序号：______

第四章 随机变量的数字特征

专业______ 学号______ 姓名______ 分数______

一、单选题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1. 设随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布 $N(0,0;1,4;-\frac{1}{2})$, 则下列随机变量中服从标准正态分布且与 X 独立的是$\cdots\cdots$( )

(A) $\frac{\sqrt{5}}{5}(X+Y)$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{5}(X-Y)$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}(X+Y)$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}(X-Y)$

2. 设随机变量 X 的期望和方差分别为 μ,σ^2，则对任意常数 c，必有$\cdots\cdots$( )

(A) $E(X-c)^2=E(X^2)-c^2$. (B) $E(X-c)^2=E(X-\mu)^2$.

(C) $E(X-c)^2<E(X-\mu)^2$. (D) $E(X-c)^2\geq E(X-\mu)^2$.

3. 设随机变量 $X\sim N(0,4)$, $Y\sim B(3,\frac{1}{3})$, 且 X,Y 不相关，则 $Var(X-3Y+1)=\cdots\cdots$( )

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 10

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $E(X),E(Y)$ 存在，记 $U=\max\{X,Y\},V=\min\{X,Y\}$, 则 $E(UV)=\cdots\cdots$( )

(A) $E(U)E(V)$ (B) $E(X)E(Y)$ (C) $E(U)E(Y)$ (D) $E(X)E(V)$

5. 设随机变量 X 与 Y 独立同分布, 记 $U=X-Y,V=X+Y$，则随机变量 U 与 V 必然$\cdots\cdots$( )

(A) 不独立 (B) 独立 (C) 相关 (D) 不相关

二、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 X 服从参数为 $\lambda>0$ 的泊松分布，且已知 $E[(X-1)(X-2)]=1$, 则 $\lambda=$______.

2. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数为 0.5, 且 $E(X)=E(Y)=0,E(X^2)=E(Y^2)=2$, 则 $E((X+Y)^2)=$______.

3. 设随机变量 (X,Y) 服从 $N(0,0;1,4;\rho)$, $Var(2X-Y)=1$，则 $\rho=$______.

4. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=a+bx^2,0<x<1$, 已知 $E(X)=0.6$, 则 $Var(X)=$______.

5. 设随机变量 X 的分布函数

$$F(X)=\frac{1}{2}\Phi(x)+\frac{1}{2}\Phi(\frac{x-4}{2}),$$

则 $E(X)=$______.

三、游客乘电梯从电视塔底层到顶层观光，电梯于每个整点的第 **5** 分钟、**25** 分钟和 **55** 分钟从底层起行. 假设一游客在早八点的第 X 分钟到达底层侯梯处，且 X 在 **[0，60]** 上服从均匀分布，求该游客等候时间的数学期望.（本题 30 分）

四、设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为（本题 30 分）

$$f(x,y)=\begin{cases} 3x, & 0<y<x<1; \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

求:

(1) $Var(X-Y)$;

(2) ρ_{XY}.