最小函数依赖集

讲授内容

1. 函数依赖集等价
2. 最小函数依赖集

函数依赖集等价

- 假设F、G为一个关系模式上的两个函数依赖集，若$F^+=G^+$，则称F和G是等价的，也可称F和G互相覆盖。

F={AB→C, A→B, B→A}

G={A→C, A→B, B→A}

$F^+ \overset{?}{=} G^+$

函数依赖集等价

- 引理3：

  $F^+ = G^+$的充分必要条件是$F \subseteq G^+$ 且 $G \subseteq F^+$

$F=\{AB \to C, A \to B, B \to A\}$

$G=\{A \to C, A \to B, B \to A\}$

对F中的每一个函数依赖X→Y考察Y是否包含在X_G^+中

对G中的每一个函数依赖X→Y考察Y是否包含在X_F^+中

$F^+ \overset{?}{=} G^+$

$\Downarrow$

$F \subseteq G^+$ 且 $G \subseteq F^+$ ？

函数依赖集等价

- 判断函数依赖集F和G是否等价

$F=\{AB\rightarrow C, A\rightarrow B, B\rightarrow A\}$

$G=\{A\rightarrow C, A\rightarrow B, B\rightarrow A\}$

$F^+ \overset{?}{=} G^+$

解：考察F中的函数依赖AB→C

$(AB)_G^+=ABC$ ， $C\subseteq (AB)_G^+$ ， $AB\rightarrow C\in G^+$ ， $F\subseteq G^+$

考察G中的函数依赖A→C

$A_F^+=ABC$ ， $C\subseteq A_F^+$ ， $A\rightarrow C\in F^+$ ， $G\subseteq F^+$

最小函数依赖集

- 函数依赖集F当且仅当满足下列条件时，称为最小函数依赖集，或极小函数依赖集，或最小覆盖。
  - F中每个函数依赖的右部为单一属性。（右部不能再分解）
  - F中不存在函数依赖X→A，使得F-{ X→A}与F等价。（无冗余的函数依赖）
  - F中不存在函数依赖X→A，且Z⊂X，使得F-{ X→A}∪{ Z→A }与F等价。（左部不可约）

最小函数依赖集

寻找等价的最小函数依赖集的过程：

① 对F中的每个函数依赖$X \to Y$，若$Y= A_1A_2 \ldots A_k (k \geq 2)$，则用$\{ X \to A_j \mid j=1,2,\ldots,k \}$来取代$X \to Y$。

② 对F中的每个函数依赖$X \to A$，令$G=F-\{X \to A\}$，若$A \in X_G^+$，则$X \to A$为G所蕴含，F与$F-\{X \to A\}$等价，则从F中去掉此冗余的函数依赖$X \to A$。

③ 对F中的每个函数依赖$X \to A$，设$X=B_1B_2 \ldots B_k$，对每个B_i（$i=1,2,\ldots,k$），令$Z= X-B_i$，若$A \in Z_F^+$，说明$Z \to A$为F所蕴含，函数依赖$X \to A$是左部可约的，则以$X-B_i$取代X，$F-\{X \to A\} \cup \{(X-B_i) \to A\}$ 与 F 等价。

最小函数依赖集

- 定理1：

  每一个函数依赖集F都等价于一个最小函数依赖集F_m

例题分析

- 设$F=\{A \rightarrow BC, B \rightarrow AC, C \rightarrow A\}$，求$F_m$

解：（1）函数依赖右边属性单一化

$F=\{A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow A, B \rightarrow C, C \rightarrow A\}$

（2）去掉冗余的函数依赖

判断$A \rightarrow B$是否冗余：

$G1=\{A \rightarrow C, B \rightarrow A, B \rightarrow C, C \rightarrow A\}$

$A_{G1}^{+}=AC$， B不属于A_{G1}^{+}，$A \rightarrow B$不冗余，F不变；

判断$A \rightarrow C$是否冗余：

$G2=\{A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow C, C \rightarrow A\}$

$A_{G2}^{+}=ABC$，$C \in A_{G2}^{+}$，$A \rightarrow C$冗余，去掉

$F=\{A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow C, C \rightarrow A\}$；

例题分析

- 设F={A→BC, B→AC, C→A}，求F_m

（2）去掉冗余的函数依赖

F={A→B, B→A, B→C, C→A}

判断B→A是否冗余：

G3= {A→B, B→C, C→A}

B_{G3}^+ = ABC， A∈B_{G3}^+， B→A冗余，去掉

F={A→B, B→C, C→A};

判断B→C是否冗余：

G4= {A→B, C→A}

B_{G4}^+ = B，C不属于B_{G4}^+， B→C不冗余，F不变;

例题分析

- 设F={A→BC, B→AC, C→A}，求F_m

（2）去掉冗余的函数依赖

F={A→B, B→C, C→A};

判断C→A是否冗余：

G5= {A→B, B→C}

$C_{G5}^+ = C$，A不属于C_{G5}^+，C→A不冗余， F不变

F={A→B, B→C, C→A};

（3）各函数依赖的决定因素均为单属性，不可约，F不变。

Fm = {A→B, B→C, C→A}

例题分析

- 设F={AB→C, A→B, B→A}，求F_m

解：（1）函数依赖右边属性单一化

所有的函数依赖右部均为单一属性，F不变。

（2）去掉冗余的函数依赖

判断AB→C是否冗余：

G1= {A→B, B→A},

$(AB)_{G1}^{+}$ = AB， C不属于$(AB)_{G1}^{+}$， AB→C不冗余；

判断A→B是否冗余：

G2= {AB→C, B→A}，A_{G2}^{+} = A， B不属于A_{G2}^{+}， A→B不冗余；

判断B→A是否冗余：

G3= {AB→C, A→B}，B_{G3}^{+} = B， A不属于B_{G3}^{+}， B→A不冗余；

F不变。

例题分析

- 设$F=\{AB\rightarrow C, A\rightarrow B, B\rightarrow A\}$，求$F_m$

（3）去掉各函数依赖左部冗余的属性

只需处理$AB\rightarrow C$

方法1：

在决定因素中去掉B，若$A\rightarrow C$被F所逻辑蕴含，则以$A\rightarrow C$代替$AB\rightarrow C$。

$\because A_F^+ = ABC$，$C \in A_F^+$，$A\rightarrow C \in F^+$

$\therefore Fm = \{A\rightarrow C, A\rightarrow B, B\rightarrow A\}$

方法2：

在决定因素中去掉A，若$B\rightarrow C$被F所逻辑蕴含，则以$B\rightarrow C$代替$AB\rightarrow C$。

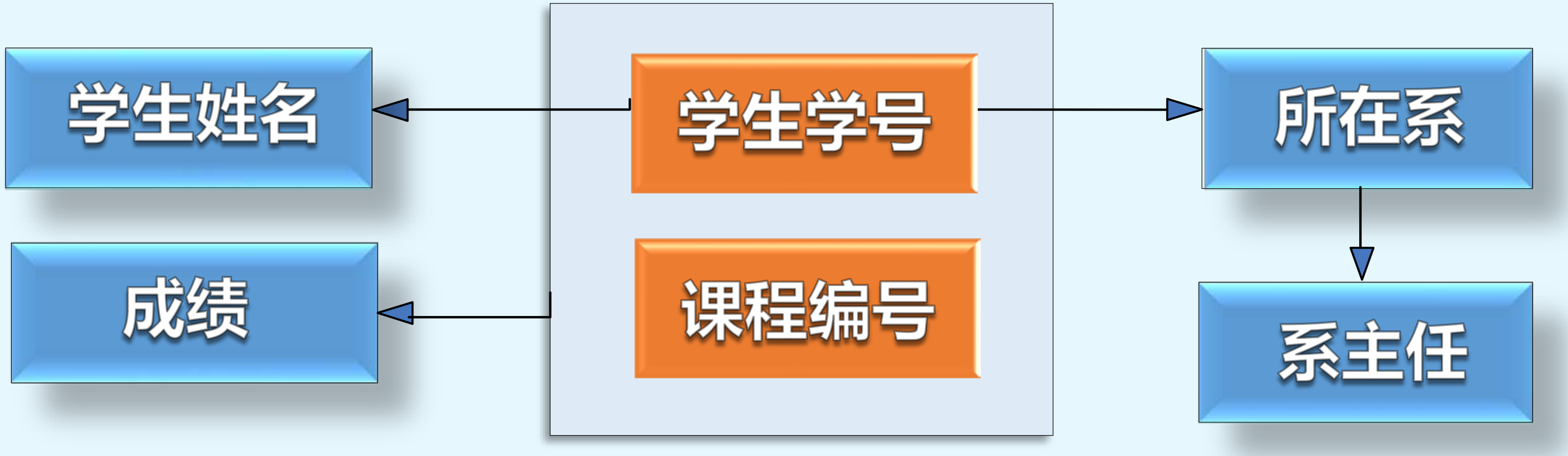
$\because B_F^+ = ABC$，$C \in B_F^+$，$B\rightarrow C \in F^+$

$\therefore Fm = \{B\rightarrow C, A\rightarrow B, B\rightarrow A\}$

最小函数依赖集不是唯一的

教学案例模式

R（学生学号，课程编号，学生姓名，所在系，系主任，成绩）



F = {（学生学号，课程编号）→成绩，

学生学号→学生姓名，

学生学号→所在系，

所在系→系主任 }

小 结

- 函数依赖集表达关系的属性与属性之间的约束关系。
- 寻找最小函数依赖集F_m具有实践上的重要性，也是进行模式分解的基础。