



# 顺序表的查找

## 学习目标和要求

1. 理解查找的**基本含义**
2. 写出**顺序查找**算法
3. 写出**带监督元的顺序查找**算法
4. 分析比较上述算法的性能



# 查找

❖ 查找(**search**)，给定结点的关键字值（以下简称结点值）**x**，查找值等于**x**的结点的存储地址。

- 按关键字**x**查

查找结果：成功，返回**x**的地址

不成功，返回无效地址

- 按非关键字查

查找结果：可能找出多个符合条件的结点



# 顺序查找

0	1	2	3	...	i	i+1	...	n-2	n-1
75	84	57	80	82	92	90	97	69	87

查找终点

查找起点

顺序查找：从表的一端，向另一端，逐个元素查看

- ❖ 从左至右
- ❖ 从右至左



# 顺序查找

在 $a[0]$ 至 $a[n-1]$ 中，查找值为 $x$ 的结点的程序段

(1) 从左向右查:

```
for(i=0; i<n; i++)
```

```
    if (a[i]==x)
```

```
        return(i);
```

```
return(-1); //表示没找到
```

(2) 从右向左查:

```
for (i=n-1; i>=0; i--)
```

```
    if (a[i]==x)
```

```
        return(i);
```

```
return(-1);
```

$T(n)=O(n)$



# 顺序查找

在 $a[0]$ 至 $a[n-1]$ 中，查找值为 $x$ 的结点的程序段

(1) 从左向右查：

```
for( $i=0$ ;  $i<n$ ;  $i++$ )
```

```
if ( $a[i]==x$ )
```

```
return( $i$ );
```

```
return(-1); // 表示没找到
```

(2) 从右向左查：

```
for ( $i=n-1$ ;  $i\geq 0$ ;  $i--$ )
```

```
if ( $a[i]==x$ )
```

```
return( $i$ );
```

```
return(-1);
```

判断两个条件



# 顺序查找（带监督元）

在查找终点预留一个空白结点（监督元）



监督元在表头 $a[0]$ 处，从右向左查  
监督元在表头 $a[n]$ 处，从左向右查



# 顺序查找（带监督元）

带表头监督元的顺序查找算法：

```
int SQsearch(int a[ ], int x, int n)
{   int i;
  1.   i=n; //查找起点
  2.   a[0]=x; //预置监督元
  3.   while(a[i]!=x)
        i--; //从右向左查
  4.   return i;
}
```



## 顺序查找（带监督元）

- ❖ 只牺牲一个存储结点，便可将查找效率提高近一倍，这在表长 $n$ 较大、查找频繁的情况下，是很“合算”的。这种“以空间换取时间”的做法用得好的话往往能够产生奇效。
- ❖ 需要说明的是，虽然查找速度提高了一倍，但时间复杂性的阶不变，仍是 $O(n)$ ，只是时间复杂性函数的常系数变减小了。





# 二分查找

## 教学目标和要求

1. 准确描述二分查找的思想
2. 写出二分查找的算法
3. 能够根据二分查找算法画出判定树，并分析算法性能



# 实例：猜价格

## 猜价格

### 游戏规则

在规定时间内，根据主持人给出关于商品价格高低的提示，快速猜出商品的准确价格。





# 实例：猜价格

## 猜价格

### 游戏规则

在规定时间内，根据主持人给出关于商品价格高低的提示，快速猜出商品的准确价格。



竞猜次数	竞猜者价格	主持人回答
1	100	低了
2	200	低了
3	300	高了
4	250	低了
5	260	低了
6	270	低了
7	280	
8	290	恭喜你，答对了



# 二分查找法（查找元素21）

8	43	199	12	52	5	70	64	29	81	87	21
---	----	-----	----	----	---	----	----	----	----	----	----

从小到大排序

5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199



# 二分查找法（查找元素21）

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199

1、找中间位置（中值点）

$$\text{mid}=(0+11)/2=5$$



# 二分查找法（查找元素21）

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199

2、与中值点比较

**21 < 43**

缩小查找范围至左边序列



# 二分查找法（查找元素21）

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199

继续找中值点  
 $\text{mid} = (0+4)/2 = 2$



# 二分查找法（查找元素21）

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199

继续与中值点比较

$21 > 12$

缩小查找范围至右边序列





# 二分查找法（查找元素21）

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199

继续找中值点  
 $\text{mid} = (3+4)/2 = 3$



# 二分查找法（查找元素21）

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199

与中值点比较  
 $21=21$   
查找到，结束



# 二分查找思想

## 二分查找核心思想

1、计算中值位置

2、缩小查找区间



# 二分查找思想

left表示起点，right表示终点，mid表示中值点，数组a存放元素，x为带查找元素。

## 1. 计算中值点：

$mid = (left + right) / 2;$

2. 若 $x = a[mid]$ ,查找成功,返回mid,结束;

2.1 若 $x < a[mid]$ ,则往左缩小查找区间,  
重复上述过程;

2.2 若 $x > a[mid]$ ,则往右缩小查找区间  
重复上述过程



# 二分查找思想

1. 计算中值点;
2. 若 $x=a[mid]$ ,查找成功,返回mid,结束;
  - 2.1 若 $x<a[mid]$ ,则往左缩小查找区间,  
重复上述过程;
- 否则
  - 2.2 若 $x>a[mid]$ ,则往右缩小查找区间  
重复上述过程



# 二分查找思想

```
int binary_search(int a[],int x,int left,int right)
{ int mid;
  mid=(left+right)/2;
  if(x==a[mid]) return mid;
  if(x<a[mid])
    return binary_search(a,x, left,mid-1 );
  else
    return binary_search(a,x, mid+1,right );
}
```



# 二分查找法 ( 查找元素83 )

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199
↑ left					↑ mid	↑ left					↑ right

第一步:  $\text{left}=0$ ,  $\text{right}=11$

计算中值点:  $\text{mid}=(0+11)/2=5$

第一次比较结果:  $x > a[5]$  ( $83 > 43$ )

置  $\text{left}=\text{mid}+1=6$



# 二分查找法（查找元素83）

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199
						↑ left		↑ mid	↑ left		↑ right

第二步：  $\text{left}=6$ ，  $\text{right}=11$

计算中值点：  $\text{mid}=(6+11)/2=8$

第二次比较结果：  $x > a[8]$  ( $83 > 70$ )

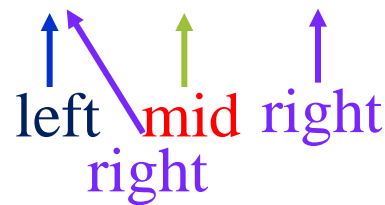
置  $\text{left}=\text{mid}+1=9$





## 二分查找法（查找元素83）

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199



第三步：  $\text{left}=9$ ，  $\text{right}=11$

计算中值点：  $\text{mid}=(9+11)/2=10$

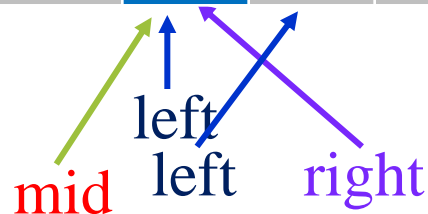
第三次比较结果：  $x < a[10]$  ( $83 < 87$ )

置  $\text{right}=\text{mid}-1=9$



## 二分查找法（查找元素83）

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	8	12	21	29	43	52	64	70	81	87	199



第四步：  $\text{left}=9$ ,  $\text{right}=9$

计算中值点：  $\text{mid}=(9+9)/2=9$

第四次比较结果：  $x > a[9]$  ( $83 > 81$ )

置  $\text{left}=\text{mid}+1=10$

当  $\text{left} > \text{right}$  未查找到



# 二分查找算法

```
int binary_search(int a[],int x,int left,int right)
{ int mid;
  if(left>right) return -1; //查找失败
  mid=(left+right)/2;
  if(x==a[mid]) return mid;//查找到， 返回
  if(x<a[mid])
    return binary_search(a,x,left,mid-1);//左端查找
  return binary_search(a,x,mid+1,right);//右端查找
}
```



# 二分查找算法

```
int binary_search(int a[],int n,int x)
{ int left,right,mid;
  left=0;right=n-1; //确定查找段的起点和终点
  while(left<=right)
  {
    mid=(left+right)/2;
    if(x==a[mid]) return mid; //查找到, 返回
    if(x<a[mid]) right=mid-1; //左端查找
    else left=mid+1; //右端查找
  }
  return -1;
}
```



# 二分查找算法

## 分而治之——分治法

将一个难以直接解决的大问题，分割成一些规模较小的、性质相同的子问题，以便各个击破，分而治之。

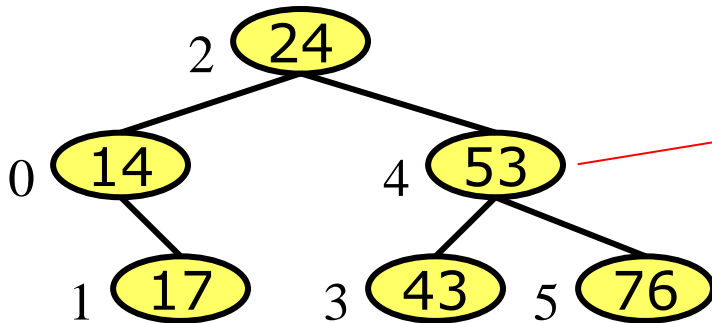
前提：（1）顺序存储  
（2）有序表



# 二分查找法性能分析

有序数组a[6]的查找流程：

	0	1	2	3	4	5
a	14	17	24	43	53	76



判定树

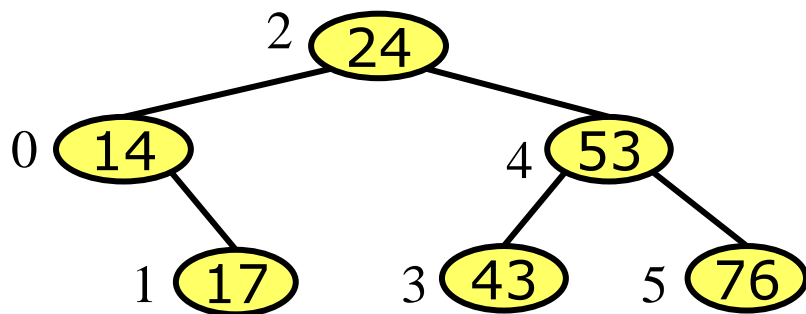
**查找：**对应于判定树的根到某个结点的查找路径。路径长度(结点个数)等于查找长度。



# 二分查找法性能分析

有序数组a[6]的查找流程：

	0	1	2	3	4	5
a	14	17	24	43	53	76



查找成功的平均查找长度

$$=(1+2+2+3+3+3)/6$$

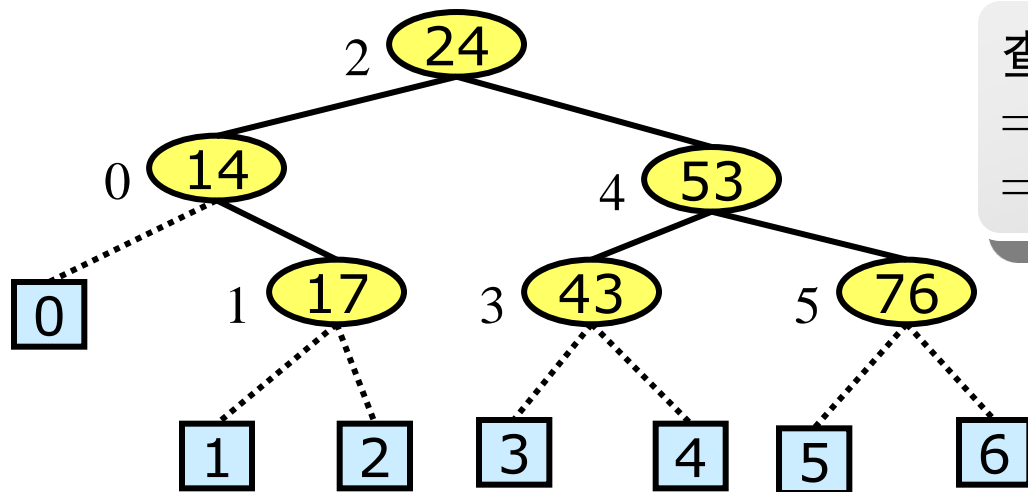
$$=14/6$$

**成功的查找：** 查找路径终止于结点i，查找长度等于结点i的层数。



# 二分查找法性能分析

	0	1	2	3	4	5
a	14	17	24	43	53	76



查找不成功的平均查找长度  
 $= (2+3+3+3+3+3+3)/7$   
 $= 20/7$

**不成功的查找：**查找路径终止于外部结点*i*，查找长度等于外结点*i*之父的层数。





## 二分查找法性能分析

- 设 $T(n)$ 是在长度为 $n$ 的有序表中二分查找元素 $x$ 的查找长度
- 每查找一次，查找范围缩小一半
- $T(n)$ 的递推公式：

$$\begin{cases} T(1)=1 & (n=1) \\ T(n) \leq 1+T(n/2) & (n>1) \end{cases}$$
$$\leq 1 + [\log_2 n] = O(\log_2 n)$$



# 顺序查找与二分查找性能对比

滴水不漏——穷举法

## 顺序查找

无序顺序表  
逐个查找

一次查找  $O(n)$

$n$ 次查找  $O(n^2)$

## 二分查找

有序顺序表  
折半查找

一次查找  $O(\log n)$

排序时间  $O(n \log n)$

$n$ 次查找  $O(n \log n)$

分而治之——分治法



# 小结

