

# 计算机组成原理

## 第二章 数据表示

### 2.5 CRC校验及其实现

## 1

## CRC校验的基本原理

## •增加冗余码（校验位）

有效信息(k位)

校验信息(r位)

$$N = k + r \leq 2^r - 1$$

## •生成多项式G(x)

收发双方约定的一个(r + 1)位二进制数，发送方利用G(x)对信息多项式做模2除运算,生成校验码。接收方利用G(x)对收到的编码多项式做模2除运算检测差错及错误定位。

## •G(x)应满足的条件

- A、最高位和最低位必须为1；
- B、当被传送信息（CRC码）任何一位发生错误时，被生成多项式做除后应该使余数不为0；
- C、不同位发生错误时，模2除运算后余数不同；
- D、对不为0余数继续进行模2除运算应使余数循环。

1 CRC校验的基本原理

• 常见生成多项式G(x)

N	K	码距d	G(x)多项式	G(x)
7	4	3	$x^3+x+1$	1011
7	4	3	$x^3+x^2+1$	1101
7	3	4	$x^4+x^3+x^2+1$	11101
7	3	4	$x^4+x^2+x+1$	10111
15	11	3	$x^4+x+1$	10011
15	7	5	$x^8+x^7+x^6+x^4+1$	111010001
31	26	3	$x^5+x^2+1$	100101
31	21	5	$x^{10}+x^9+x^8+x^6+x^5+x^3+1$	11101101001
63	57	3	$x^6+x+1$	1000011
63	51	5	$x^{12}+x^{10}+x^5+x^4+x^2+1$	1010000110101

## 2

## 模2除运算

## •模2运算规则

a)加/减运算 (异或运算，加不进位，减不借位)

$$0 \pm 0 = 0, 0 \pm 1 = 1, 1 \pm 0 = 1, 1 \pm 1 = 0$$

b)模2除法

按模2减，求部分余数，不借位。

## 2

## 模2除运算

c)上商原则

- ①部分余数首位为1时，商为1，减除数；
- ②部分余数首位为0时，商为0，减0；
- ③当部分余数的位数小于除数的位数时，该余数即为最后余数。

$$\begin{array}{r} 101 \overline{) 10010} \\ \underline{101} \phantom{0} \\ 011 \\ \underline{000} \\ 110 \\ \underline{101} \\ 11 \end{array}$$

商

首位为1

模2减，商1

首位为0

减0，商0

首位为1

模2减，商1

余数位数少于除数，为最后余数

## 3

## CRC 编码方法

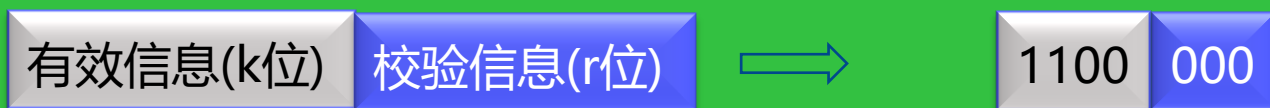
(1)根据待校验信息的长度 $k$ ，按照  $k+r \leq 2^r - 1$  确定校验位 $r$ 的位数

如对4位信息 **1100** 进行CRC编码，根据  $4+r \leq 2^r - 1$

得  $r_{\min} = 3$

(2)根据 $r$  和生成多项式的选择原则，选择位数为  $r + 1$  的生成多项式  $G(X) = 1011$

(3)进行下列变化



即：将待校验的二进制信息 $Q(X)$ 逻辑左移  $r$  位,得到 $Q(X)'$

# CRC编码

Diagram illustrating the long division of the binary number 1110 (divisor) into 1110000 (dividend). The quotient is 1100 and the remainder is 010.

The steps shown are:

- Divisor: 1110
- Dividend: 1110000
- Step 1: 1110 divides 1110, quotient 1, remainder 0.
- Step 2: 1110 divides 1100, quotient 1, remainder 10.
- Step 3: 1110 divides 1000, quotient 0, remainder 100.
- Step 4: 1110 divides 1000, quotient 0, remainder 100.
- Step 5: 1110 divides 1000, quotient 1, remainder 010.

1100 000  $\Rightarrow$  1100 010 即为1100 的CRC 编码

## 4

## CRC的检错与纠错

接收方利用 $G(x)$ 对收到的编码多项式做模2除运算

$$\begin{array}{r} \phantom{1011} 1110 \\ 1011 \overline{) 1100010} \\ \underline{1011} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 1110 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \underline{1011} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 1011 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ \underline{1011} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\ 000 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \end{array}$$

余数为0说明传输没有错误



# CRC的检错与纠错

$$\begin{array}{r}
 1111 \\
 1011 \overline{) 1101010} \\
 \underline{1011} \phantom{0} \\
 1100 \\
 \underline{1011} \\
 1111 \\
 \underline{1011} \\
 1000 \\
 \underline{1011} \\
 011
 \end{array}$$

余数不为0说明传输有错

4 CRC的检错与纠错

• ( 7,4 ) 编码不同数位出错对应的余数

$A_1 \sim A_7$	余数	出错位
1100010	000	无
1100011	001	7
1100000	010	6
1100110	100	5
1101010	011	4
1110010	110	3
1000010	111	2
0100010	101	1

$G(X) = 1011$

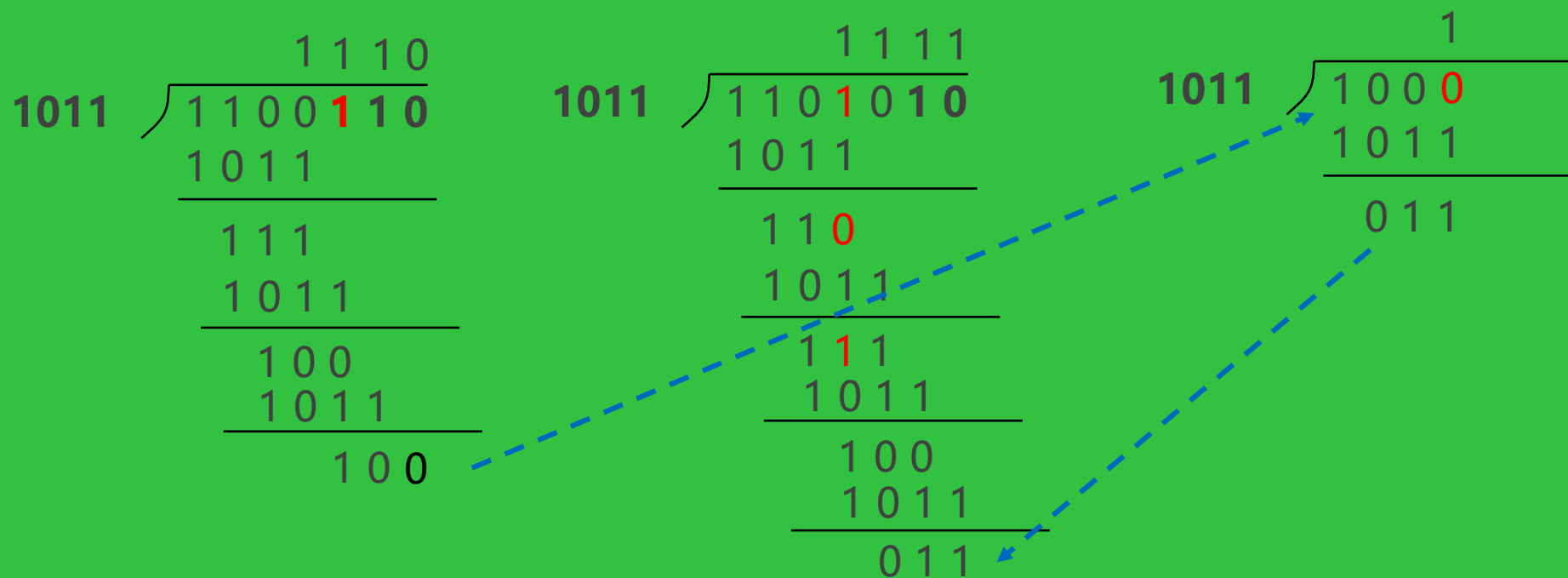
$A_1 \sim A_7$	余数	出错位
1100101	000	无
1100100	001	7
1100111	010	6
1100001	100	5
1101101	101	4
1110101	111	3
1000101	011	2
0100101	110	1

$G(X) = 1101$

## 4

## CRC的检错与纠错

- 一位出错情况下余数的循环特性



## 4

## CRC的检错与纠错

- 利用出错情况下余数的循环特性进行纠错

$A_1 \sim A_7$	余数	出错位
1100010	000	无
1100011	001	7
1100000	010	6
1100110	100	5
1101010	011	4
1110010	110	3
1000010	111	2
0100010	101	1

若余数不为0，一边对余数补0继续做模2除，同时让被检测的校验码循环左移，当余数为101时，出错位也移到A1位置。通过异运算纠正后继续循环左移和执行余数模2除法，直到修改后的出错位回原位。不需对每一位提供纠正电路。

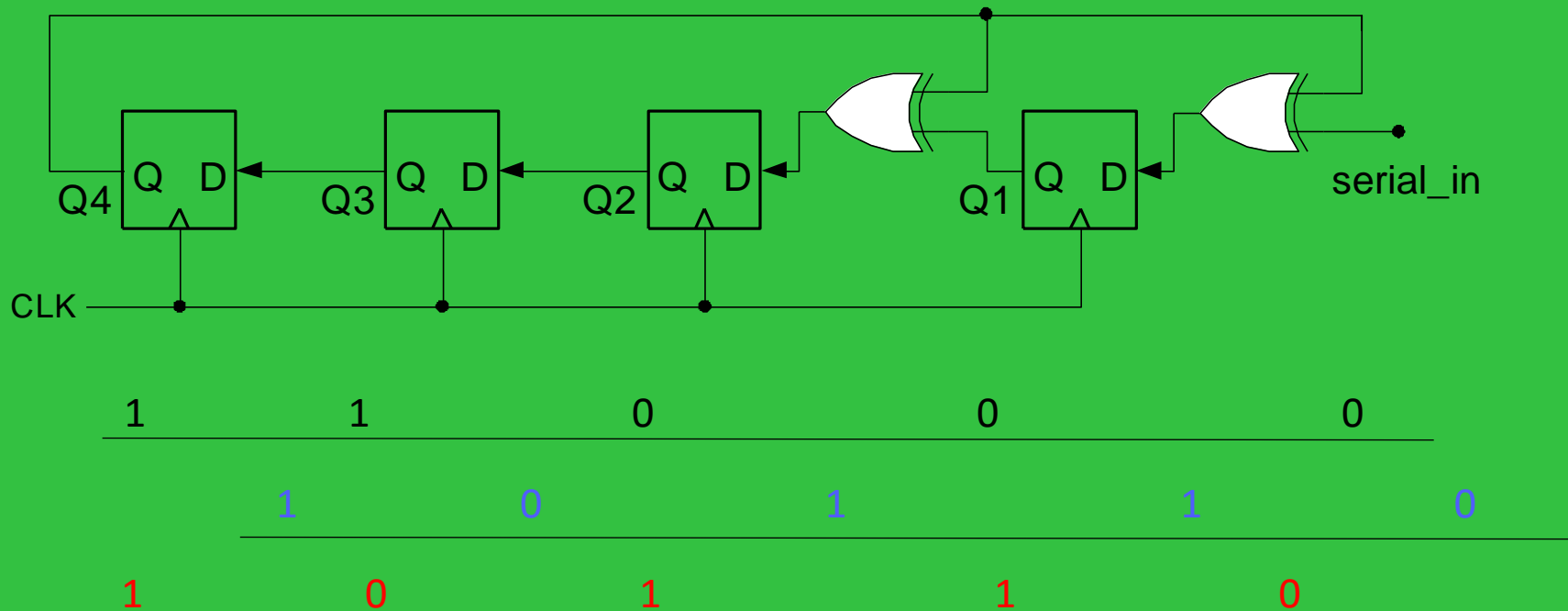
当位数增多时，循环码校验能有效地降低硬件代价，这是它得以广泛应用的主要原因。

# CRC 编码的实现

## ●硬件实现方式

$$\begin{array}{r}
 1101 \\
 10011 \overline{) 11000000} \\
 \underline{10011} \phantom{0000} \\
 10110 \phantom{000} \\
 \underline{10011} \phantom{00} \\
 10100 \phantom{0} \\
 \underline{10011} \\
 0111
 \end{array}$$

N	K	码距d	G(x)多项式	G(x)
7	4	3	$x^3+x+1$	1011
7	4	3	$x^3+x^2+1$	1101
7	3	4	$x^4+x^3+x^2+1$	11101
7	3	4	$x^4+x^2+x+1$	10111
15	11	3	$x^4+x+1$	10011
15	7	5	$x^8+x^7+x^6+x^4+1$	111010001
31	26	3	$x^5+x^2+1$	100101
31	21	5	$x^{10}+x^9+x^8+x^6+x^5+x^3+1$	11101101001
63	57	3	$x^6+x+1$	1000011
63	51	5	$x^{12}+x^{10}+x^5+x^4+x^2+1$	1010000110101



## 5

## CRC 的应用

## •软件实现方式

```
/******该文件使用查表法计算CCITT 标准的CRC-16检验码，并附测试代码******/
#include
#define CRC_INIT 0xffff //CCITT初始CRC为全1
#define GOOD_CRC 0xf0b8 //校验时计算出的固定结果值
/****下表是常用ccitt 16,生成式1021反转成8408后的查询表格****/
unsigned short crc16_ccitt_table[256] =
{
    0x0000, 0x1189, 0x2312, 0x329b, 0x4624, 0x57ad, 0x6536, 0x74bf, 0x8c48, 0x9dc1, 0xaf5a, 0xbcd3, 0xca6c, 0xdb5, 0xe97e, 0xf8f7, 0x1081, 0x0108, 0x3393,
    0x221a, 0x56a5, 0x472c, 0x75b7, 0x643e, 0x9cc9, 0x8d40, 0xbfdb, 0xae52, 0xdaed, 0xcb64, 0xf9ff, 0xe876, 0x2102, 0x308b, 0x0210, 0x1399, 0x6726, 0x76af, 0x4434,
    0x55bd, 0xad4a, 0xbcc3, 0x8e58, 0x9fd1, 0xeb6e, 0xfae7, 0xc87c, 0xd9f5, 0x3183, 0x200a, 0x1291, 0x0318, 0x77a7, 0x662e, 0x54b5, 0x453c, 0xbdc3, 0xac42, 0x9ed9,
    0x8f50, 0xfbef, 0xea66, 0xd8fd, 0xc974, 0x4204, 0x538d, 0x6116, 0x709f, 0x0420, 0x15a9, 0x2732, 0x36bb, 0xce4c, 0xdfc5, 0xed5e, 0xfcd7, 0x8868, 0x99e1, 0xab7a,
    0xbaf3, 0x5285, 0x430c, 0x7197, 0x601e, 0x14a1, 0x0528, 0x37b3, 0x263a, 0xdec3, 0xcf44, 0xfddf, 0xec56, 0x98e9, 0x8960, 0xbbfb, 0xaa72, 0x6306, 0x728f, 0x4014,
    0x519d, 0x2522, 0x34ab, 0x0630, 0x17b9, 0xef4e, 0xfec7, 0xcc5c, 0xdd5, 0xa96a, 0xb8e3, 0x8a78, 0x9bf1, 0x7387, 0x620e, 0x5095, 0x411c, 0x35a3, 0x242a, 0x16b1,
    0x0738, 0xffcf, 0xee46, 0xdcdd, 0xcd54, 0xb9eb, 0xa862, 0x9af9, 0x8b70, 0x8408, 0x9581, 0xa71a, 0xb693, 0xc22c, 0xd3a5, 0xe13e, 0xf0b7, 0x0840, 0x19c9, 0x2b52,
    0x3adb, 0x4e64, 0x5fed, 0x6d76, 0x7cff, 0x9489, 0x8500, 0xb79b, 0xa612, 0xd2ad, 0xc324, 0xf1bf, 0xe036, 0x18c1, 0x0948, 0x3bd3, 0x2a5a, 0x5ee5, 0x4f6c, 0x7df7,
    0x6c7e, 0xa50a, 0xb483, 0x8618, 0x9791, 0xe32e, 0xf2a7, 0xc03c, 0xd1b5, 0x2942, 0x38cb, 0x0a50, 0x1bd9, 0x6f66, 0x7eef, 0x4c74, 0x5dfd, 0xb58b, 0xa402, 0x9699,
    0x8710, 0xf3af, 0xe226, 0xd0bd, 0xc134, 0x39c3, 0x284a, 0x1ad1, 0x0b58, 0x7fe7, 0x6e6e, 0x5cf5, 0x4d7c, 0xc60c, 0xd785, 0xe51e, 0xf497, 0x8028, 0x91a1, 0xa33a,
    0xb2b3, 0x4a44, 0x5bcd, 0x6956, 0x78df, 0x0c60, 0x1de9, 0x2f72, 0x3efb, 0xd68d, 0xc704, 0xf59f, 0xe416, 0x90a9, 0x8120, 0xb3bb, 0xa232, 0x5ac5, 0x4b4c, 0x79d7,
    0x685e, 0x1ce1, 0x0d68, 0x3ff3, 0x2e7a, 0xe70e, 0xf687, 0xc41c, 0xd595, 0xa12a, 0xb0a3, 0x8238, 0x93b1, 0x6b46, 0x7acf, 0x4854, 0x59dd, 0x2d62, 0x3ceb, 0x0e70,
    0x1ff9, 0xf78f, 0xe606, 0xd49d, 0xc514, 0xb1ab, 0xa022, 0x92b9, 0x8330, 0x7bc7, 0x6a4e, 0x58d5, 0x495c, 0x3de3, 0x2c6a, 0x1ef1, 0x0f78 };
unsigned short do_crc(unsigned short reg_init, unsigned char *message, unsigned int len)
{
    unsigned short crc_reg = reg_init;
    while (len--)
        crc_reg = (crc_reg >> 8) ^ crc16_ccitt_table[(crc_reg ^ *message++) & 0xff];
    return crc_reg; }
```

5 CRC 的应用

•关于CRC的国际标准(节选)

标准名称	生成多项式	表示法(省略了最高位1)
CRC-1	$X+1$ (用途：硬件，也称为奇偶校验位)	0x1 (11)
CRC-5-CCITT	$X^5 + X^3 + X + 1$ (ITU G.704标准)	0xB (101011)
CRC-5-USB	$X^5 + X^2 + 1$ (USB信令包)	0x5
CRC-7	$X^7 + X^3 + X + 1$ (用途：通信系统)	0x9
CRC-8-ATM	$X^8 + X^2 + X + 1$ (用途：ATM HEC)	0x7
CRC-12	$X^{12} + X^{11} + X^3 + X^2 + X + 1$ (通信系统)	0x80F
CRC-16-CCITT	$X^{16} + X^{12} + X^5 + 1$ (X25,V.41,Bluetooth,PPP, IrDA)	0x1021
CRC-32-MPEG2	IEEE 802.3 以太网协议	IEEE 802.3