



Prim算法

切分集

Prim算法

设 $G=(V,E)$ 是连通带权图, $V=\{1,2,\dots,n\}$ 。

构造 G 的最小生成树的Prim算法的**基本思想**是：首先置 $S=\{1\}$, 然后, 只要 S 是 V 的真子集, 就作如下的**贪心选择**：选取满足条件 $i \in S, j \in V-S$, 且 $c[i][j]$ 最小的边, 将顶点 j 添加到 S 中。这个过程一直进行到 $S=V$ 时为止。**(切分性质)**

在这个过程中选取到的所有边恰好构成 G 的一棵**最小生成树**。

Prim 's 算法实现

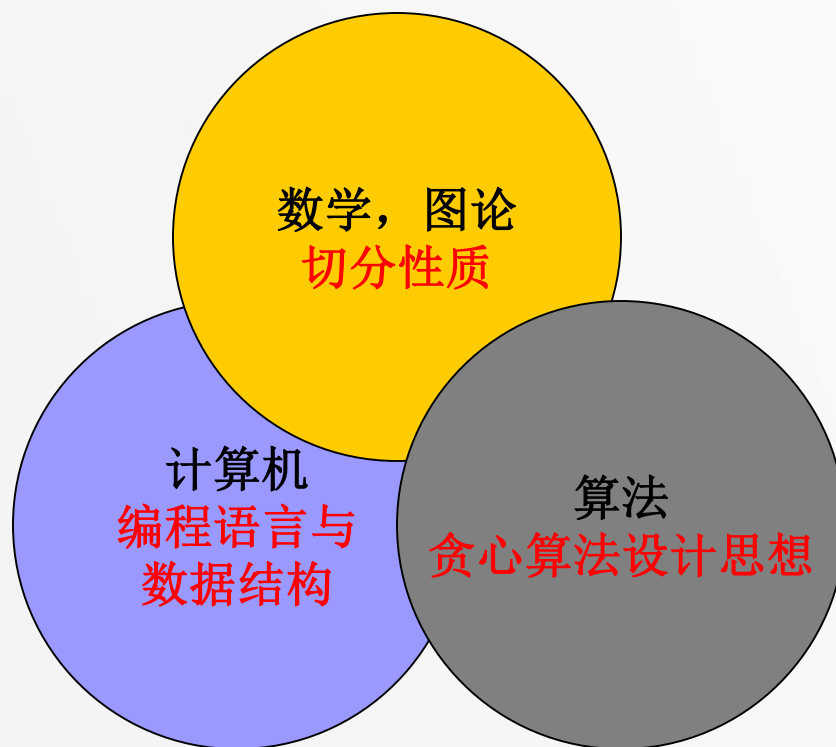
- 维护一个被探索过的点集 S .
- 对每一个未探索点 v , 维护一个代价值 $a[v] = v$ 到 S 中一点的最小权重边的值.
- $O(n^2)$; $O(m \log n)$.

```
Prim(G, c) {  
    foreach ( $v \in V$ )  $a[v] \leftarrow \infty$   
    Initialize an empty priority queue  $Q$   
    foreach ( $v \in V$ ) insert  $v$  onto  $Q$   
    Initialize set of explored nodes  $S \leftarrow \phi$   
  
    while ( $Q$  is not empty) {  
         $u \leftarrow$  delete min element from  $Q$   
         $S \leftarrow S \cup \{u\}$   
        foreach (edge  $e = (u, v)$  incident to  $u$ )  
            if ( $(v \notin S)$  and ( $c_e < a[v]$ ))  
                decrease priority  $a[v]$  to  $c_e$   
    }  
}
```

选择最
小边

更新权
重

发明人的基础条件(算法设计的艺术)



利用最小生成树性质和数学归纳法容易证明，上述算法中的**边集合T始终包含G的某棵最小生成树中的边**。因此，在算法结束时，T中的所有边构成G的一棵最小生成树。

例如，对于右图中的带权图，按**Prim算法**选取边的过程如下页图所示。

