第一章 随机事件及其概率 参考答案

一、单选题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1. 下列命题错误的是:··(C)

(A) 对立事件一定互斥，互斥事件不一定对立.

(B) $A-B=A-AB=A\bar{B}$.

(C) 概率为 1 的事件一定是必然事件.

(D) 完备事件组中任意两事件互不相容.

2. 设双胞胎中为两个男孩和两个女孩的概率分别为 a 和 b，今已知双胞胎中一个是女孩，则另一个也是女孩的概率为:··(C)

(A) $b/(a+b)$. (B) $b/(1-b)$. (C) $b/(1-a)$. (D) $b/(1-a-b)$.

3. 独立事件 A、B，$P(A)=0.2$，$P(B)=0.3$，则 $P(AB|A\cup B)=$··························(A)

(A) 3/22. (B) 0.06. (C) 0.5. (D) 0.12.

4. 设 A、B 为两个随机事件，$P(A)=0.5$，$P(B)=0.6$，$P(B|A)=0.8$，则 $P(AB)$ 及 $P(\bar{A}B)$ 分别为:··(B)

(A) 0.4, 0.1. (B) 0.4, 0.2. (C) 0.3, 0.3 (D) 0.4, 0.4

5. 独立投掷骰子两次，A=" 两次点数之和为 6"，B=“第一次点数大于第二次”，则 $P(A|B)=$··(D)

(A) 15/36. (B) 1/2. (C) 1/3 (D) 2/15.

二、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1. 设事件 A 与 B 互不相容，则 $P(\bar{A}\cup\bar{B})=$ __1__.

2. 在区间 $(0,1)$ 内随机抽取两个数，则取得的两个数之差的绝对值小于 0.5 的概率为 __$\frac{3}{4}$__.

3. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$，$P(AB)=0$，$P(AC)=P(BC)=\frac{1}{16}$，则事件 A,B,C 全不发生的概率为 __$\frac{3}{8}$__.

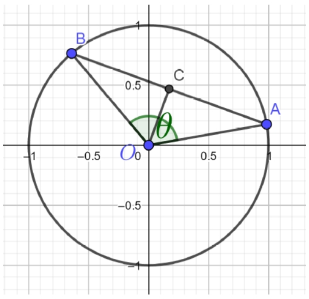
4. 将 C,C,E,E,I,N,S 这 7 个字母任意排成一行，恰好排成英文单词 “SCIENCE" 的概率为 __$\frac{1}{1260}$__.

5. 一批产品共有 10 件正品和 2 件次品，现从中任意抽取两次，每次抽取一件，且抽出后不放回，则第二次抽出后的产品是次品的概率为 __$\frac{1}{6}$__.

三、一袋中有 3 个白球和 7 个黑球，依次不放回一个个取出，直到 3 个白球都取出来为止，求恰好取了 5 次的概率.（本题 20 分）

解. 记 A=“取了 5 次恰好取出 3 个白球"，A_1=“前四次取到了 2 个白球"，A_2=“第 5 次取到 1 个白球"，则 $A = A_1A_2$，其概率可计算为：
$P(A) = P(A_1A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1) = \frac{C_3^2 C_7^2}{C_{10}^4}\frac{1}{C_6^1} = \frac{1}{20}$.

四、有一个单位圆，甲乙两人各自独立在圆周上随机取一点，将两点连成一条线段，用几何概率的方法计算“圆心到线段距离不小于 1/2" 的概率（本题 20 分）



解. 如图，甲乙取点为 A，B，记 OB 与 OA 的夹角为 θ，则样本空间为 $\Omega = \{\theta : 0 \le \theta < 360\}$，且 θ 为等可能概型 (AB 弧长 = 半径 × 夹角 θ). 记 “圆心到线段距离不小于 1/2" 为事件 A，则 $A = \{\theta : 0 \le \theta \le 120 \cup 240 \le \theta < 360\}$. 因此，概率为

$$P(A) = \frac{L(A)}{L(\Omega)} = \frac{2}{3},$$

其中 $L(A)$ 指的是 A 的长度，$L(\Omega)$ 指的是 Ω 的长度.

五、甲、乙、丙３门高炮同时相互独立各向敌机发射 1 枚炮弹，它们命中敌机的概率依次为 0.7，0.8，0.9，飞机被击中 1 弹而坠毁的概率为 0.2，被击中 2 弹而坠毁的概率为 0.7，被击中 3 弹必定坠毁.

1）试求飞机坠毁的概率；

2）已知飞机坠毁，试求它在坠毁前被击中不少于 2 弹的概率.（本题 20 分）

解. 记事件 B=“飞机坠毁"，A_i=“飞机被击中 i 弹"($i = 1,2,3$)，则有

$$\begin{aligned} P(A_1) &= 0.7\times0.2\times0.1+0.3\times0.8\times0.1+0.3\times0.2\times0.9 = 23/250, \\ P(A_2) &= 0.7\times0.8\times0.1+0.3\times0.8\times0.9+0.7\times0.2\times0.9 = 199/500, \\ P(A_3) &= 0.7\times0.8\times0.9 = 63/125. \end{aligned}$$

又由已知条件，$P(B|A_1) = 0.2$，$P(B|A_2) = 0.7$，$P(B|A_3) = 1$. 因此，

(1) 由全概率公式 $P(B) = \sum_{i=1}^{3} P(A_i)P(B|A_i) = 0.801$

(2) 由贝叶斯公式 $P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)} = 92/4005$，
$P(A_2 \cup A_3|B) = 1 - P(A_1|B) = 638/653 \approx 0.977$.