

序号: _____

第五章 大数定律及中心极限定理

专业 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 分数 _____

一、单选题 (共4小题, 每小题5分, 共20分)

1. 设 $\{X_n\}$ 为随机变量序列, a 为一常数, 则 $\{X_n\}$ 依概率收敛于 a 是指……………()

- (A) $\forall \epsilon > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} P\{|X_n - a| \geq \epsilon\} = 0$ (B) $\forall \epsilon > 0, P\{|X_n - a| \geq \epsilon\} = 1$
(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n = a$ (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{X_n = a\} = 1$

2. 设随机变量序列 X_n 相互独立, $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$, 则根据林德伯格-莱维中心极限定理, 当 n 充分大时, S_n 近似服从正态分布, 只要 $\{X_n\}$ ……………()

- (A) 有相同的数学期望 (B) 有相同的方差
(C) 服从同一分布 (D) 有相同的矩

3. 设随机变量序列 X_n 独立同分布, 其共同的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, \lambda > 0,$$

$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 则……………()

- (A) $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\lambda \sum_{i=1}^n X_i - n}{\sqrt{n}} \leq x\right\} = \Phi(x)$ (B) $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n}{\sqrt{n}} \leq x\right\} = \Phi(x)$
(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - \lambda}{\sqrt{n\lambda}} \leq x\right\} = \Phi(x)$ (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - \lambda}{\sqrt{n\lambda}} \leq x\right\} = \Phi(x)$

4. 设 $X_1, X_2, \dots, X_{1000}$ 是独立同分布的随机变量序列, 且 $X_i \sim B(1, p) (0 < p < 1)$, 则下列式子不正确的是……………()

- (A) $\frac{1}{1000} \sum_{k=1}^{1000} X_k$ 在概率的意义下近似于 p
(B) $P\{a < \sum_{k=1}^{1000} X_k < b\} \approx \Phi\left(\frac{b-1000p}{\sqrt{1000p(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a-1000p}{\sqrt{1000p(1-p)}}\right)$
(C) $P\{a < \sum_{k=1}^{1000} X_k < b\} \approx \Phi(b) - \Phi(a)$
(D) $\sum_{k=1}^{1000} X_k \sim B(1000, p)$

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 共20分)

1. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X) = \mu$, 方差 $Var(X) = \sigma^2$, 则由切比雪夫不等式, 有 $P\{|X - \mu| \geq 3\sigma\} \leq$ _____.

2. 设随机变量 X 与 Y 的数学期望分别为 -2 和 2, 方差分别为 1 和 4, 而相关系数为 -0.5, 则由切比雪夫不等式, 有 $P\{|X + Y| \geq 6\} \leq$ _____.

3. 设 X_1, X_2, \dots 是独立同分布的随机变量, 且 $X_i \sim U(-2, 2), i = 1, 2, \dots$, 则 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{+\infty} X_i^2$ 依概率收敛于 _____.

4. 掷一枚均匀的骰子 n 次, 用 X 表示出现点数不超过 3 的次数, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\frac{X}{n} - \frac{1}{2}| \geq 0.1\} =$ _____.

三、设某网店每天接到的订单数服从参数为 **20** 的泊松分布. 若一年 **365** 天该网店都营业, 且假设每天得到的订单数相互独立. 求该网店一年至少得到 **7000** 个订单的概率的近似值. (本题 20 分)

四、某产品成箱包装, 每箱的重量是随机的. 假设每箱平均重量为 **50kg**, 标准差是 **5kg**. 现用载重为 **5t** 的汽车承运. 试问, 汽车最多只能装多少箱, 才能使不超载的概率不小于 **0.95**? (本题 20 分)

五、设某保险公司开办了一个农业保险项目, 农户参加这项保险, 每户需交保险费 **1050** 元, 一旦农户因病虫害等因素受到损失可获得 **10000** 元的赔付, 假设各农户是否受到损失相互独立. 每个农户因病虫害等因素受到损失的概率为 **0.1**. 不计营销和管理费用. (本题 20 分)

- (1) 若共有 10000 农户参加这项保险, 求该保险公司在该险种上产生亏损的概率;
- (2) 若共有 10000 农户参加这项保险, 求该保险公司在该险种上的盈利不少于 30 万的概率.