1-1 设A,B,C是任意三个随机事件,下面正确的是( )

A) $(A\cup B)-B=A-B$　　B) $(A-B)\cup B=A$

C) $(A\cup B)-C=A\cup(B-C)$　　D) $A\cup B=A\overline{B}\cup B\overline{A}$

1-2 A,B是随机事件,P(AB)=0,下面正确的是( )

A)A和B互斥　　B) AB是不可能事件

C)AB不一定是不可能事件　　D)P(A)或P(B)为零

1-3 A,B为随机事件,则P(A-B)=(　　)

A)P(A)-P(B)　　B)P(A)-P(B)+P(AB)

C)P(A)-P(AB)　　D)P(A)+P(B)+P(AB)

1-4 设当事件A,B同时发生时,C必发生, 下面正确的是()

A) $P(C)\leqslant P(A)+P(B)-1$　　B) $P(C)\geqslant P(A)+P(B)-1$

C) $P(C)=P(AB)$　　D) $P(C)=P(A\cup B)$

1-5 $0<P(A),P(B)<1$,且 $P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$,下面正确的是( )

A) A,B互不相容　　B) A,B相互独立

C) A,B不相互独立　　D) A,B相互对立

1-6 将C,C,E,E,I,N,S等7个字母随机地排成一行,那么恰好排成SCIENCE的概率是多少?

1-7 设$P(A)=0.4$,$P(B)=0.3$,$P(A\cup B)=0.6$,求$P(A\overline{B})$.

1-8 已知$P(A)=P(B)=P(C)=0.25$, $P(AB)=P(AC)=P(BC)=0.125$,$P(ABC)=1/16$,求A,B,C至少有一个发生的概率.

1-9 甲乙两人独立地对一目标射击一次,其命中率为0.6和0.5,现已知目标被命中,则是甲射中的概率为多少?

1-10 设有来自三个地区的考生报名表分别是10,15和25份,其中女生分别是3,7和5份,随机地从三个地区抽取,从中先后抽取2份,求下面事件的概率:

(1)先抽到的一份是女生;

(2)已知后抽到的一份是男生,求先抽到一份是女生的概率;

(3)已知先抽到的一份是女生,后抽到的一份是男生的条件下,他们来自第二个地区的概率.

1-11某种高射炮发一发炮弹击中飞机的概率为0.6. 问需至少配几门炮,使同时发射一发炮弹后击中飞机的概率为99%.

解答

1-1:A. 因为 $(A\bigcup B)-B=(A\bigcup B)\bar{B}=A\bar{B}\bigcup B\bar{B}=A\bar{B}=A-B$

1-2:C.考虑几何概型情况

1-3:C. $\because A-B=A-AB, AB\subset A, \therefore P(A-B)=P(A)-P(AB)$

1-4:B. $\because AB\subset C \therefore P(C)\geq P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\bigcup B)\geq P(A)+P(B)-1$

1-5:B. $\because P(A\mid B)+P(\bar{A}\mid \bar{B})=1,$ 又 $P(A\mid \bar{B})+P(\bar{A}\mid \bar{B})=1$

$\therefore P(A\mid B)=P(A\mid \bar{B})$

$$\therefore \frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}$$

$\therefore P(AB)[1-P(B)]=[P(A)-P(AB)]P(B)$

$\therefore P(AB)=P(A)P(B)$

1-6:设A={恰好排成英文单词SCIENCE}. 这是一个古典概型问题. 随机试验是将7个字母随机排成一行,样本空间基本事件总数是7!. A包含的基本事件数为1*2*1*1*2=4,因此

P(A)=4/7!=1/1260

1-7:P(AB)=P(A)+P(B)-P(A∪B)=0. 4+0. 3−0. 6

=0. 1

故 $P(A\bar{B})=P(A)-P(AB)=0.4-0.1=0.3$

或者 $P(A\cup B)=P((A\bar{B})\cup B)=P(B)+P(A\bar{B})$

$$P(A\bar{B})=P(A\cup B)-P(B)=0.6-0.3=0.3$$

1-8:P{A,B,C至少有一个发生的概率}

$$= P(A \cup B \cup C)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$$

$$= 3 \times \frac{1}{4} - 3 \times \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$$

1-8’:P{A,B,C恰有一个发生的概率}

$$= P(A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C) = P(A\bar{B}\bar{C}) + P(\bar{A}B\bar{C}) + P(\bar{A}\bar{B}C)$$

$$= P(A - (B \cup C)) + P(B - (A \cup C)) + P(C - (A \cup B))$$

$$= P(A) - P(A(B \cup C)) + P(B) - P(B(A \cup C)) + P(C) - P(C(A \cup B))$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) + P(ABC)$$

$$-P(AB) - P(BC) + P(ABC) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - 2P(AB) - 2P(BC) - 2P(AC) + 3P(ABC)$$

$$= \frac{3}{4} - 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

1-9:设A={甲射击一次命中目标},

B={乙射击一次命中目标}.

则由题目知,P(A)=0.6,P(B)=0.5,且

“目标被命中”这个事件表示甲或乙至少有一人命中目标,即事件”目标被命中”=AUB,所求概率为

$$P(A|A\cup B)=\frac{P(A\cap(A\cup B))}{P(A\cup B)}=\frac{P(A)}{P(A)+P(B)-P(AB)}$$

$$=\frac{P(A)}{P(A)+P(B)-P(A)P(B)}$$

$$=\frac{0.6}{0.6+0.5-0.6\times 0.5}=0.75$$

1-10:设$A_{i=}${报名表是第i个考区的}(i=1,2,3) $B_{j=}${第j次抽到的报名表是男生}(j=1,2),则

$$P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=1/3, P(B_1\mid A_1)=7/10$$

$$P(B_1\mid A_2)=8/15, P(B_1\mid A_3)=20/25$$

(1)求概率 $P(\bar{B}_1)$,由全概率公式得

$$P(\bar{B}_1)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(\bar{B}_1\mid A_i)=\frac{1}{3}(\frac{3}{10}+\frac{7}{15}+\frac{5}{25})=\frac{29}{90}$$

(2)求概率 $P(\bar{B}_1\mid B_2)$,由条件概率公式得

$$P(\bar{B}_1\mid B_2)=\frac{P(\bar{B}_1B_2)}{P(B_2)}$$

因为抽签与顺序无关,所以

$$P(B_2\mid A_1)=7/10, P(B_2\mid A_2)=8/15, P(B_2\mid A_3)=20/25$$

所以,由全概率公式得

$$P(B_2)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B_2\mid A_i)=\frac{1}{3}(\frac{7}{10}+\frac{8}{15}+\frac{20}{25})=\frac{61}{90}$$

$$P(\bar{B}_1 B_2 \mid A_1)=\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}=\frac{7}{30},\ P(\bar{B}_1 B_2 \mid A_2)=\frac{7}{15}\times\frac{8}{14}=\frac{8}{30},$$

$$P(\bar{B}_1 B_2 \mid A_3)=\frac{5}{25}\times\frac{20}{24}=\frac{5}{30}$$ 所以,由全概率公式可得

$$P(\bar{B}_1 B_2)=\sum_{I=1}^{3} P(A_i)P(\bar{B}_1 B_2 \mid A_i)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{7}{30}+\frac{8}{30}+\frac{5}{30}\right)=\frac{2}{9}$$

所以 $$P(\bar{B}_1 \mid B_2)=\frac{P(\bar{B}_1 B_2)}{P(B_2)}=\frac{2/9}{61/90}=\frac{20}{61}$$

(3) 所求概率为 $P(A_2 \mid \bar{B}_1 B_2)$,由贝叶斯公式得

$$P(A_2 \mid \bar{B}_1 B_2)=\frac{P(A_2)P(\bar{B}_1 B_2 \mid A_2)}{P(\bar{B}_1 B_2)}$$

$$=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{8}{30}}{\frac{2}{9}}=\frac{2}{5}$$

1-11:设需配置n门炮,Ai={第i门炮击敌机}(i=1,2,…,n),则P(Ai)=0.6,Ai相互独立,那么击中一架飞机的概率为

$$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n) = 1 - P(\overline{A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n})$$

$$= 1 - P(\overline{A}_1 . \overline{A}_2 ... \overline{A}_n) = 1 - P(\overline{A}_1).P(\overline{A}_2)...P(\overline{A}_n)$$

$$= 1 - (0.4)^n \geq 0.99$$

$$(0.4)^n \leq 0.01, n \geq \frac{\lg 0.01}{\lg 0.4} = 5.026$$

因此,取n=6