

COMSOL Multiphysics®

计算流体力学（CFD）建模（在线课程）

Part III

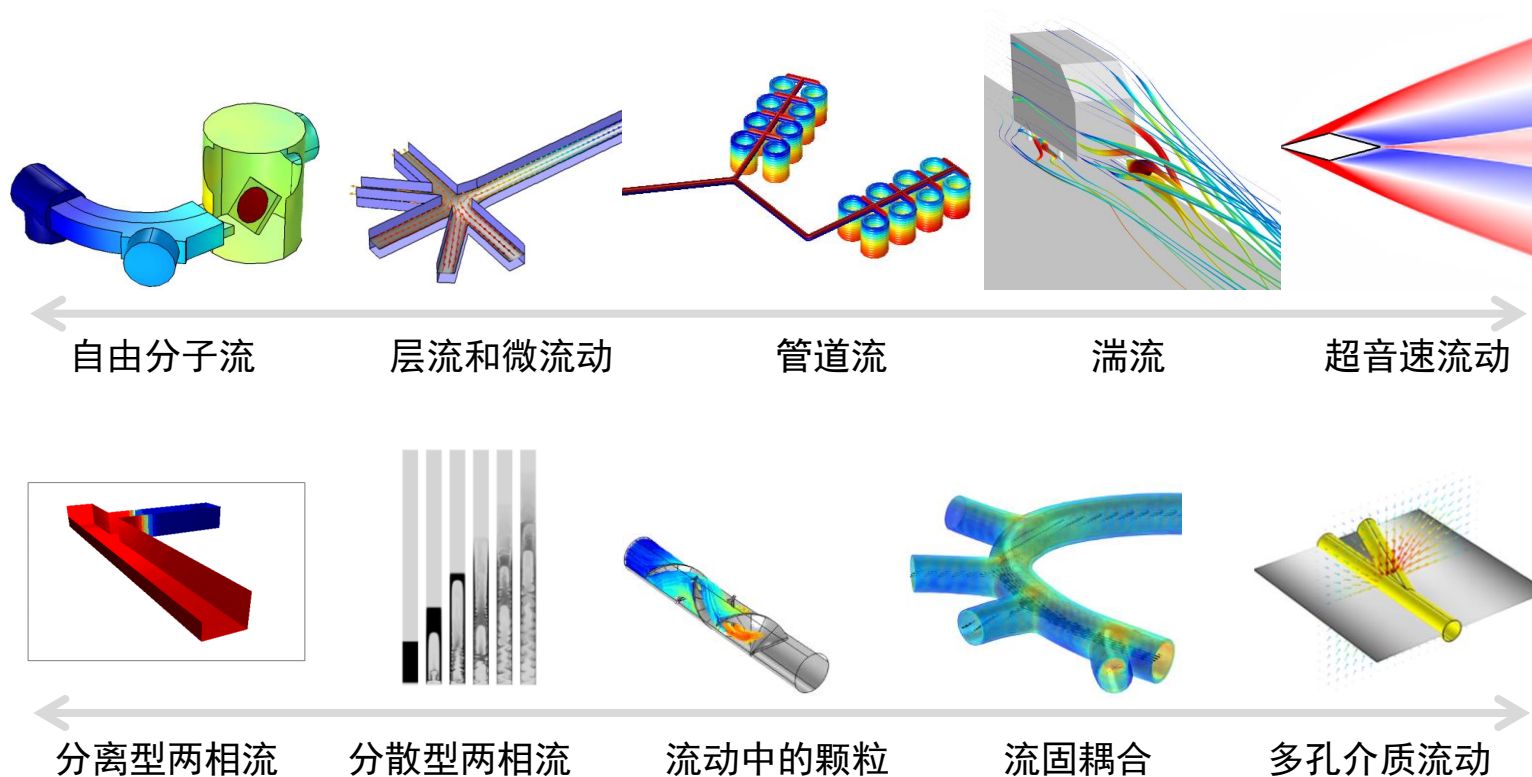
COMSOL 中国

张照

应用工程师

主要内容

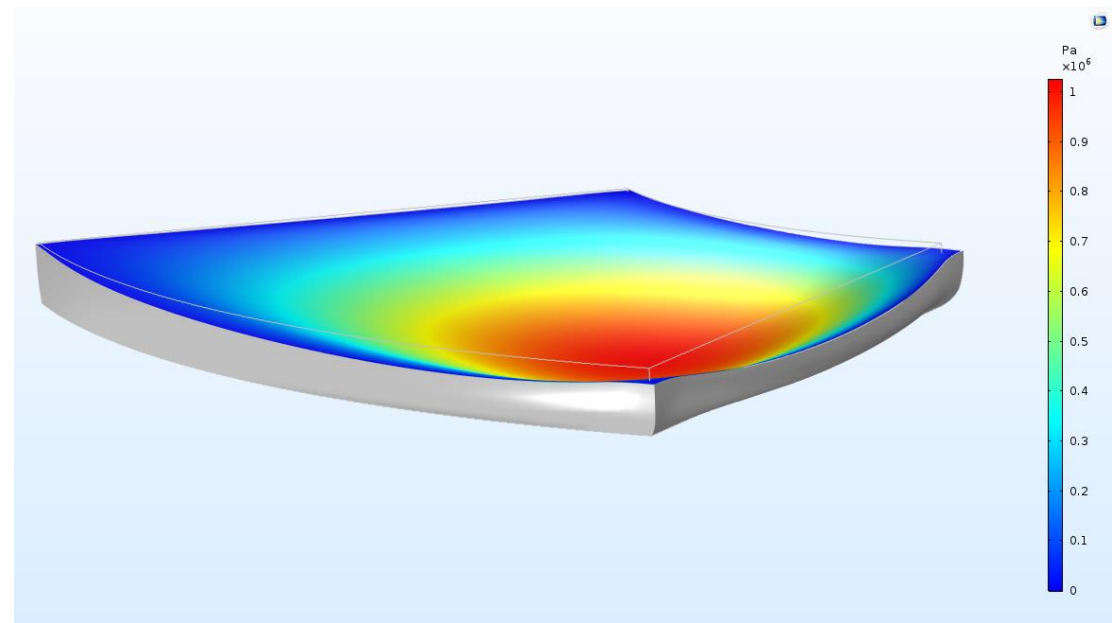
- 流体方程及边界条件
- 蠕动流、层流和非牛顿流体建模
- 湍流建模
- 旋转机械内流体流动
- 薄膜流与管道流
- 多孔介质与地下水流动
- 两相流仿真
- 流体中的粒子追踪
- 非等温流建模
- 高马赫数流动
- 多物理场模型：反应流，流固耦合建模



薄膜流与管道流

薄膜流

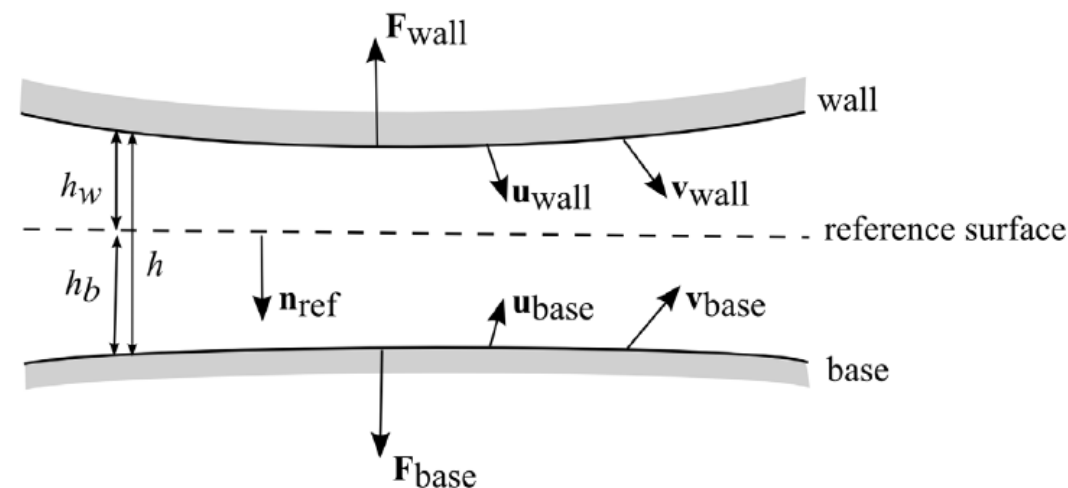
- 薄膜流动
 - 狭窄区域的润滑和流动，常用于对三维壳建模
 - 支持气相空化仿真



瓦片轴承中液体润滑膜表面压力和固体变形

雷诺方程

- 适用于间隙（法向方向较小、切向方向较大）内的流动
- 将流动方程在切向方向（空间曲面上）成立，忽略掉法向压差
- 粘性力起主导作用，忽略惯性力



雷诺方程

- 连续性方程

$$\frac{d}{dt}(\rho h) = -\nabla_t \cdot (\rho h \mathbf{v}_{av})$$

- 动量方程

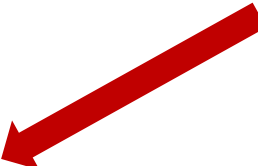
$$\frac{\partial p_f}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial z'} \left(\mu \frac{\partial v_{x'}}{\partial z'} \right)$$


$$\frac{\partial p_f}{\partial y'} = \frac{\partial}{\partial z'} \left(\mu \frac{\partial v_{y'}}{\partial z'} \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z'} = 0$$

$$f_w = \begin{bmatrix} \frac{h_w}{\mu} \frac{\partial p_f}{\partial x'} + \frac{C_{1x'}}{\mu} \\ \frac{h_w}{\mu} \frac{\partial p_f}{\partial y'} + \frac{C_{1y'}}{\mu} \\ p_f \end{bmatrix}$$

$$f_b = \begin{bmatrix} \frac{h_b}{\mu} \frac{\partial p_f}{\partial x'} + \frac{C_{1x'}}{\mu} \\ \frac{h_b}{\mu} \frac{\partial p_f}{\partial y'} + \frac{C_{1y'}}{\mu} \\ -p_f \end{bmatrix}$$


$$v_{x'} = \frac{z'^2}{2\mu} \frac{\partial p_f}{\partial x'} + \frac{C_{1x'} z'}{\mu} + C_{2x'}$$


$$v_{y'} = \frac{z'^2}{2\mu} \frac{\partial p_f}{\partial y'} + \frac{C_{1y'} z'}{\mu} + C_{2y'}$$

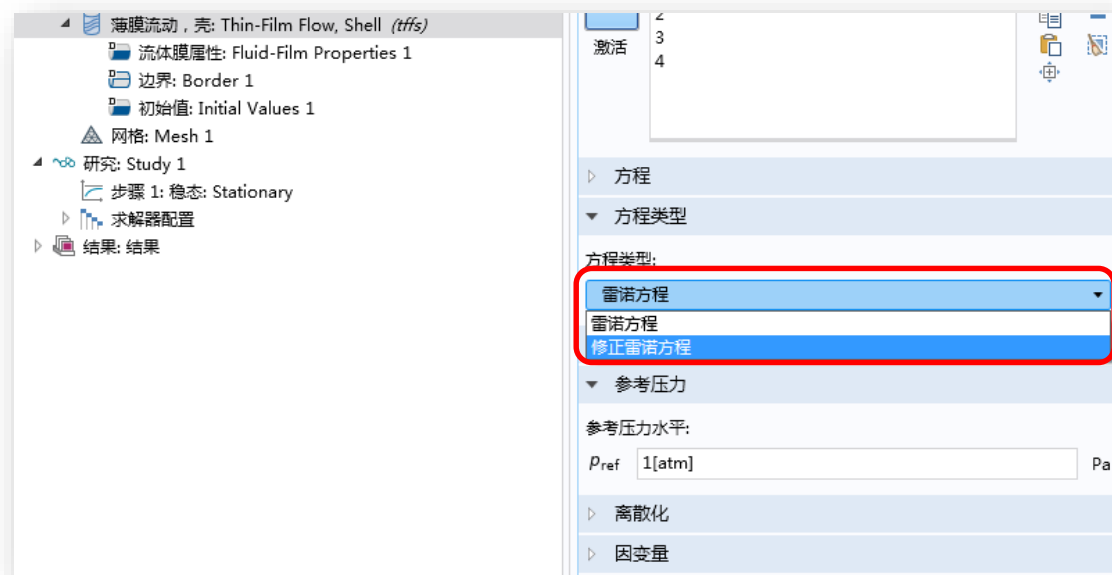
修正的雷诺方程

- 当介质为气体，密度则使用理想气体状态方程修正

$$p_A = \frac{RT_0}{M_n} \rho$$

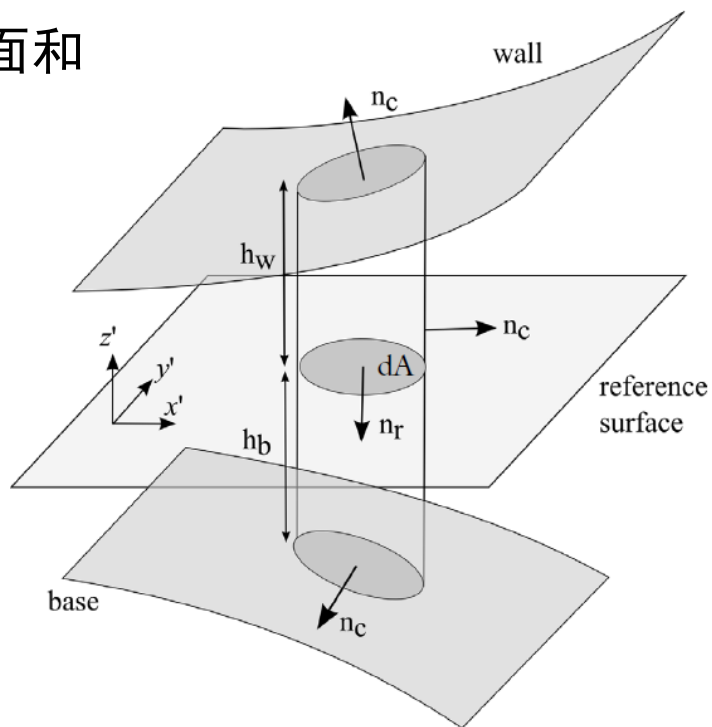
- 同时保持温度不变（等温流动）

$$\frac{\partial}{\partial t}(p_A h) + \nabla_t \cdot (h p_A \mathbf{v}_{av}) = 0$$



流体膜属性

- 参考面属性
 - 参考法向：通过该法向判定壁面和基平面
- 壁属性
 - 参考平面上的壁高
 - 额外的壁位移
 - 壁速度
- 基属性
 - 参考平面下的基高
 - 额外的基位移
 - 基速度



▼ 参考面属性

参考法向:
同几何法向

▼ 壁属性

参考平面上的壁高:
 h_{w1} m

额外的壁位移:
 u_w 用户定义

0	x
0	y
0	z

 m

壁速度:
 v_w 无

▼ 基属性

参考平面下的基高:
 h_{b1} m

额外的基位移:
 u_b 用户定义

0	x
0	y
0	z

 m

基速度:
 v_b 用户定义

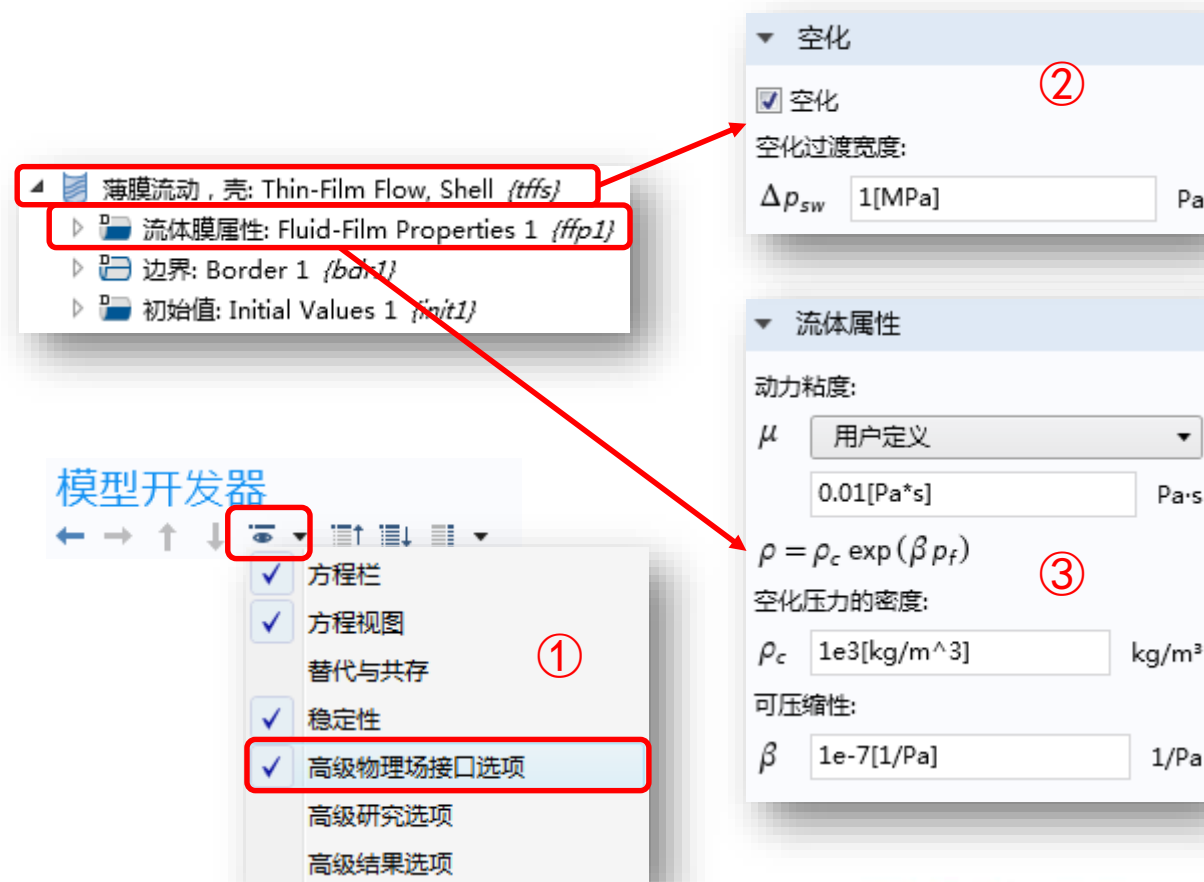
u	x
v	y
0	z

 m/s

☒ 根据基速度计算隐式高度变化

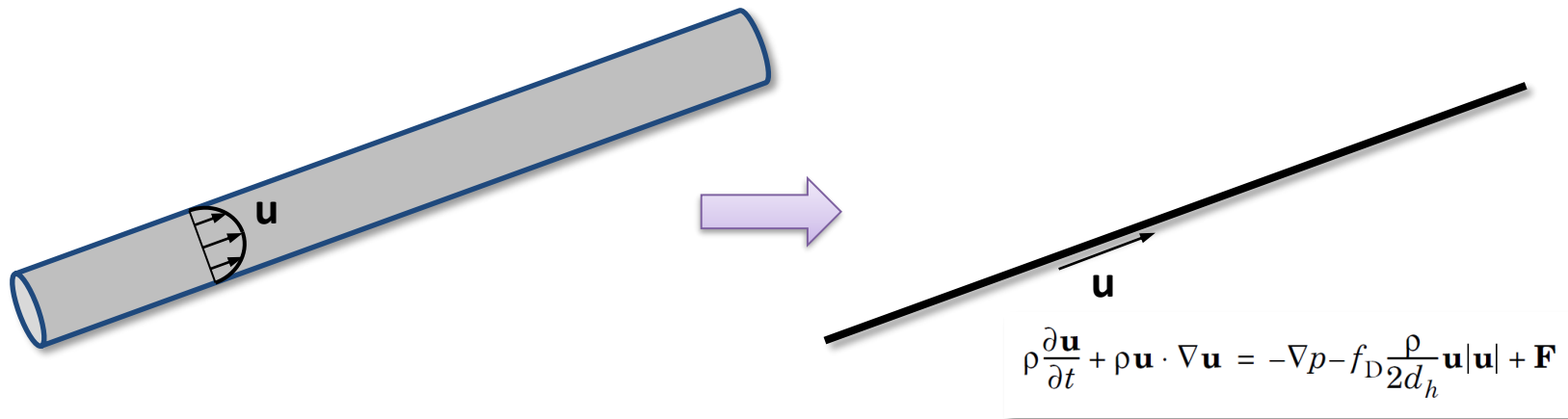
空化

- 可以将流动分为两个区域
 - 无空化区域：压力大于空化压力，区域介质为液体
 - 空化区域：压力等于空化压力并恒定，介质为部分或全部气体
- 空化过渡宽度：数值处理，提高物理场的光滑性
- 设置空化压力下的密度和可压缩性



层流和湍流

- 充分发展的管道层流或湍流场简化为一维形式的截面积平均的速度和压力
- Darcy 摩擦因子 f_D 随Reynolds数、壁粗糙度以及管道形状和尺寸而变化，内建 f_D 经验公式（例如，层流： $f_D = 64/Re$ ）
- 内建沿长度方向的物质传递弥散模型



管道流设置

- 牛顿和非牛顿流体
- 两相流
- 管道属性：
 - 管道形状：圆形或方形...
 - 摩擦模型
 - 表面粗糙度

流体模型

流体模型

牛顿

气-液摩擦因子乘子

管形状

圆形

内径:

d_i 10[cm] m

流阻

摩擦模型:

Churchill

Churchill

Stokes

Wood

Haaland

Colebrook

von Karman

Swamee-Jain

用户定义

管道属性

流体属性

液体属性

液体材料:

边材料

密度:

ρ_L 来自材料

动力粘度:

μ_L 来自材料

气体属性

气体材料:

边材料

密度:

ρ_G 来自材料

动力粘度:

μ_G 来自材料

进出口边界

- 可以定义速度，也可以定义压力
- 尽量使用速度-压力组合
- 压力边界作为进出口边界的补充
- 压力值为绝对压力

▼ 边界压力

压力:

p_0 Pa

▼ 入口明细

明细:

体积流率

速度

体积流率

质量流率

标准流率 (SCCM)

泵

贮槽

▼ 出口明细

明细:

速度

速度

体积流率

质量流率

入口

出口

无流动

压力

无损接头

阀

弯头

多路接头

T 接头

Y 接头

收缩/扩张

泵

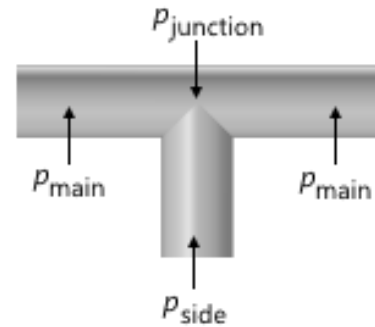
内压锁定

阀和弯头

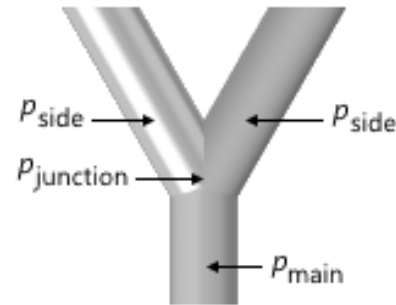
- 对一些常用的常见模块的压力突变进行修正
- 包含损耗系数 K_i 的修正：

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho K_i u^2$$

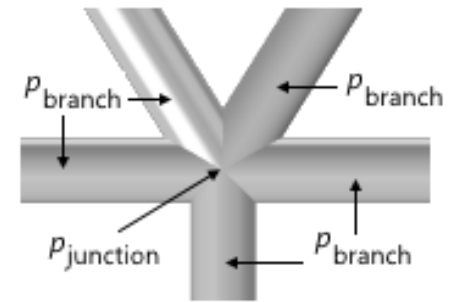
- 90° 弯头
- 45° 弯头
- T-接头
- Y-接头
- N-通接头
- 收缩/膨胀



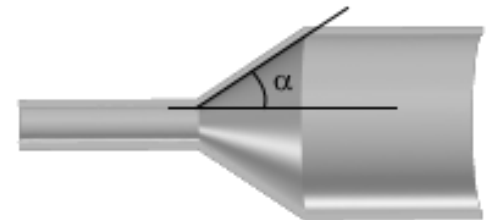
T-接头



Y-接头



N-通接头



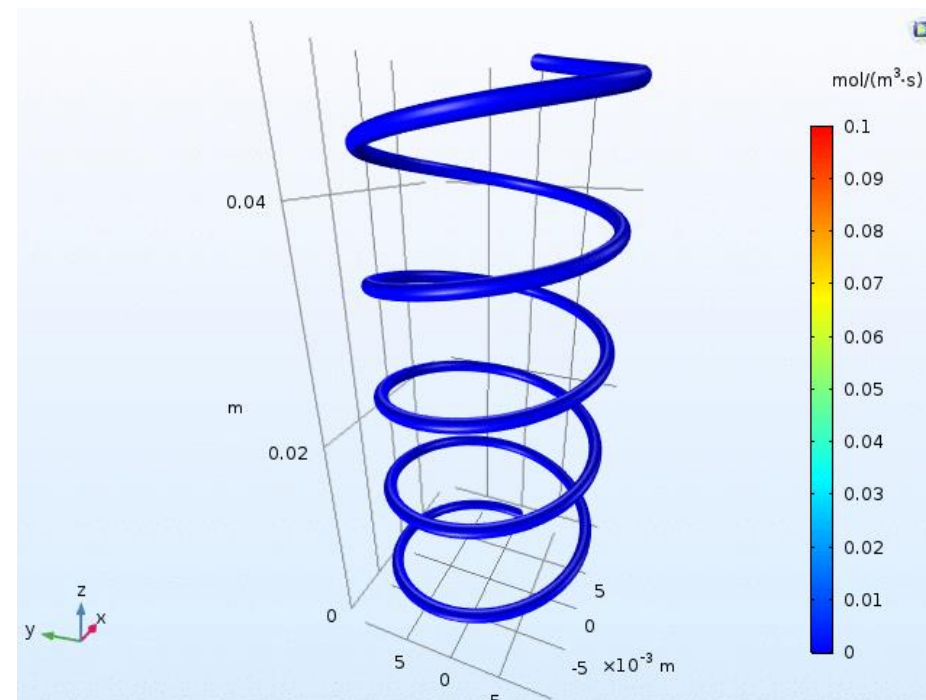
收缩/膨胀

管道中的化学物质传递

- 溶剂中的传递：
 - 通风系统中的污染物和痕量物质
 - 化工管道中的痕量物质
- 包含一种物质的反应流：
 - 痕量物质
 - 污染防治
- 多组分传递需要其它模块许可证

管道中稀物质传递 (dsp)
反应管道流 (rpfl)

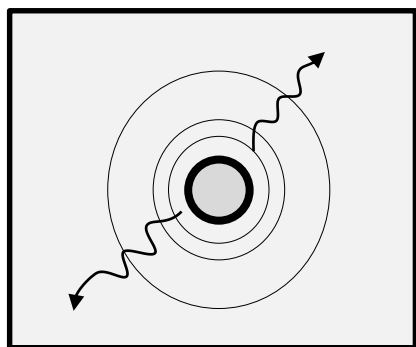
反应管道流: 反应管道流 (rpfl)
流体: 流体 1
管属性: 管属性 1
压力: 压力 1
温度: 温度 1
浓度: 浓度 1
初始值: 初始值 1



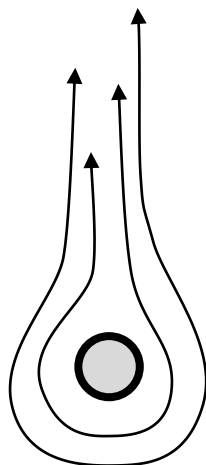
实验室级螺旋反应器的反应前沿

管道传热

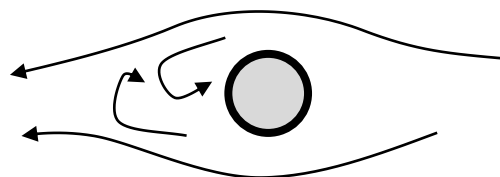
- 与周围介质耦合传热
 - 自动计算传热系数，包括内部传热系数，壁层热阻和外部传热系数



固体热传导



自然对流



强制对流



$Nu_{lam} = 3.66$ for round pipes and user defined shapes

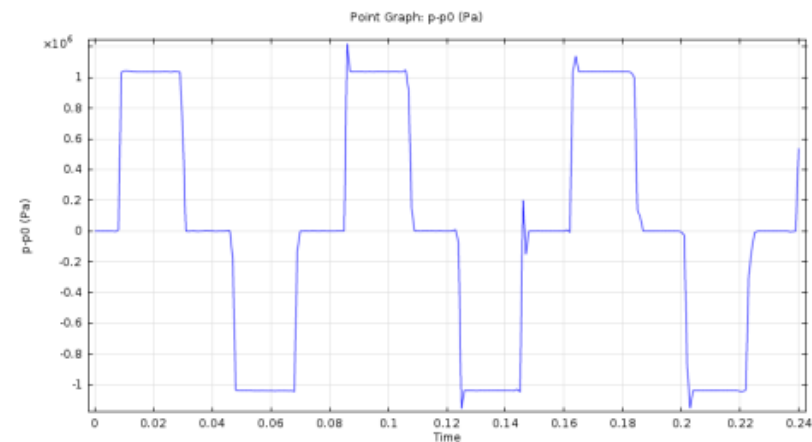
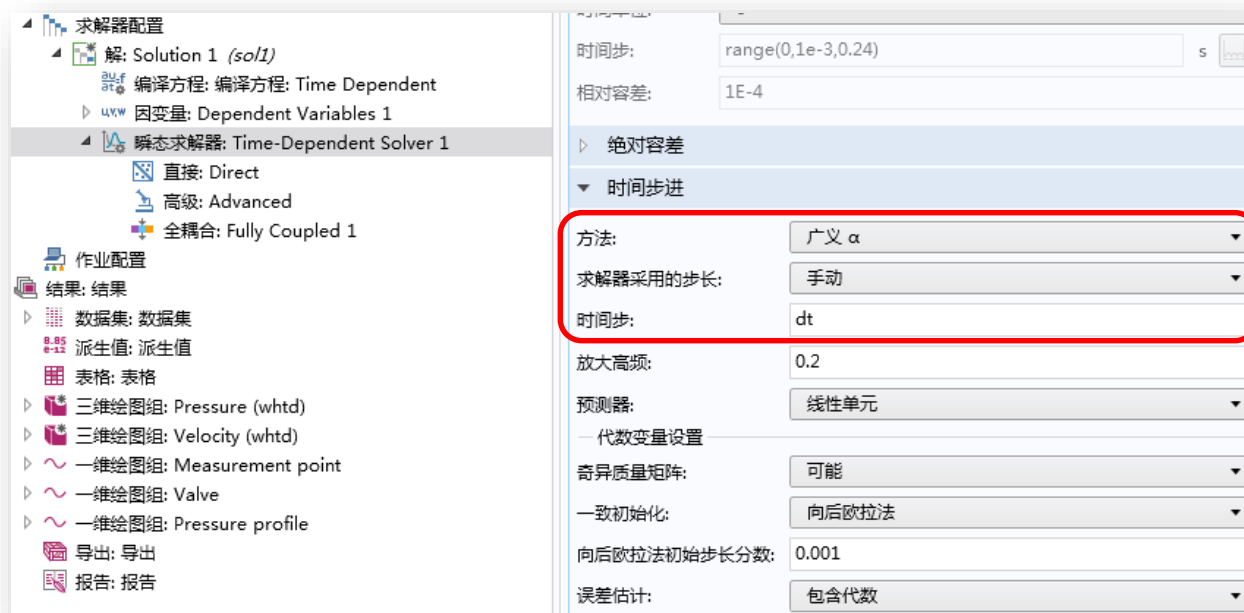
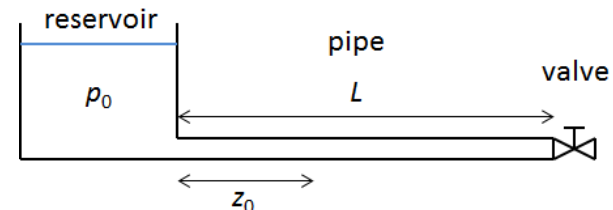
For rectangular cross sections $Nu_{lam} = \begin{cases} 2.98, & \text{for } w/h = 1 \\ 3.08, & \text{for } w/h = 1.43 \\ 3.39, & \text{for } w/h = 2 \\ 4.44, & \text{for } w/h = 4 \\ 5.60, & \text{for } w/h = 8 \\ 7.54, & \text{for } w/h = \infty \end{cases}$

$$Nu_{turb} = \frac{(f_D/8)(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7\sqrt{f_D/8}(Pr^{2/3} - 1)}$$
$$Pr = \frac{C_p \mu}{k}$$
$$Nu = \max(Nu_{lam}, Nu_{turb})$$
$$h_{int} = Nu \frac{k}{d_h}$$

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k}$$
$$Re = \frac{\rho u_{ext} d_h}{\mu}$$
$$Nu = 0.3 + \frac{0.62 \sqrt{Re} Pr^{1/3}}{(1 + (0.4/Pr)^{2/3})^{1/4}} \left(1 + (Re/282000)^{5/8}\right)^{4/5}$$
$$h_{ext} = Nu \frac{k}{d_h}$$

水锤

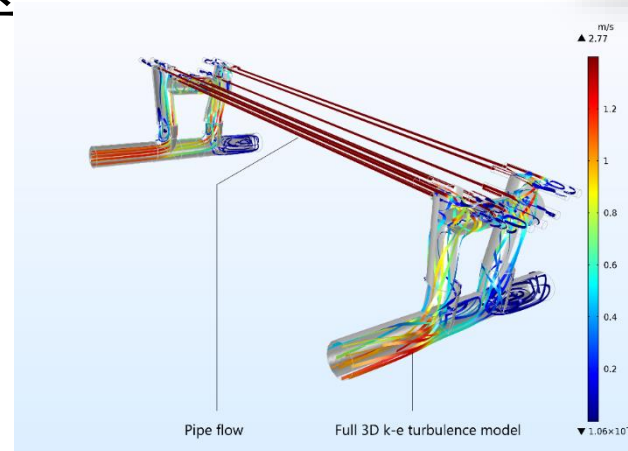
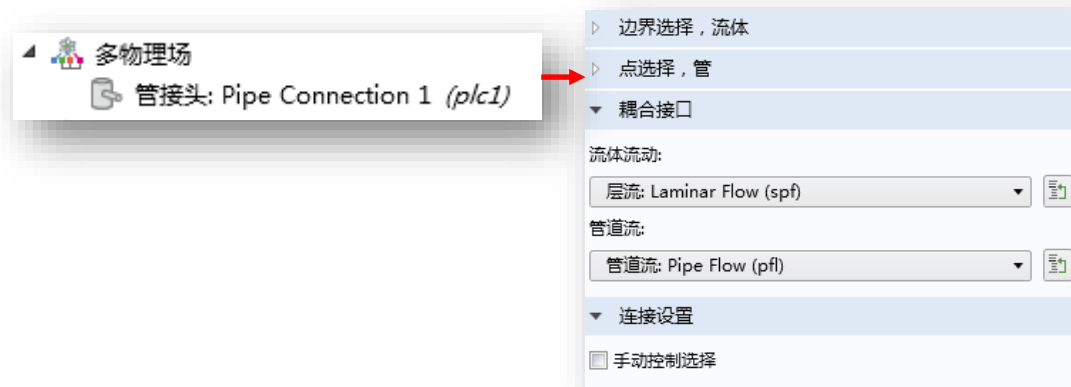
- 包含总压 p 和速度 u 的计算公式
- 摩擦阻力损失



水锤校准模型：瞬间关闭阀门后管道内的压力沿时间变化

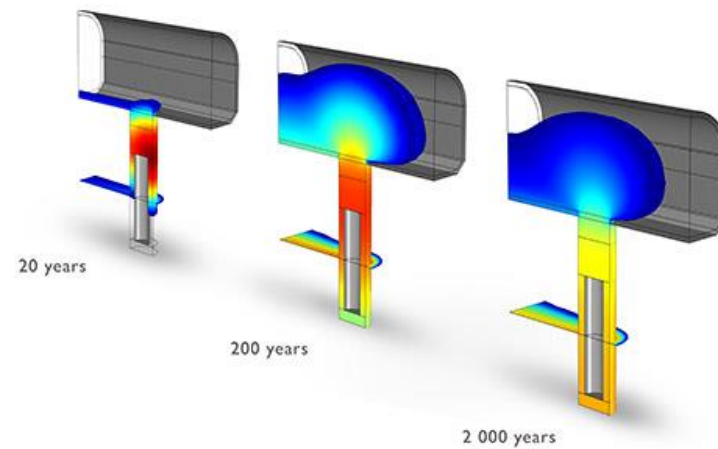
管道流和CFD

- 管道流模块是COMSOL其它流体仿真模块的补充
 - CFD 模块
 - 传热模块
 - 微流体模块
 - 地下水流模块
- 管道通过一维曲线描述，提高计算效率
- 管道与三维 CFD 域直接连接



管道流与3D湍流间的全耦合

多孔介质与地下水流



多孔介质无处不在！

- 骨骼、牙齿、生物组织
- 食品、制药、造纸
- 地下水、石油、天然气、二氧化碳储存等
- 土壤、岩石、木材
- 混凝土、陶瓷、泡沫、复合材料、颗粒介质等
- 布料、衣服、尿布
- 过滤器、燃料电池、催化转换器

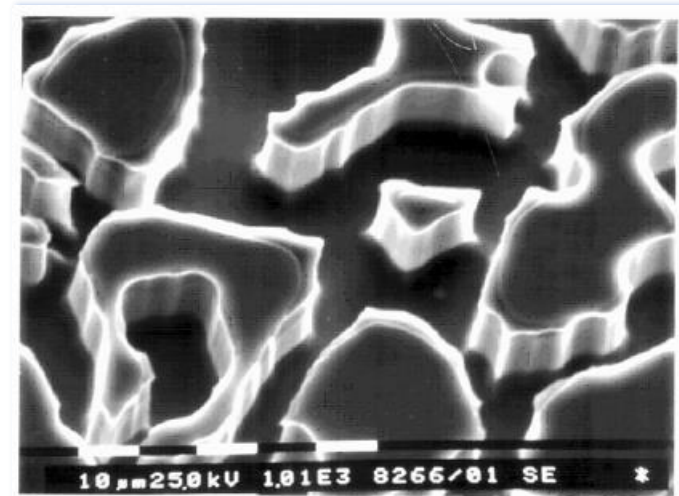
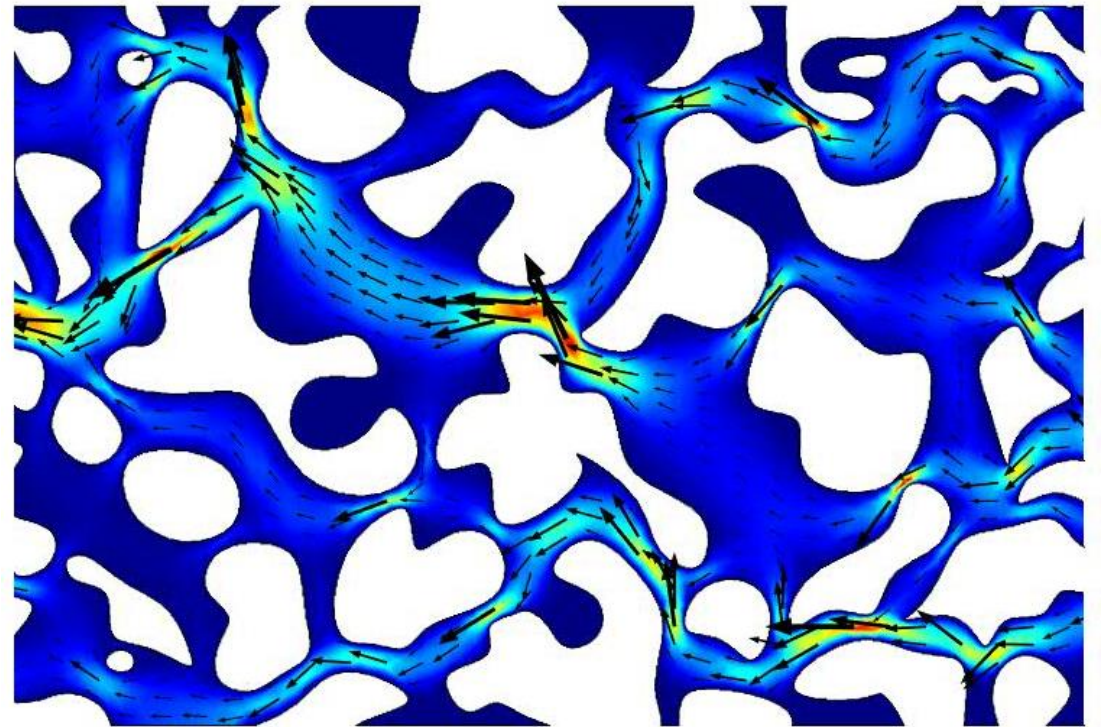


Figure 2-1: Scanning electron microscope image of the repeat pattern in the silicon wafer. The scale at bottom indicates that pore throat and body dimensions are on the order of $1\text{ }\mu\text{m}$ – $100\text{ }\mu\text{m}$ (Ref. 1).

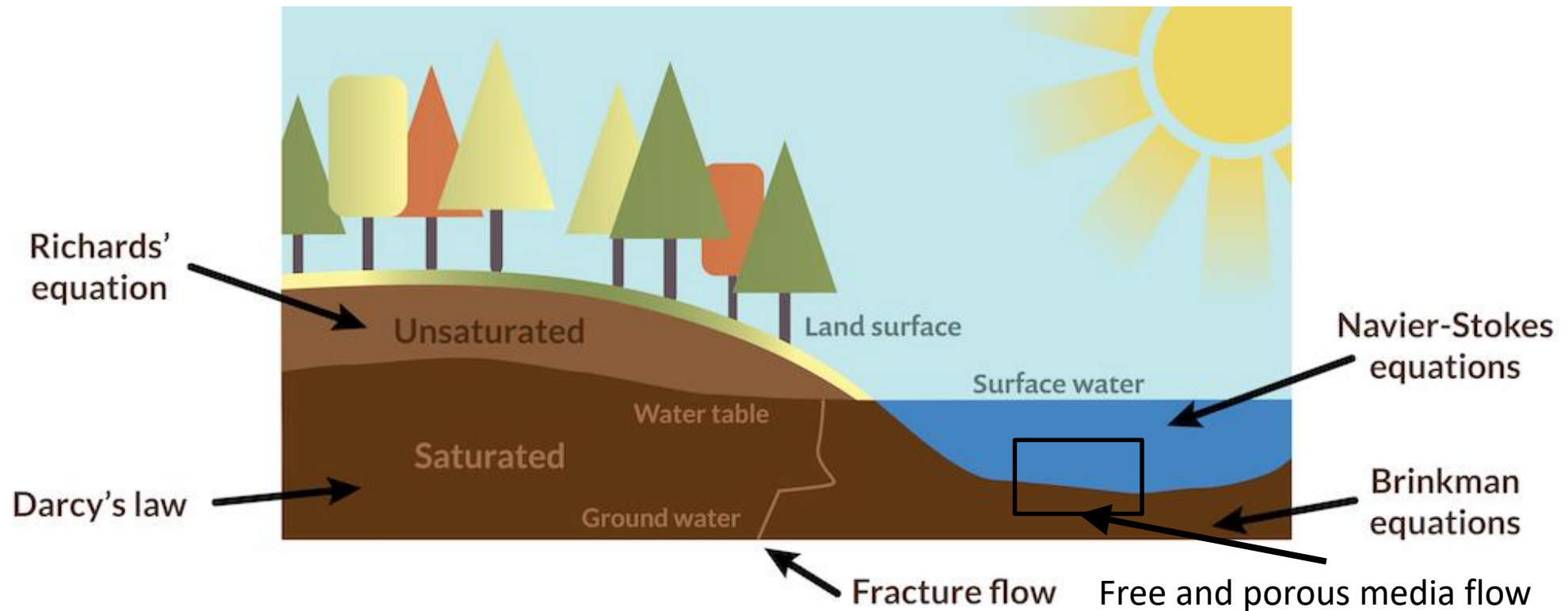
多孔介质

- 多孔介质是一个多相系统，其中至少包含一种不可变固相
- 最简单的情况：一个固相（多孔基体）和一个流体相
- 有些情况会包含多种不可变固体相或流体相
- 典型应用：质量、动量、能量传递，弹性波



孔隙中的蠕动流。几何结构来自于对岩石薄切面的扫描电镜图

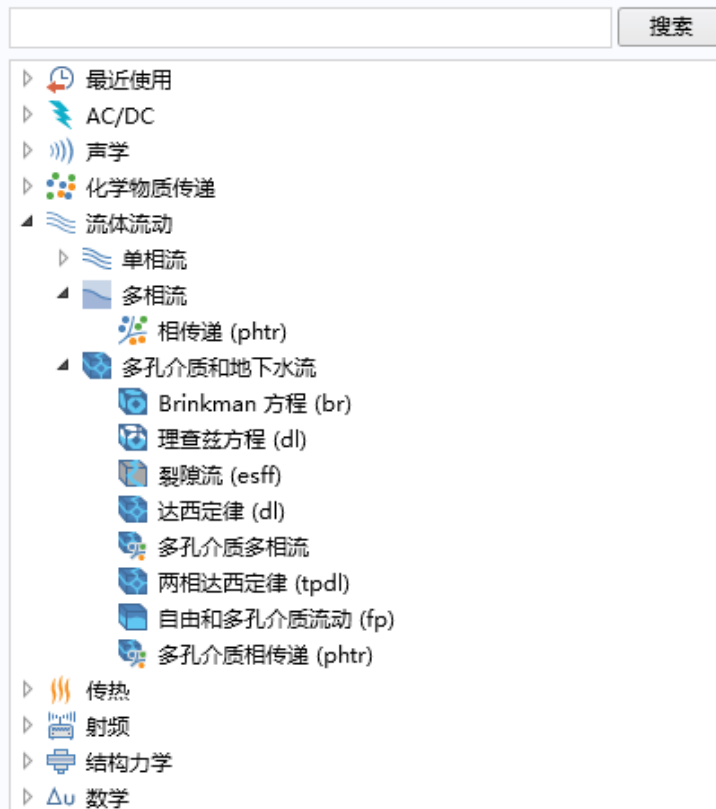
多孔介质中的对流



流体流动物理场接口

- 层流
- 蠕动流
- 相传递
- Brinkman 方程（快速流动）
- Darcy 定律（缓慢流动）
- 裂隙流动（薄多孔介质壳中的流动）
- Richards 方程（变饱和流动）
- 两相达西定律
- 多孔介质多相流
- 自由和多孔介质流动

选择物理场



Brinkman 方程

- 可压缩或不可压缩流

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_p \rho) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = Q$$

$$\frac{\rho}{\epsilon_p} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{u}}{\epsilon_p} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[\frac{1}{\epsilon_p} \left\{ \mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right\} \right] - \left(\frac{\mu}{\kappa} + Q \right) \mathbf{u} - \beta_F |\mathbf{u}| \mathbf{u}$$

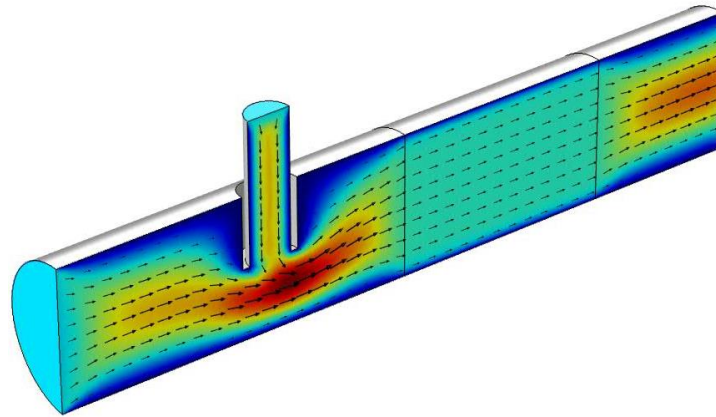
对流项

Forchheimer 阻力

非线性效应

Brinkman 方程

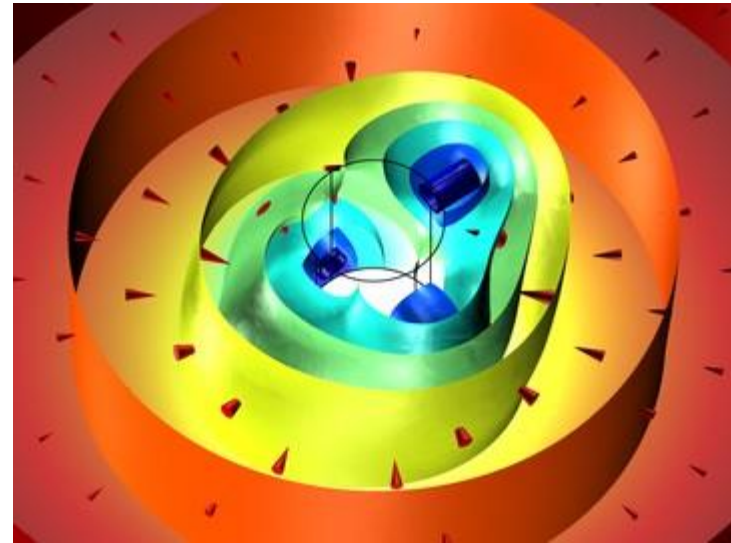
- 饱和多孔介质快速流动
- 稳定性设置（流线、侧风扩散，各向同性扩散）
- 对流项
- Forchheimer 阻力项



多孔反应器：耦合Navier-Stokes方程， Brinkman方程和多组分物质传递

Darcy 定律

- 饱和多孔介质缓慢流动
- 地下水流模块包含水力问题中的压力头和水头计算公式
- 可以添加重力效应和其他边界条件



Darcy 定律描述三维穿孔井仿真

Darcy 定律

- 可压缩/不可压缩流体，可变密度、粘度和各向异性渗透系数

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = Q_m$$

$$\mathbf{u} = -\frac{\kappa}{\mu}(\nabla p + \rho g \nabla D) \quad \text{Darcy定律, 计算重力}$$

$$\mathbf{u} = -\frac{\mathbf{K}}{\rho g}(\nabla p + \rho g \nabla D) \quad \text{Darcy定律, 水力传导系数}$$

- 水头 (H) 与压力头 (H_p) 公式:

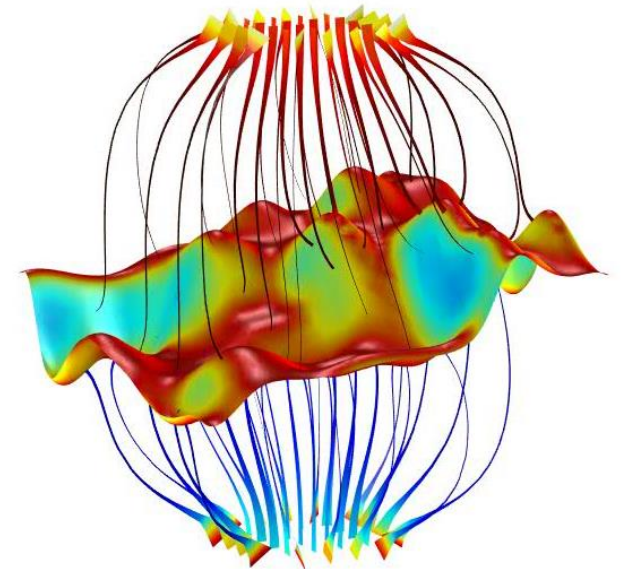
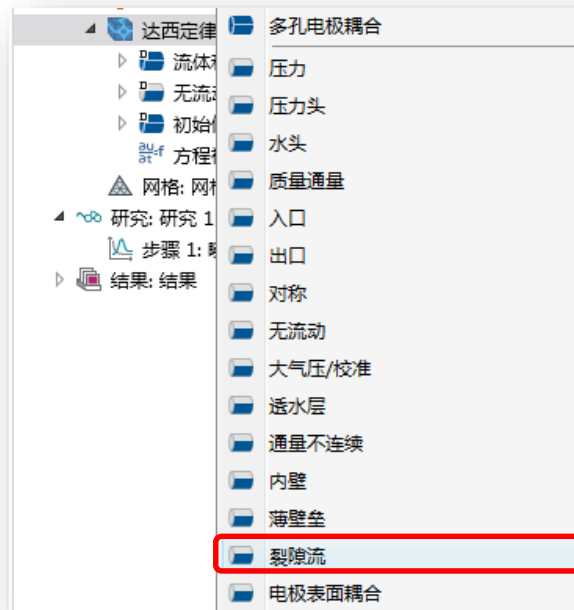
$$H_p = \frac{p}{\rho g}; \quad H = H_p + D$$

裂隙流

- 薄壳或裂隙中的缓慢流动（基于 Darcy 定律）
- 包含在地下水流模块中

$$d_f \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_f \rho) + \nabla_T \cdot (\rho \mathbf{q}_f) = d_f Q_m$$

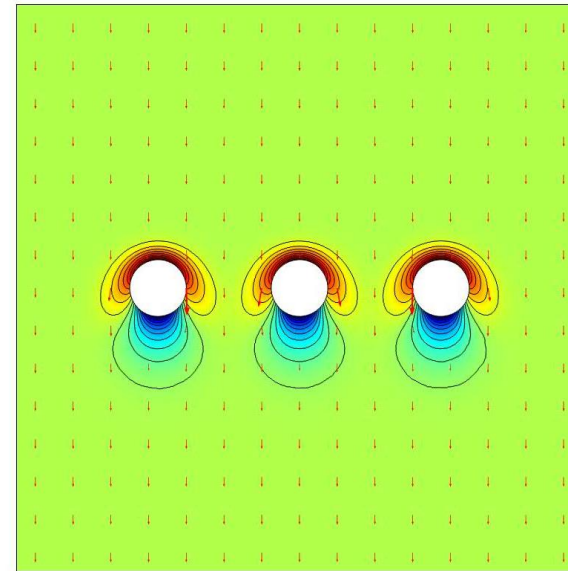
$$\mathbf{q}_f = -\frac{\kappa_f}{\mu} d_f (\nabla_T p + \rho g \nabla_T D)$$



Darcy 定律下的裂隙流应用

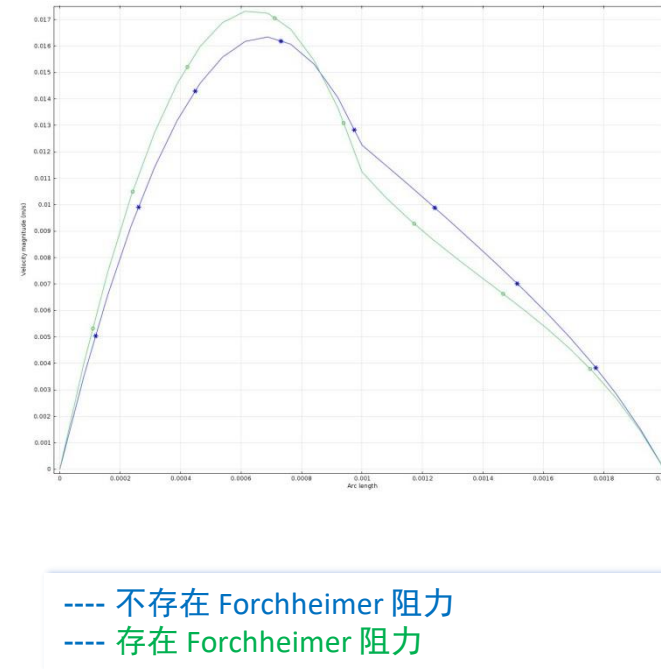
Richards 方程

- 在变饱和多孔介质中的缓慢渗流
- 仅包含在地下水流模块中
- Van Genuchten 和 Brooks & Corey 滞留模型
- 通常与溶质运移耦合



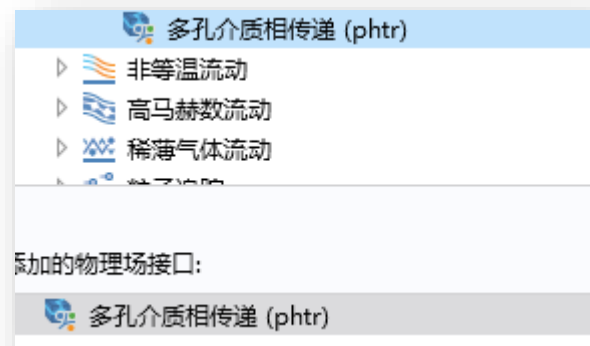
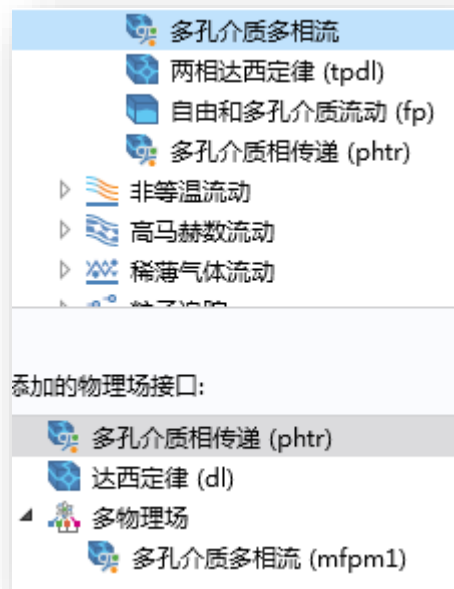
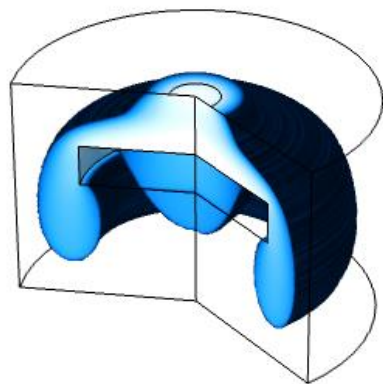
自由和多孔介质流动

- 层流与多孔介质流动耦合
 - Navier-Stokes 和 Brinkmann 方程
- 稳定性设置
- 多孔介质流中的对流项
- 多孔介质流中的 Forchheimer 阻力项



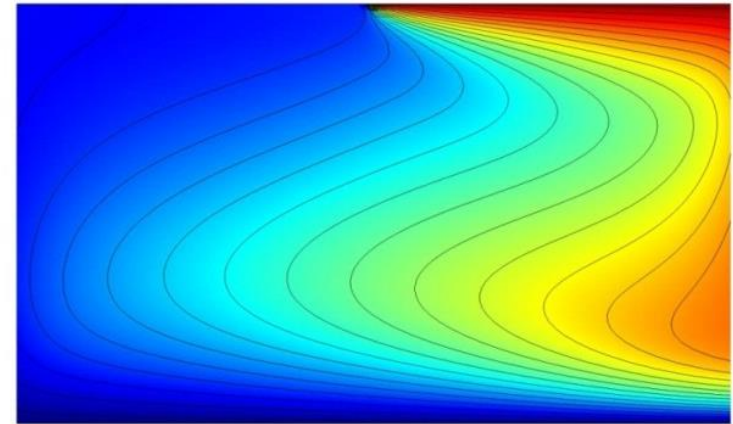
相传递

- 自由流动中的相传递
- 多孔介质流中的相传递
- 两相达西定律
- 多孔介质多相流



溶质运移

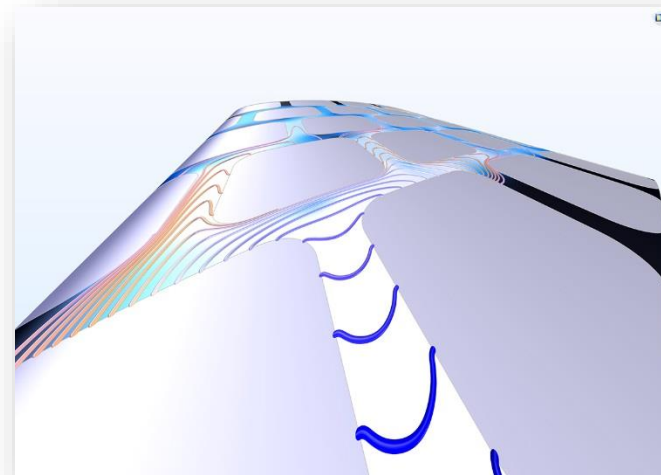
- 自由和多孔介质流动中的物质传递
- 耦合物理场
 - 层流、Darcy定律、Richards 或 Brinkman 方程
- 接口功能
 - 自由和多孔介质中的吸附、分散、扩散和挥发



浓度（颜色）和流速（流线）分布图

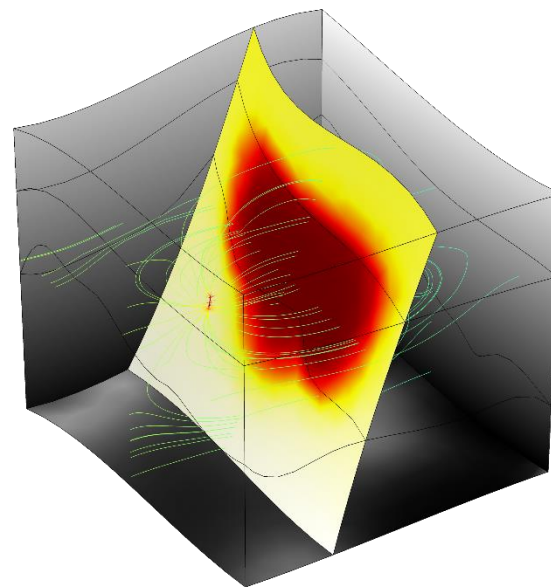
裂隙中的稀物质传递

- 裂隙厚度与长、宽尺寸相比非常小
- 接口特征
 - 裂隙中的对流、扩散、分散等



传热

- 固体、流体和多孔介质传热
- 接口功能扩展
 - 可增加多达5种不同静止固体
 - 地热加热
 - 热分散性
 - 裂隙或薄多孔介质层中传热
- 多物理场
 - Darcy 定律、Richards 或 Brinkman 方程



包含断层结构的热井系统中温度分布（面图）和速度流线图

多孔介质传热

$$(\rho C_p)_{eq} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_L C_{pL} \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k_{eq} \nabla T) + Q_G + \nabla \cdot k_d \nabla T$$

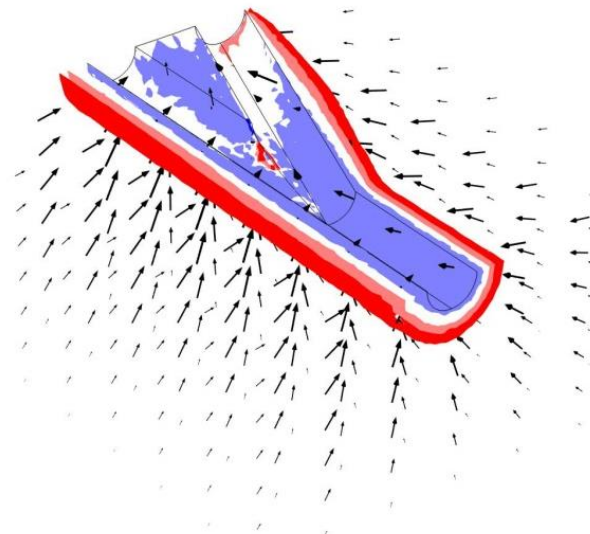
速度场 地热加热 热分散

$$(\rho C_p)_{eq} = \sum (\Theta_{pi} \rho_{pi} C_{p, pi}) + \sum (\Theta_{gi} \rho_{gi} C_{p, gi}) + \Theta_L \rho_L C_{p, L}$$

$$k_{eq} = \Theta_p k_p + \Theta_g k_g + \Theta_L k_L \quad \text{体积平均, 静止固体和流体}$$
$$= k_p^{\Theta_p} \cdot k_g^{\Theta_g} \cdot k_L^{\Theta_L} \quad \text{幂律, 静止固体和流体}$$

多孔弹性

- 多孔弹性 Biot 理论
- 孔隙水压力导致多孔基体变形
- 固体力学+达西定律
- 可以设置各向异性多孔弹性材料
(如 SME 模型)
- 应用：水力、油/气、食品、造纸、
制药、生物力学等



多分支井失效分析

多孔弹性接口

- 固体力学，线弹性材料，忽略惯性

$$-\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \rho_{av} \mathbf{g} = (\rho_f \epsilon + \rho_d) \mathbf{g}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\epsilon} - \alpha_B p \mathbf{I}$$

弹性张量 \mathbf{C} :

- 各向同性
- 各向异性 (SME)

- 瞬态 Darcy 定律

$$\rho_f S \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_f \left[-\frac{\kappa}{\mu} (\nabla p + \rho_f \mathbf{g} \nabla D) \right] = -\rho_f \alpha_B \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_{vol}$$

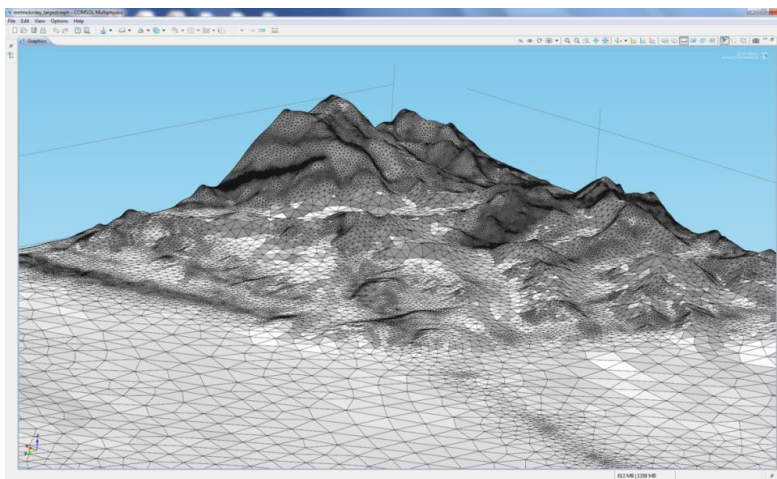
变化的体积应变

其他多物理场应用

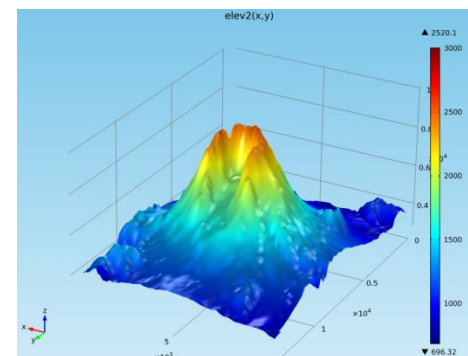
- 多孔介质声波
 - 需要声学模块
- 多孔介质电磁分析
 - 需要 AC/DC 或 RF 模块
- 数字高程图（DEM）导入
 - COMSOL Multiphysics 基本模块
- 图像导入
 - COMSOL Multiphysics 基本模块

数字高程图（DEM）导入

- 导入地理信息数据
- 支持USGS的DEM数据格式

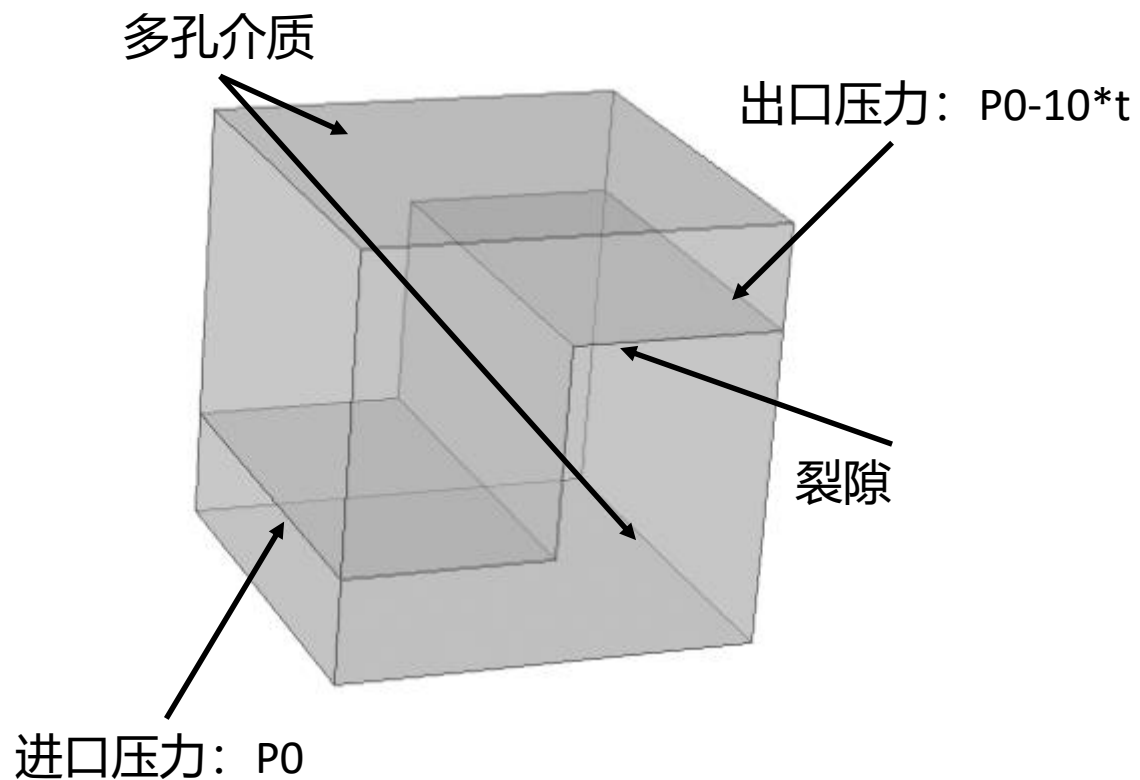


McKinley 山脉

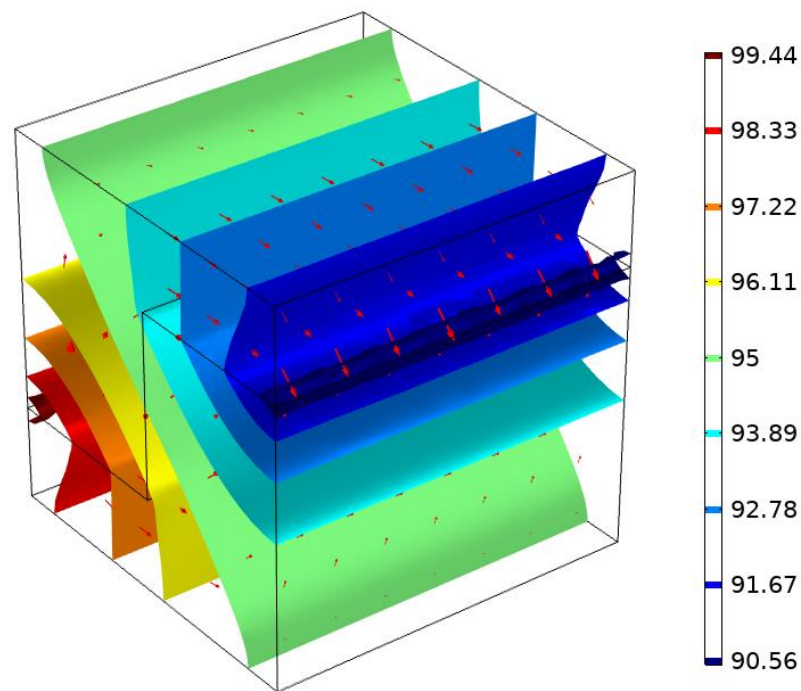


St. Helens 火山

演示：多孔介质的裂隙流



时间=1000 s 等值面: Pressure (kPa) 体箭头: Darcy's velocity field



多相流仿真

多相流的分类

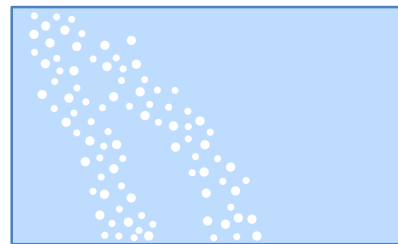
- 分离型多相流模型：

- 用于气泡、液滴和颗粒流的仿真，这些相界的尺度面与流场尺度相当而且数量较少
- 用于微流体中的多相流
- 宏观流场中的单相流的自由液面



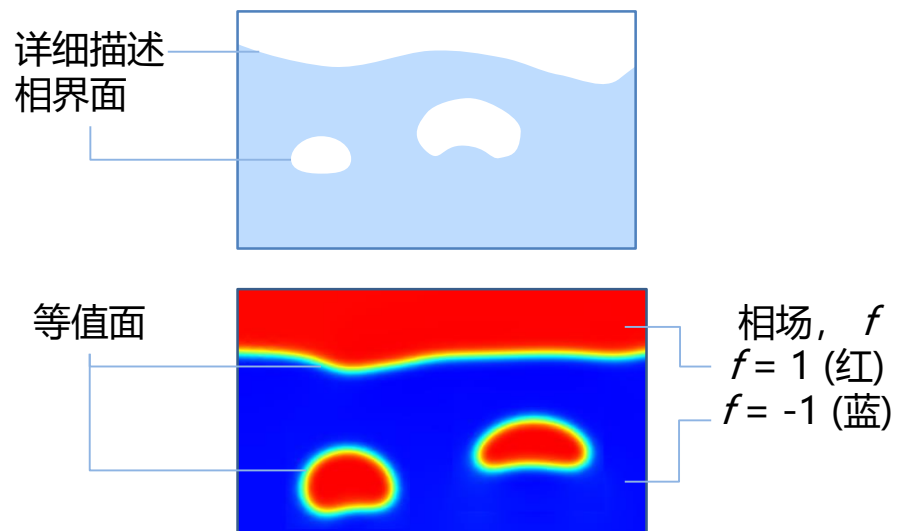
- 分散型多相流模型：

- 用于气泡数量多而气泡体积小的气泡流
- 可用于乳液和气溶胶的仿真
- 流场中有大量的固体颗粒
- 宏观的多相流

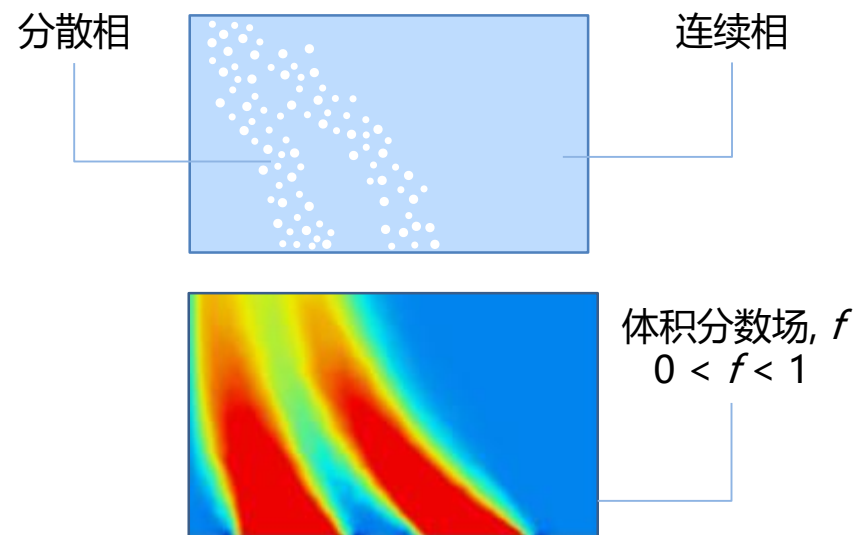


多相流的分类

- 分离型多相流模型

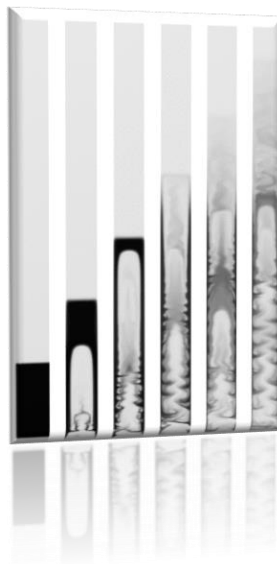


- 分散型多相流模型



多相流

- 分离型多相流
 - 水平集法
 - 相场法
 - 三相流，相场
 - 两相流，动网格
- 分散型多相流
 - 气泡流
 - 混合物模型
 - 双欧拉模型



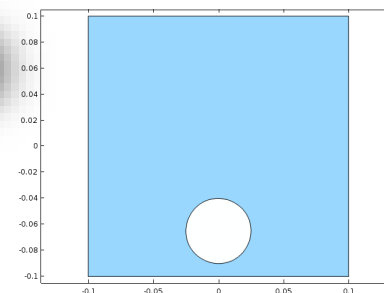
使用双欧拉模型模拟流化床的启动过程

- ▾ 流体流动
 - 单相流
 - 薄膜流动
 - ▾ 多相流
 - ▾ 气泡流
 - 气泡流，层流 (bf)
 - 气泡流，湍流
 - ▾ 混合物模型
 - 混合物模型，层流 (mm)
 - 混合物模型，湍流
 - ▾ Euler-Euler 模型
 - Euler-Euler 模型，层流 (ee)
 - Euler-Euler 模型，湍流 (ee)
 - ▾ 旋转机械，多相流
 - 混合物模型，层流
 - 湍流
 - 两相流，水平集
 - 两相流，相场
 - 两相流，动网格
 - ▾ 三相流，相场
 - 层流三相流，相场
 - 相传递 (phtr)

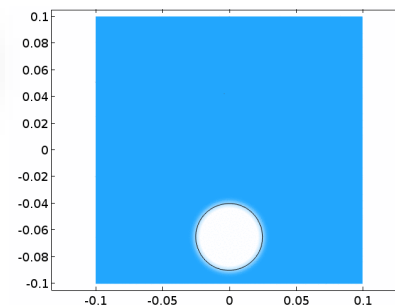
多相流，分离型

- 使用水平集法、相场法或移动网格方法精确追踪相界面的位置变化
- 准确模拟表面张力的影响
- 包含表面张力系数的数据库
- 水平集和相场法可以模拟拓扑变化而移动网格不可以
- 移动网格可以更精确的模拟相界面，而在相界面上添加外力和边界条件会更简单

移动网格



相场



水平集方程

- 水平集方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot \left(\epsilon \nabla \phi - \phi(1-\phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right)$$

用于描述相界面的移动

数值稳定性需要

ϕ : 水平集变量

ϵ : 界面厚度控制参数

γ : 水平集函数重新初始化或稳定性的参数

太小可能会使相界面厚度不再保持恒定，也可能会由于数值不稳定性引起 ϕ 的振荡；太大会导致相界面的移动不正确。

- 流体属性的控制：

$$\rho = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)\phi$$

ϕ : 取值 0 – 1

$$\mu = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)\phi$$

$\phi < 0.5$ 为流体1; $\phi > 0.5$ 为流体2

所以等值面图常取 $\phi=0.5$

- 参数设置：

- 重新初始化参数 γ (m/s): 比较合理的是采用流体流动的最大速度
- 界面厚度控制参数 ϵ : 大多数情况下使用默认的 $h_{\max}/2$ 为最佳选择

相场方程

- 相场方法：具有物理意义，可以扩展到多相流
- 相场方程(4阶PDE → 2个2阶PDE)：

$$\text{Cahn-Hilliard扩散方程: } \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot \frac{\gamma \lambda}{\varepsilon^2} \nabla \psi$$

ϕ : 相场变量, 取值 -1 -- 1

λ : 混合能密度

ε : 毛细宽度, 评价相界面的厚度

表面张力系数:

$$\sigma = \frac{2\sqrt{2}\lambda}{3\varepsilon}$$

γ : 迁移率 足够大从而使界面厚度能够保持恒定; 足够小使得对流项不会被过分抑制

$$\gamma = \chi \varepsilon^2 \quad \chi: \text{迁移调节参数}$$

ψ : 相场势变量

f_{ext} : 外部自由能(多数情况下为0)

- 流体属性的控制:

$$\psi = -\nabla \cdot \varepsilon^2 \nabla \phi + (\phi^2 - 1)\phi + \left(\frac{\varepsilon^2}{\lambda}\right) \frac{\partial f_{ext}}{\partial \phi}$$

$$V_f = \min(\max([(1 + \phi)/2], 0), 1)$$

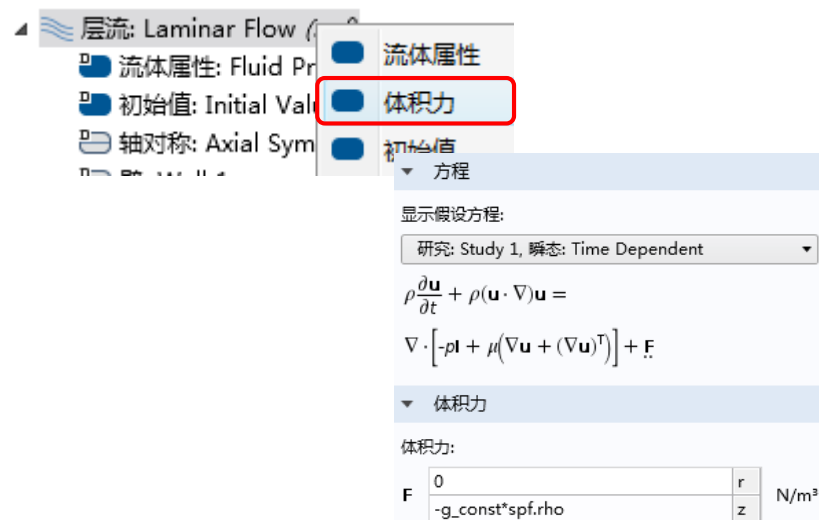
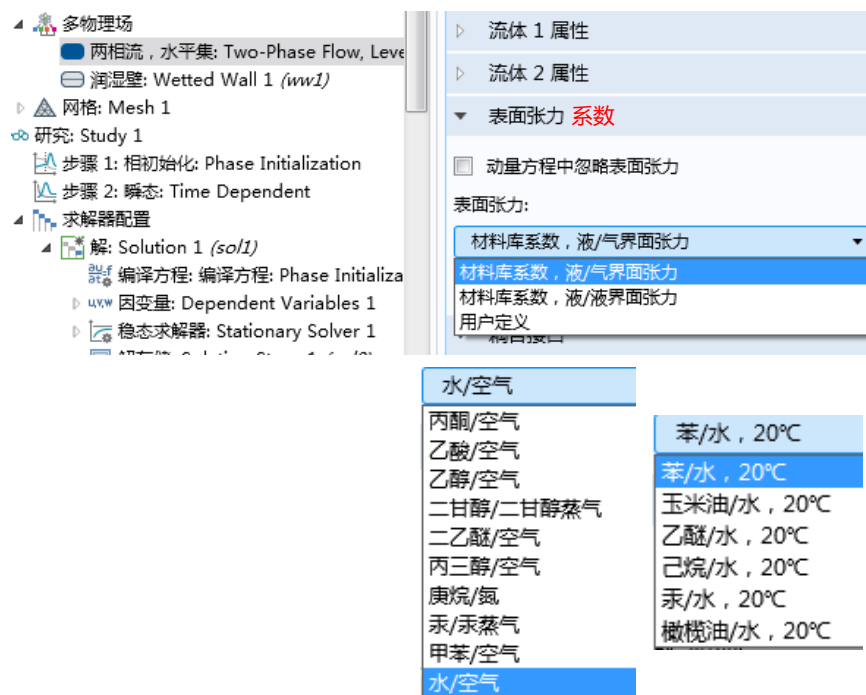
$$\rho = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)V_f \quad \mu = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)V_f$$

- 参数设置:

- 迁移调节参数 χ (m·s/kg): 缺省值与1, 对于大多数模型都是一个很好的起始值
- 界面厚度控制参数 εpf : 大多数情况下使用默认的 $h_{max}/2$ 为最佳选择

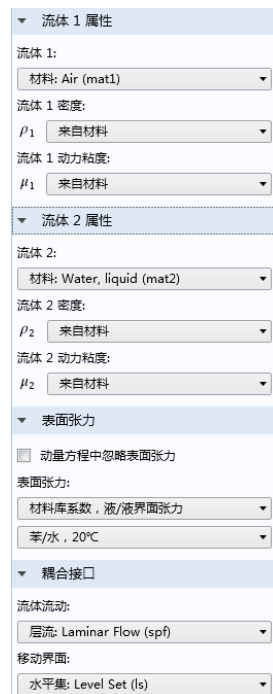
表面张力和体积力

- 自定义表面张力系数 或
- 使用预定义的表面张力系数库：
- 通过体积力节点，可以添加如重力、离心力电磁力等体积力：



两相流的设置

- 两相流水平集物理场接口:



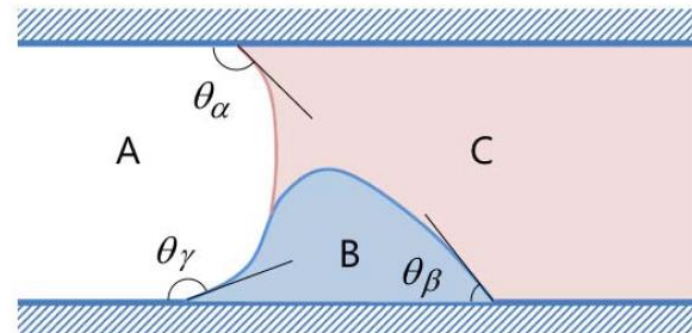
流体属性 1 和 2:

- 确定模型中的两种流体属性
- 相界面是独立的域边界, 也就是说在材料节点中可以不指定域选择
- 通常需要两个初始值节点, 分别指定流体 1 和流体 2 的初始区域
- 需要指定初始界面



润湿壁

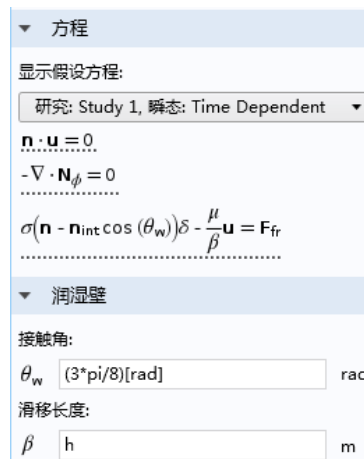
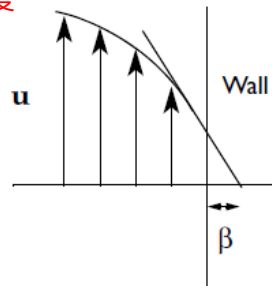
- 用于定义壁面与流体-流体界面的接触情况
- 当使用润湿壁条件之后流体-流体界面才能沿着壁面发生移动;
- 在流体-流体界面的局部为滑移条件, 其余部分使用无滑移壁面边界



θ_α : 相a对相c的接触角 θ_γ : 相a对相b的接触角
 θ_β : 相b对相c的接触角

➤ 水平集方法:

法向速度为0
 定义滑移长度, 计算摩擦力,
 缺省的滑移长度为边界处的网格
 单元长度



➤ 相场方法:

边界处, 取决于对流(advection)的相界面运动为0, 使用无滑移边界, 所以

$$\mathbf{u} = 0$$

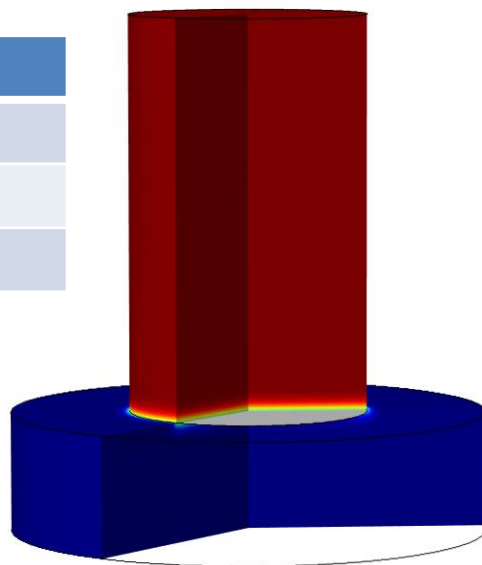
$$\mathbf{n} \cdot \varepsilon^2 \nabla \phi = \varepsilon^2 \cos(\theta_w) |\nabla \phi|$$

$$\mathbf{n} \cdot \frac{\gamma \lambda}{\varepsilon^2} \nabla \psi = 0$$

两相流：水平集和相场

- 在固定的网格上求解问题
- 水平集/相场函数和扩散界面的切换：

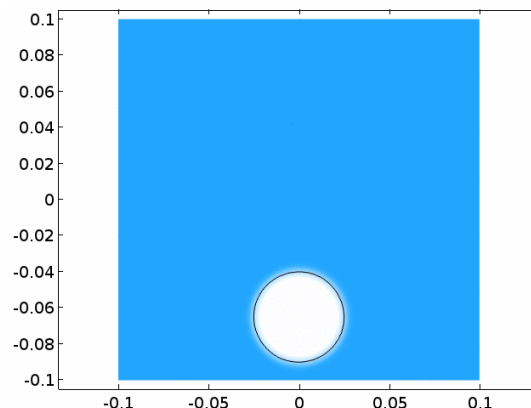
	水平集	相场
相 1	0	-1
界面 (扩散)	0.5	0
相 2	1	1



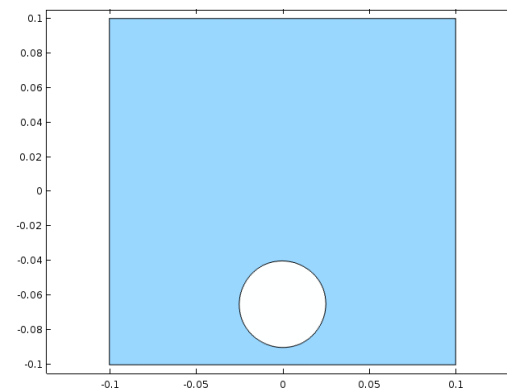
- 水平集
 - 求解除NS方程之外的水平集函数
 - 对表面张力的表征精度高于相场
- 相场
 - 求解除NS方程之外的相场函数
 - 相场方法具有物理意义，通常比水平集的稳定性更高
 - 可以扩展成更多相（难！），与流固耦合兼容

两相流：移动网格

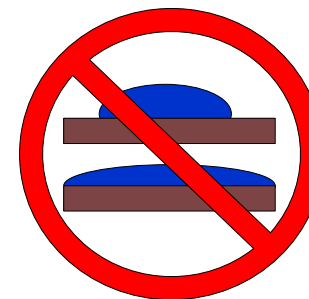
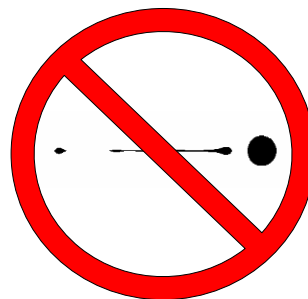
- 使用ALE方法，在移动网格上计算
- 界面很清晰，对应于初始几何中的某个边界
 - 因为物理界面通常远远薄于网格解析度，因此可以得到高精度的界面
 - 清晰的界面意味着可以在界面的两侧分别计算不同的物理场 – 例如，只在边界的一侧添加化学迁移或相变
- 网格必须连续变形，这意味着不能计算涉及拓扑变化的问题



相场

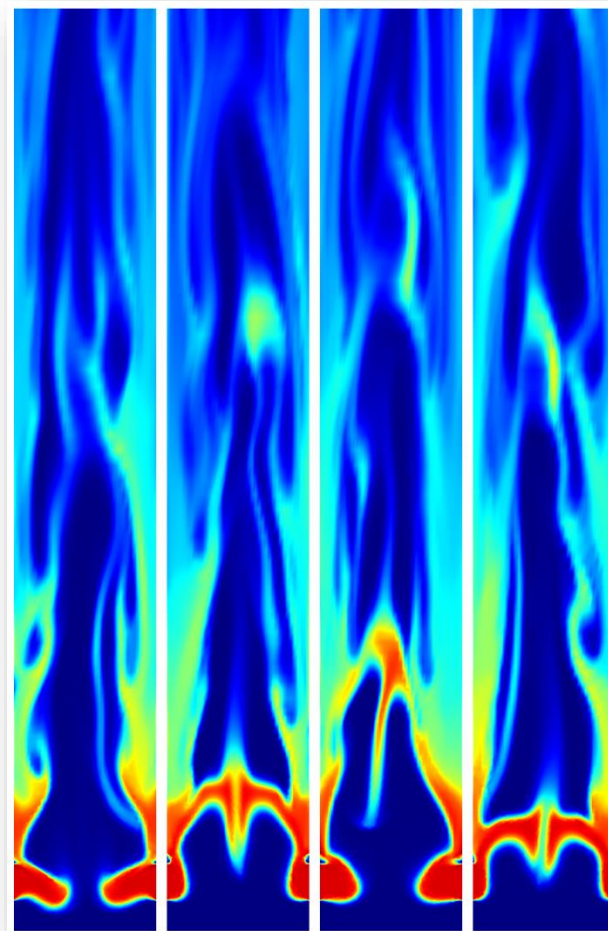


移动网格



分散型两相流

- 界面很复杂，不能从细节上解析
 - 应用：气泡流、浆料、悬浮体系、流化床
 - 建模接口：气泡流、混合物模型、Euler-Euler 模型



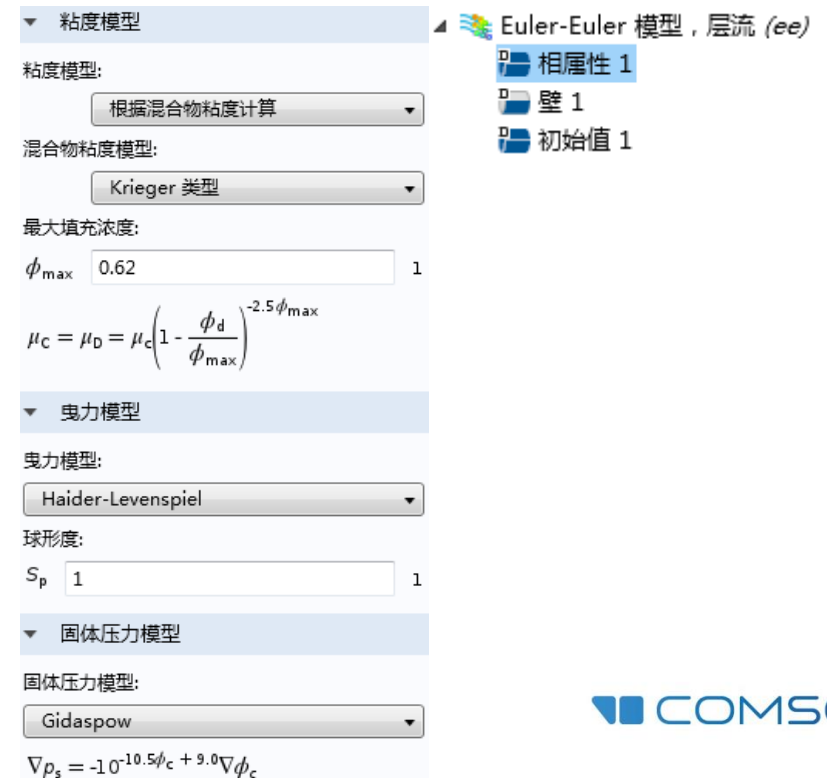
Euler-Euler模型

- 整个体积内平均 Navier-Stokes 方程
 - 远小于整体计算域
 - 远大于分散颗粒/气泡/液滴
- 假设
 - 空间被每个相占据
 - 每个相均为连续相，且相互贯穿
 - 每个相分别满足质量和动量守恒
 - 空间中压力连续
 - 通过压力和相之间的交换系数（复杂！）实现相之间的耦合

Euler-Euler模型

- Euler-Euler 模型：
 - 同时求解两个 Navier-Stokes 方程：
连续相和分散相（颗粒或气泡浓度）
 - 两相之间的作用：显式计算动量传递、压力分布和质量分数
 - 也适用于分散相，例如流化床反应器中的高体积分数
- 固体粘度模型/固体压力模型：
 - 分散相颗粒的选项
 - 预定义或自定义随颗粒相变化的粘度，以及粒子之间的相互碰撞作用

- 曳力模型：
- 设置连续相中计算分散相的阻力



Euler-Euler模型

- 连续性方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_c \phi_c) + \nabla \cdot (\rho_c \phi_c \mathbf{u}_c) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_d \phi_d) + \nabla \cdot (\rho_d \phi_d \mathbf{u}_d) = 0$$

- 动量方程

$$\rho_c \phi_c \left[\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u}_c) + \mathbf{u}_c \nabla \cdot (\mathbf{u}_c) \right] = -\phi_c \nabla p + \nabla \cdot (\phi_c \boldsymbol{\tau}_c) + \phi_c \rho_c \mathbf{g} + \underline{\mathbf{F}_{m,c}} + \phi_c \mathbf{F}_c$$

$$\rho_d \phi_d \left[\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u}_d) + \mathbf{u}_d \nabla \cdot (\mathbf{u}_d) \right] = -\phi_d \nabla p + \nabla \cdot (\phi_d \boldsymbol{\tau}_d) + \phi_d \rho_d \mathbf{g} + \underline{\mathbf{F}_{m,d}} + \phi_d \mathbf{F}_d$$

$$\phi_c = 1 - \phi_d$$

相间动量转移

- 一相通过其他相施加力
- 最重要的力：曳力

$$\mathbf{F}_{\text{drag,c}} = -\mathbf{F}_{\text{drag,d}} = \beta \mathbf{u}_{\text{slip}}$$

β – 曳力系数

β 的内置模型

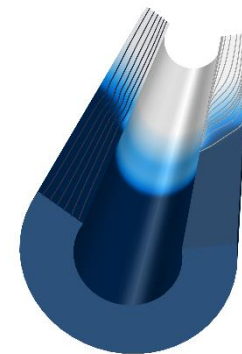
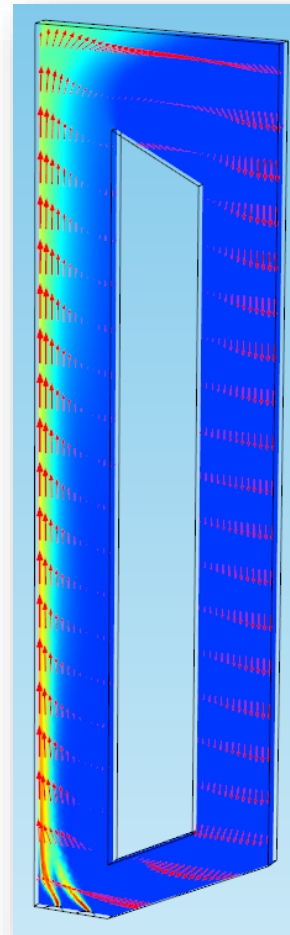
Gidaspow 模型:

密集流

Hadamard-Rybczynski: 稀释流 ($Re_p < 1$)

气泡流模型

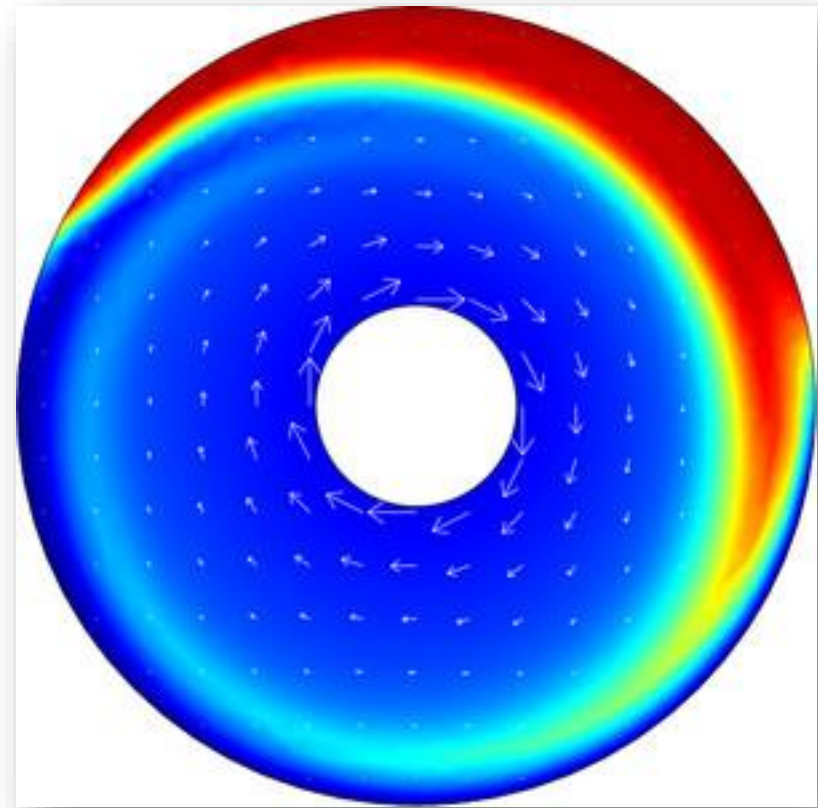
- 模拟液体和气泡
- 简化的 Euler-Euler 模型
 - 与液体密度相比，可以忽略气泡的密度
 - 气泡含量不超过 10%
 - 两相共享相同的压力场
 - 通过理想气体定律求解气体密度
- 求解一个连续性方程、一个动量方程，以及气相体积分数的传递方程



核泡沸腾

混合物模型

- 模拟浸没在液体中的固体颗粒或液滴的混合体系
- 简化的 Euler-Euler 模型
 - 每相的密度近似守恒
 - 两相共享同一个压力场
 - 压力、重力和粘性曳力之间的力平衡来相对确定
- 求解一个连续性方程、一个动量方程，以及悬浮相体积分数的传递方程



混合物模型：更多技巧

- 混合物接口不能使用“伪时间步进”（CFL数表达式）
- 当稳态研究比较难收敛时，人为增加粘度可以提高收敛性
- 在精细地网格上解析高梯度分散相
- 谨慎处理开放边界：如果存在可能回流的气泡/颗粒浓度，必须定义出来