

第二章 贝叶斯决策论

一、填空题

1. 已知样本 x 的具体数值，其从属于某个类别的概率是()；已知样本 x 属于某个类别，则该 x 取某个具体数值的概率称为()。
2. 利用一个线性分类器对 iris 数据库进行分类，其样本空间是()的集合，维度是()；其假设空间是()的集合，其参数空间维度是()；其类别标签集合是()。

二、判断题

3. 在分类问题中，类条件概率是概率质量，后验概率是概率密度。()
4. 有些问题中，无需了解先验概率也可以直接估计后验概率。()
5. 最大后验概率分类准则和最小错误概率分类准则在任何情况下给出的分类结果都是一样的。()
6. 最小错误概率分类准则给出的分类结果总是正确的。()

三、选择题

7. 假设样本 $x \in \mathbb{R}^3$ ，服从多元正态分布 $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ ，则类条件概率密度函数的有效参数数量为：()
A. 12 个 B. 9 个 C. 6 个 D. 不确定
8. 对于一维样本二分类问题，两类 ω_1, ω_2 均服从正态分布，假设按照最小平均错误概率准则设计的分类器为 C1，分类阈值为 T1，按照最小平均风险准则设计的分类器为 C2，T2，如果风险系数 $\lambda_{12} > \lambda_{21}$ ， $\lambda_{11} = \lambda_{22}$ 则以下论断正确的是：()
A. T1 比 T2 更靠近 ω_1 类的均值 B. T2 比 T1 更靠近 ω_1 类的均值
C. T1 与 T2 相同 D. 无法判断

四、简答题

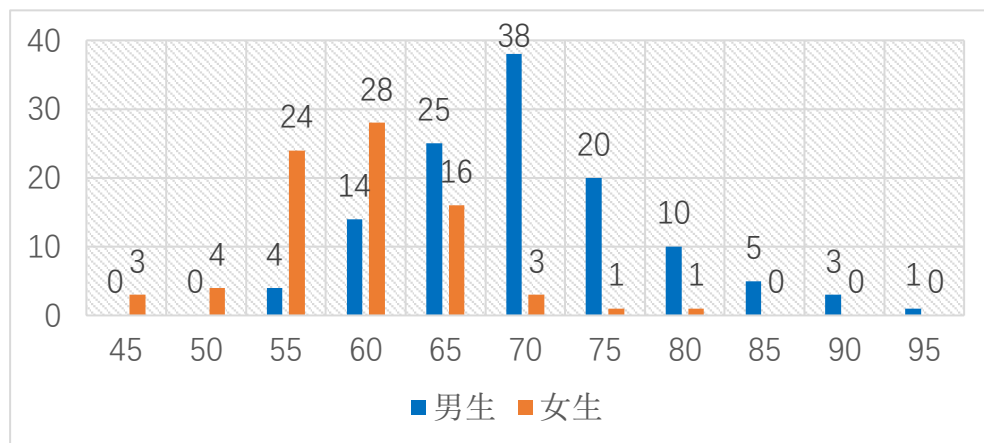
9. 如果对于某个数据集的概率分布模型，最大似然估计和最大后验概率估计给出结果完全相同，试解释可能造成这一结果的原因（可画图说明）
10. 写出 K 个高斯成分的 GMM 模型的对数似然函数的数学形式

11. 请写出 EM 算法的 M 步骤中，各高斯成分的均值向量 μ_j 、协方差矩阵 Σ_j 和比例系数 P_j 在 t 时刻的迭代更新公式。

五、计算（画图）题

12. 假设一个学校里有 60%的男生和 40%的女生。女生点外卖的人数和吃食堂的人数相等，所有男生都吃外卖。一个人在校门口看到了一个拿着外卖的学生，那么这个学生是女生的概率是多少？

13. 一个班级中共有学生 200 人，其中男生 120 人，女生 80 人，他们的体重分布如下表所示：



(1) 请计算男生的先验概率、女生体重处于 55 公斤区间段的类条件概率、男学生体重为 55 公斤的类条件概率密度函数估计值、任意学生体重处于 55 公斤区间段的概率、某个体重为 55 公斤的学生属于女生类别的后验概率，并写出计算过程。

(2) 请根据最大后验概率预测某个体重为 55 公斤的学生的性别，并写出计算过程。

14. 数据如上题：设某学生体重为 55 公斤，问题：

- (1) 将该生预测为男生的错误概率为多少？
- (2) 将该生预测为女生的错误概率为多少？
- (3) 根据最小错误概率分类准则，预测结果为什么？

15. 数据如上题：设男生为 ω_1 类，女生为 ω_2 类，给出预测学生性别风险矩阵为：

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- (1) 预测该生为男生的风险为多少？
- (2) 预测该生为女生的风险为多少？
- (3) 根据最小风险分类准则，预测结果为什么？

16. 已知两个类别 ω_1 和 ω_2 ，其先验概率相等，两类的类条件概率服从正态分布，有 $p(x|w_1) = \mathcal{N}(\mu_1, \Sigma)$ 和 $p(x|w_2) = \mathcal{N}(\mu_2, \Sigma)$ ，且 $\mu_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ， $\mu_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ ， $\Sigma = \begin{bmatrix} 1.1 & 0.3 \\ 0.3 & 1.9 \end{bmatrix}$ ，试采用贝叶斯决策对样本 $x = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 2.2 \end{bmatrix}$ 进行分类。

17. 两个学生玩猜硬币的游戏；共猜了 30 次，其中正面 17 次，反面 13 次。假设一枚硬币扔出正面的概率为 θ ，单次扔硬币的结果服从伯努利分布：

$$P(x; \theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x}, x = 0 \text{ or } 1$$

其中， $x = 1$ 表示扔出正面， $x = 0$ 表示扔出反面；

- (1) 根据题意，写出似然性函数的数学表达式。
- (2) 写出概率模型最大似然估计的最优化问题标准形式。
- (3) 采用最大似然估计求取参数 θ 的值？

18. 问题描述如上题所示

- (1) 假设 θ 的分布服从 $\mathcal{N}(0.4, 0.2^2)$ ，写出最大后验概率估计？
- (2) 根据最大后验概率估计推导出 θ 的值？

19. 已知 iris 数据中的 setosa 类的 10 个样本的部分特征数据如下，请依据下述数据估计 setosa 类的特征均值向量与协方差矩阵，写出计算过程。

| 序号 | 花萼长度/cm | 花萼宽度/cm | 类别 |
|----|---------|---------|--------|
| 1 | 5.1 | 3.5 | setosa |
| 2 | 4.9 | 3 | setosa |
| 3 | 4.7 | 3.2 | setosa |
| 4 | 4.6 | 3.1 | setosa |
| 5 | 5 | 3.6 | setosa |
| 6 | 5.4 | 3.9 | setosa |
| 7 | 4.6 | 3.4 | setosa |
| 8 | 5 | 3.4 | setosa |
| 9 | 4.4 | 2.9 | setosa |

| | | | |
|----|-----|-----|--------|
| 10 | 4.9 | 3.1 | setosa |
|----|-----|-----|--------|

20. 数据如上题所述 ,分别采用直方图法(bin 边长为 0.4cm),KDE 法($\delta^2 = 1$) 和 KNN 法 (K=3) 估计花萼长度=4.8cm, 花萼宽度=3.2cm 处的概率密度函数估计值。
21. 数据如上题所述 , 利用朴素贝叶斯分类器+直方图法估计花萼长度=4.8cm, 花萼宽度=3.2cm 的样本的类条件概率密度函数值。