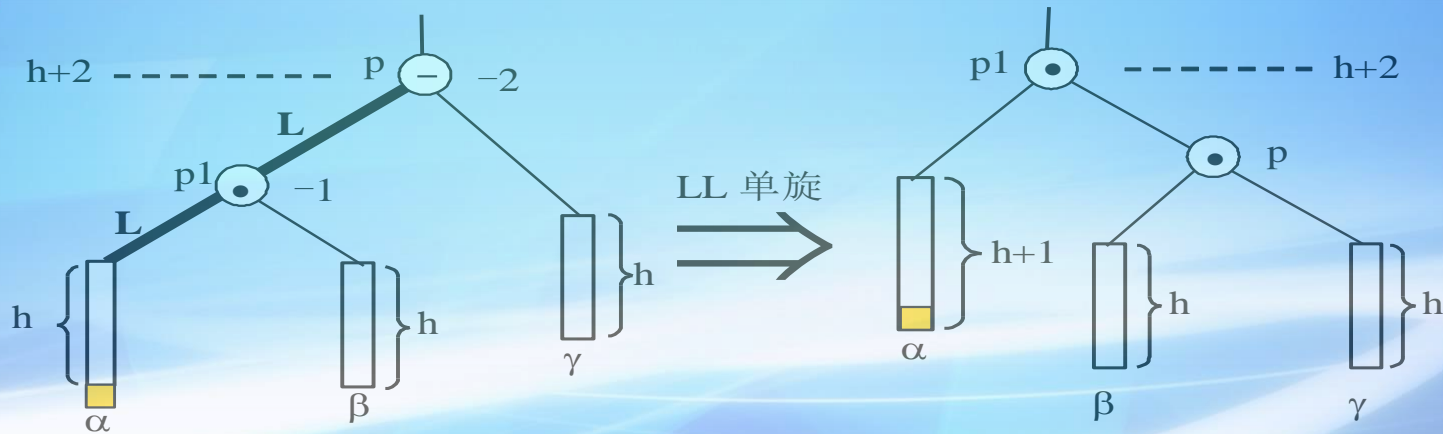




# 《数据结构》

## 平衡树（下）

主讲人：李清

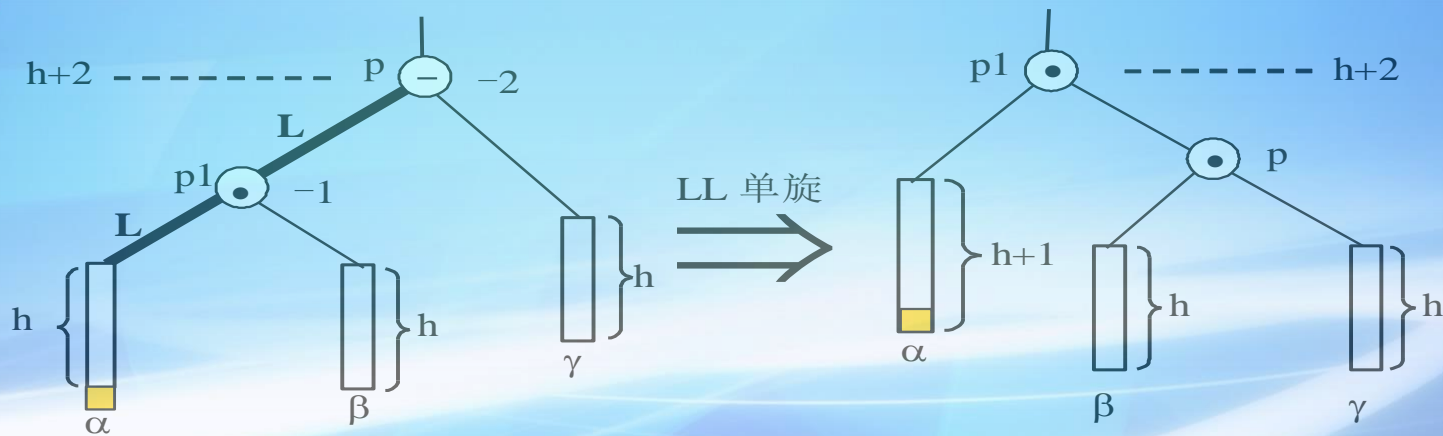




## 《数据结构》

# 平衡树的删除

主讲人：李清





# 平衡树的删除

- 同检索树的删除；
- 若删除，破坏了树的平衡，旋转；
- 旋转后子树高度还降低，继续回溯；
- 一次删除，可能引起多次旋转。

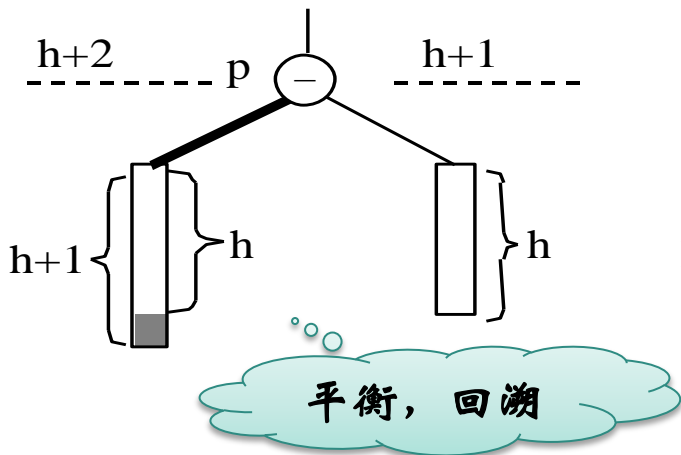


# 平衡树的删除

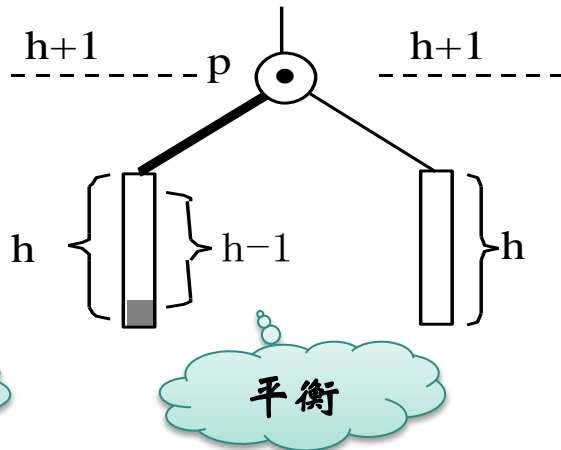
在p的左子树上删除，使p的左子树高度降1

删除前p的平衡因子（分三种情况）

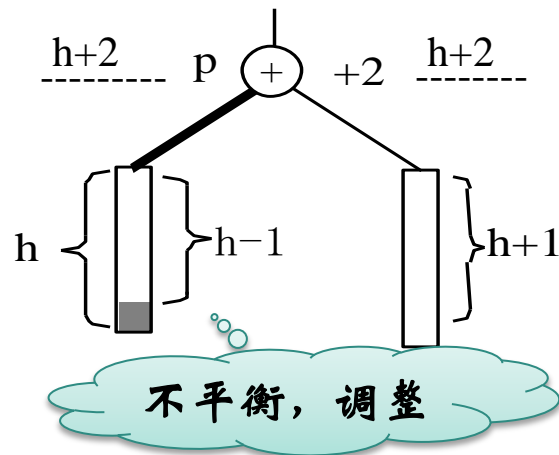
(1)  $p \rightarrow \text{bal} = -1$



(2)  $p \rightarrow \text{bal} = 0$



(3)  $p \rightarrow \text{bal} = +1$





# 平衡树的删除

**旋转方式：**

**情况：** 在p的**左子树**上删除，使p的左子树高度降1

删除前，  $p \rightarrow \text{bal} = +1$ ;

删除后，  $p \rightarrow \text{bal}$  变为+2

**考虑：** p的右儿子p1的平衡因子

- $p1 \rightarrow \text{bal} = 0$

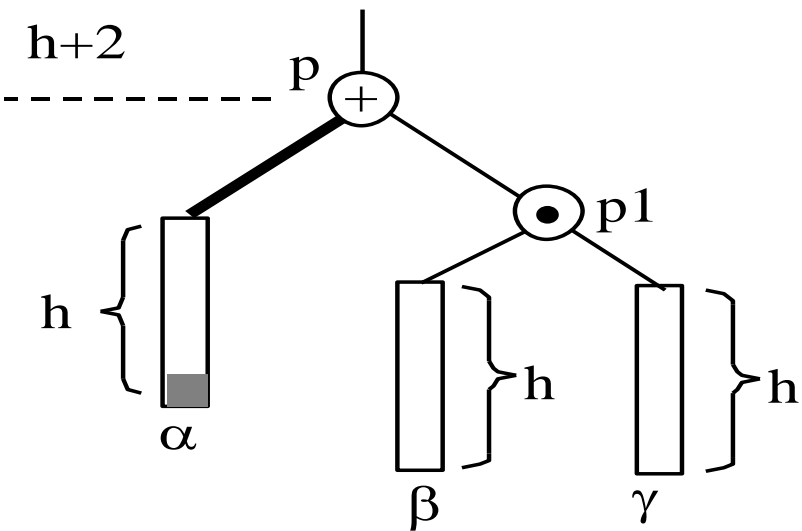
- $p1 \rightarrow \text{bal} = +1$

- $p1 \rightarrow \text{bal} = -1$



# 平衡树的删除

1)  $p1 \rightarrow bal = 0$

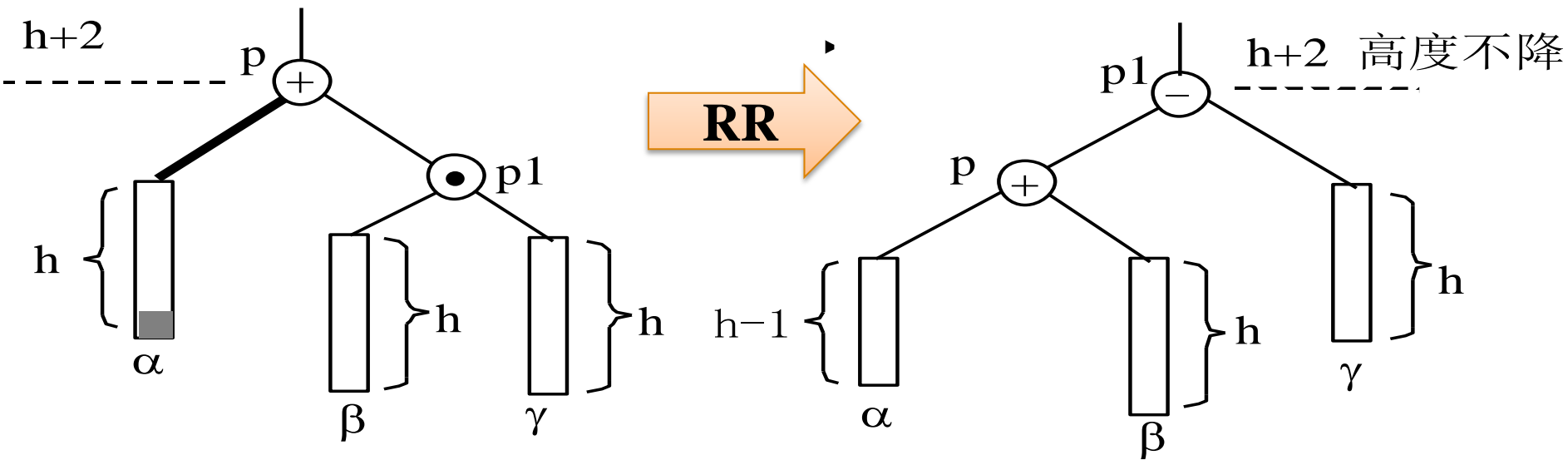




# 平衡树的删除

1)  $p1 \rightarrow bal = 0$

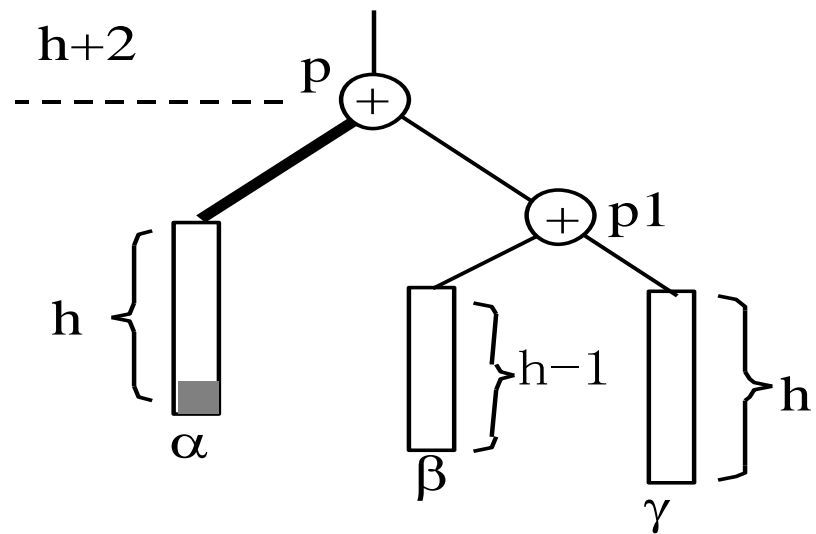
平衡，停止。





# 平衡树的删除

2)  $p1 \rightarrow bal = +1$



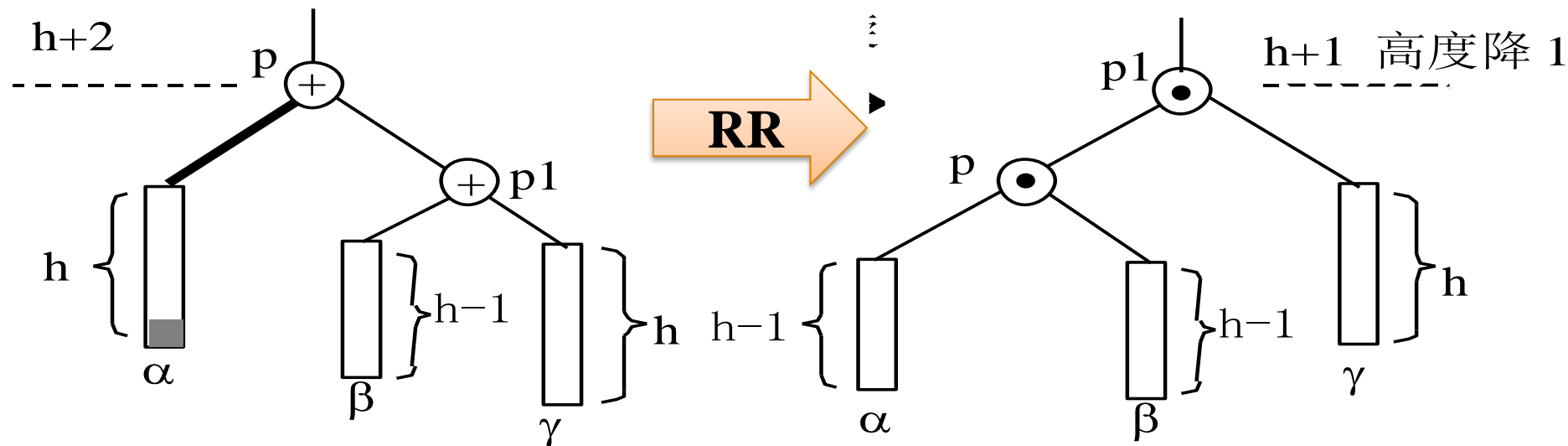




# 平衡树的删除

2)  $p1 \rightarrow bal = +1$

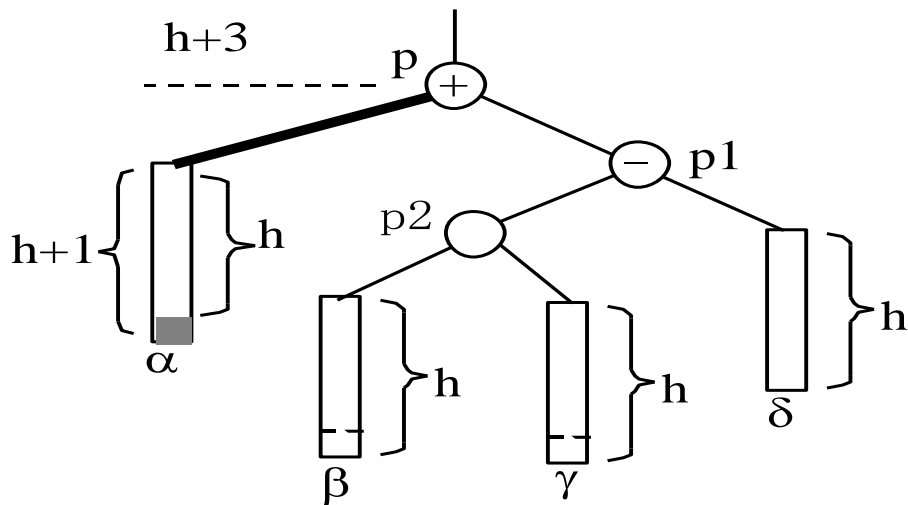
树高降低，继续回溯。





# 平衡树的删除

## 3) $p1 \rightarrow bal = -1$



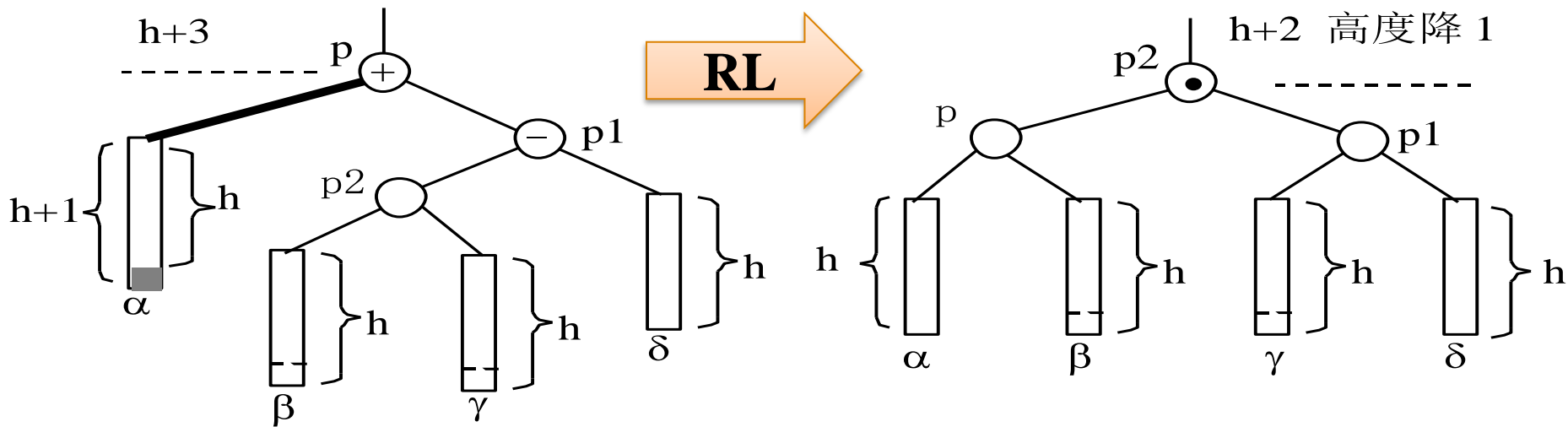
子树 $\beta$ 和 $\gamma$ 二者至少有一个高为  $h$



# 平衡树的删除

3)  $p1 \rightarrow bal = -1$

树高降低，继续回溯。



子树 $\beta$ 和 $\gamma$ 二者至少有一个高为  $h$



# 平衡树的删除

**情况：** 在p的**左子树**上删除，使p的左子树高度降1  
 $p \rightarrow \text{bal} = +1 \rightarrow +2$ ，不平衡。

**考虑：** p的右儿子p1的平衡因子

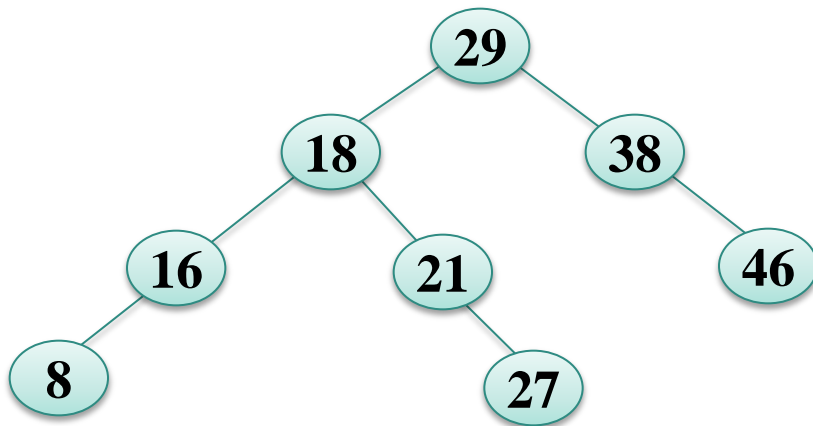
■ $p1 \rightarrow \text{bal} = 0$	RR单旋	平衡
■ $p1 \rightarrow \text{bal} = +1$	RR单旋	树高降低
■ $p1 \rightarrow \text{bal} = -1$	RL双旋	树高降低

**旋转→平衡→子树高度如果降低，继续回溯**



# 平衡树的删除

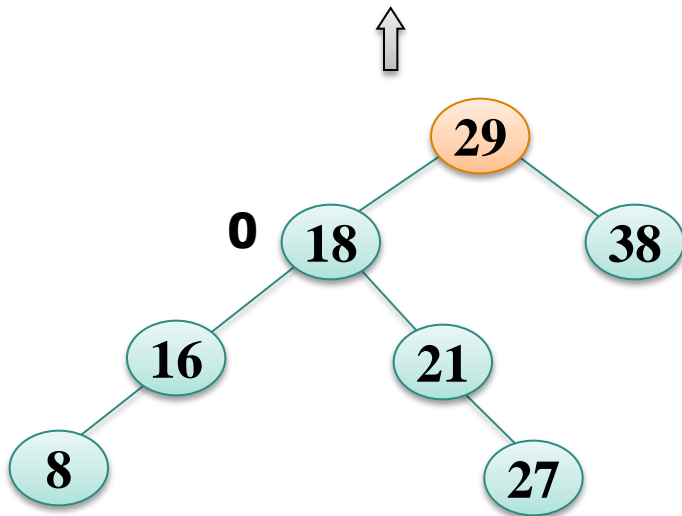
在下图中依次删除：46，16，21，8，38





# 平衡树的删除

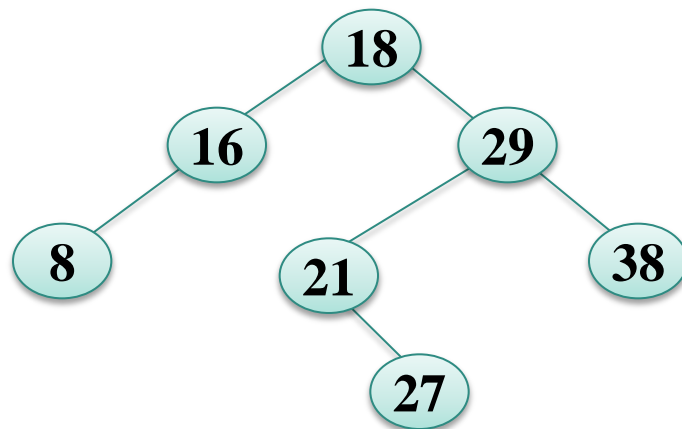
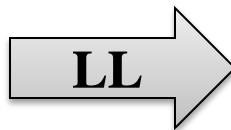
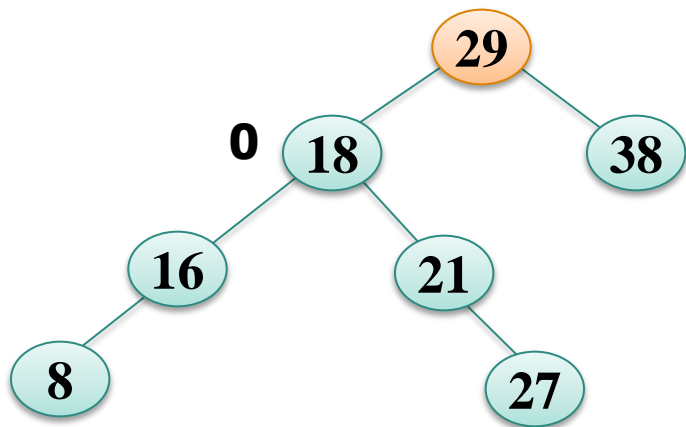
在下图中依次删除：46，16，21，8，38





# 平衡树的删除

在下图中依次删除：46, 16, 21, 8, 38

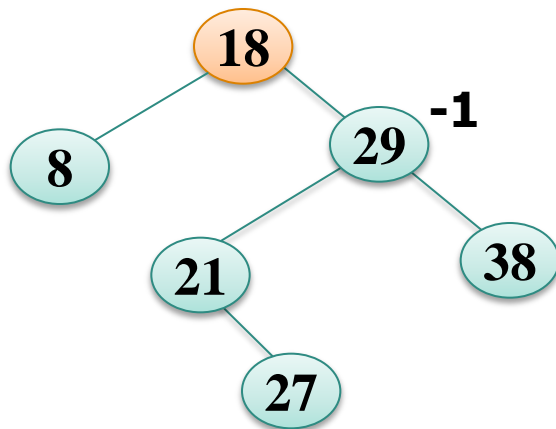
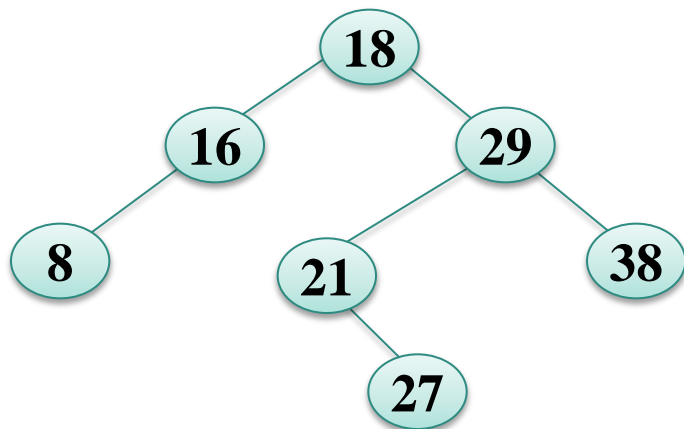


高度不变，平衡



# 平衡树的删除

在下图中依次删除：46, 16, 21, 8, 38

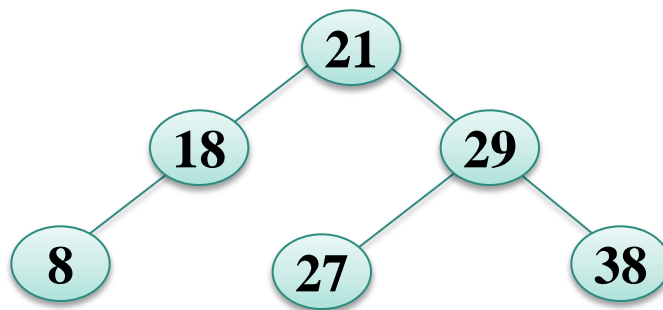
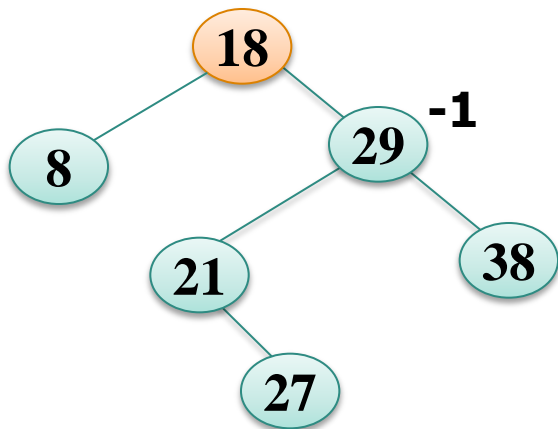






# 平衡树的删除

在下图中依次删除：46, 16, 21, 8, 38

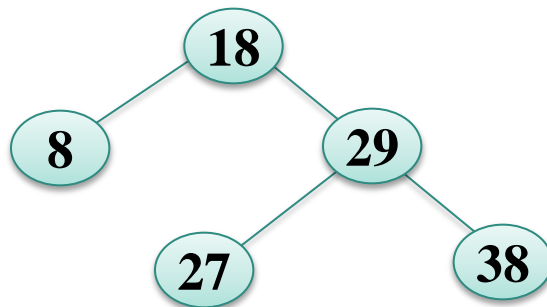
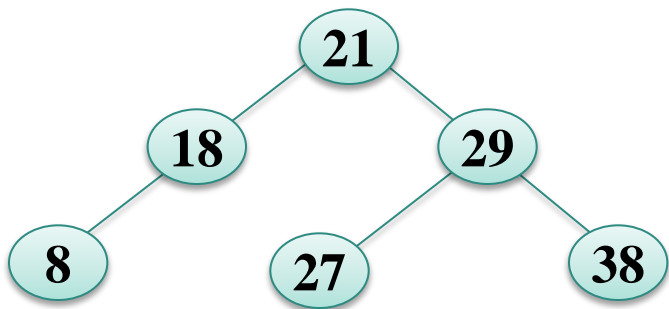


高度降低，回溯



# 平衡树的删除

在下图中依次删除：46，16，21，8，38

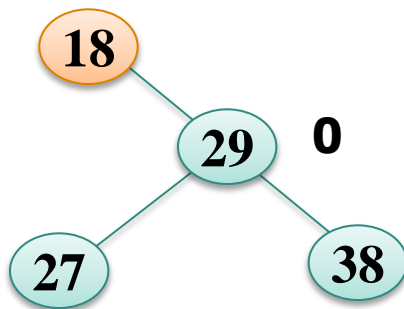
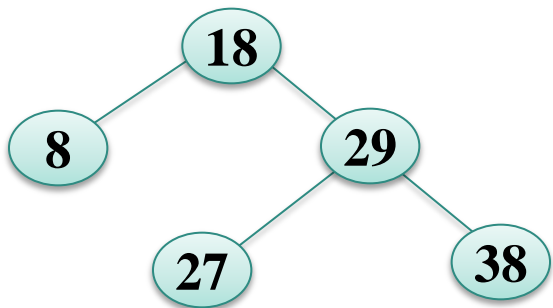


高度不变，平衡



# 平衡树的删除

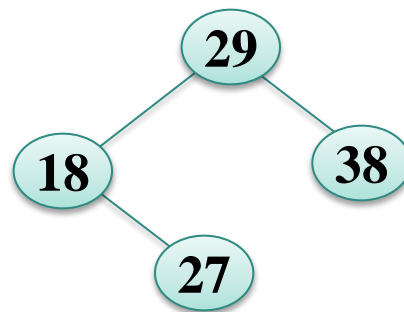
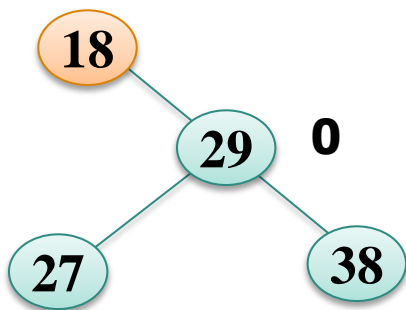
在下图中依次删除：46，16，21，8，38





# 平衡树的删除

在下图中依次删除：46, 16, 21, 8, 38

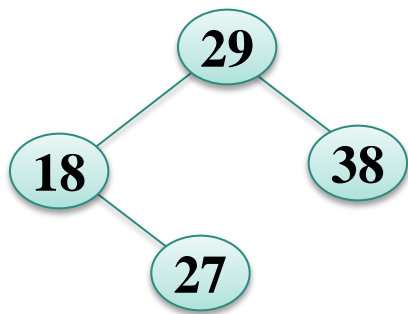


高度不变，平衡

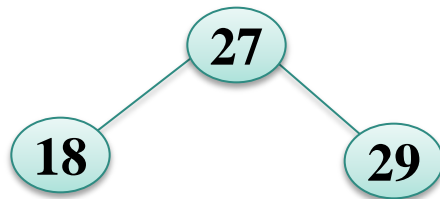
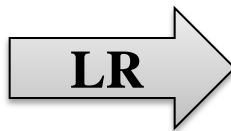
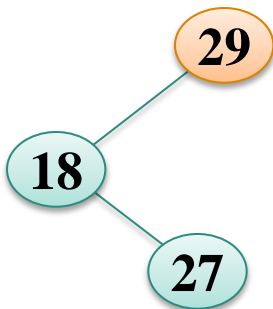


# 平衡树的删除

在下图中依次删除：46，16，21，8，38

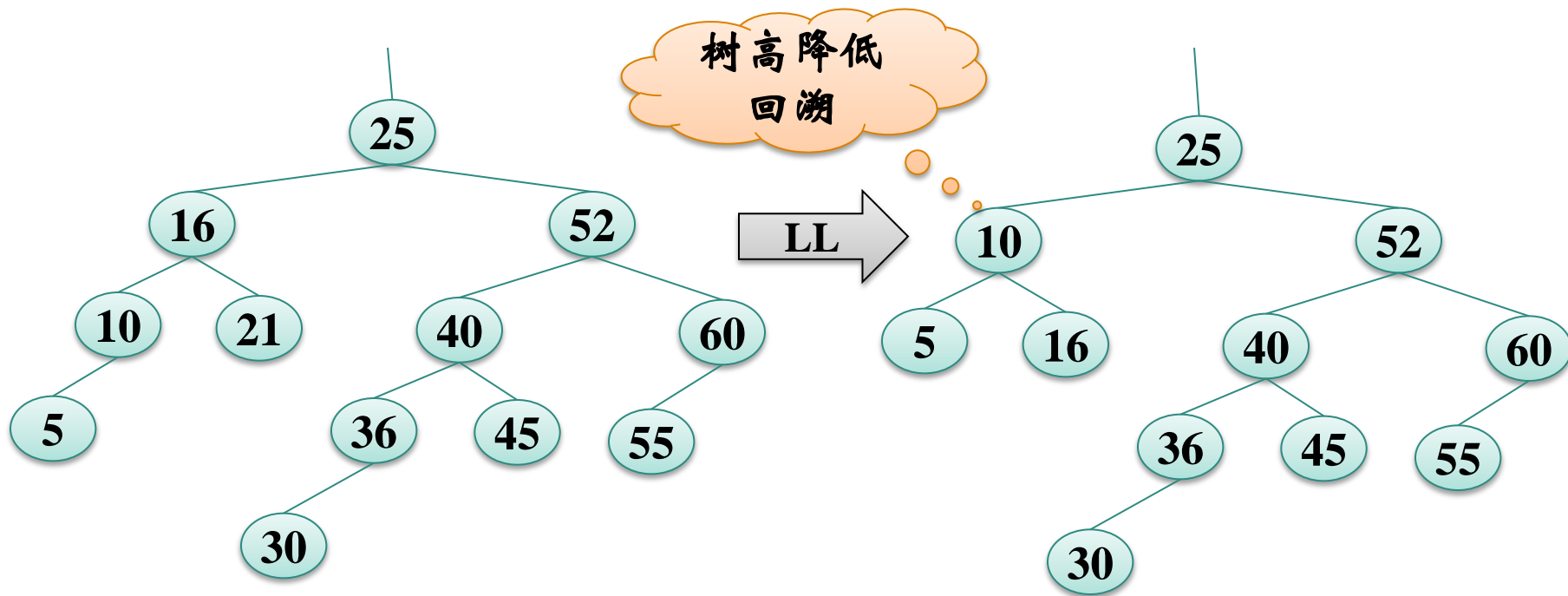


1





# 平衡树的删除----删除结点21







# 小结

- 平衡树的定义、性质

平衡因子 (AVL树)

- 平衡树的插入和构造

三层之内旋转 (单旋、双旋)

- 平衡树的删除法

可能旋转多次