

第三章 二维随机变量及其分布

专业 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 分数 _____

一、单选题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1. 设二维连续型随机变量 (X_1, X_2) 与 (Y_1, Y_2) 的联合密度分别为 $p(x, y)$ 与 $g(x, y)$, 令 $f(x, y) = ap(x, y) + bg(x, y)$, 要使函数 $f(x, y)$ 是某个二维随机变量的联合密度, 则 a, b 应满足.....()
 (A) $a + b = 1$ (B) $a > 0, b > 0$
 (C) $0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1$ (D) $a \geq 0, b \geq 0$ 且 $a + b = 1$
2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且分别服从参数为 1 与参数为 4 的指数分布, 则 $P(X < Y) = \dots\dots\dots$ ()
 (A) $1/5$. (B) $1/3$. (C) $2/3$. (D) $4/5$.
3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, $P\{X = -1\} = P\{Y = -1\} = 1/2, P\{X = 1\} = P\{Y = 1\} = 1/2$, 则下列各式中成立的是 ()
 (A) $P\{X = Y\} = 1/2$ (B) $P\{X = Y\} = 1$
 (C) $P\{X + Y = 0\} = 1/4$ (D) $P\{XY = 1\} = 1/4$
4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 和 Y 的概率分布分别为

X	0	1	2	3
P	1/2	1/4	1/8	1/8

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

 则 $P\{X + Y = 2\} = \dots\dots\dots$ ()
 (A) $1/12$ (B) $1/6$ (C) $1/8$ (D) $1/2$
5. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且都服从标准正态分布, 则..... ()
 (A) $P\{X + Y \geq 0\} = 1/4$ (B) $P\{X - Y \geq 0\} = 1/4$
 (C) $P\{\max\{X, Y\} \geq 0\} = 1/4$ (D) $P\{\min\{X, Y\} \geq 0\} = 1/4$

二、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x, & 0 \leq x \leq y \leq 1; \\ 0, & \text{else,} \end{cases}$$

则 $P\{X + Y \leq 1\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, $X \sim B(2, p), Y \sim B(3, p)$, 且 $P\{X \geq 1\} = \frac{5}{9}$, 则 $P\{X + Y = 1\} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 均服从几何分布 $Ge(p)$, 则 $P\{X = Y\} = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设平面域 D 由曲线 $y = \frac{1}{x}$ 及直线 $y = 0, x = 1, x = e^2$ 围成, 二维随机变量 (X, Y) 在区域 D 上服从均匀分布, 则 (X, Y) 关于 X 的边缘概率密度函数在 $x = 2$ 处的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
5. 用一台机器接连独立地制造 3 个同种零件, 第 i 个零件是次品的概率为 $\frac{1}{i+1}, i = 1, 2, 3$, 设 X 为 3 个零件中合格品 (即非次品) 的个数, $Y = \max\{X, 2\}$, 则 $P\{Y = 2\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、（本题20分）已知随机变量 X_1 与 X_2 的分布律分别为：

X_1	0	1
P	3/4	1/4

X_2	-1	0	1
P	1/4	1/2	1/4

且 $P\{|X_1 X_2| = 1\} = 0$, 求 $P\{X_1 = X_2\}$.

四、（本题20分）设 (X, Y) 是二维随机变量, X 的边缘概率密度函数为

$$f_X(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1; \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

在给定 $X = x (0 < x < 1)$ 的条件下, Y 的条件概率密度函数为

$$f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} \frac{3y^2}{x^3}, & 0 < y < x; \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

求：(1) (X, Y) 的联合概率密度函数 $f(x, y)$; (2) Y 的边缘概率密度函数 $f_Y(y)$; (3) $P\{X > 2Y\}$.

五、（本题20分）设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 6(1-y), & 0 < x < y < 1; \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

(1) 求 $P\{X > 0.5, Y > 0.5\}$; (2) 求 $P\{X < 0.5\}$ 和 $P\{Y < 0.5\}$.