

5.2.1图的基本概念part2

图的基本概念2

完全图：边达到最大的图

- 无向完全图：边数为 $n(n-1)/2$ 的无向图
- 有向完全图：弧数为 $n(n-1)$ 的有向图
- 权：与图的边或弧相关的数
- 网：边或弧上带有权值的图

图的基本概念3

顶点的度 TD (V)

无向图：为依附于顶点V的边数

有向图：等于以顶点V为弧头的弧数（称为V的入度，记为ID (V) ）与以顶点V为弧尾的弧的出度，记为OD (V) ）之和。

即：TD (V) = ID (V) + OD (V)

结论：

- 无向图
$$e = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n TD(v_i) \right)$$
- 有向图
$$e = \sum_{i=1}^n ID(v_i) = \sum_{i=1}^n OD(v_i)$$

无向图的度数为依附于顶点v的边数；有向图的度数等于以顶点v为弧头的弧数与以顶点v为弧尾的弧数之和

图的基本概念4-路径

无向图：顶点 v 到 v' 的**路径**是一个顶点序列 ($v=v_{i0}, v_{i1}, \dots, v_{im}=v'$) 其中, $(v_{ij-1}, v_{ij}) \in E, 1 \leq j \leq m$

有向图：顶点 v 到 v' 的**路径**是有向的顶点序列 ($v=v_{i0}, v_{i1}, \dots, v_{im}=v'$) 其中, $\langle v_{ij-1}, v_{ij} \rangle \in A, 1 \leq j \leq m$

几个概念：

路径长度：路径上边或弧的数目

回路或环：首尾顶点相同的路径，称为回路或环。即：

$$(v=v_{i0}, v_{i1}, \dots, v_{im}=v' =v)$$

简单路径：路径中不含相同顶点的路径

简单回路：除首尾顶点外，路径中不含相同顶点的回路

图的基本概念5-连通

顶点连通：若顶点 v 到顶点 v' 有路径，则称顶点 v 与 v' 是连通的

连通图：包括无向连通图和有向连通图

无向图：若图中任意两个顶点 v_i, v_j 都是连通的，则称该图是
连通图($v_i < > v_j$)

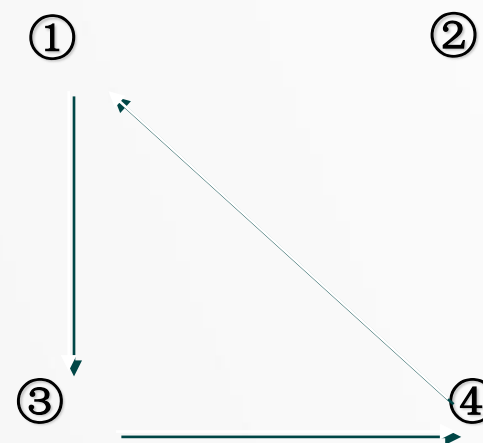
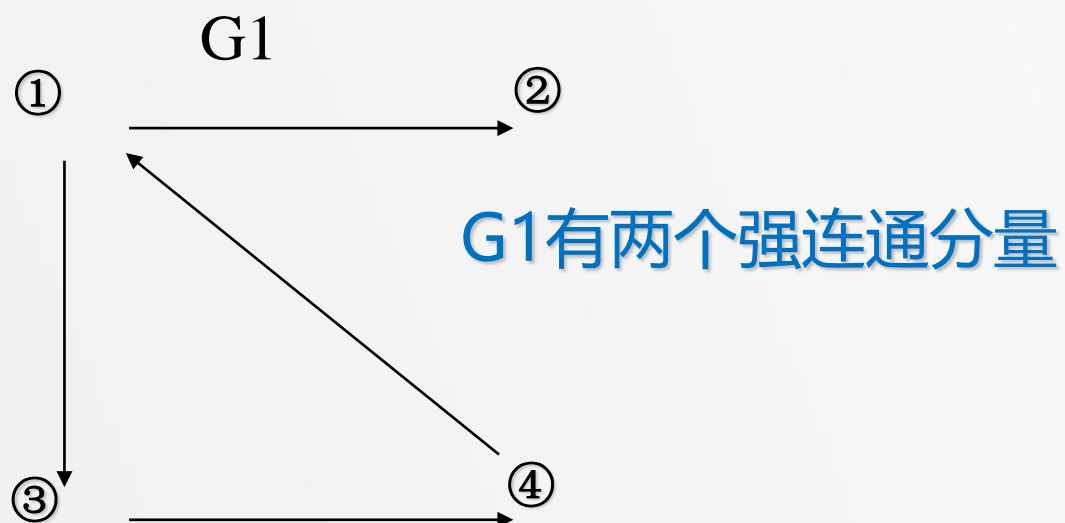
有向图：若图中任意两个顶点 v_i, v_j ，都存在从 v_i 到 v_j 和从 v_j 到
 v_i 的路径，则称该有向图为强连通图($v_i < > v_j$)

连通分量：

无向图：无向图中极大连通子图，称为连通分量

有向图：有向图中极大强连通子图，称为强连通分量

图的基本概念5-连通



图的基本概念6-生成树

定义： 设无向图 G 是含有 n 个顶点的连通图， 则图 G 的生成树是含有 n 个顶点， 且只有 $n-1$ 条边的连通子图

三要素：

- n 个顶点
- $n-1$ 条边
- 连通



图的基本概念7-子图

子图是图的一部分，它本身也是一个图。如果有图 $G=(V, E)$ 和 $G'=(V', E')$ ，且 V' 是 V 的子集， E' 是 E 的子集，则称 G' 是 G 的子图。图4-1实际上是中国铁路交通图的一个子图。

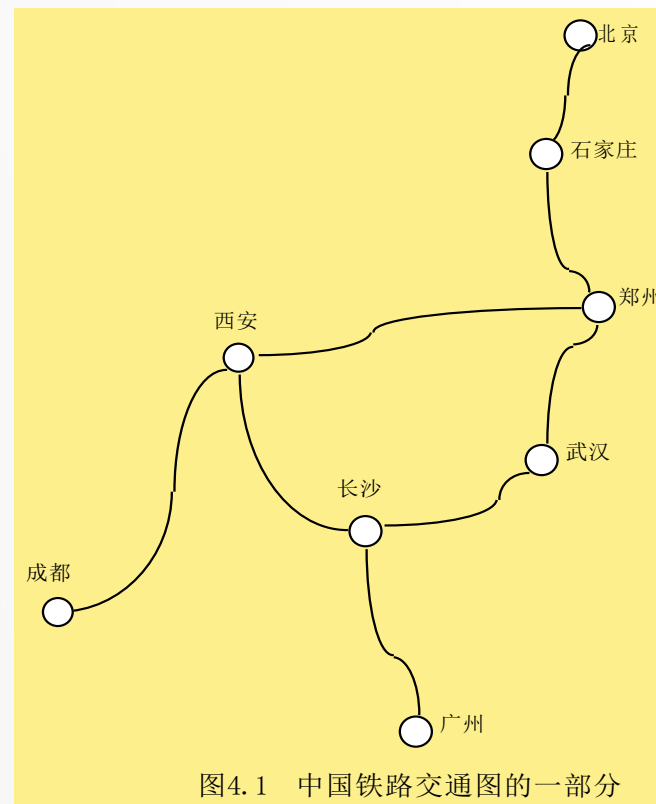


图4.1 中国铁路交通图的一部分

讨论

求下图的连通分支数

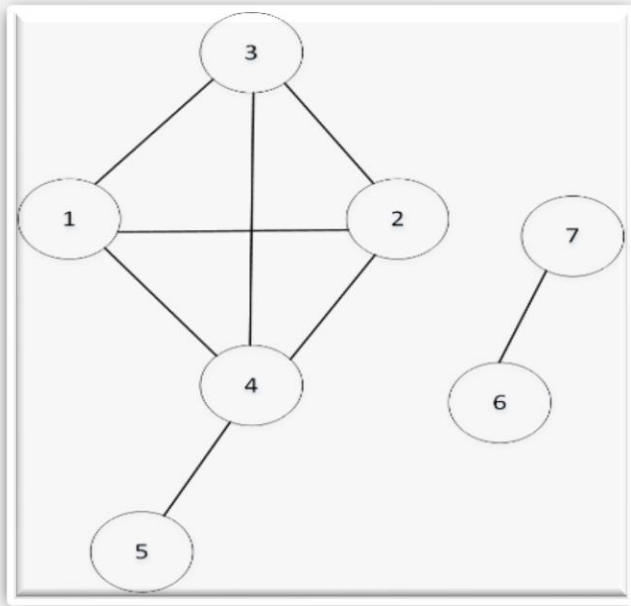


图1

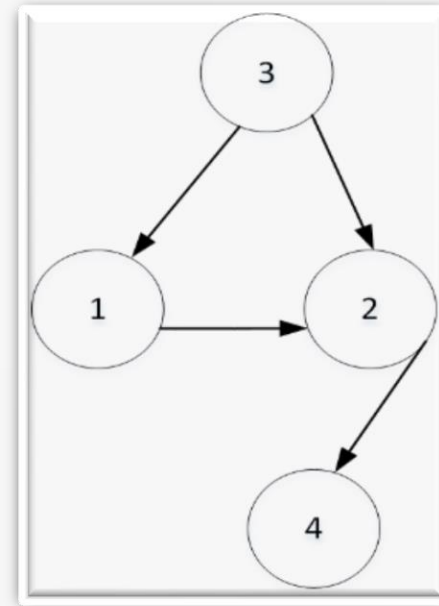


图2