

实验二 连续时间系统的时域分析

一、实验目的

- 1、掌握连续时间信号卷积及其 MATLAB 实现方法；
- 2、掌握连续系统的冲激响应、阶跃响应及其 MATLAB 实现方法；
- 3、掌握利用 MATLAB 求 LTI 系统响应的方法；
- 4、掌握利用 MATLAB 求函数卷积和解微分方程。

二、实验原理

(一) 连续时间系统零状态响应的求解

LTI 连续时间系统常以常系数微分方程描述，系统的零状态响应可通过求解初始状态为 0 的微分方程得到。

MATLAB 工具箱提供了一个用于求解零初始条件下微分方程数值解的函数 `lsim()`，其调用形式为

$$y = \text{lsim}(\text{sys}, f, t)$$

该调用格式对向量 t 定义的时间范围内，绘制 LTI 系统的时域波形，同时绘制出系统的激励信号对应的时域波形。

其中， t 表示计算系统响应的抽样点向量， f 是系统输入信号向量， sys 是 LTI 系统模型。在求解微分方程时，LTI 的模型 sys 要借助 MATLAB 中的 `tf()` 函数来获得，其调用形式为

$$\text{sys} = \text{tf}(b, a)$$

其中， b 和 a 分别为微分方程右端和左端各项系数的向量。

例如，对于下列微分方程：

$$a_3 y'''(t) + a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_3 f'''(t) + b_1 f'(t) + b_0 f(t)$$

可用下列 MATLAB 语句来获得 LTI 模型：

$$a = [a_3, a_2, a_1, a_0];$$

$$b = [b_3, 0, b_1, b_0];$$

$$\text{sys} = \text{tf}(b, a); \quad \% \text{调用 tf 函数生成系统函数对象 sys}$$

- 1、设一力学系统中物体位移 $y(t)$ 与外力 $f(t)$ 的关系为

$$y''(t) + 2y'(t) + 100y(t) = f(t)$$

- (1) 输入信号为 $f(t) = 10\sin(2\pi t)$ ，求物体的位移 $y(t)$ 。

(2) 输入信号为 $f(t) = 10\delta(t)$ ，求系统的冲激响应。

解：(1) 系统方程为： $y''(t) + 2'y(t) + 100y(t) = 10\sin(2\pi t)$ ，求物体的位移 $y(t)$ 。

程序如下：

```
clear all;
ts=0;te=5;dt=0.01;
num=[1];
den=[1 2 100];
sys=tf(num,den);          % 调用 LTI 系统模型的函数
t=ts:dt:te;
f=10*sin(2*pi*t);
y=lsim(sys,f,t);          % 求零初始条件微分方程数值解
plot(t,y);
xlabel('t(sec)');ylabel('y(t)');grid
```

程序运行结果如图 2-1 所示。

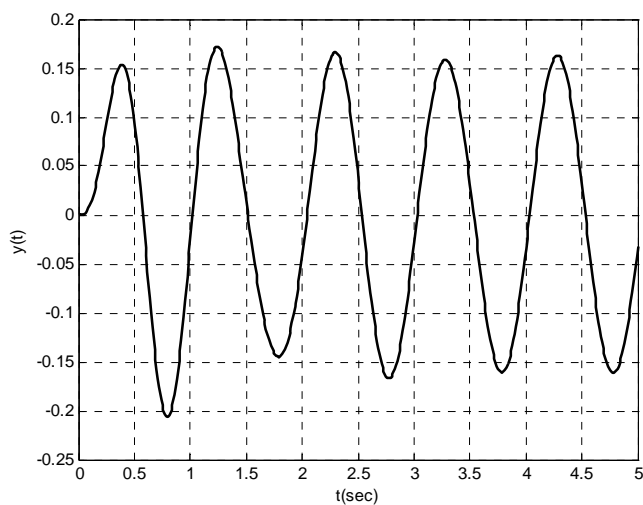


图 2-1 $f(t) = 10\sin(2\pi t)$ 时位移 $y(t)$ 的波形

(二) 连续时间系统冲激响应和阶跃响应的求解

求解冲激响应可用 MATLAB 工具箱提供的 `impz` 函数，求解阶跃响应可用 `step` 函数。其调用形式分别为

$$y = \text{impz}(\text{sys}, t)$$
$$y = \text{step}(\text{sys}, t)$$

其中， t 表示计算系统响应的抽样点向量， sys 是 LTI 系统模型。

对于上题的 (2) 当输入 $f(t) = 10\delta(t)$ 时，求系统的冲激响应 $h(t)$ 。

程序如下：

```
clear all;
ts=0;te=5;dt=0.01;
num=[10];
den=[1 2 100];
sys=tf(num,den);
t=ts:dt:te;
y=impulse(sys,t);           %求解冲激响应的函数
plot(t,y);grid;
xlabel('time(sec)');ylabel('h(t)')
```

运行结果如图 2-2 所示。

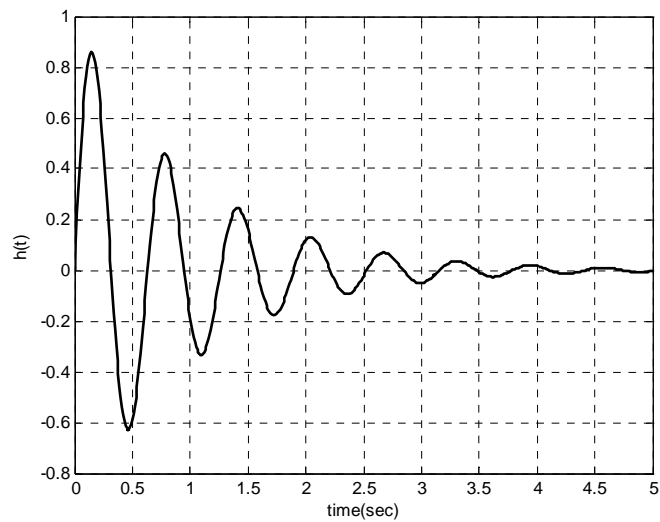


图 2-2 $f(t) = 10\delta(t)$ 时位移 $y(t)$ 的波形

2、某连续系统的微分方程为： $y'''(t) + 6y''(t) + 11y'(t) + 6y(t) = f''(t) + 2f(t)$ ， 绘制该系统阶跃响应的时域波形。

程序如下：

```
clear all;
a=[1 6 11 6];
b=[1 0 2];
step(b,a);grid;
axis([0 6.5 0 0.4])
```

运行结果如图 2-3 所示。

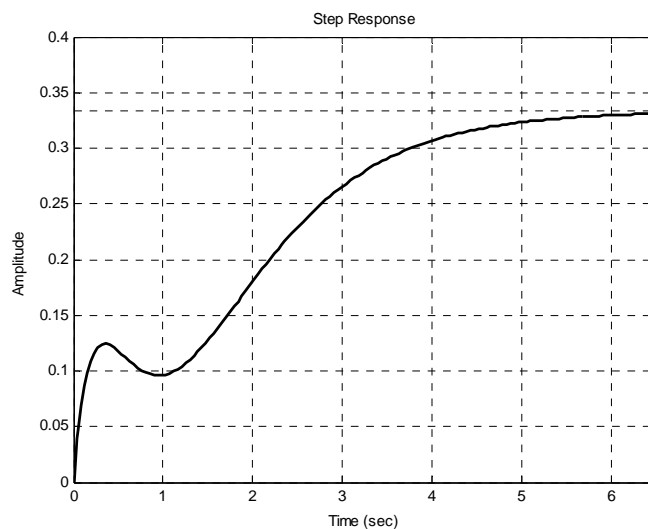


图 2-3 系统阶跃响应的时域波形

3、设二阶连续系统，其特性可用下列常微分方程表示

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 8y = u$$

(1) 求系统的冲激响应。

(2) 若输入为 $u = 3t + \cos(0.1t)$ ，求其零状态响应 $y(t)$ 。

程序如下：

```
clear all;
a=[1,2,8];
b=[0,0,1];
t=0:0.01:10;
dt=0.01;
[r,p,k]=residue(b,a);
h=r(1)*exp(p(1)*t)+r(2)*exp(p(2)*t);
subplot(2,1,1);
plot(t,h);grid;
u=3*t+cos(0.1*t);
y=conv(u,h)*dt;
subplot(2,1,2);
plot(t,y(1:length(t)));grid
```

运行结果如图 2-4 所示。

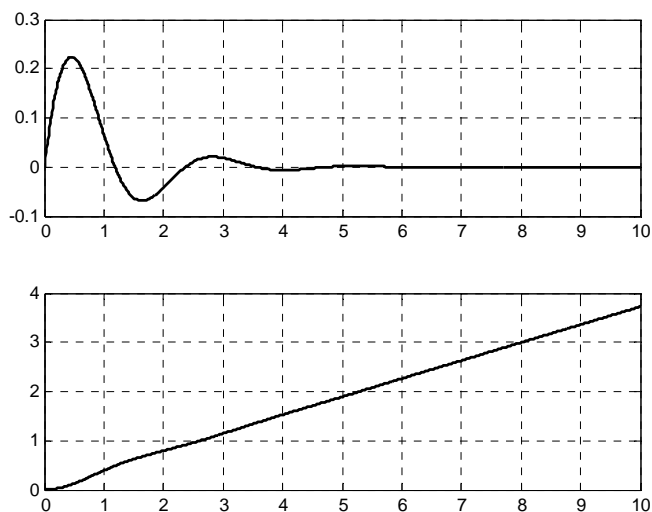


图 2-4 系统的冲激响应和零状态响应波形

(三) 函数卷积的计算

4、已知两个信号 $f_1(t) = tu(t)$ ， $f_2(t) = \begin{cases} te^{-t} & t \geq 0 \\ e^t & t < 0 \end{cases}$ ，试求卷积 $c(t) = f_1(t) * f_2(t)$ 。

程序如下：

```
clear all;
t1=-2:0.01:2;
f1=t1.*(t1>0);
t2=-2:0.01:2;
f2=t2.*exp(-t2).*(t2>0)+exp(t2).*(t2<0);
c=conv(f1,f2);
t3=-4:0.01:4;
subplot(3,1,1);
plot(t1,f1);grid
subplot(3,1,2);
plot(t2,f2); grid
subplot(3,1,3);
plot(t3,c) ;grid
```

运行结果如图 2-5 所示。

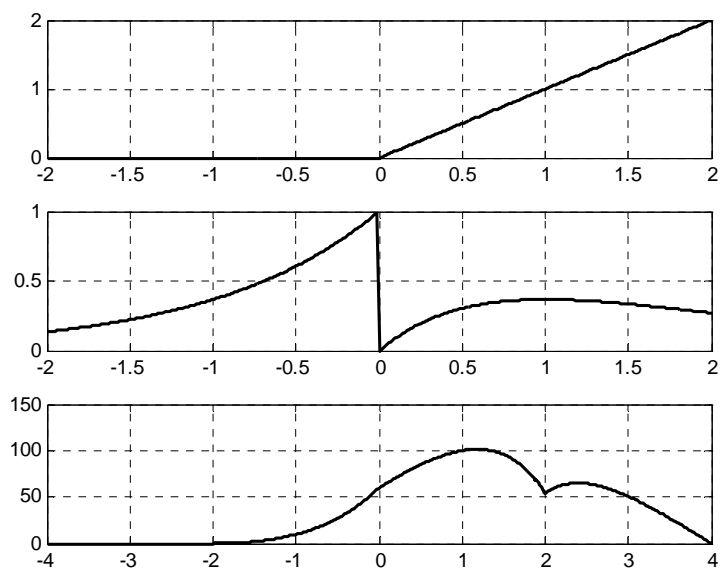


图 2-5 所求两个信号的卷积

(四) 微分方程的求解

5、已知描述一连续系统的微分方程为

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f'(t) + 2f(t)$$

当输入信号为 $f(t) = e^{-2t}u(t)$ 时，试用 MATLAB 求输出响应 $y(t)$ ，并绘制响应和输入信号的波形。

程序如下：

```
clear all;
a=[1 2 1];
b=[1 2];
sys=tf(b,a);
p=0.01;           %定义采样时间间隔
t=0:p:5;
f=exp(-2*t);
lsim(sys,f,t)
```

运行结果如图 2-6 所示。

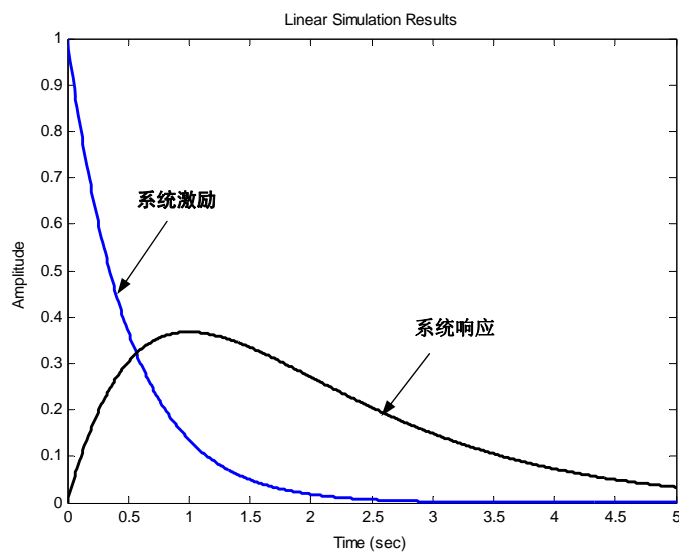


图 2-6 连续系统响应仿真

三、实验内容

1、若描述某连续系统的微分方程为

$$y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = 3f'(t) + 2f(t)$$

试用 MATLAB 绘制出该系统的冲激响应的波形。

2、已知某连续系统的微分方程

$$2y''(t) + y'(t) + 8y(t) = f(t)$$

试用 MATLAB 绘制出该系统的冲激响应和阶跃响应的波形。

3、已知两个信号

$$f_1(t) = u(t-1) - u(t-2), \quad f_2(t) = u(t-2) - u(t-3)$$

试求 $c(t) = f_1(t) * f_2(t)$ ，并分别绘制出 $f_1(t)$, $f_2(t)$, $c(t)$ 的波形图。

4、利用 MATLAB 编程求解微分方程

$$y'' + 5y' + 6y = 2, y(0) = e^{-2t}, y'(0) = -1$$

5、求解系统的零状态响应

$$(1) \quad y'(t) + 5y(t) = 3x'(t), x(t) = \delta(t)$$

$$(2) \quad y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 2x'(t), x(t) = e^{2t}u(t)$$

四、实验仪器及环境

计算机 1 台，MATLAB7.0 软件。

五、实验要求

- 1、预习连续系统的卷积积分原理；
- 2、学习编程实现连续系统的卷积过程；
- 3、学习冲激响应及其函数 `impulse()` 的调用格式；
- 4、学习阶跃响应及其函数 `step()` 的调用格式。

六、思考题

- 1、两个连续信号的卷积定义是什么？两个序列的卷积定义是什么？卷积的作用是什么？
- 2、`conv` 函数只输出了卷积结果，没有输出对应的时间向量，如何使时间向量和卷积结果对应起来？