递归式复杂度计算 | 主方法

III. 主方法

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

其中a≥1和b>1是常数,f(n)是一个渐进正的函数，其中n/b指$\lfloor n/b \rfloor$或$\lceil n/b \rceil$，那么T(n)可能有如下的渐进界

(1) 对于某常数$\varepsilon > 0$,有$f(n) = O(n^{\log_b a-\varepsilon})$,则$T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$

(2) 若$f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$,则$T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \lg n)$

(3) 若对某常数$\varepsilon > 0$,有$f(n) = \Omega(n^{\log_b a+\varepsilon})$,且对常数$c < 1$与所有足够大的$n$,有$af(n/b) \le cf(n)$,则$T(n) = \Theta(f(n))$

例 1

求解：$T(n)=9T(n/3)+n$

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

例 1

T(n)=9T(n/3)+n

对于这个递归式, a=9, b=3, f(n)=n.

$$n^{\log_b a} = n^{\log_3 9} = \Theta(n^2), \quad f(n) = O(n^{\log_3 9-\varepsilon}), \quad \varepsilon = 1.$$

应用第1条准则 T(n)=Θ(n²)

例 2

求解：$T(n)=T(2n/3)+1$

电子科技大学

例 2

求解：T(n)=T(2n/3)+1

分析： a=1, b=3/2, f(n)=1.

准则2： T(n)= Θ(lgn).

$$n^{\log_b a} = n^{\log_{3/2} 1} = n^0 = 1, \quad f(n) = \Theta(n^{\log_b a}) = \Theta(1)$$

讨论

$$T(n)=2T(n/2)+n\lg n$$

能不能用主方法求解？为什么？