

关系演算概述



集合的表示

- 列举法
 - 自然数 $\{1, 2, 3, \dots\}$
- 描述法
 - 大于3的整数 $\{x \mid x > 3, x \in \mathbb{N}\}$



关系的谓词 (Predicate) 表示

- 关系R是满足一定条件的元组或属性域的集合

$$\{ u \mid \underline{R(u)} \}$$

元组变量
域变量

谓词

$(a_1, a_2, \dots, a_n) \in R \longrightarrow R(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 为真

$(a_1, a_2, \dots, a_n) \notin R \longrightarrow R(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 为假



关系演算(Relational Calculus)

- 用谓词演算来表达关系的操作

$\{ u \mid \underline{R(u)} \}$

关系演算表达式

演算变量

演算公式

- u 是元组时，称为元组关系演算
- u 是域变量时，称为域关系演算



元组关系演算

- 用元组关系演算表达查询

$$\{ \mathbf{t} \mid \varphi(\mathbf{t}) \}$$

- 元组变量 \mathbf{t} —— 查询目标
- $\varphi(\mathbf{t})$ 为结果元组应满足的元组关系演算公式 —— 查询条件
- $\{ \mathbf{t} \mid \varphi(\mathbf{t}) \}$ 表示使 $\varphi(\mathbf{t})$ 为真的元组 \mathbf{t} 的集合 —— 查询结果



元组关系演算公式

原子公式

- $R(t)$ 元组变量 t 是关系 R 中的元组
- $t[i]\theta u[j]$ 元组 t 的第 i 个分量与元组 u 的第 j 个分量满足比较关系 θ
- $t[i]\theta C$ 元组 t 的第 i 个分量与常量 C 满足比较关系 θ

 $t[2] < u[3]$ $t[2] = 3$

θ 比较符: $<, >, \leq, \geq, \neq, =$



元组关系演算公式

归纳定义

- 原子公式是元组关系演算公式。
- 设 $\varphi_1(t_1)$ 和 $\varphi_2(t_2)$ 是元组关系演算公式，则 $\neg \varphi_1(t_1)$ 、 $\varphi_1(t_1) \wedge \varphi_2(t_2)$ 、 $\varphi_1(t_1) \vee \varphi_2(t_2)$ 、 $\varphi_1(t_1) \rightarrow \varphi_2(t_2)$ 也是元组关系演算公式。
- 设 $\varphi(t)$ 是元组关系演算公式，则 $(\exists t)\varphi(t)$ 、 $(\forall t)\varphi(t)$ 也是元组关系演算公式。
- 有限次使用上述规则得到的公式都是元组关系演算公式。

所有 t 都使 φ 为真，则 $(\forall t)\varphi(t)$ 为真，否则为假

只要有 t 使 φ 为真，则 $(\exists t)\varphi(t)$ 为真，否则为假



元组关系演算公式

公式运算符

- 比较运算符: $<, >, \leq, \geq, \neq, =$
- 存在量词 \exists 和全称量词 \forall
- 逻辑运算符: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$

高
↓
低



元组关系演算公式

公式运算符

- 比较运算符: $<, >, \leq, \geq, \neq, =$
- 存在量词 \exists 和全称量词 \forall
- 逻辑运算符: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$

A	B	$A \rightarrow B$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	T	T



元组关系演算公式

公式运算符

- 比较运算符: $<, >, \leq, \geq, \neq, =$
- 存在量词 \exists 和全称量词 \forall
- 逻辑运算符: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$

$$\varphi_1 \wedge \varphi_2 \equiv \neg (\neg \varphi_1 \vee \neg \varphi_2)$$

$$(\forall t)\varphi(t) \equiv \neg (\exists t)(\neg \varphi(t))$$

$$\varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \equiv \neg \varphi_1 \vee \varphi_2$$



元组关系演算公式

● 约束元组变量与自由元组变量

- 一个元组变量前有“**全称量词** \forall ”和“**存在量词** \exists ”，则称该变量为**约束元组变量**，否则称**自由元组变量**。
- 在公式 $(\exists t)\varphi(t)$ 和 $(\forall t)\varphi(t)$ 中， $\varphi(t)$ 是量词的辖域。 t 出现在 $(\forall t)$ 或 $(\exists t)$ 的辖域内， t 为**约束元组变量**，被量词所限定。
- 在查询 $\{t \mid \varphi(t)\}$ 中，**查询目标** t 通常是 $\varphi(t)$ 中不被约束的**自由元组变量**。



小结



关系的谓词表示 $\{u \mid R(u)\}$



元组关系演算表达式 $\{t \mid \varphi(t)\}$



元组关系演算公式中的运算符

- 比较运算符: $<, >, \leq, \geq, \neq, =$
- 存在量词 \exists 和全称量词 \forall
- 逻辑运算符: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$