	(D) 0

5. FM 信号通过 AWGN 信道传输, 令 $P_n(f)$ 表示接收端 FM 鉴频器输出噪声的功率谱密度, 则 $P_n(f)$ 与(10)成正比。

(10)	(A) f^{-1}	(B) f	(C) f^2	(D) f^3
------	--------------	---------	-----------	-----------

6. 考虑 PAM 信号 $X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \text{rect}(10t - n)$, 其中序列 a_n 取值于 $\{\pm 1\}$, 且 $P(a_n = 1) = p$ 。该 PAM 信号的符号间隔是(11)s, $X(t)$ 在任意时刻的方差是(12)。如果 $p = 0.5$, $X(t)$ 在任意时刻的方差是(13)。

(11)	(A) 0.1	(B) 0.01	(C) 10	(D) 1
(12)(13)	(A) p	(B) $4p(1-p)$	(C) $\text{rect}(10t - n)$	(D) 1

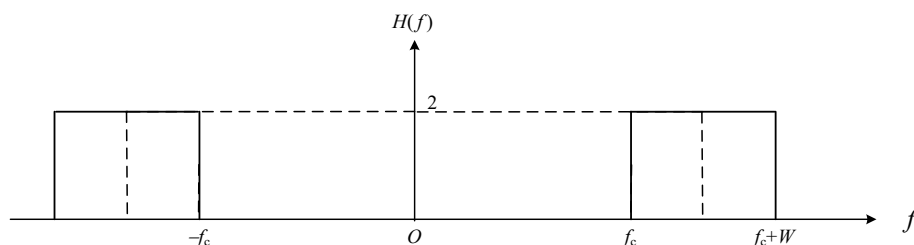
7. 某数字基带系统输入信息的比特速率是 1kbps，其中“0”出现的概率是 0.25，“1”出现的概率是 0.75。若采用幅度为 1V 的双极性不归零码传输，则平均比特能量是(14)mJ，发送信号的主瓣带宽是(15)kHz。若采用占空比为 50% 的单极性归零码传输，假设发送“0”时的幅度为 2V，发送“1”时的幅度为 0V，则平均比特能量是(16)mJ，发送信号的主瓣带宽是(17)kHz。若采用占空比为 50% 的 AMI 码传输，发送信号的主瓣带宽是(18)kHz。

(14)(15)(16)(17)(18)	(A) 0.5	(B) 1	(C) 2	(D) 4
----------------------	---------	-------	-------	-------

8. 考虑功率为 1 的零均值窄带平稳高斯过程 $n(t)$ ， $n_c(t)$ 和 $n_s(t)$ 是其同相分量和正交分量， $x(t) = A\cos(2\pi f_c t) + n_c(t)\cos(2\pi f_c t) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t)$ 。 $x(t)$ 的同相分量 $x_c(t)$ 是(19)， $x(t)$ 的包络是(20)； $n_c(t)$ 的功率是(21)， $x_c(t)$ 的功率是(22)； $x_c(t)$ 服从(23)分布。

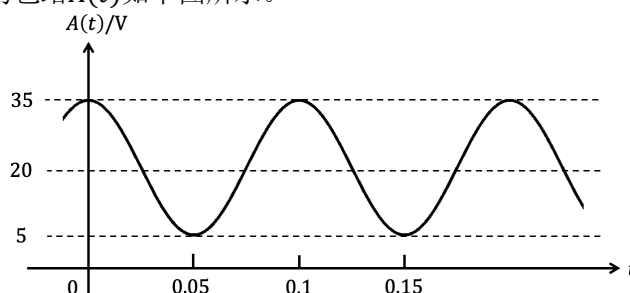
(19)(20)	(A) $n_c(t)$	(B) $A + n_c(t)$	(C) $A + n_c(t) + j \cdot n_s(t)$	(D) $ A + n_c(t) + j \cdot n_s(t) $
(21)(22)	(A) 1	(B) A	(C) $A + 1$	(D) $A^2 + 1$
(23)	(A) 高斯	(B) 均匀	(C) 瑞利	(D) 莱斯

9. 考虑下图所示的带通传输系统 $H(f)$ ，参考载波频率是 f_c 。其等效低通系统的传递函数是 $H_e(f) =$ (24)。考虑带通信号 $s(t) = m(t)\cos(2\pi f_c t)$ ，其中 $m(t)$ 是带宽为 W 的基带信号。将 $s(t)$ 通过该系统，输出表示为 $y(t)$ 。则 $y(t) =$ (25)， $y(t)$ 的复包络 $y_L(t) =$ (26)。



(24)	(A) $\begin{cases} 2, & 0 \leq f \leq W \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$	(B) $\begin{cases} 4, & 0 \leq f \leq W \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$		
	(C) $\begin{cases} 2, & f \leq W \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$	(D) $\begin{cases} 4, & f \leq W/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$		
(25)	(A) $m(t)\cos(2\pi f_c t)$	(B) $m(t)\cos(2\pi f_c t) - \hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)$		
	(C) $\hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)$	(D) $m(t)\cos(2\pi f_c t) + \hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)$		
(26)	(A) $m(t)$	(B) $\hat{m}(t)$	(C) $m(t) + \mathrm{j} \cdot \hat{m}(t)$	(D) $m(t) - \mathrm{j} \cdot \hat{m}(t)$

二. (15 分) 设有 AM 信号 $s_{AM}(t) = [A_c + m(t)]\cos(200\pi t)$ ，其中模拟基带信号 $m(t)$ 的均值为 0。已知 $s_{AM}(t)$ 的包络 $A(t)$ 如下图所示。



(1) 写出 $m(t)$ 的表达式；

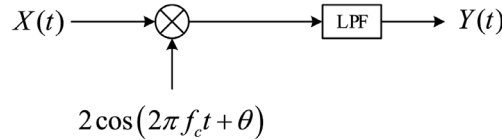
(2) 求该 AM 信号的调幅系数、调制效率，已调信号功率；

(3) 若将 $m(t)$ 通过 FM 调制器，频率偏移常数 $K_f = 10\text{Hz/V}$ ，载波幅度 $A_c = 10\text{V}$ ，求 FM 调制的调制指数、最大频偏，已调信号功率及近似带宽。

三. (15 分) 设 $X(t) = Am(t)\cos(2\pi f_c t) - B\hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)$, 其中 $m(t)$ 是零均值平稳基带随机过程, 功率为 P_m , 带宽为 W , $W \ll f_c$.

(1) 写出一组能使 $X(t)$ 平稳的系数 A 、 B 的取值 (除全零外), 并证明之;

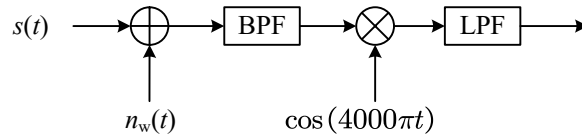
(2) 将 $X(t)$ 经过下图所示的系统后成为 $Y(t)$, 假设低通滤波器的带宽等于 $m(t)$ 的带宽 W , 写出 $Y(t)$ 的表达式;



(3) 若 θ 是常数, 求 $Y(t)$ 的平均功率;

(4) 若 θ 是在 $[0, 2\pi]$ 上均匀分布的随机变量, 求 $Y(t)$ 的平均功率。

四. (14 分) 考虑下图所示的模拟通信系统接收机, 假设高斯白噪声 $n_w(t)$ 的单边功率谱密度是 $N_0 = 10^{-5} \text{ W/Hz}$. 假设基带信号 $m(t)$ 的功率是 4 W 、带宽是 400 Hz .



(1) 若输入 SSB 信号 $s(t) = m(t) \cos(4000\pi t) + \hat{m}(t) \sin(4000\pi t)$, 写出 BPF 的通频带范围, 求 BPF 及 LPF 输出端的信噪比;

(2) 若输入信号 AM 信号 $s(t) = [A + m(t)] \cos(4000\pi t)$, 已知 $s(t)$ 的功率是 18 W 、调制效率是 $1/9$, $A > |m(t)|_{\max}$, 写出 BPF 的通频带范围, 求 BPF 及 LPF 输出端的信噪比。

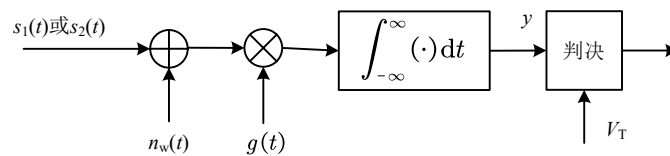
五. (15 分) 设有 PAM 信号 $s_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_1(t - n)$ 和 $s_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_2(t - n)$, 其中 $g_1(t) = \text{rect}(2t - 0.5)$, $g_2(t) = g_1(t) - g_1(t - 0.5)$, 序列 $\{a_n\}$ 的元素独立等概取值于 $\{\pm 1\}$.

(1) 画出 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的波形示意图, 并说明它们是什么信号;

(2) 分别求 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的功率谱密度;

(3) 若假设 $P(a_n = 1) = p$, 画出 $s_1(t)$ 的功率谱密度。

六. (15 分) 二进制数字基带系统在 $[0, T_b]$ 内等概发送 $s_1(t) = g(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T_b \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ 或 $s_2(t) = -s_1(t)$. 接收框图如下图所示, 其中加性白高斯噪声的单边功率谱密度为 N_0 .



(1) 分别求出发 $s_1(t)$ 条件下, 样值 y 的均值、方差、概率密度函数;

(2) 写出判决门限 V_T , 并求平均判决错误概率。

24 秋《通信原理 I》期中考试 A 卷答案

一. (26 分) 单项选择 (每空 1 分, 共 26 分)

空格号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
答案	B	D	C	D	B	D	B	C	A
空格号	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
答案	C	A	B	D	B	B	A	C	B
空格号	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	
答案	B	D	A	D	A	A	B	C	

二. (15 分)

(1)	$s_{AM}(t) = (20 + 15 \cos 20\pi t) \cos(200\pi t)$ $m(t) = 15 \cos 20\pi t$
(2)	$s_{AM}(t) = 20(1 + 0.75 \cos 20\pi t) \cos(200\pi t)$ $a = 0.75, \eta = \frac{0.75^2/2}{1 + 0.75^2/2} = \frac{9}{41}$ $1 + 0.75 \cos 20\pi t$ 的功率是 $1 + \frac{0.75^2}{2} = \frac{41}{32}$ AM 已调信号的功率为 $\frac{1}{2} \times 20^2 \times \frac{41}{32} = \frac{1025}{4}$
(3)	$s_{FM}(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$ $\Delta f_{max} = K_f m(t) _{max} = 150\text{Hz}$ $W = 10\text{Hz}, \beta = \frac{\Delta f_{max}}{W} = 15$ $P_{FM} = 0.5 \times A_c^2 = 50\text{W}$ $B = 2 \times (15 + 1) \times 10 = 320\text{Hz}$

三. (15 分)

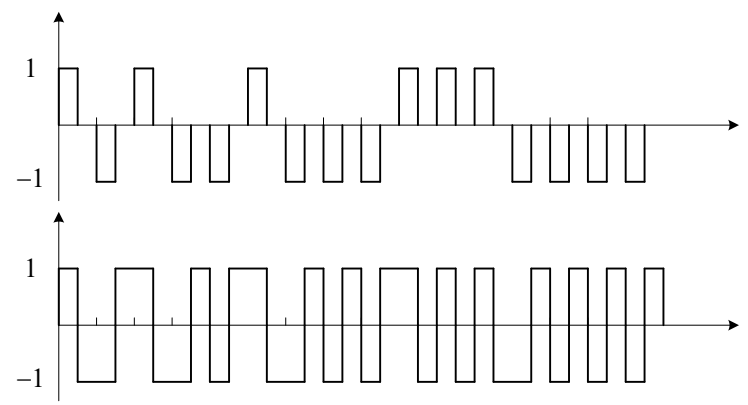
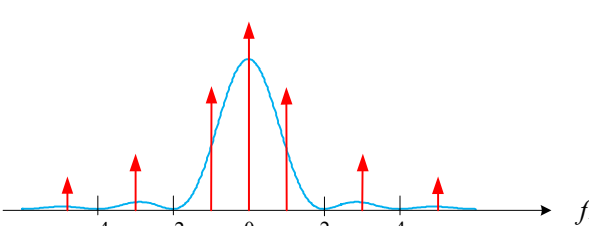
(1)	$A = B$ 或 $A = -B$ 或 $A^2 = B^2$ 证明一 (按平稳的定义): $E[X(t)] = 0$ 不妨取 $A = B = 1$, 则 $R_X(t + \tau, t) = E \left[\{m(t + \tau) \cos(2\pi f_c t + 2\pi f_c \tau) - \hat{m}(t + \tau) \sin(2\pi f_c t + 2\pi f_c \tau)\} \cdot \{m(t) \cos(2\pi f_c t) - \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)\} \right]$ $= R_m(\tau) \cos(2\pi f_c t + 2\pi f_c \tau) \cos(2\pi f_c t)$ $+ R_m(\tau) \sin(2\pi f_c t + 2\pi f_c \tau) \sin(2\pi f_c t)$ $- R_{m\hat{m}}(\tau) \cos(2\pi f_c t + 2\pi f_c \tau) \sin(2\pi f_c t)$ $- R_{\hat{m}m}(\tau) \sin(2\pi f_c t + 2\pi f_c \tau) \cos(2\pi f_c t)$ $= R_m(\tau) \cos(2\pi f_c \tau) - \hat{R}_m(\tau) \sin(2\pi f_c \tau)$ 证明二 (按窄带平稳的性质): I 路和 Q 路①是零均值平稳过程, ②相同的功率谱密度或自相关函数, ③同一时刻不相关。根据希尔伯特变换的性质, 这些都满足。
(2)	做题时, 可以 $A = B$, 也可以不等 $X(t) = \text{Re} \{ [Am(t) + j \cdot B\hat{m}(t)] e^{j \cdot 2\pi f_c t} \} = \text{Re} \{ [Am(t) + j \cdot B\hat{m}(t)] e^{-j\theta} e^{j \cdot (2\pi f_c t + \theta)} \}$

	$X_L(t) = [Am(t) + j \cdot B\hat{m}(t)]e^{-j\theta}$ $Y(t) = \text{Re}\{X_L(t)\} = Am(t)\cos\theta + B\hat{m}(t)\sin\theta$
(3)	$Y(t)$ 的两部分正交, 故 $P_Y = A^2P_m\cos^2\theta + B^2P_m\sin^2\theta$
(4)	$E[\cos^2\theta] = E[\sin^2\theta] = \frac{1}{2}$, $P_Y = \frac{A^2 + B^2}{2}P_m$

四. (14 分)

(1)	1600Hz-2000Hz BPF 输出功率是 4W, 输出端噪声功率是 $10^{-5} \times 400 = 0.004 \text{ W}$, 信噪比为 1000 输出信噪比等于输入信噪比, 为 1000
(2)	1600Hz-2400Hz BPF 输出端: 已调信号功率 18, 噪声功率 0.008, 信噪比 $\frac{18}{0.008} = 2250$ LPF 输出端信号: $\frac{A + m(t) + n_c(t)}{2}$, 信噪比为 $\frac{4}{0.008} = 500$ 。

五. (15 分)

(1)	 <p>双极性 RZ, 曼彻斯特码</p>
(2)	$T_b = 1$, $ G_1(f) = 0.5 \text{sinc}(0.5f)$, $ G_2(f) = G_1(f) \cdot 1 - e^{-j\pi f} $ $P_1(f) = G_1(f) ^2 = \frac{1}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{f}{2}\right)$ $P_2(f) = G_2(f) ^2 = \text{sinc}^2\left(\frac{f}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\pi f}{2}\right)$
(3)	<p>此时, $s_1(t)$ 的均值不为零, $E[s_1(t)] = (2p-1) \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_1(t-n)$ 是周期方波, 在频域呈现为冲激。</p> 

六. (15 分)

(1)	<p>发送 $s_1(t)$ 条件下, $y = \int_0^{T_b} [s_1(t) + n_w(t)] s_1(t) dt = T_b + Z$, 其中 $Z \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma^2 = \frac{N_0 T_b}{2}$。条件均值为 T_b、条件方差为 $\sigma^2 = \frac{N_0 T_b}{2}$, 条件概率密度为 $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y-T_b)^2}{2\sigma^2}}$</p>
(2)	<p>由对称性可确定判决门限为 0 错误概率为 $\frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{T_b}{N_0}}\right)$</p>