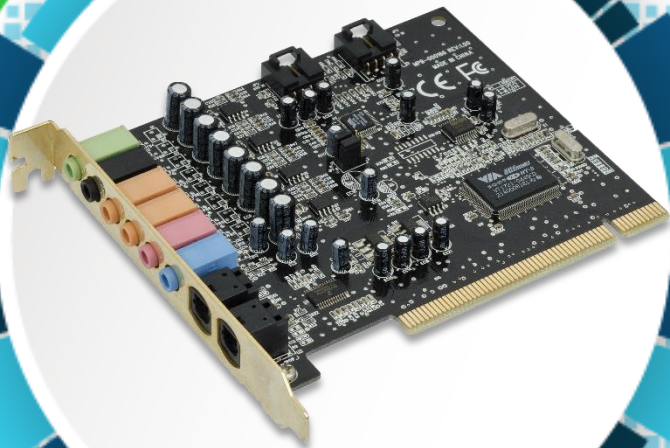


# 计算机组成原理

## 第二章 数据表示

### 2.6 海明校验及其实现



## 1

## 海明校验的基本原理

## • 增加冗余码（校验位）

有效信息(k位)

校验信息(r位)

$$N = k + r \leq 2^r - 1$$

1) 设 $k+r$ 位海明码从左到右依次为第1, 2, 3, ...,  $k+r$ 位,  $r$ 位校验位记为 $P_i$  ( $i=1, 2, \dots, r$ ), 分别位于 $k+r$ 位海明编码的第 $2^{i-1}$  ( $i=1, 2, \dots, r$ )位上, 其余位依次放置被校验的数据位;

2) (7, 4)海明校验码中校验位和被校验信息位的排列如下:

海明码位号  $H_j$ 

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|

P和b的分布:

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $P_1$ | $P_2$ | $b_1$ | $P_3$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ | $P_4$ | $b_5$ | $b_6$ | $b_7$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

3)  $H_j$ 位的数据被编号小于j的若干个海明位号之和等于j的校验位所校验,如:

| Hi | 1        | 2        | 3          | 4        | 5          | 6          | 7            | 8        | 9          | 10         | 11           |
|----|----------|----------|------------|----------|------------|------------|--------------|----------|------------|------------|--------------|
|    | 1<br>/P1 | 2<br>/P2 | 1,2<br>/b1 | 4<br>/P3 | 1,4<br>/b2 | 2,4<br>/b3 | 1,2,4<br>/b4 | 8<br>/P4 | 1,8<br>/b5 | 2,8<br>/b6 | 1,2,8<br>/b7 |

由此可采用偶校验计算出 $P_1 \sim P_4$  四个校验位的值(!)

$$P_1 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4 \oplus b_5 \oplus b_7 \quad P_2 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4 \oplus b_6 \oplus b_7$$

$$P_3 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4 \quad P_4 = b_5 \oplus b_6 \oplus b_7$$

4) 设置指错字 $G_4 G_3 G_2 G_1$

$$G_4 = P_4 \oplus b_5 \oplus b_6 \oplus b_7 \quad G_3 = P_3 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$$

$$G_2 = P_2 \oplus b_1 \oplus b_3 \oplus b_4 \oplus b_6 \oplus b_7 \quad G_1 = P_1 \oplus b_1 \oplus b_2 \oplus b_4 \oplus b_5 \oplus b_7$$

$G_4 G_3 G_2 G_1$  为0则表明无错误, 反之指出出错位的海明码位号。

## 2

## 海明校验编码举例

| Hi | 1        | 2        | 3          | 4        | 5          | 6          | 7            | 8        | 9          | 10         | 11           |
|----|----------|----------|------------|----------|------------|------------|--------------|----------|------------|------------|--------------|
|    | 1<br>/P1 | 2<br>/P2 | 1,2<br>/b1 | 4<br>/P3 | 1,4<br>/b2 | 2,4<br>/b3 | 1,2,4<br>/b4 | 8<br>/P4 | 1,8<br>/b5 | 2,8<br>/b6 | 1,2,8<br>/b7 |

设被传送的信息 $b_1b_2b_3b_4b_5b_6b_7 = 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0$ ，采用偶校验；

$$\text{则：} P1 = b1 \oplus b2 \oplus b4 \oplus b5 \oplus b7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$P2 = b1 \oplus b3 \oplus b4 \oplus b6 \oplus b7 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$P3 = b2 \oplus b3 \oplus b4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$P4 = b5 \oplus b6 \oplus b7 = 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

得到的海明编码为 $H = 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0$

## 3

## 海明校验检错与纠错举例

当传输无错时，即  $H = 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0$

$$\text{则：} G_4 = P_4 \oplus b_5 \oplus b_6 \oplus b_7 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$G_3 = P_3 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus b_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$G_2 = P_2 \oplus b_1 \oplus b_3 \oplus b_4 \oplus b_6 \oplus b_7 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$G_1 = P_1 \oplus b_1 \oplus b_2 \oplus b_4 \oplus b_5 \oplus b_7 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$G_4 G_3 G_2 G_1 = 0\ 0\ 0\ 0, \quad \text{表明无错！}$$

## 3

## 海明校验检错与纠错举例

当传输出错时，即  $H = 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1$

$$\text{则：} G_4 = P_4 \oplus b_5 \oplus b_6 \oplus b_7 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$G_3 = P_3 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus b_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$G_2 = P_2 \oplus b_1 \oplus b_3 \oplus b_4 \oplus b_6 \oplus b_7 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$G_1 = P_1 \oplus b_1 \oplus b_2 \oplus b_4 \oplus b_5 \oplus b_7 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$G_4 G_3 G_2 G_1 = 1\ 0\ 1\ 1, \quad \text{表明} H_{11} \text{位出错！}$$

当只有一位出错时，由于指错字  $G_4 G_3 G_2 G_1$  能定位错误，故可利用指错字配合适当电路和异或门，修正出错位！

## 4

## 海明校验特点分析

以H = 0 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0的无错传输为例

$$G_4 = P_4 \oplus b_5 \oplus b_6 \oplus b_7 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$G_3 = P_3 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus b_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$G_2 = P_2 \oplus b_1 \oplus b_3 \oplus b_4 \oplus b_6 \oplus b_7 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$G_1 = P_1 \oplus b_1 \oplus b_2 \oplus b_4 \oplus b_5 \oplus b_7 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

此时无错，对应的指错字 $G_4G_3G_2G_1 = 0000$

1)指错字 $G_4G_3G_2G_1 = 0000$  不一定无错（利用偶校验的特点去判断）

如 $P_1$ 、 $b_1$ 、 $P_2$ 三位同时出错，则 $G_2$ 和 $G_1$ 依然为0。

## 4

## 海明校验特点分析

以H = 0 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0的无错传输为例

$$G_4 = P_4 \oplus b_5 \oplus b_6 \oplus b_7 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$G_3 = P_3 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus b_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$G_2 = P_2 \oplus b_1 \oplus b_3 \oplus b_4 \oplus b_6 \oplus b_7 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

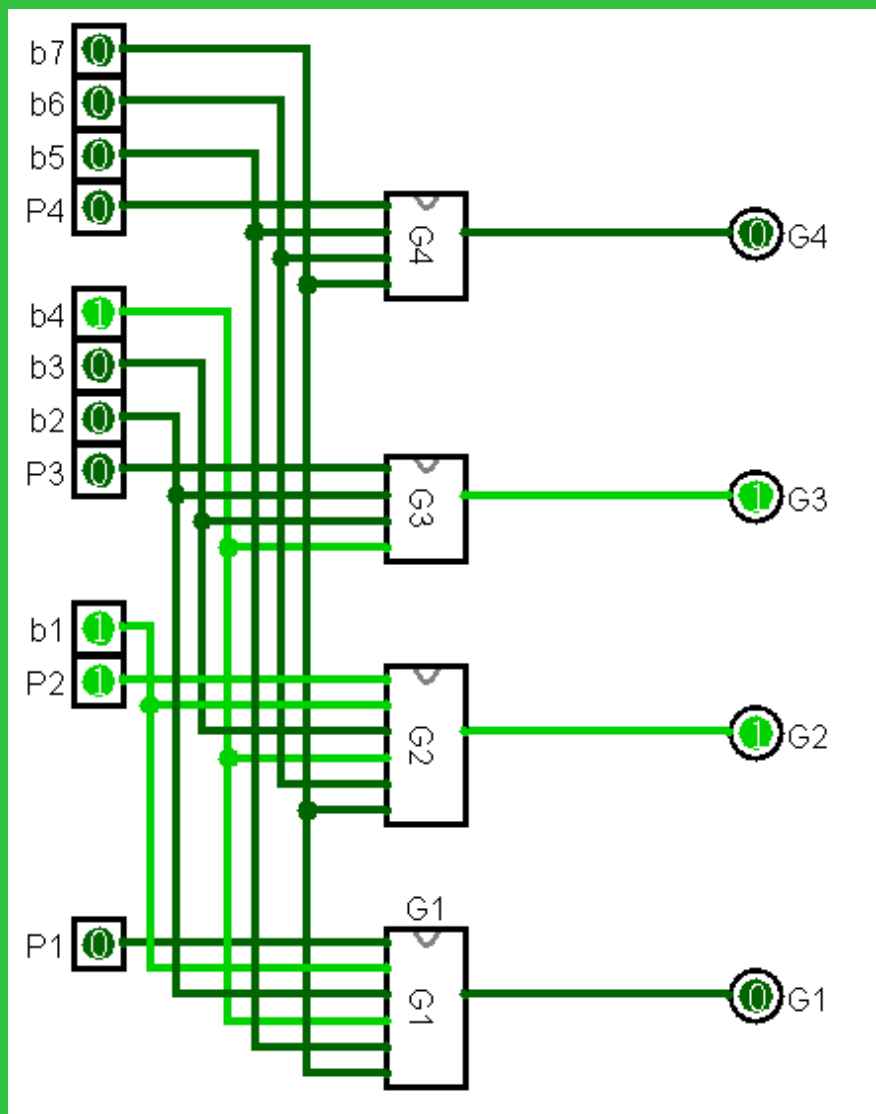
$$G_1 = P_1 \oplus b_1 \oplus b_2 \oplus b_4 \oplus b_5 \oplus b_7 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

2)指错字能区别一位错和两位错吗

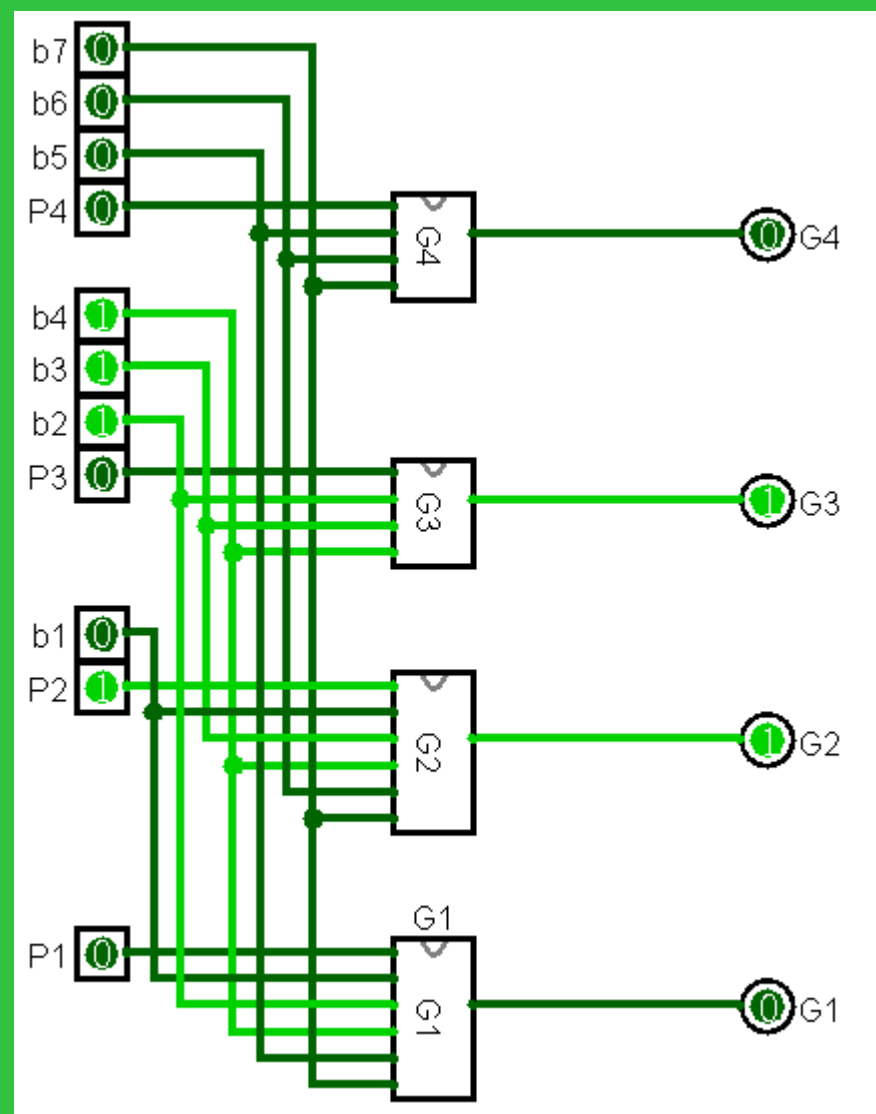
如 $b_1$ 、 $b_2$ 同时出错，与仅 $b_3$ 出错时的指错字均为 $G_4G_3G_2G_1=0110$ 。

因此：不一定能区别一位错与两位错！



以  $H = 01100110000$  为例

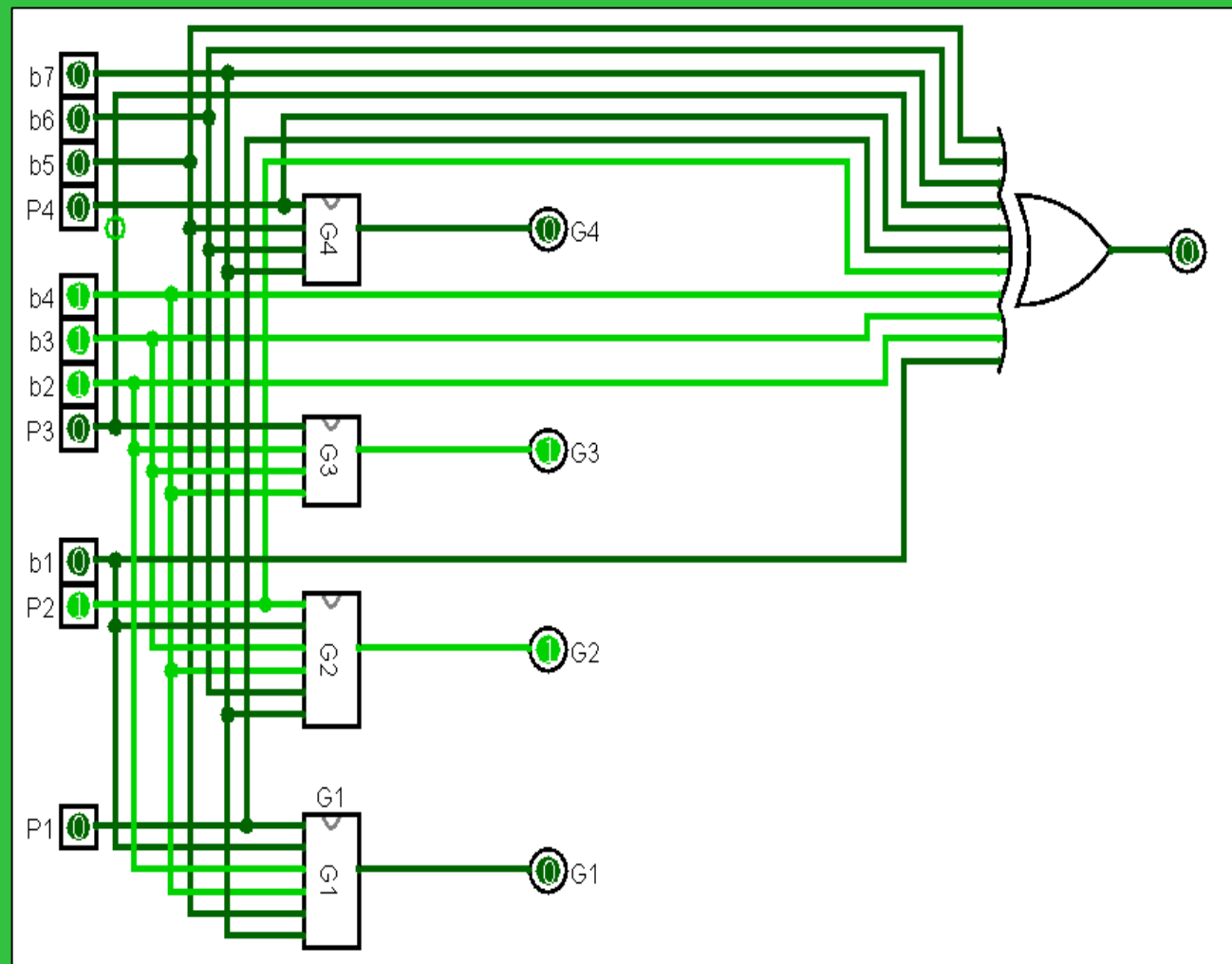
只有b3错



b1、b2 两位错

4

## 海明校验特点分析



b1、b2 两位错

在海明校验的基础上增加一位奇偶校验位

只有b3错

以  $H = 01100110000$  为例