第八章 假设检验 参考答案

一、单选题（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

1. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, μ 和 σ^2 未知, $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体的一组样本，$\bar{X},S^2$ 分别为样本均值和样本方差，则假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2, H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$ 所用的检验统计量及其分布为…………………………………………………………………………(**B**)

(A) 当 H_0 为真时，$Z=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$

(B) 当 H_0 为真时，$\chi^2=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n-1)$

(C) 当 H_0 为真时，$\chi^2=\frac{nS^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n-1)$

(D) 当 H_0 为真时，$\chi^2=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n)$

2. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体的一组样本，对总体均值进行检验，假设 $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$, 则下述结论正确的是………………………………(**D**)

(A) 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下拒绝 H_0，则在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下必拒绝 H_0

(B) 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下接受 H_0，则在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下必拒绝 H_0

(C) 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下拒绝 H_0，则在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下必接受 H_0

(D) 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下接受 H_0，则在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下必接受 H_0

3. 在假设检验中，原假设 H_0, 给定显著性水平 α，则以下选项正确的是…………(**B**)

(A) $P\{$接受 $H_0|H_0$ 真$\}\leq\alpha$

(B) $P\{$拒绝 $H_0|H_0$ 真$\}\leq\alpha$

(C) $P\{$接受 $H_0|H_0$ 不真$\}\leq 1-\alpha$

(D) $P\{$拒绝 $H_0|H_0$ 不真$\}\leq 1-\alpha$

4. 下列结论正确的是………………………………………………………………(**D**)

(A) 犯第一类错误的概率为 $P\{$拒绝 $H_0\}$

(B) 犯第二类错误的概率为 $P\{$接受 $H_0\}$

(C) 犯第一类错误与犯第二类错误的概率之和必为 1

(D) 当 n 一定时，增大犯第一类错误的概率，则犯第二类错误的概率将减小

5. 假设检验是根据检验统计量的观察值是否落入原假设 H_0 的拒绝域（或接受域），以决策拒绝（或接受）原假设 H_0，因为决策……………………………………(**D**)

(A) 不可能犯错误

(B) 只可能犯第一类错误

(C) 只可能犯第二类错误

(D) 两类错误都有可能犯

二、某厂生产的某种产品抗裂强度 $X\sim N(\mu,1.1^2)$(单位:kg/cm^2), μ 未知，为检验生产质量，质检科从该厂生产的这种产品中随机抽取 6 件，测得抗裂强度分别为 32.54，29.68，31.61，30.04，31.87，31.04，试检验这批产品的平均抗裂强度是否为 32.50?（取显著性水 平 $\alpha=0.05$）（本题 20 分） 已知方差条件下单正态总体均值的假设检验，Z检验.

解. 提出假设：$H_0:\mu=\mu_0=32.50, H_1:\mu\neq\mu_0$. 选择检验统计量：$Z=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.

确定拒绝域：

$$\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\geq u_{1-\frac{\alpha}{2}}=u_{0.975}=1.960.$$

依题意，$\bar{x}=31.13, \sigma=1.1, n=6$, 代入计算的检验统计量的观察值为

$$z=\left|\frac{31.13-32.50}{1.1/\sqrt{6}}\right|=3.050>1.960,$$

故观察值落入拒绝域，拒绝 H_0，即在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，认为这批产品的平均抗裂强度不为 32.50.

三、设某工厂生产的矩形工艺品的长度与宽度的比值为 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$, μ,σ^2 均未知，今抽取容量为 **20** 的样本，测得样本均值 $\bar{x}=0.573$, 样本标准差为 $s=0.0925$. 黄金矩形的长度与宽度比值为 **0.618.** 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，试检验假设 $H_0:\mu=\mu_0=0.618, H_1:\mu\neq\mu_0$（本题 30 分） 未知方差条件下单正态总体均值的假设检验，t检验.

解. 由题意：$H_0:\mu=\mu_0=0.618, H_1:\mu\neq\mu_0$.

选择检验统计量：$Z=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$.

确定拒绝域：

$$\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right|\geq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.975}(19)=2.0930.$$

依题意，$\bar{x}=0.573, s=0.0925, n=20$, 代入计算的检验统计量的观察值为

$$t=\left|\frac{0.573-0.618}{0.0925/\sqrt{20}}\right|=2.1756>2.0930,$$

故观察值落入拒绝域，拒绝 H_0，即在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，认为 $\mu\neq 0.618$.

四、在正常情况下，维尼纶纤度 $X\sim N(\mu,0.048^2)$, 从某天生产的产品中抽取 **5** 根维尼纶，测得其纤度分别为 **1.40，1.32，1.55，1.36，1.44**，问这一天生产的维尼纶纤度的标准差是否正常？（显著性水平 $\alpha=0.05$（本题 30 分）

未知均值条件下单正态总体方差的假设检验，卡方(n-1)检验.

解. 提出假设：$H_0:\sigma=\sigma_0=0.048, H_1:\sigma\neq\sigma_0$.

选择检验统计量：$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n-1)$.

确定拒绝域：

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}<\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.025}(4)=0.4844,$$

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}>\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.975}(4)=11.1433.$$

依题意，$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}=0.00778, n=5$, 代入计算的检验统计量的观察值为

$$\chi^2=\frac{4\times 0.00778}{0.048^2}=13.506>11.1433,$$

故观察值落入拒绝域，拒绝 H_0，即在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，认为这一天生产的维尼纶纤度的标准差不正常.