

序号: _____

第六章 统计量和抽样分布

专业 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 分数 _____

一、单选题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布, 则……………()
(A) $X + Y$ 服从正态分布 (B) $X^2 + Y^2$ 服从 χ^2 分布
(C) X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布 (D) X^2/Y^2 服从 F 分布
2. 对于给定的正数 $\alpha(0 < \alpha < 1)$, 则以下结论中不正确的是……………()
(A) $u_{1-\alpha} = -u_\alpha$ (B) $t_{1-\alpha}(n) = -t_\alpha(n)$
(C) $\chi^2_{1-\alpha}(n) = -\chi^2_\alpha(n)$ (D) $F_{1-\alpha}(n_1, n_2) = \frac{1}{F_\alpha(n_2, n_1)}$
3. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n \geq 2)$ 为来自总体 $N(\mu, 1)$ 的简单随机样本, \bar{X} 为样本均值, 则下列结论不正确的是……………()
(A) $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 服从 χ^2 分布 (B) $2(X_n - X_1)^2$ 服从 χ^2 分布
(C) $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 服从 χ^2 分布 (D) $n(\bar{X} - \mu)^2$ 服从 χ^2 分布
4. 设 $(X_1, X_2, \dots, X_{16})$ 为来自总体 $N(3, 16)$ 的一组简单随机样本, \bar{X} 为样本均值, 则()
(A) $\bar{X} - 3 \sim N(0, 1)$ (B) $4(\bar{X} - 3) \sim N(0, 1)$ (C) $\frac{\bar{X}-3}{4} \sim N(0, 1)$ (D) $\frac{\bar{X}-3}{16} \sim N(0, 1)$
5. 已知总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布 (λ 未知), $X_1, X_2, \dots, X_n (n \geq 2)$ 是 X 的一组样本, 则

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \lambda, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \lambda)^2, \frac{(n-1)S^2}{Var(X)}$$

中可以作为统计量的个数是……………()
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

1. 设总体 X 的概率密度函数为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, x \in \mathbb{R}$, X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的一组样本, 其样本方差为 S^2 , 则 $E(S^2) =$ _____.
2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自二项分布总体 $B(n, p)$ 的一组样本, \bar{X} 和 S^2 分别为样本均值和样本方差, 记统计量 $T = \bar{X} - S^2$, 则 $E(T) =$ _____.
3. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一组样本, 记统计量 $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$, 则 $E(T) =$ _____.
4. 设 X_1, X_2, \dots, X_{15} 为来自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的一组样本, 则 $Y = \frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{10}^2}{2(X_{11}^2 + X_{12}^2 + \dots + X_{15}^2)}$ 服从的分布为 _____.

三、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自正态总体 $N(80, 16)$ 的一组样本，当样本容量 n 至少多大，才能使样本均值 \bar{X} 大于 78 的概率不小于 0.95？（本题 20 分）

四、设 X_1, X_2, \dots, X_5 是取自正态总体 $N(0, 4)$ 的一组样本，令 $Y = c_1(X_1 + 2X_2)^2 + c_2(X_3 + 3X_4 - 2X_5)^2$ ，求 Y 服从 χ^2 分布时常数 c_1, c_2 的值。（本题 20 分）

五、设 X_1, X_2, \dots, X_6 是取自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的一组样本，令 $Y = \frac{c(X_1 + X_3 + X_5)}{\sqrt{X_2^2 + X_4^2 + X_6^2}}$ ，其中 c 是不等于零的常数，求 Y 服从 t 分布时常数 c 的值。（本题 20 分）