

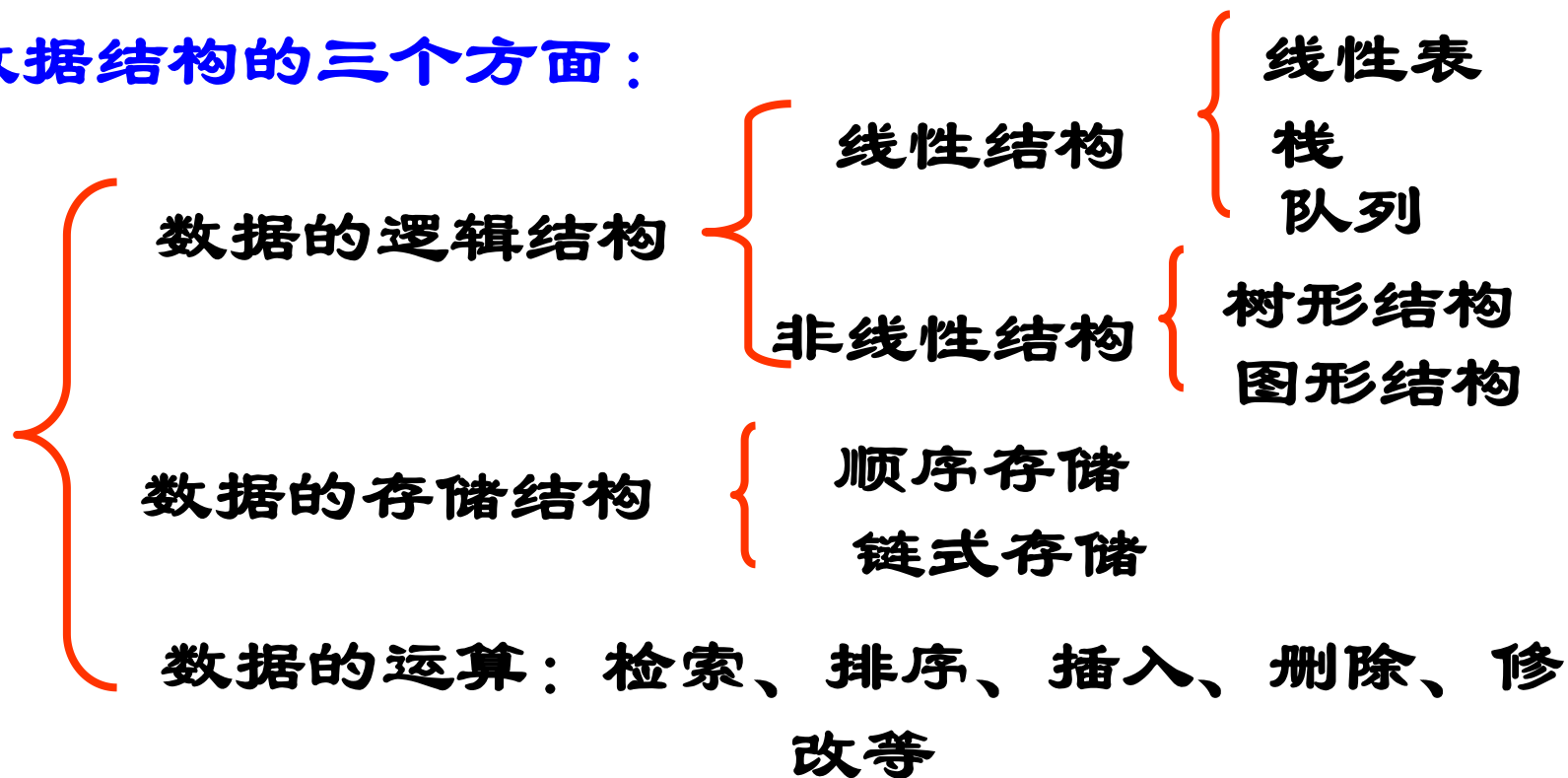


# 数据结构与算法设计



- 数据结构：是相互之间存在一种或多种特定关系的数据元素的集合。

### 数据结构的三个方面：





# 5.1 树的定义

## 5.1.1 定义和术语

### 1.树 (tree):

树是 $n(n \geq 0)$ 个结点的有限集 $T$ ,

当 $n=0$ 时,  $T$ 为空树;

当 $n>0$ 时,

(1)有且仅有一个称为 $T$ 的根的结点,

(2)当 $n>1$ 时,余下的结点分为 $m(m>0)$ 个互不相交的有限集 $T_1, T_2, \dots, T_m$ ,每个 $T_i(1 \leq i \leq m)$ 也是一棵树,且称为根的子树。



例1. 一个结点的树

$T = \{A\}$



T1

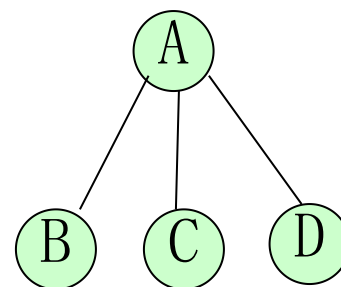
例2. 四个结点的树

$T = \{A, B, C, D\}$

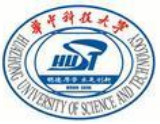
$T1 = \{B\}$

$T2 = \{C\}$

$T3 = \{D\}$



T2



例3. 有16个结点的树

$T = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P\}$

$T_1 = \{B, C, D, E, F\}$

$T_{11} = \{C, D, E\}$

$T_{111} = \{D\}$

$T_{112} = \{E\}$

$T_{12} = \{F\}$

$T_2 = \{G, H\}$

$T_{21} = \{H\}$

$T_3 = \{I, J, K, L, M, N, O, P\}$

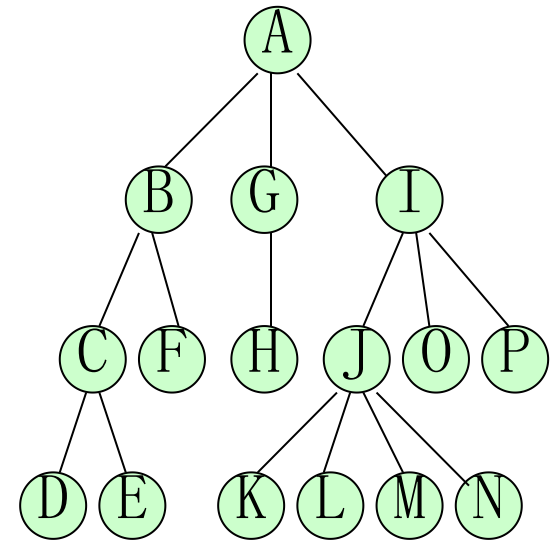
$T_{31} = \{J, K, L, M, N\}$

$T_{32} = \{O\}$

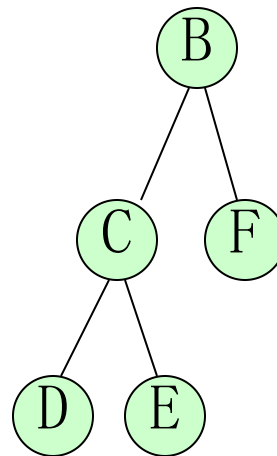
$T_{33} = \{P\}$

$T_{311} = \{K\} \dots$

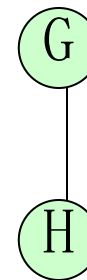
$T_{312} = \{L\}$



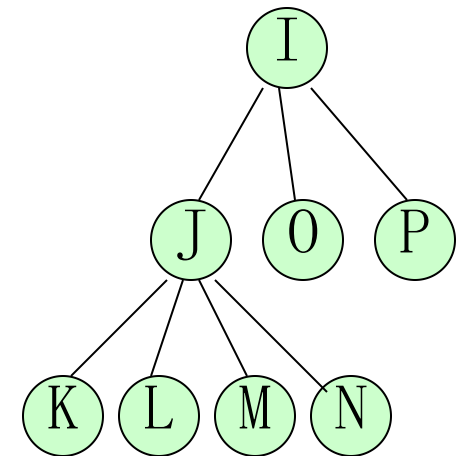
树T



T1



T2



T3

## 2.结点的度(degree):

结点的子树数目

## 3.树的度:

树中各结点的度的最大值

## 4.n度树: 度为n的树

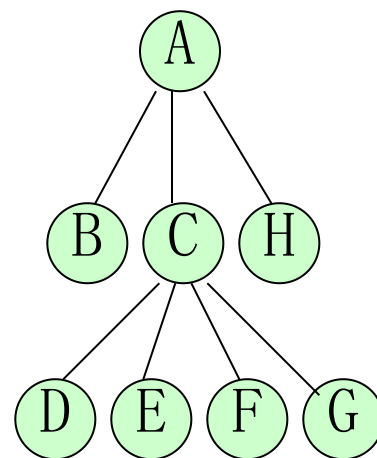
## 5.叶子(终端结点): 度为0的结点

## 6.分枝结点(非终端结点,非叶子):

度不为0的结点

## 7.双亲(父母,parent)和孩子(儿子,child) :

若结点C是结点P的子树的根,称P是C的双亲, C是P的孩子。



4度树

## 8.结点的层(level):

规定树T的根的层为1，其余任一结点的层等于其双亲的层加1。

## 9.树的深度(depth,高度):

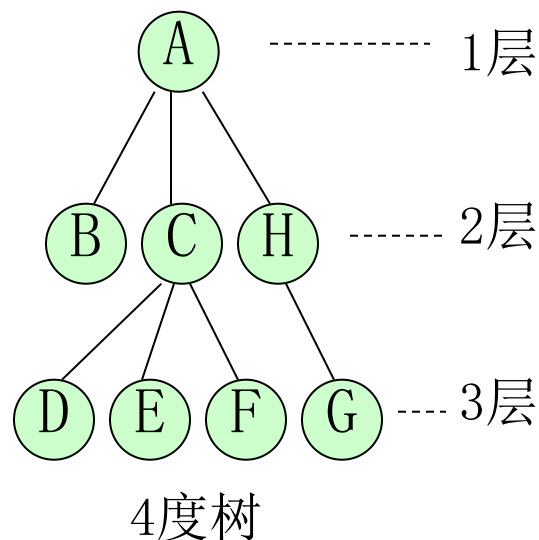
树中各结点的层的最大值。

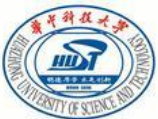
## 10.兄弟(sibling):

同一双亲的结点之间互为兄弟。

## 11.堂兄弟:

同一层号的结点互为堂兄弟。



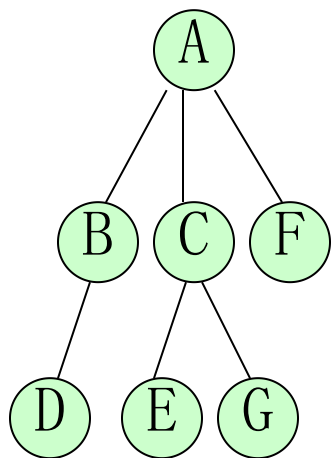


**12.祖先:** 从树的根到某结点所经分枝上的所有结点为该结点的祖先。

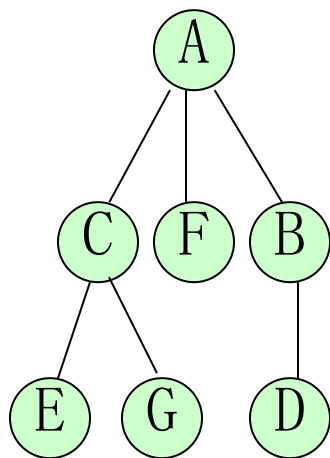
**13.子孙:** 一个结点的所有子树的结点为该结点的子孙。

**14.有序树:** 若任一结点的各棵子树, 规定从左至右是有次序的, 即不能互换位置, 则称该树为有序树。

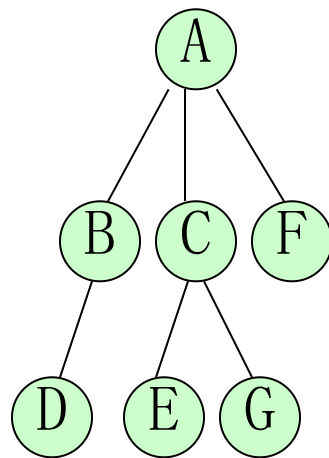
**15.无序树:** 若任一结点的各棵子树, 规定从左至右是无次序的, 即能互换位置, 则称该树为无序树。



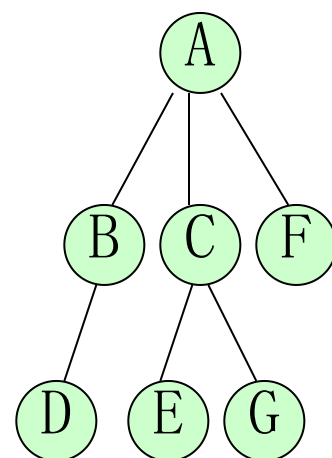
无序树T1



无序树T1



有序树T2



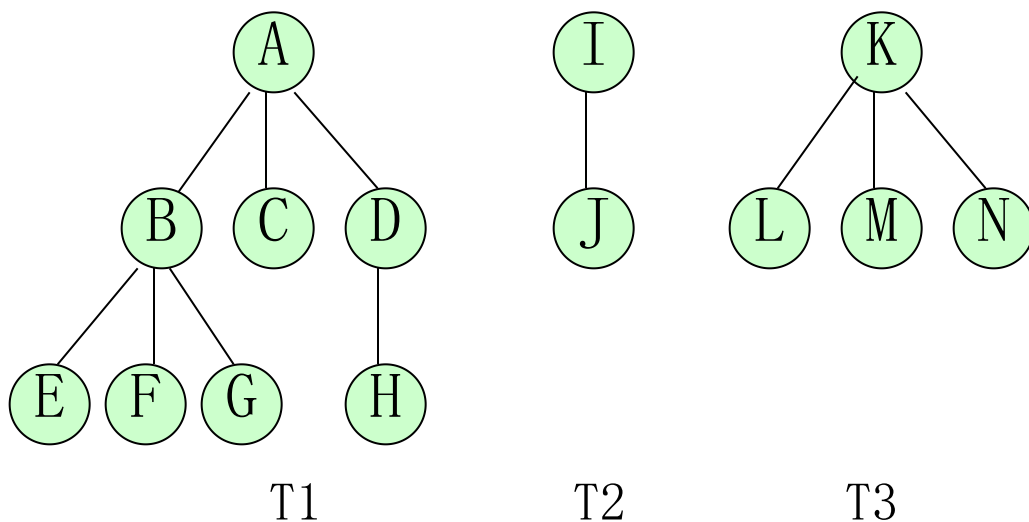
有序树T2





## 16.森林:

$m(m \geq 0)$ 棵互不相交的树的集合。



森林  $F = \{T1, T2, T3\}$

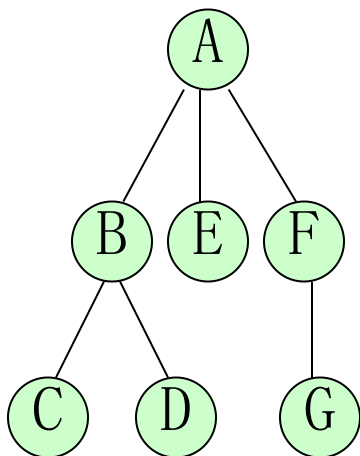


## 5.1.2.树的表示形式

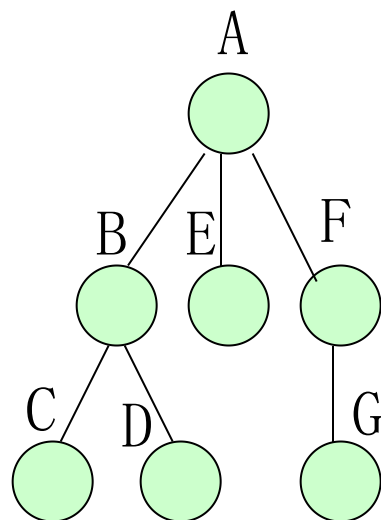
### 1. 广义表

树T的广义表=(T的根( $T_1, T_2, \dots, T_m$ ))

其中 $T_i$ 是T的子树，也是广义表。 ( $1 \leq i \leq m$ )



树T



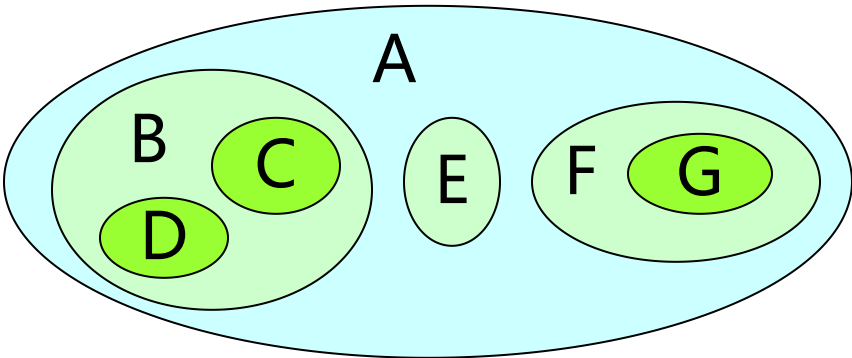
广义表A的树形表示

树T的广义表形式= $(A(B(C,D), E, F(G)))$

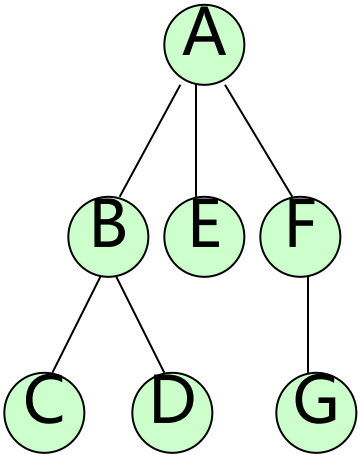
广义表A= $(B, E, F) = ((C, D), ( ), (G)) = ((( ), ( )) , ( ), (( )))$



## 2.嵌套集合:



## 3.凹入表/书目表



树T

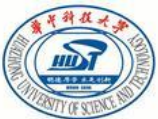
A	-----
B	-----
C	-----
D	-----
E	-----
F	-----
G	-----

凹入表



## 5.1.3 树的基本操作

1. 置T为空树:  $T = \{ \}$
2. 销毁树T
3. 生成树T
4. 遍历树T: 按某种规则(次序)访问树T的每一个结点一次且一次的过程。
5. 求树T的深度
6. 求树T的度
7. 插入一个结点
8. 删除一个结点
9. 求结点的层号
10. 求结点的度
11. 求树T的叶子/非叶子
12. ....



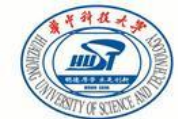
## 5.2 二叉树(binary tree)

### 5.2.1 定义和术语

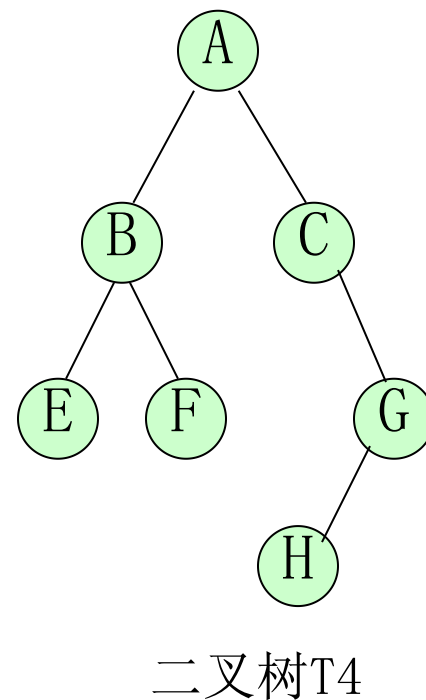
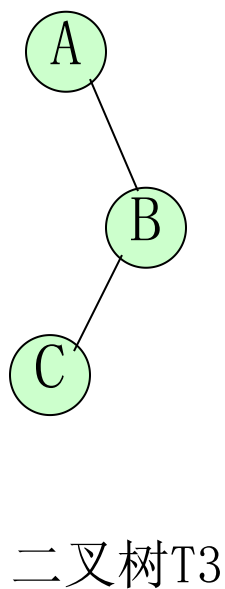
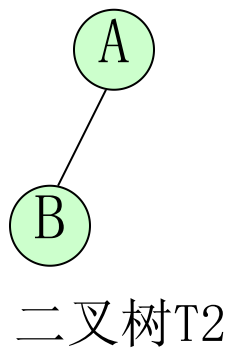
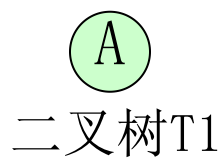
#### 1. 二叉树的递归定义

二叉树是有限个结点的集合，它或者为空集；或者是由一个根结点和两棵互不相交的，且分别称为根的左子树和右子树的二叉树所组成。

若二叉树为空集，则为空二叉树。

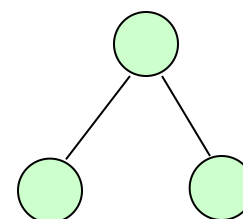
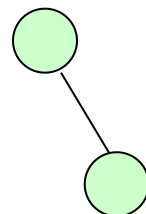
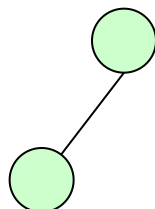


例:



## 2. 二叉树的5种基本形态:

$\Phi$



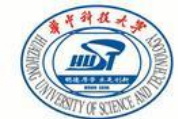
T1

T2

T3

T4

T5

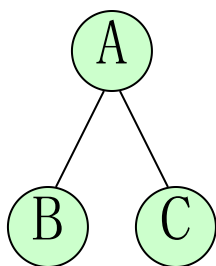


### 3. 二叉树与2度树的区别

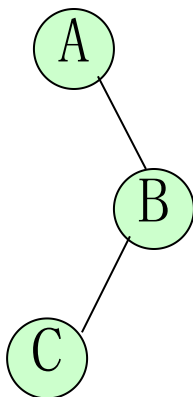
#### (1) 二叉树



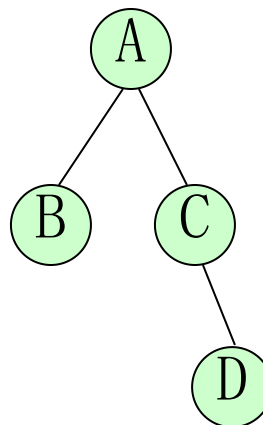
T1



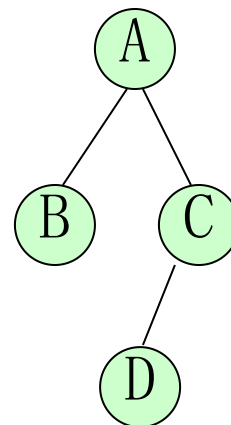
T2



T3



T4

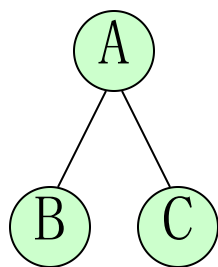


T5

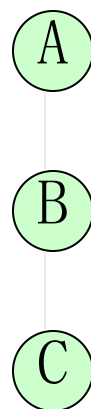
#### (2) 树



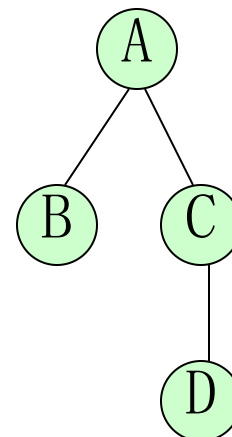
T1  
0度树



T2  
2度树



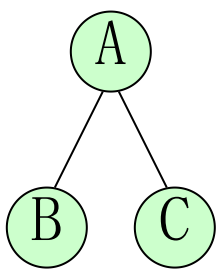
T3  
1度树



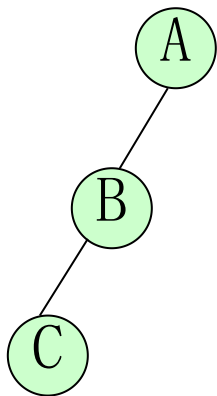
T4  
2度树



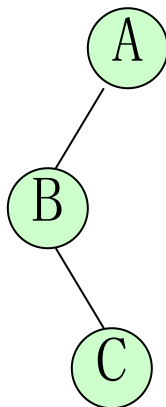
#### 4.三个结点不同形态的二叉树(?种)



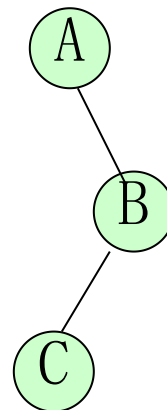
T1



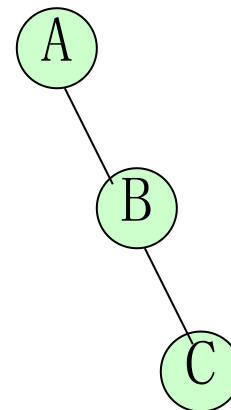
T2



T3

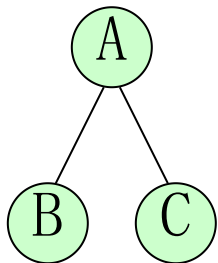


T4

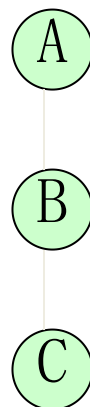


T5

#### 5. 三个结点不同形态的树(2种)



T1



T2





## 6. 二叉树的基本操作

1. 置T为空二叉树:  $T = \{ \}$

2. 销毁二叉树T

3. 生成二叉树T: 生成哈夫曼树、二叉排序树、平衡二叉树、堆

4. 遍历二叉树T:

按某种规则访问T的每一个结点一次且仅一次的过程。

5. 二叉树  $\longleftrightarrow$  树

6. 二叉树  $\rightarrow$  平衡二叉树

7. 求结点的层号

8. 求结点的度

9. 求二叉树T的深度

10. 插入一个结点

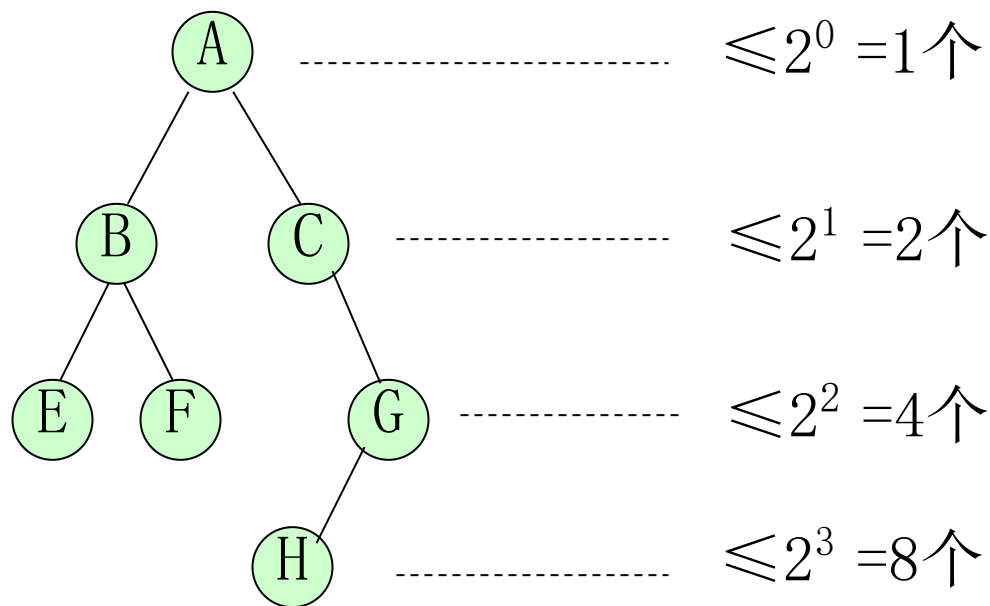
11. 删除一个结点

12. 求二叉树T的叶子/非叶子 .....



## 5.2.2 二叉树的性质和特殊二叉树

### 1. 二叉树的第 $i$ ( $i \geq 1$ )层最多有 $2^{i-1}$ 个结点



二叉树

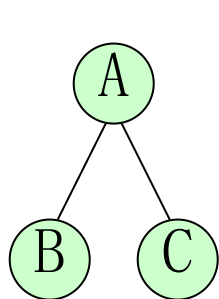
### 2. 深度为 $k$ 的二叉树最多有 $2^k - 1$ 个结点

$$2^0 + 2^1 + \dots + 2^{k-1} = \frac{2^0(1 - 2^k)}{1 - 2} = 2^k - 1$$

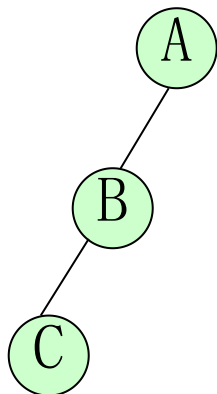


### 3. 叶子的数目=度为2的结点数目+1

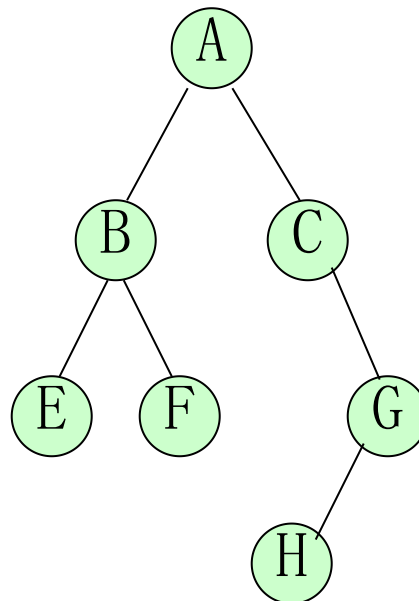
$$n_0 = n_2 + 1$$



T1



T2



T3

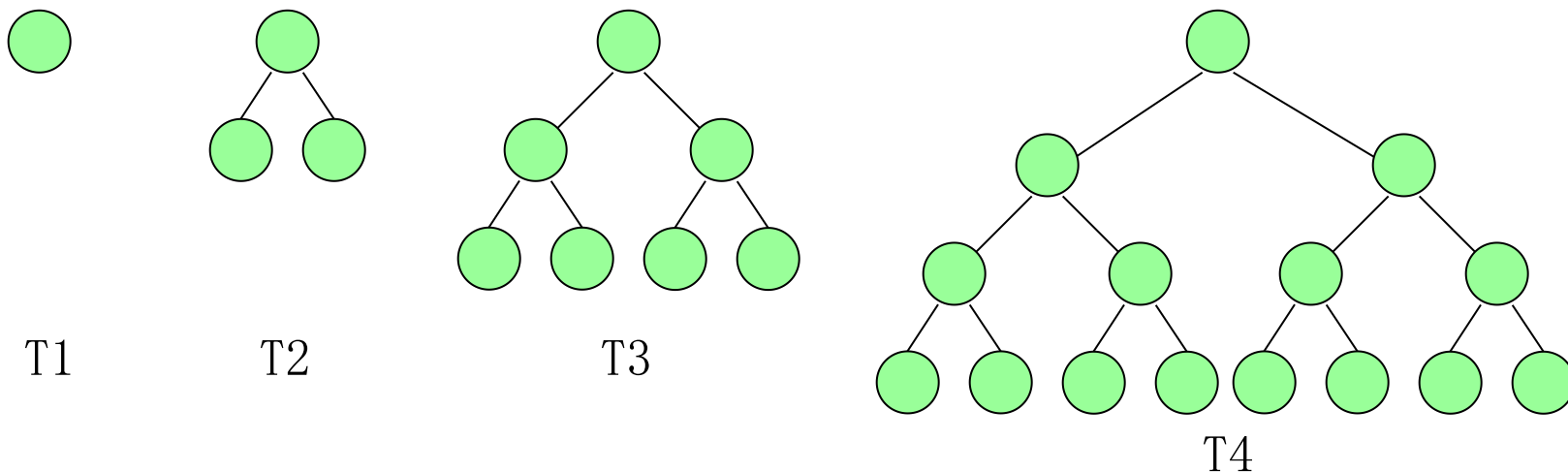
T1:  $n_0=2$ ,  $n_2=1$ ,  $2=1+1$

T2:  $n_0=1$ ,  $n_2=0$ ,  $1=0+1$

T3:  $n_0=3$ ,  $n_2=2$ ,  $3=2+1$



#### 4. 满二叉树 (full binary tree)----- 深度为k且有 $2^k-1$ 个结点的二叉树。



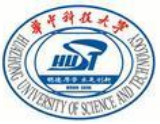
(1)  $n$ 个结点的满二叉树的深度 $=\log_2(n+1)$

设深度为 $k$

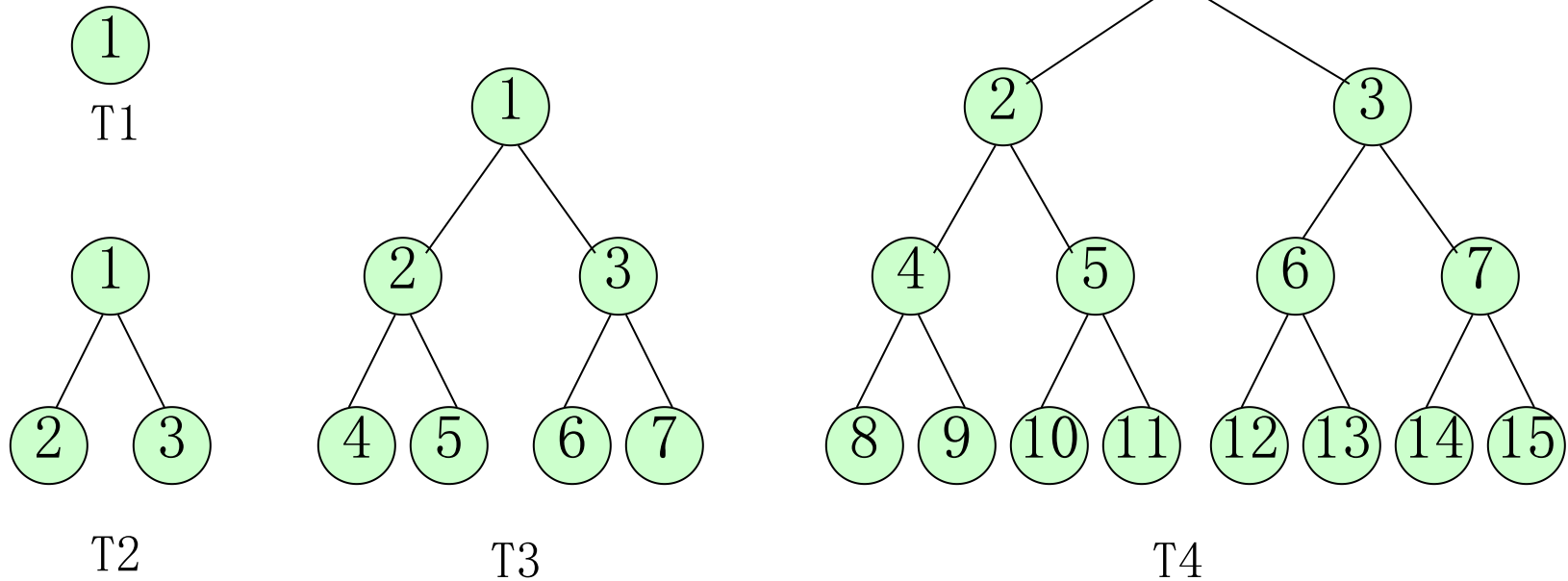
$$\because 2^k - 1 = n$$

$$2^k = n + 1$$

$$\therefore k = \log_2(n+1)$$

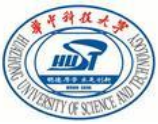


## (2) 顺序编号的满二叉树



设满二叉树有 $n$ 个结点, 编号为 $1, 2, \dots, n$

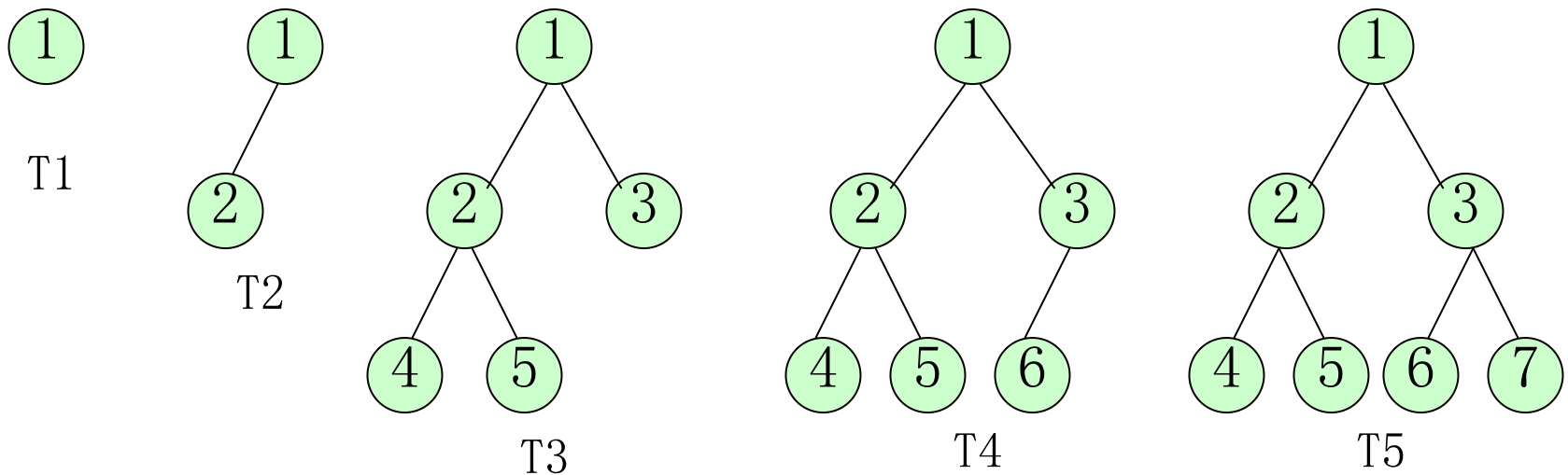
- 左小孩为偶数, 右小孩为奇数;
- 结点 $i$ 的左小孩是 $2i$ ,  $2i \leq n$   
结点 $i$ 的右小孩是 $2i+1$ ,  $2i+1 \leq n$   
结点 $i$ 的双亲是 $\lfloor i/2 \rfloor$ ;  $2 \leq i \leq n$
- 结点 $i$ 的层号 $= \lfloor \log_2 i \rfloor + 1 = \lceil \log_2 (i+1) \rceil$   $1 \leq i \leq n$



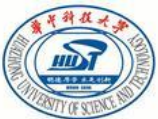
## 5. 完全二叉树 (complete binary tree):

深度为 $k$ 的有 $n$ 个结点的二叉树, 当且仅当每一个结点都与同深度的满二叉树中编号从1至 $n$ 的结点一一对应, 称之为完全二叉树 (有些教材称为“顺序二叉树”)。

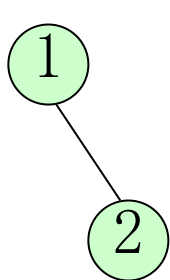
例. 完全二叉树:



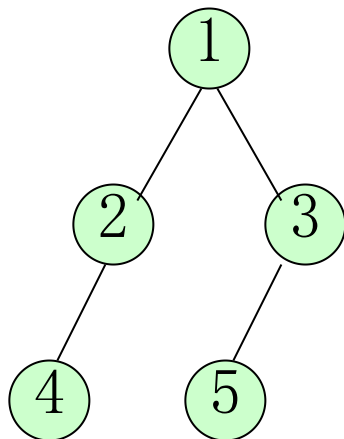
**逐层扫描法!**



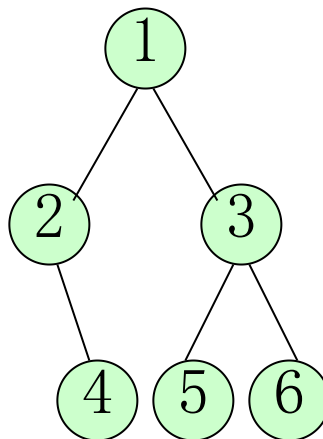
例 非完全二叉树:



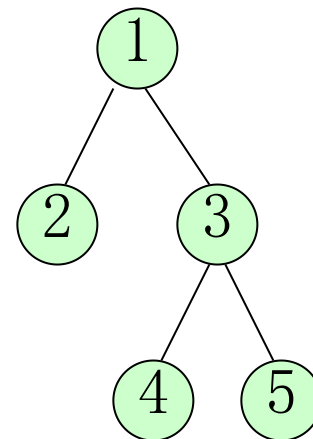
T1



T2



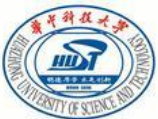
T3



T4

$n$  ( $n > 0$ ) 个结点的完全二叉树的深度?

$$\lfloor \log_2 n \rfloor + 1 = \lceil \log_2 (n+1) \rceil$$

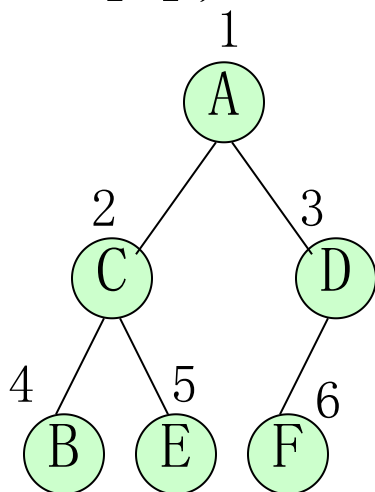


## 5.2.3 二叉树的存储结构

### 1. 顺序结构

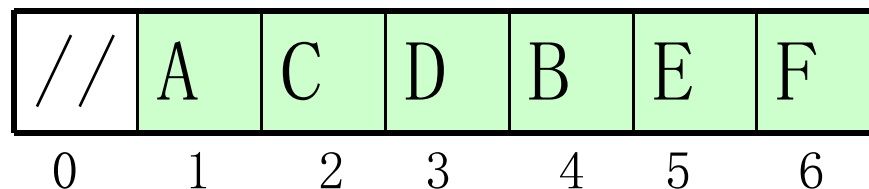
(1)  $n$ 个结点的完全二叉树，使用一维数组：

例. `ElemType tree[n+1];`  
`char t[7];`



T1

$t[1..6]$



T1的顺序结构

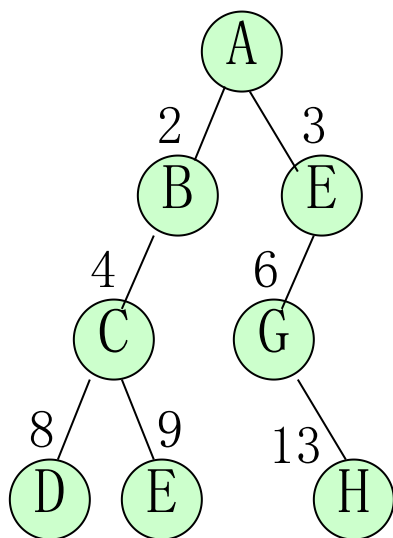
### 父子关系

- 元素(结点) $t[i]$ 的双亲是 $t[i/2]$ ,  $2 \leq i \leq n$
- 元素(结点) $t[i]$ 的左小孩是 $t[2*i]$ ,  $2i \leq n$
- 元素(结点) $t[i]$ 的右小孩是 $t[2*i+1]$ ,  $2i+1 \leq n$





## (2) 一般二叉树



T2

$t[1..13]$

A	B	E	C		G		D	E				H
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

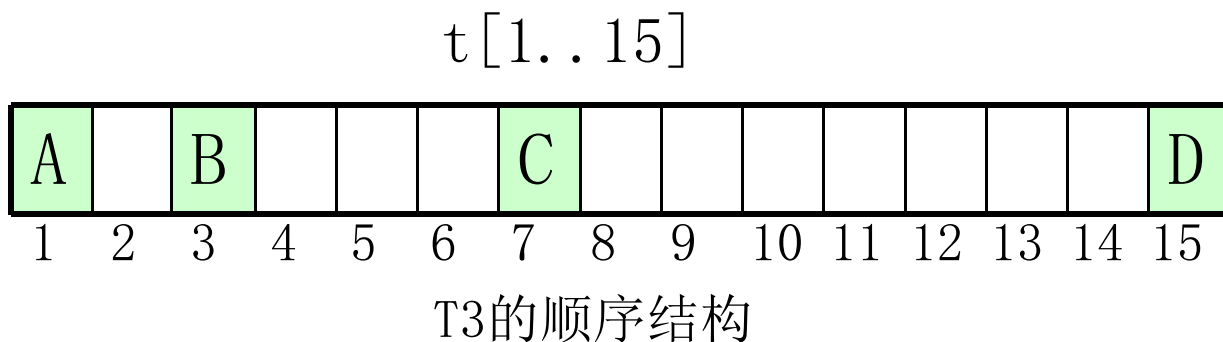
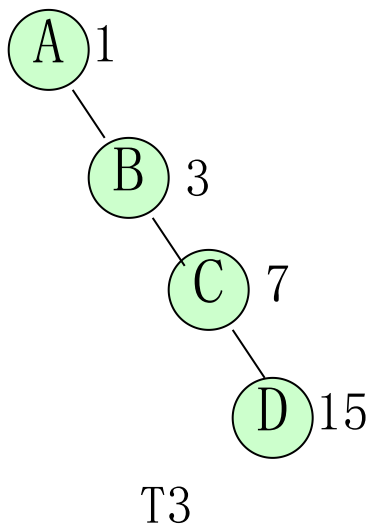
T2的顺序结构

### 父子关系

- 若  $t[i]$  存在,  $t[i]$  的双亲是  $t[i/2]$ ;  $2 \leq i \leq n$
- 若  $t[2*i]$  存在,  $t[i]$  的左小孩是  $t[2*i]$ ;  $2i \leq n$
- 若  $t[2*i+1]$  存在,  $t[i]$  的右小孩是  $t[2*i+1]$ 。  $2i+1 \leq n$



### (3) 右单枝树



深度为 $k$ 的二叉树，最多需长度为 $2^k-1$ 的一维数组。  
若是右单枝树，空间利用率为：

$$\alpha = \frac{k}{2^k - 1}$$

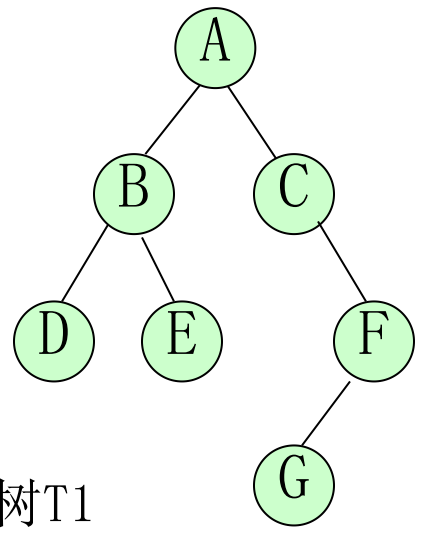
$$\begin{aligned} k=4, & \quad \alpha=4/15 \\ k=10, & \quad \alpha=10/1023 \\ & \quad \approx 0.0098 \end{aligned}$$



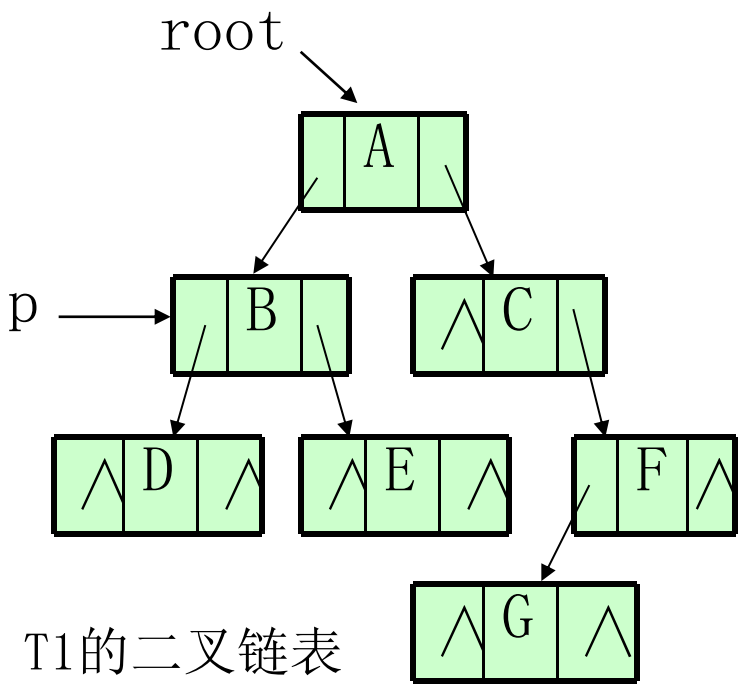
## 2. 链式存储结构

### (1) 二叉链表

```
struct BiTNode //结点类型
{
    struct BiTNode * lchild; //左孩子指针
    ElemType data; //抽象数据元素类型
    struct BiTNode * rchild; //右孩子指针
} *root, *p;
```



二叉树T1

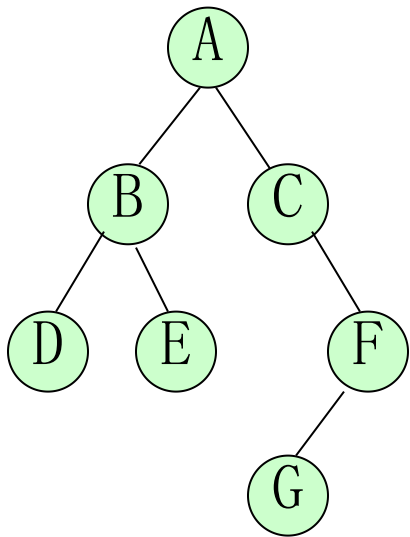


T1的二叉链表

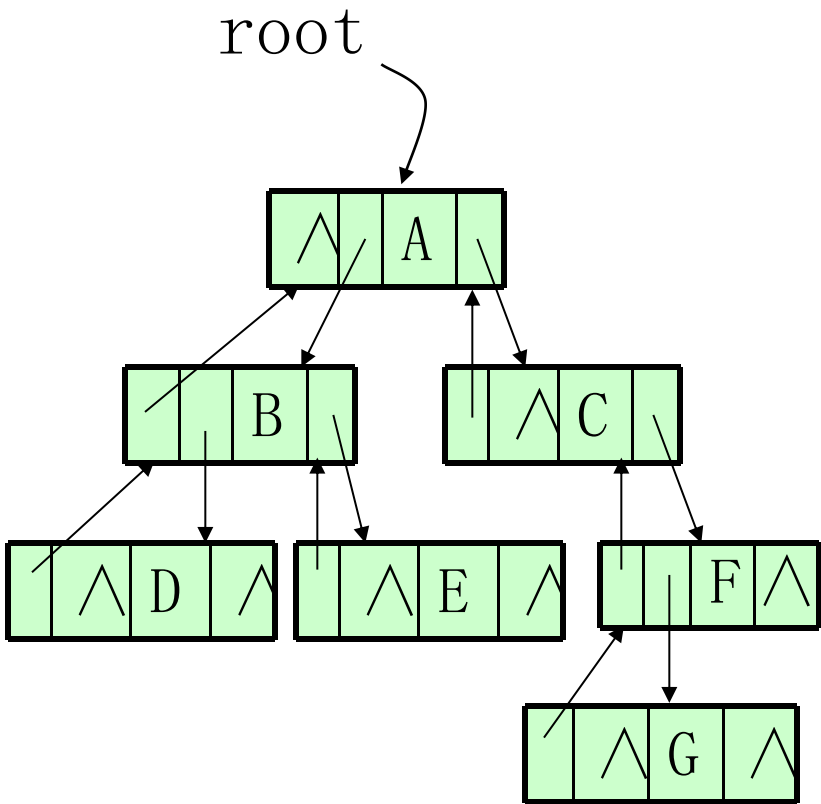


## (2) 三叉链表

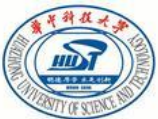
```
struct BiTNode
{
    struct BiTNode *parent, *lchild, *rchild ;
    ElemType data;
} *root, *p;
```



二叉树T2



T2的三叉链表



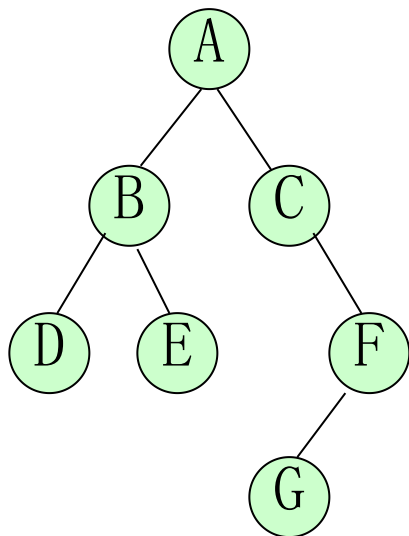
### (3) 静态链表

```
struct bnode2
```

```
{ ElemType data;
```

```
  int lchild, rchild;
```

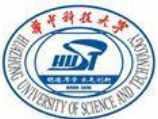
```
} t[n+1];
```



二叉树

	lchild	data	rchild
root → 0	///	///	///
1	2	A	3
2	4	B	5
3	0	C	6
4	0	D	0
5	0	E	0
6	7	F	0
7	0	G	0

一维数组 t[0..7]



## 5.3 遍历二叉树和线索二叉树

### 5.3.1 遍历二叉树

按某种规则访问二叉树的每一个结点一次且仅一次的过程。

设：D---访问根结点, 输出根结点;

L---递归遍历左二叉树;

R---递归遍历右二叉树。

遍历规则(方案):

DLR---前序遍历(先根, preorder)

LDR---中序遍历(中根, inorder)

LRD---后序遍历(后根, postorder)

DRL---逆前序遍历

RDL---逆中序遍历

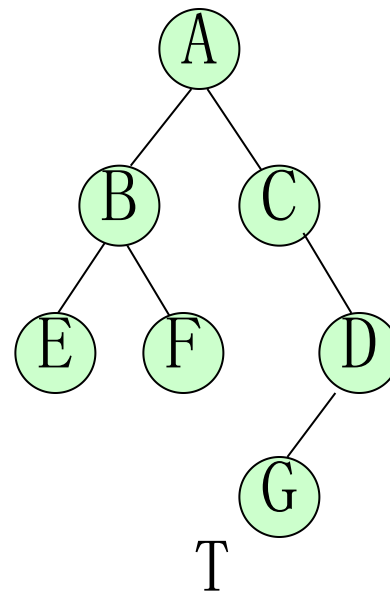
RLD---逆后序遍历

# 前序遍历

前序遍历二叉树递归定义：

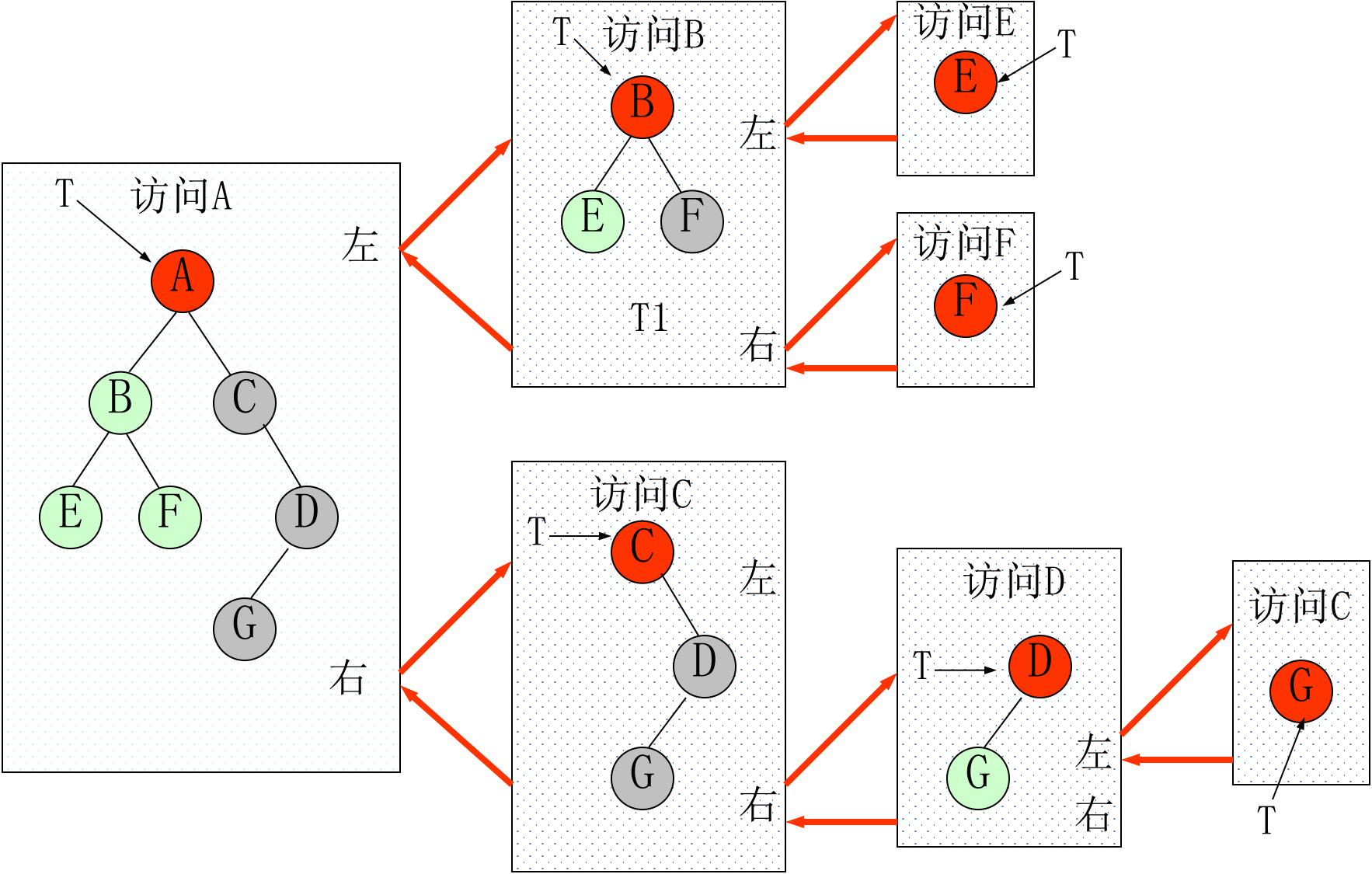
若二叉树为空，则遍历结束；  
否则，执行下列步骤：

- (1) 访问根结点；
- (2) 遍历根的左子树；
- (3) 遍历根的右子树。





前序遍历递归算法过程：







## 前序遍历递归算法：

```
typedef struct BiTNode *BiTree;    // 结点指针类型
void PreOrderTraverse(BiTree T)
// T是指向二叉链表根结点的指针
{
    if (!T) return;
    else
    {
        printf( "%c" , T->data);    // 访问根指针
        PreOrderTraverse(T->lchild); // 递归访问左子树
        PreOrderTraverse(T->rchild); // 递归访问右子树
    }
    return;
}
```



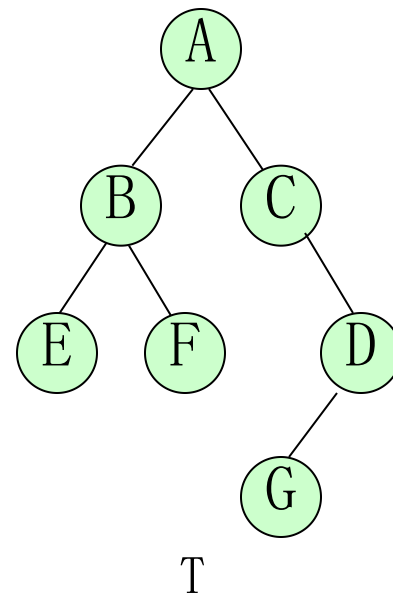
## 2. 中序遍历

中序遍历二叉树递归定义：

若二叉树为空，则遍历结束；

否则，执行下列步骤：

- (1) 遍历根的左子树；
- (2) 访问根结点；
- (3) 遍历根的右子树。





## 中序遍历递归算法

```
typedef struct BiTNode *BiTree;    //结点指针类型
void MidOrderTraverse(BiTree T)
//T是指向二叉链表根结点的指针
{
    if (T)
    {
        MidOrderTraverse(T->lchild);    //递归访问左子树
        printf( "%c" , T->data);        //访问根指针
        MidOrderTraverse(T->rchild);    //递归访问右子树
    }
    return;
}
```

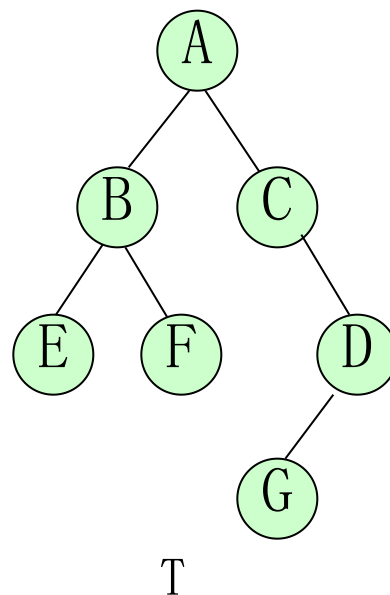
### 3. 后序遍历

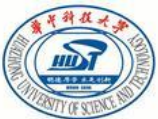
后序遍历二叉树递归定义：

若二叉树为空，则遍历结束；

否则，执行下列步骤：

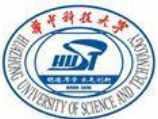
- (1) 遍历根的左子树；
- (2) 遍历根的右子树；
- (3) 访问根结点。





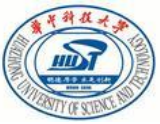
## 后序遍历递归算法

```
typedef struct BiTNode *BiTree; //结点指针类型
void PostOrderTraverse(BiTree T)
//T是指向二叉链表根结点的指针
{
    if (T)
    {
        PostOrderTraverse(T->lchild); //递归访问左子树
        PostOrderTraverse(T->rchild); //递归访问右子树
        printf( "%c" , T->data);      //访问根指针
    }
    return;
}
```

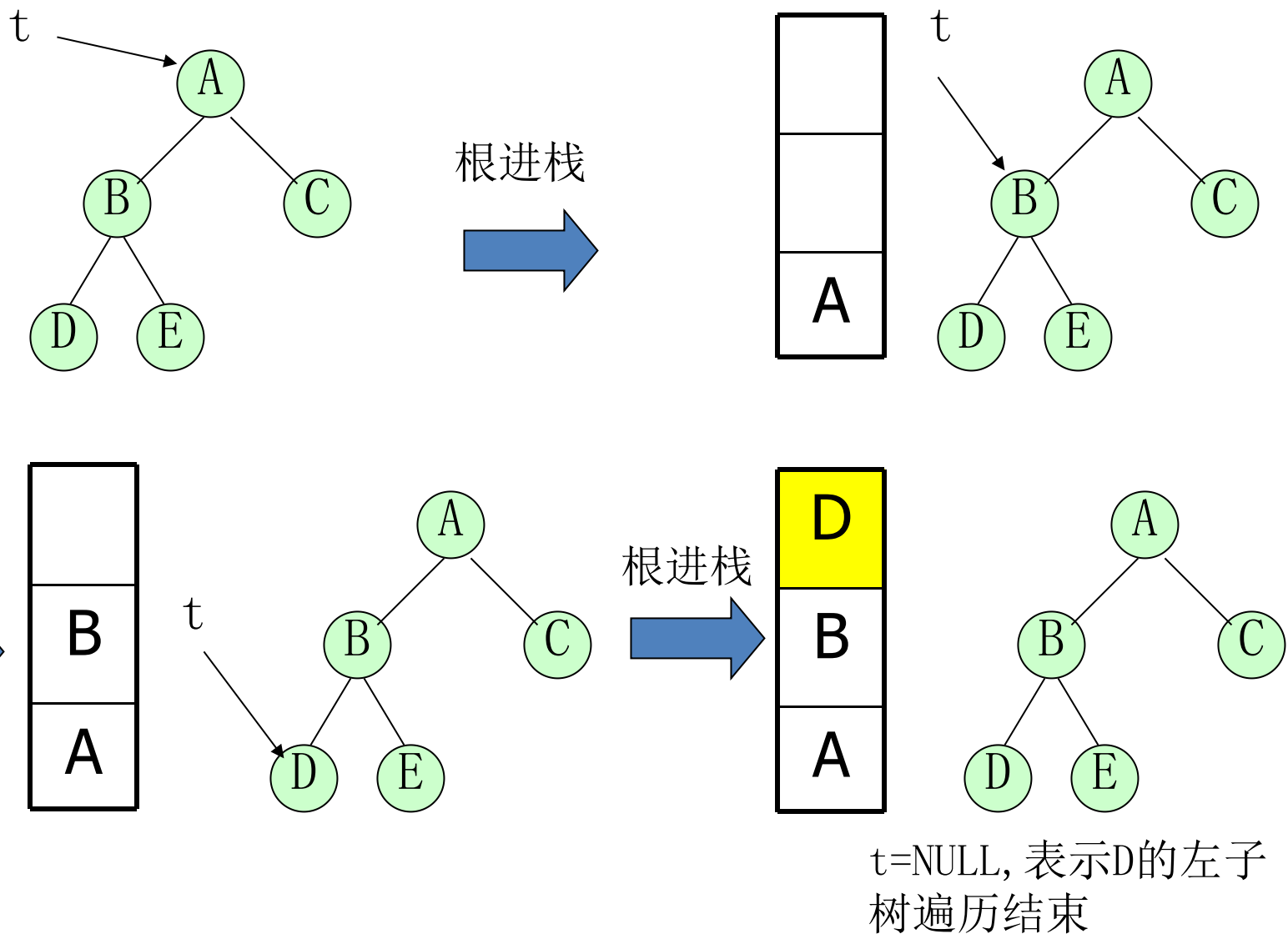


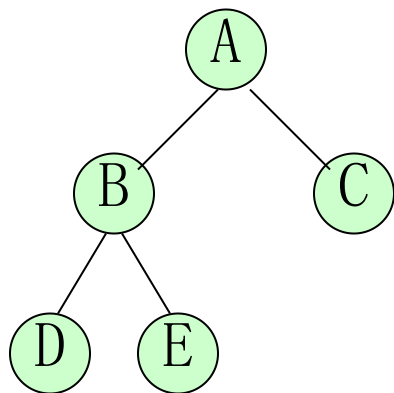
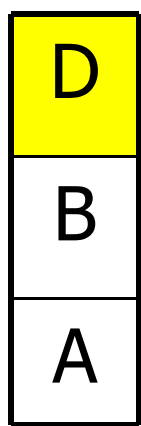
#### 4. 非递归算法(以中序遍历为例说明)

- 递归算法简明精炼，但效率较低，实际应用中常使用非递归；
- 某些高级语言不支持递归；
- 非递归算法思想：
  - (1) 设置一个栈S存放所经过的根结点（指针）信息；初始化S；
  - (2) 第一次访问到根结点并不访问，而是入栈；
  - (3) 中序遍历它的左子树，左子树遍历结束后，第二次遇到根结点，就将根结点（指针）退栈，并且访问根结点；然后中序遍历它的右子树。
  - (4) 当需要退栈时，如果栈为空则结束。



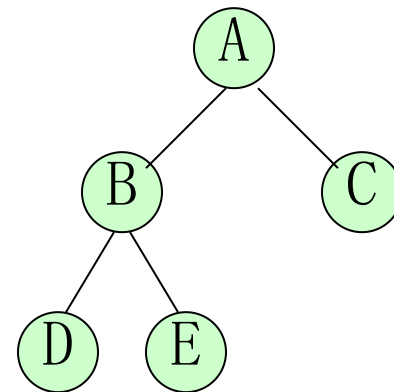
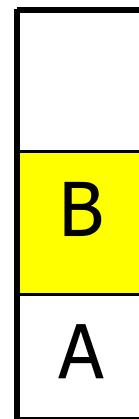
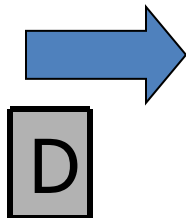
## 非递归算法(以中序遍历为例说明)





退栈  $\rightarrow t$ , 访问D,

$t \rightarrow rchild \rightarrow t$

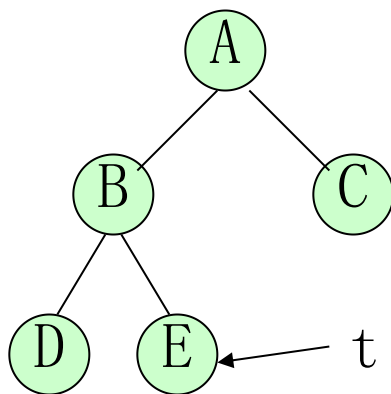
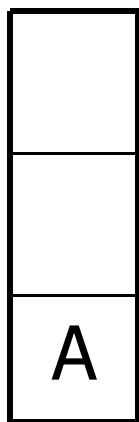
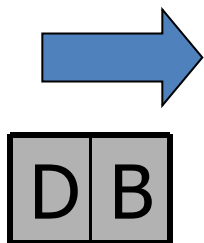


$t = \text{NULL}$ , 表示D的左子树遍历结束

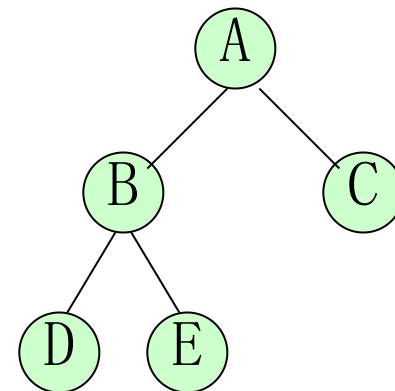
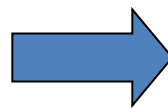
$t = \text{NULL}$ , 表示D的右子树为空, 也即B的左子树遍历结束

退栈  $\rightarrow t$ , 访问B,

$t \rightarrow rchild \rightarrow t$

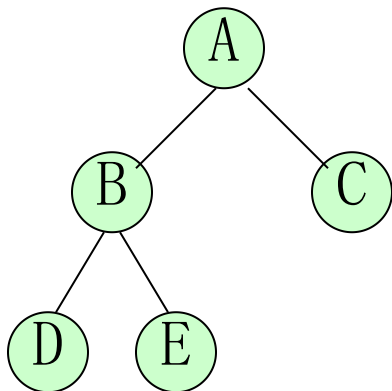
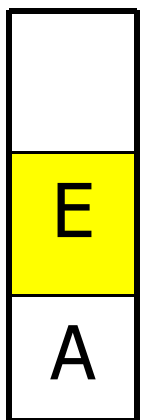


根进栈



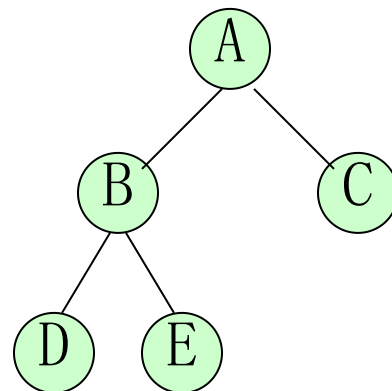
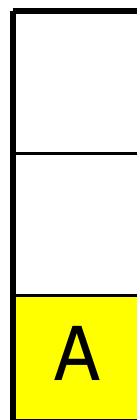
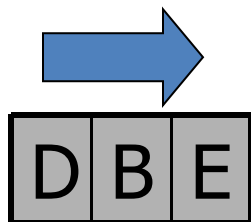
$t = \text{NULL}$ , 表示E的左子树遍历结束





退栈  $\rightarrow t$ , 访问E,

$t \rightarrow rchild \rightarrow t$

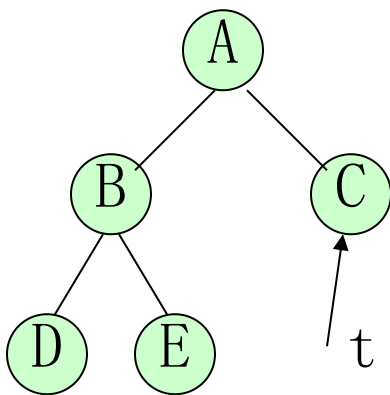
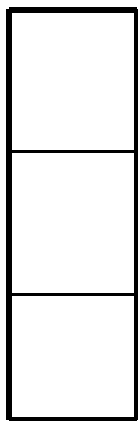


$t = \text{NULL}$ , 表示E的左子树遍历结束

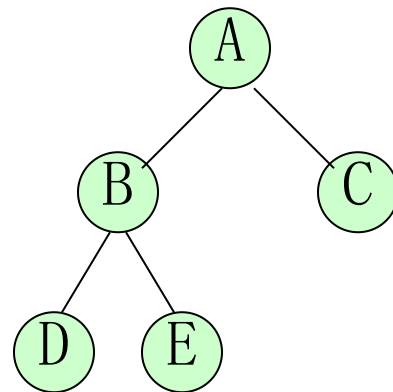
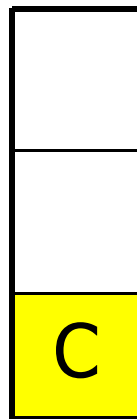
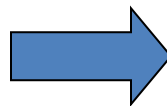
$t = \text{NULL}$ ,  $t$ 此时为A的左子树最右结点的右孩子。表示A的左子树遍历结束

退栈  $\rightarrow t$ , 访问A,

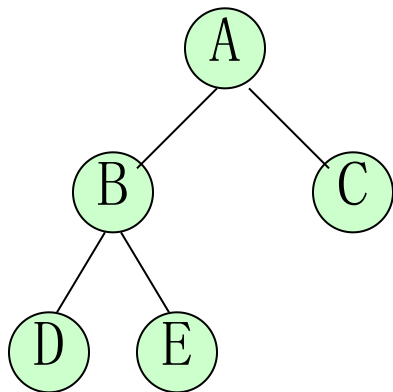
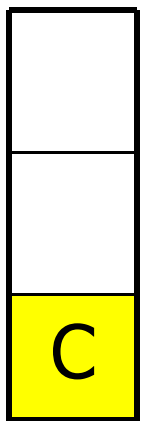
$t \rightarrow rchild \rightarrow t$



根进栈

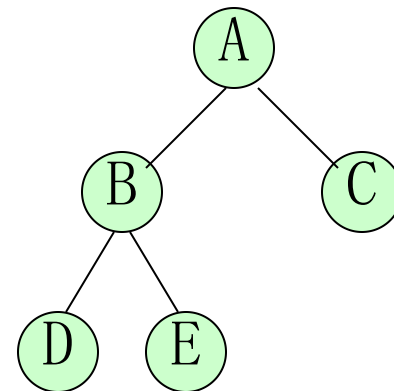
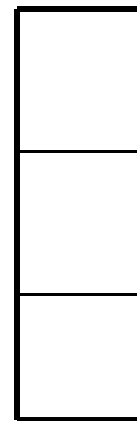
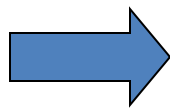


$t = \text{NULL}$ , 表示C的左子树遍历结束



t=NULL, 表示C的左子树遍历结束

退栈  $\rightarrow$  t, 访问C,  
t  $\rightarrow$  rchild  $\rightarrow$  t



t=NULL, 并且栈S为  
空, 遍历结束





## 中序遍历非递归算法

```
void Midorder(struct BiTNode *t)          //t为根指针
{ struct BiTNode *st[maxleng]; //定义指针栈
  int top=0;                          //置空栈
  do {
    while(t)                          //根指针t表示的为非空二叉树
    { if (top==maxleng) exit(OVERFLOW); //栈已满, 退出
      st[top++]=t;                    //根指针进栈
      t=t->lchild;                    //t移向左子树
    } //循环结束表示以栈顶元素的指向为
      //根结点的二叉树的左子树遍历结束
    if (top)                          //为非空栈
    { t=st[--top];                    //弹出根指针
      printf("%c", t->data);          //访问根结点
      t=t->rchild;                    //遍历右子树
    }
  } while(top || t); //父结点未访问, 或右子树未遍历
}
```



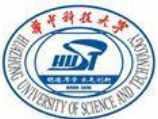
## 前序遍历非递归算法

```
void Preorder(struct BiTNode * t) {           //t为根指针
    struct BiTNode * St[MaxSize], *p; //定义指针栈
    int top = 0;                             //置空栈
    if (t != NULL) {
        St[top++] = t;
        while(top) {
            p = St[--top]; printf("%c ", p->data);
            if(p->rchild != NULL)
                St[top++] = p->rchild;
            if(p->lchild != NULL)
                St[top++] = p->lchild;
        }
        printf("\n");
    }
}
```



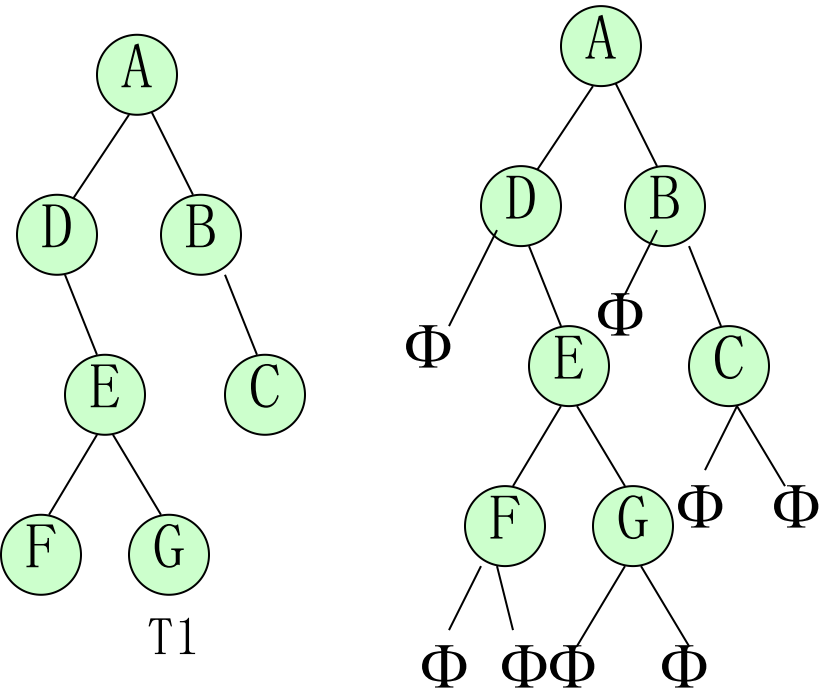
## 后序遍历非递归算法

```
void Postorder(struct BiTNode * t){
    struct BiTNode * St[MaxSize], *pre;
    int flag, top = 0;
    if (t != NULL){
        do{
            while(t != NULL){
                St[top++] = t; t = t->lchild;
            }
            pre = NULL; flag = 1;
            while(top && flag){
                t = St[top-1];
                if(t->rchild == pre){
                    printf( "%c ", t->data); top--; pre = t;
                }
                else{ t=t->rchild; flag = 0;}
            }
        }while(top);
        printf( "\n" );
    }
}
```

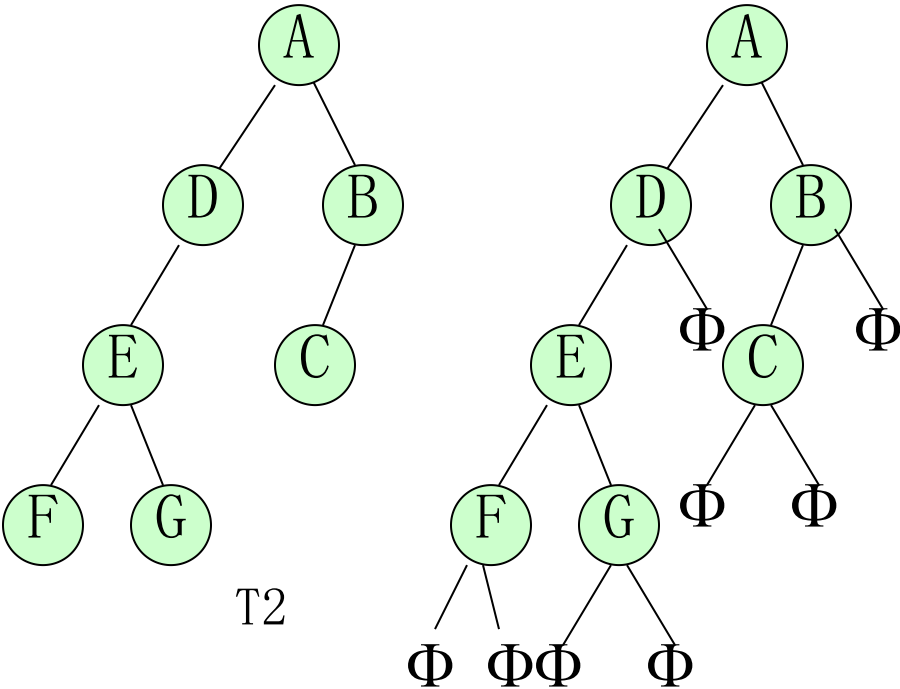


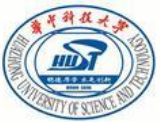
# 5.3.2 建立(生成)二叉树

- 二叉树T1的先序序列：  
"ADEFGBC"  
带空二叉树的先序序列：  
"ADΦEFΦΦGΦΦBΦCΦΦ"  
其中：'Φ' 表示空二叉树



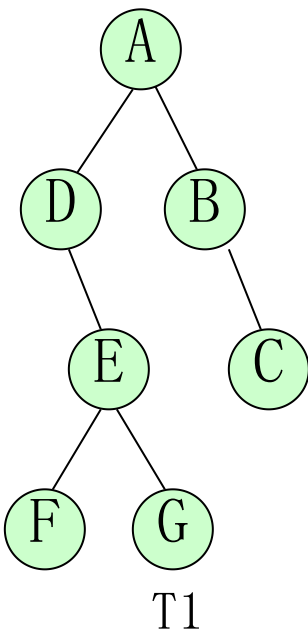
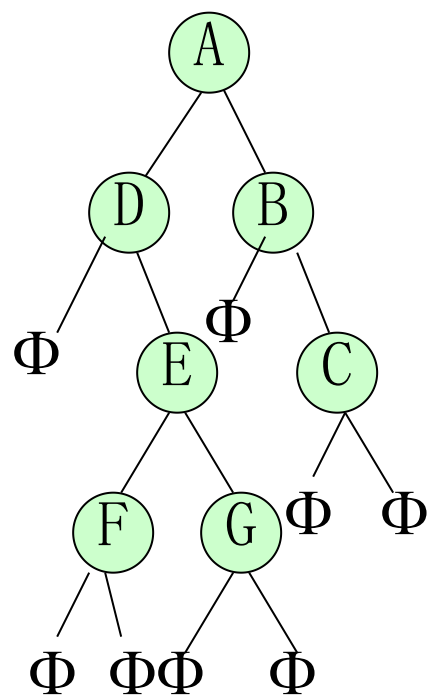
- 二叉树T2的先序序列：  
"ADEFGBC"  
带空二叉树的先序序列：  
"ADEFΦΦGΦΦΦBCΦΦΦ"

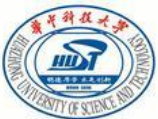




建立方法:

A D  $\Phi$  E F  $\Phi$   $\Phi$  G  $\Phi$   $\Phi$  B  $\Phi$  C  $\Phi$   $\Phi$





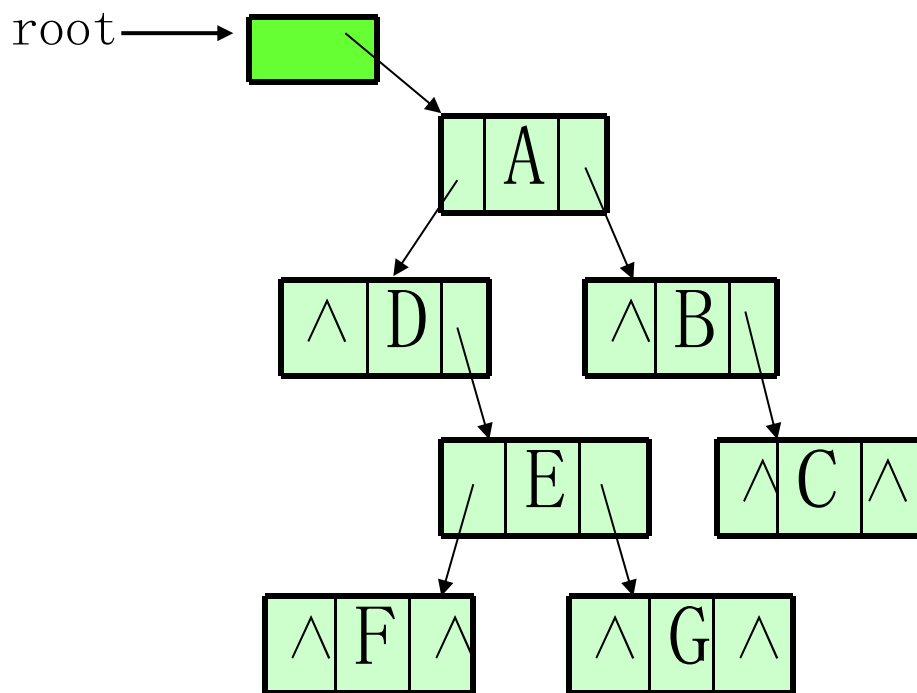
算法：创建二叉树

输入：带空结点的二叉树的先序序列

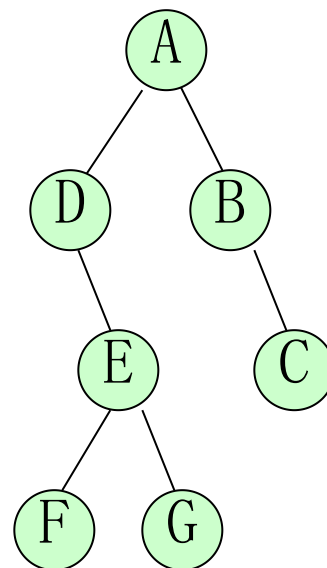
输出：二叉树的根指针

#define leng sizeof(BiTNode) //结点所占空间大小

假设输入先序序列：ADΦEFΦΦGΦΦBΦCΦΦ



二叉链表



二叉树





## 实现算法:

```
void CreatBiTree1(struct BiTNode **root)
//root是指向二叉链表根指针的指针
{ char ch;
  scanf( "%c" , &ch);    //输入一个结点, 假定为字符型
  if (ch == 'Φ') (*root)=NULL;
  else
  {
    (*root)=(struct BiTNode *)malloc(leng);
    (*root)->data=ch;          //生成根结点
    CreatBiTree1(&(*root)->lchild); //递归构造左子树
    CreatBiTree1(&(*root)->rchild); //递归构造右子树
  }
}
```



### 5.3.3 线索二叉树

遍历二叉树是按某种规则将非线性结构的二叉树结点线性化。

- 二叉树结点中没有相应前驱和后继的信息。每次遍历时需按规则动态产生。
- $n$ 个节点的二叉树：
  - 有： $n*2$  个指针域
  - 使用： $n-1$  个指针。除根以外，每个结点被一个指针指向
  - 空指针域数： $n*2-(n-1)=n+1$

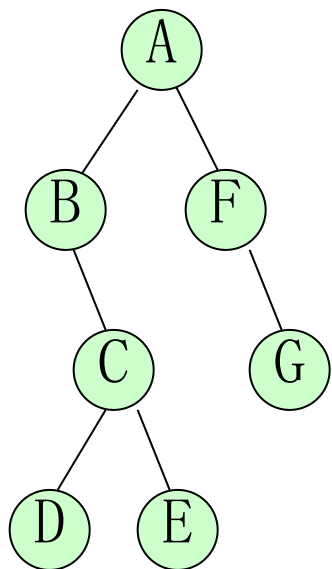


- 当对某二叉树经常按某种规则遍历访问时，可利用空指针域。**将空的左指针域指向直接前驱，空的右指针域指向直接后继，非空指针不需要改变。**称该处理过程称为**二叉树线索化**。由此可分别得到：
- 前序线索二叉树，中序线索二叉树，后序线索二叉树

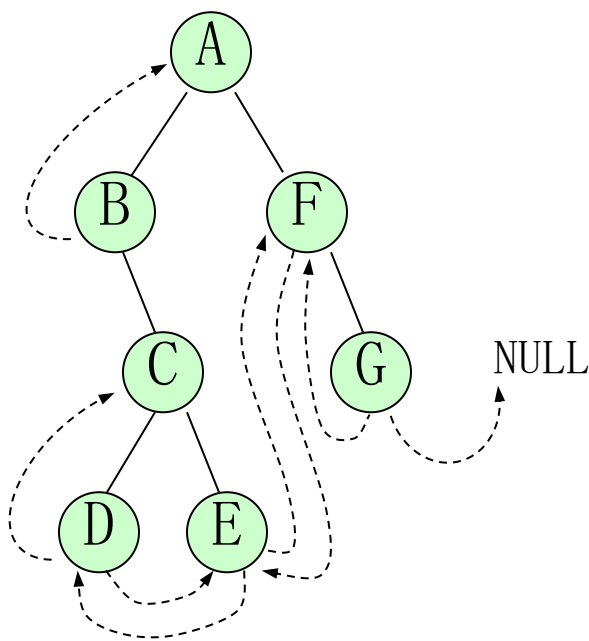
## 1. 前序线索二叉树:

线索指向前序遍历中前趋、后继的线索二叉树。

例. T的前序序列: A, B, C, D, E, F, G



二叉树T



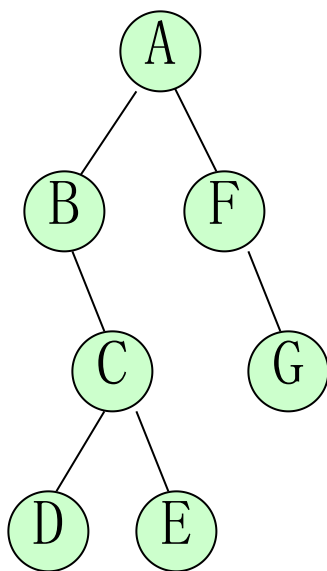
T的前序线索二叉树



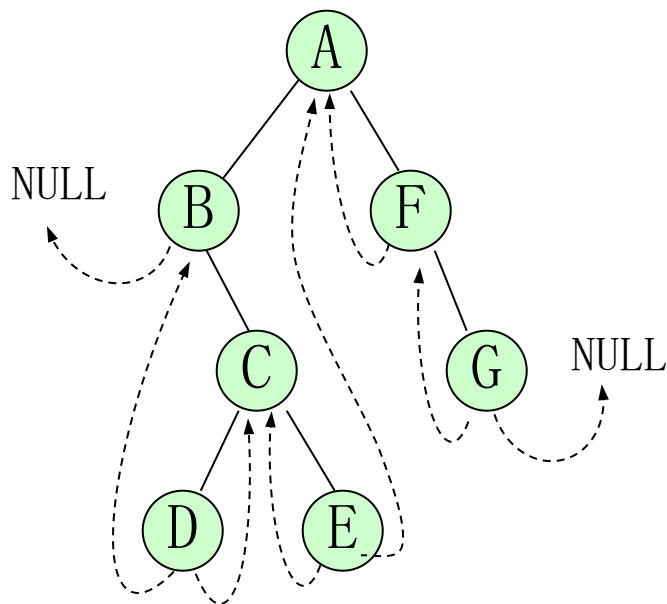
## 2. 中序线索二叉树:

线索指向中序遍历中前趋、后继的线索二叉树。

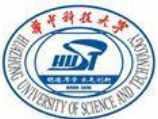
例. T的中序序列: B, D, C, E, A, F, G



二叉树T



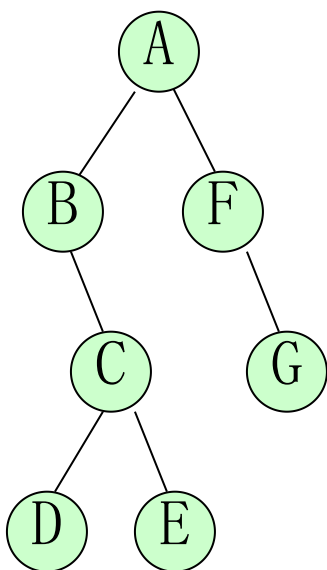
T的中序线索二叉树



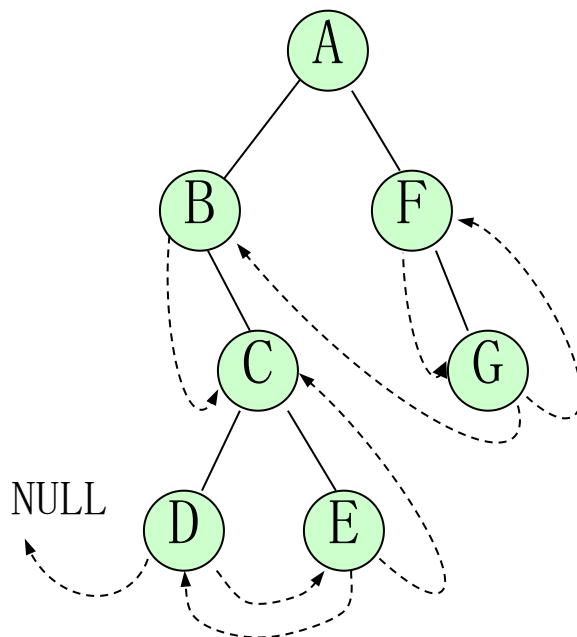
### 3.后序线索二叉树:

线索指向后序遍历中前趋、后继的线索二叉树。

例. T的后序序列: D,E,C,B,G,F,A



二叉树T

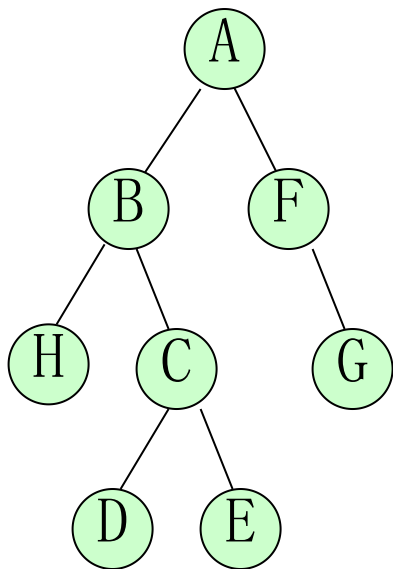


T的后序线索二叉树

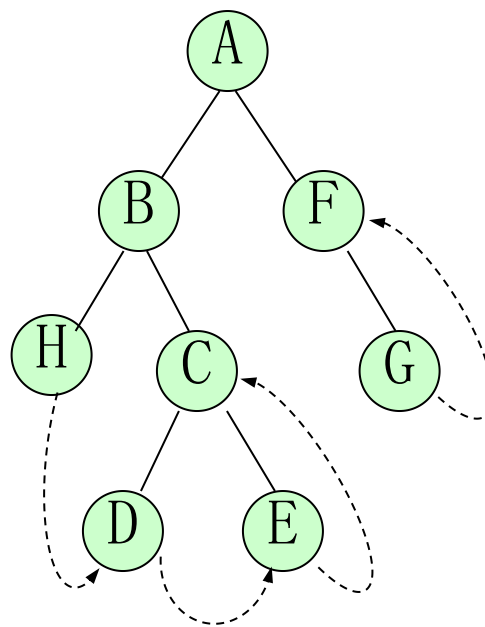
## 4.后序后继线索二叉树:

只设指向后序遍历中**后继线索**的线索二叉树。

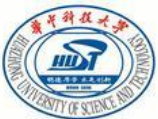
例. T的后序序列: H,D,E,C,B,G,F,A



二叉树T



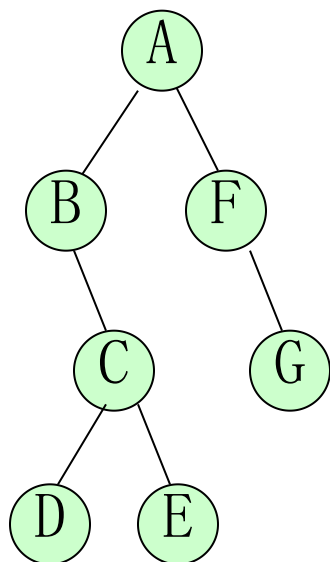
T的后序后继线索二叉树



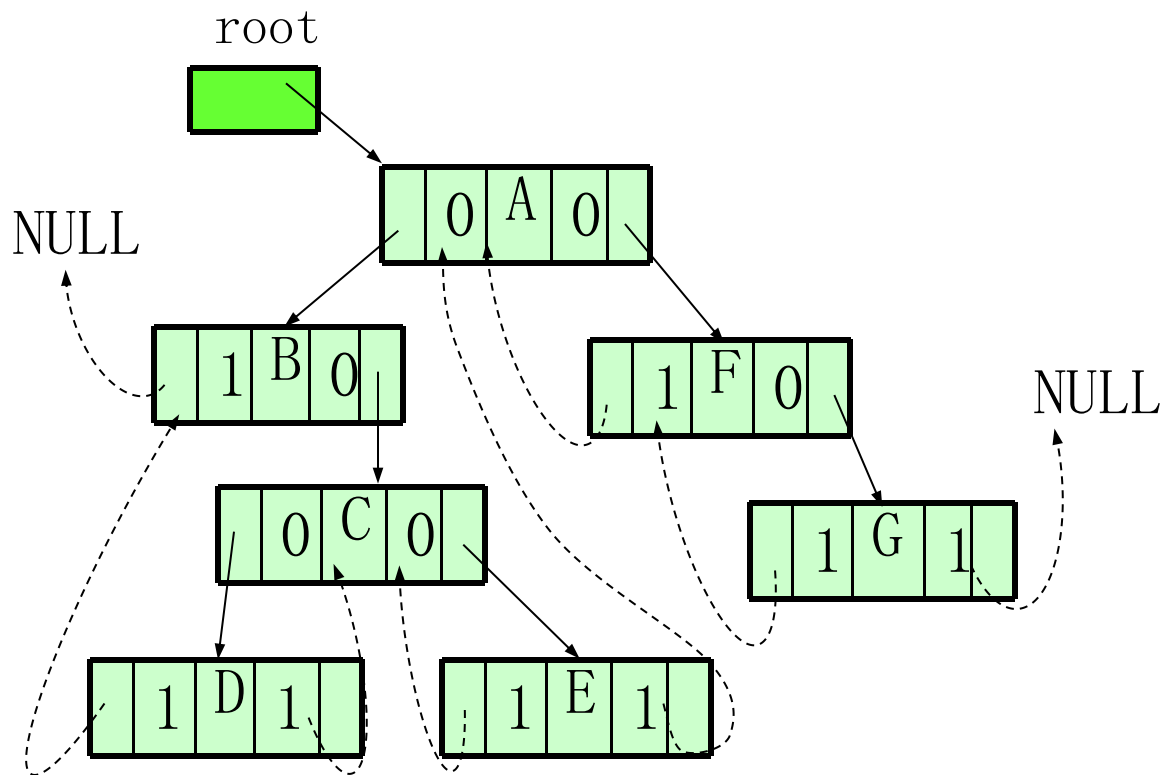
## 5. 线索二叉树的存储结构

### (1). 结点结构:

lchild	ltag	data	rtag	rchild
	0/1		0/1	
左小孩 或前趋	左标志	结点值	右标志	右小孩 或后继

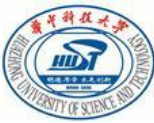


二叉树

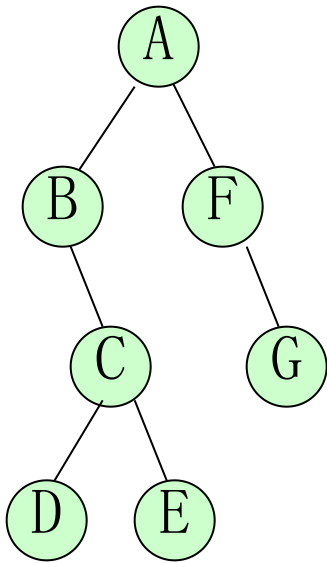


中序线索二叉树链表

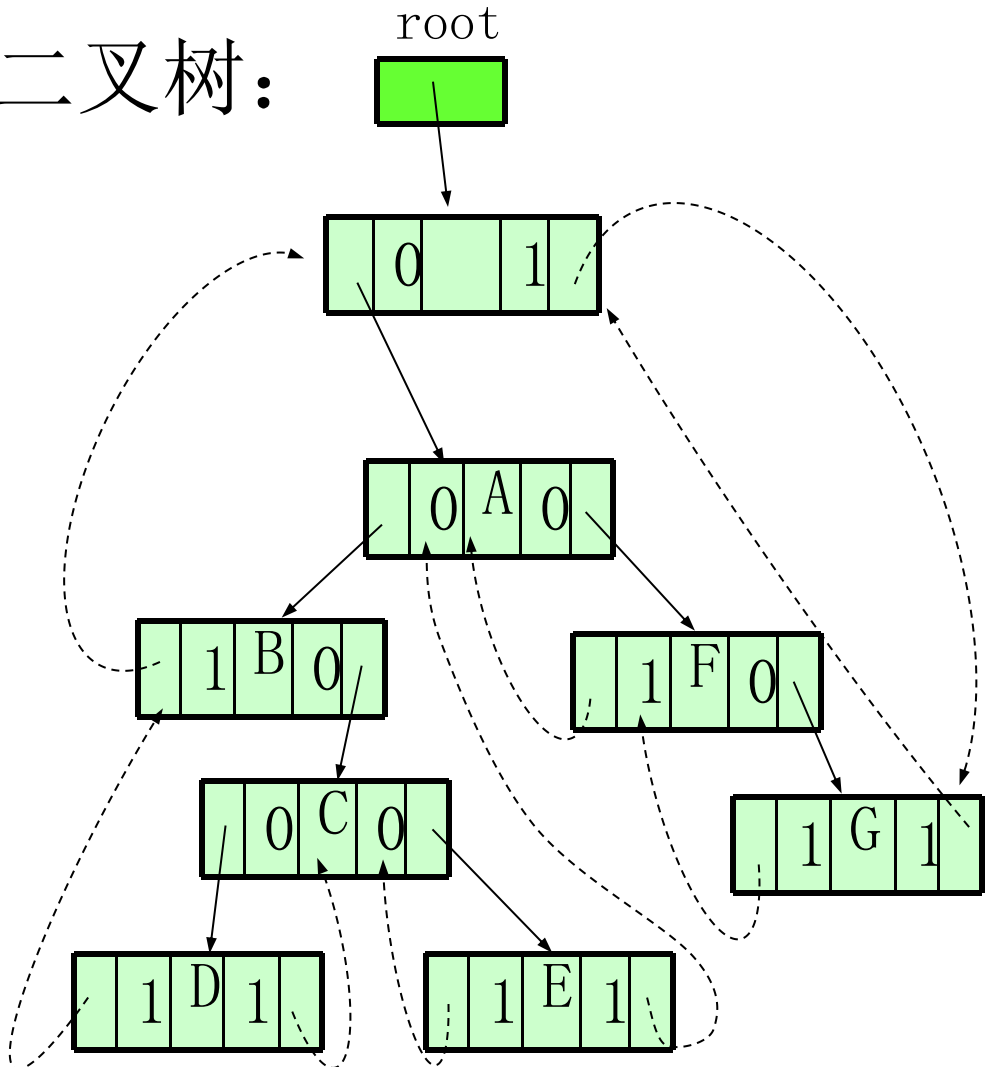




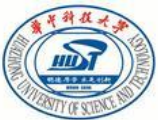
# 带头结点的线索二叉树:



二叉树

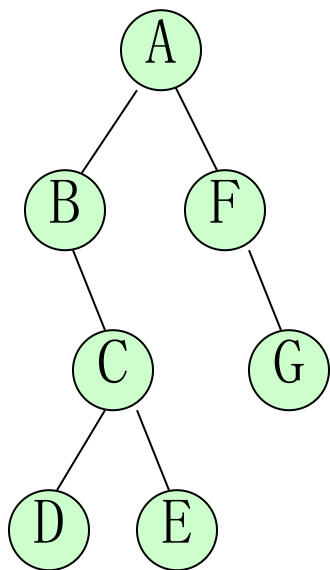


中序线索二叉树链表

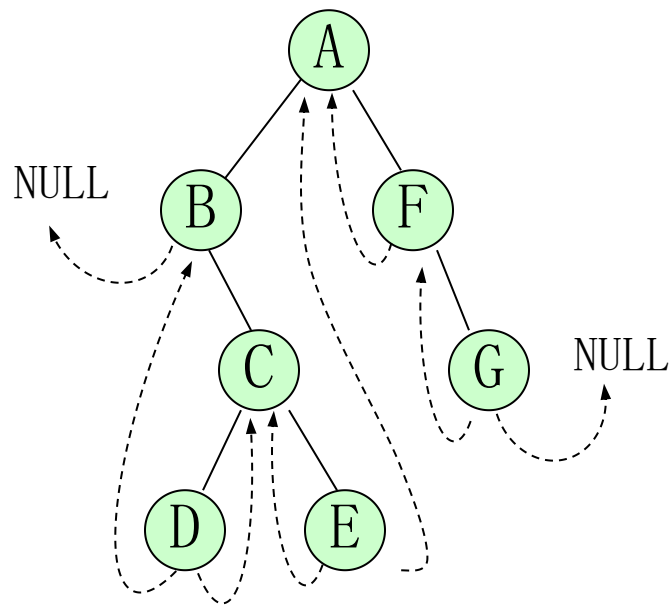


## (2) 将二叉树线索化（中序）。

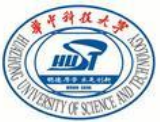
T的中序序列：B,D,C,E,A,F,G



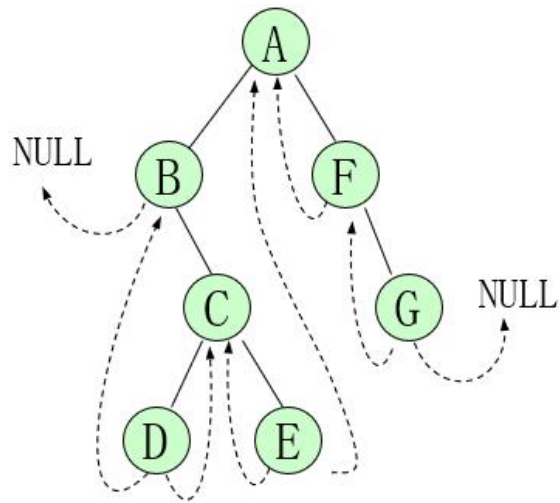
二叉树T



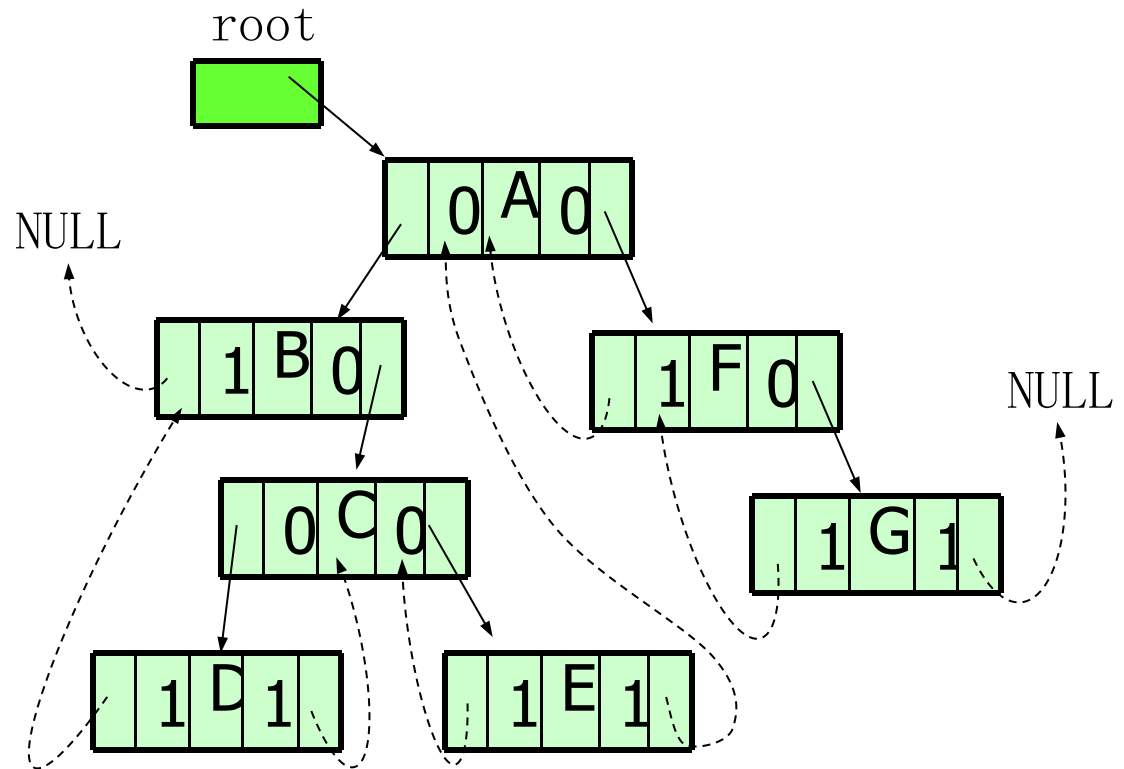
T的中序线索二叉树



T的中序序列: B,D,C,E,A,F,G



T的中序线索二叉树



中序线索二叉树链表

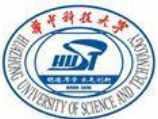


```
void creat_thread(struct BiTNode *t)
{ struct BiTNode *st[maxleng+1]; //指针栈
  int top=0;                      //置空栈
  struct BiTNode *pre=NULL;       //前驱结点指针
  do
  { while(t)                      //根指针t表示的为非空二叉树
    { if (top==maxleng)
      { exit(OVERFLOW);           //栈已满, 退出
        st[top++]=t;              //根指针进栈
        t=t->lchild;              //t移向左子树
      }
    }
```

```

if (top)                                     //为非空栈
{ t=st[--top];                             //弹出根指针
  printf("%c", t->data);                    //访问根结点
  if (t->lchild!=NULL) t->ltag=0;           //左指针为孩子
  else {
    t->ltag=1; t->lchild=pre; } //左指针为线索
  if (pre!=NULL)
    if (pre->rchild!=NULL)
      pre->rtag=0;                         //右指针为孩子
    else {
      pre->rtag=1;                         //右指针为线索
      pre->rchild=t;
    }
    pre=t;                                //pre与t保持前后
    t=t->rchild;                           //遍历右子树
  }
} while(top||t);
pre->rtag=1;                               //最后一节点右标记线索
}

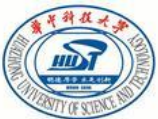
```



## 6. 线索二叉树的遍历

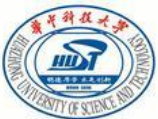
### (1). 先序线索二叉树的遍历:

```
void Preorder(struct BiTNode *t)           //t为根指针
{
    p=t;
    while (p)
    {
        printf( "%6c" , p->data);          //先序
        if (p->ltag==0) //有左孩子时,  p移向左孩子结点
            p=p->lchild;
        else           //p移向右孩子或右线索指向的结点
            p=p->rchild;
    }
}
```



(2). 中序线索二叉树的遍历:

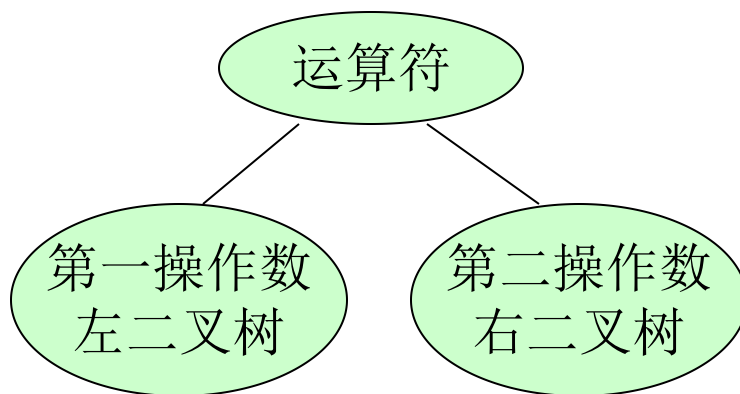
```
void InOrder(struct BiTNode *t)           //t为根指针
{
    p=t;
    if (p!=NULL) while (p->lchild!=NULL)
        p=p->lchild;           //查找二叉树的最左结点(第1个结点)
    printf("%6c", p->data);
    while (p->rchild!=NULL)      // p有后继结点
    {
        if (p->rtag==1) p=p->rchild; //p无右孩子时为线索
        else {p=p->rchild; //p有右孩子时，取右子树最左结点
            while (p->ltag!=1) p=p->lchild;}
        printf("%6c", p->data);
    }
}
```



## 5.3.4 表达式二叉树

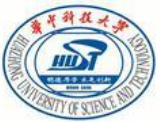
表达式二叉树  $T = (\text{第一操作数}) (\text{运算符}) (\text{第二操作数})$

其中：第一操作数、第二操作数也是表达式二叉树，  
分别为表达式二叉树  $T$  的左子树和右子树

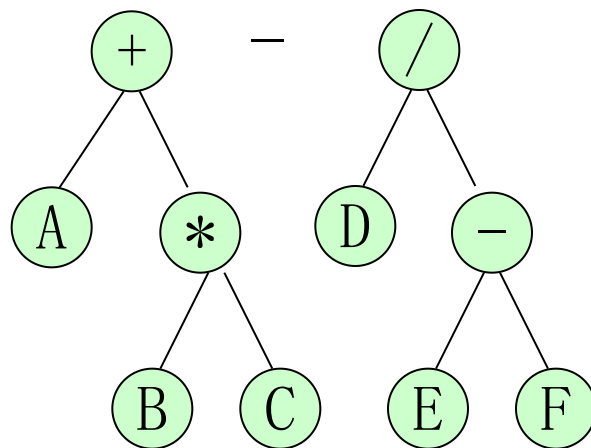
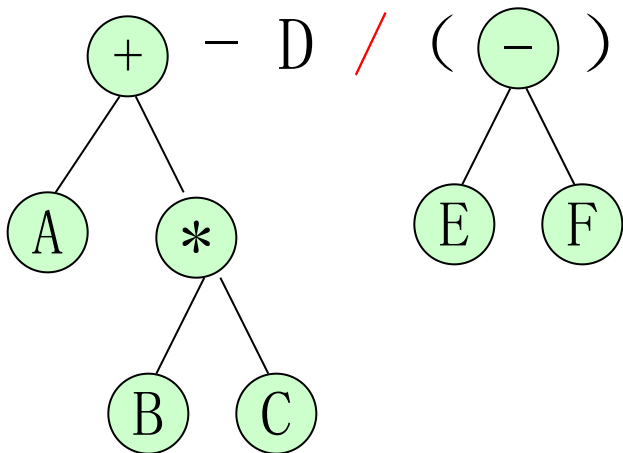
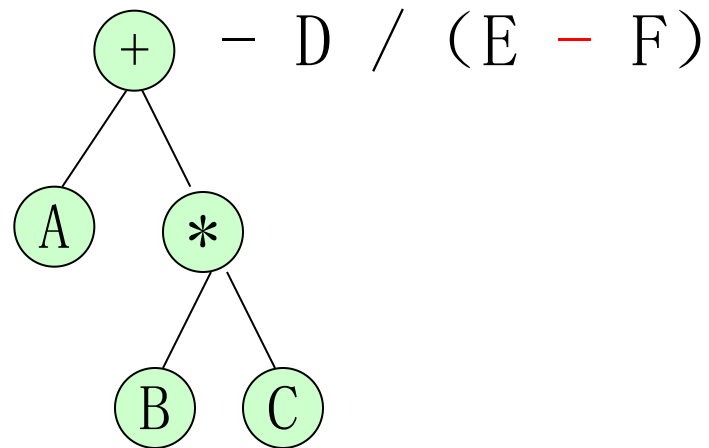
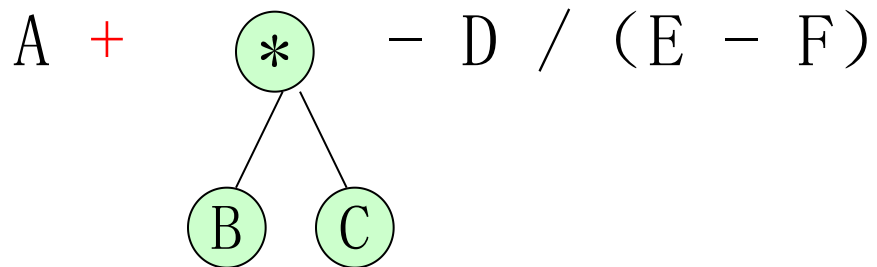


表达式二叉树



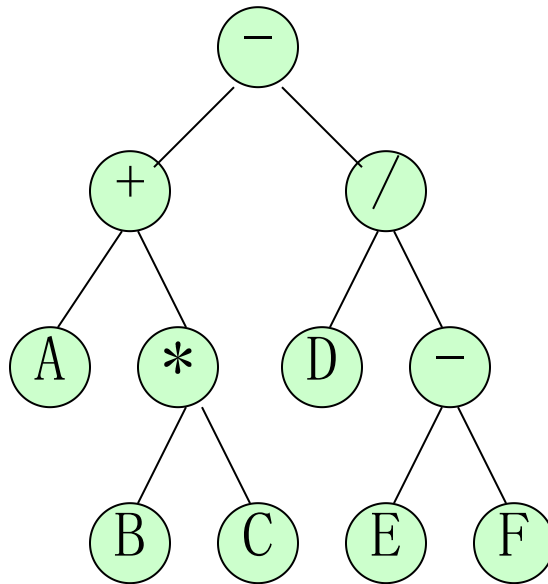


例 表达式:  $A + B * C - D / (E - F)$





例 表达式:  $A + B * C - D / (E - F)$



表达式二叉树

- 前序遍历:  $- + A * B C / D - E F$   
前缀表示, 前缀表达式, 波兰式
- 中序遍历:  $A + B * C - D / E - F$   
中缀表示, 中缀表达式
- 后序遍历:  $A B C * + D E F - / -$   
后缀表示, 后缀表达式, 逆波兰式

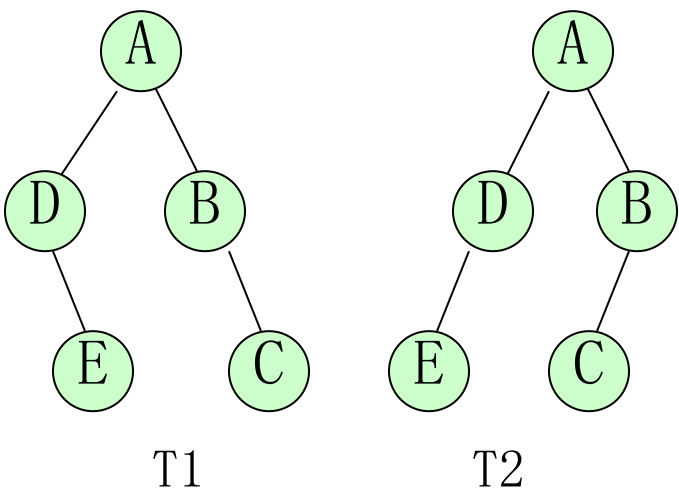


# 5.3.5 中序遍历序列和前(或后)序序列确定唯一棵二叉树

由前序序列: A D E B C

和(或)后序序列: E D C B A

不能确定唯一棵二叉树

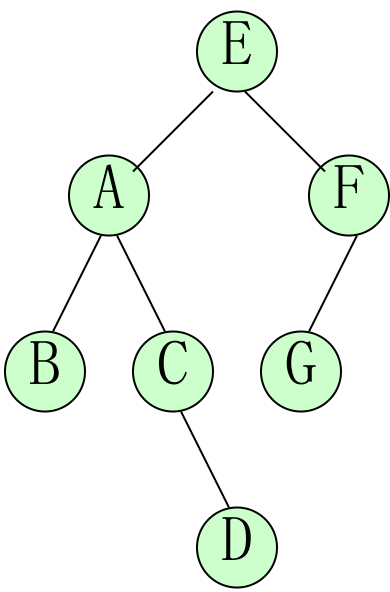
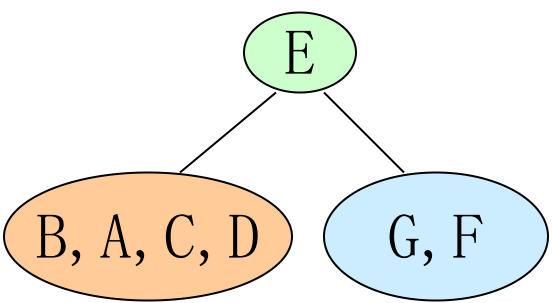


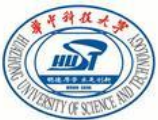
例1. 给定二叉树T的

中序序列: B A C D **E** G F

前序序列: **E** A B C D F G

如何求二叉树T?



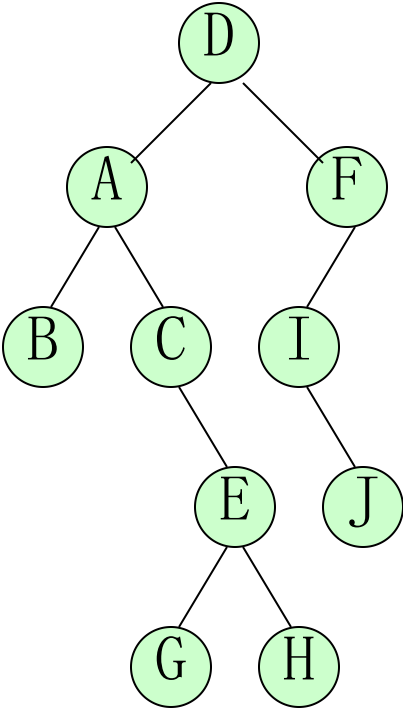
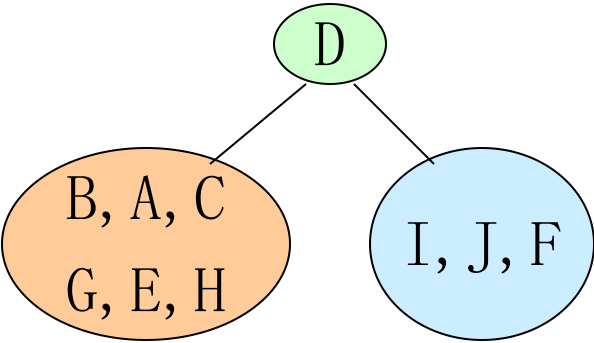


例2. 给定二叉树T的

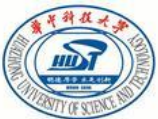
后序序列: B G H E C A J I F **D**

中序序列: B A C G E H **D** I J F

如何求二叉树T?



二叉树T

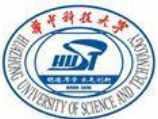


## 5.3.6 遍历二叉树的应用

例. 求二叉树中结点的个数

```
int preorder(struct BiTNode *root) //求二叉树中结点的个数
{
    int n=0 ;
    if (root)
    {
        n=1; //根结点计数
        n+=preorder(root->lchild); //递归计算左子树
        n+=preorder(root->rchild); //递归计算右子树
    }
    return n; }

main()
{
    int n; //n为计数器, 假定二叉树已生成
    n=preorder(root); //root为指针, 执行preorder(root)
    printf("%d", n); //输出n
}
```

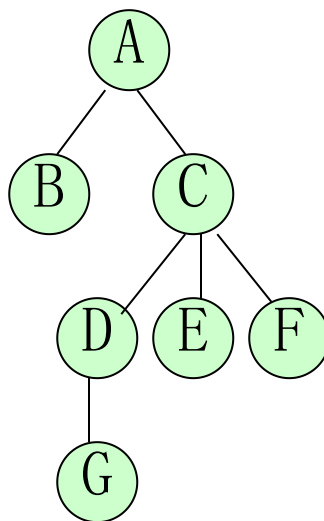


## 5.4 树和森林

### 5.4.1 树的存储结构

#### 1. 双亲表示法/数组表示法/顺序表示法

```
struct snode
{ char data;
  int parent;
} t[maxleng+1];
```

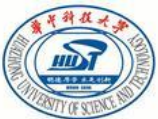


树

data parent

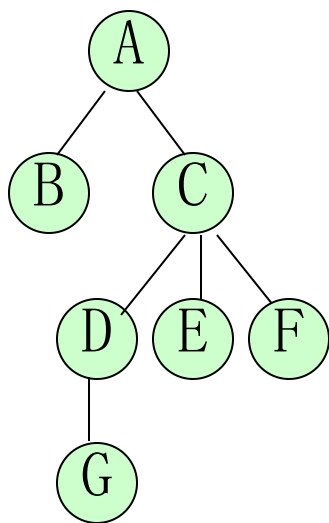
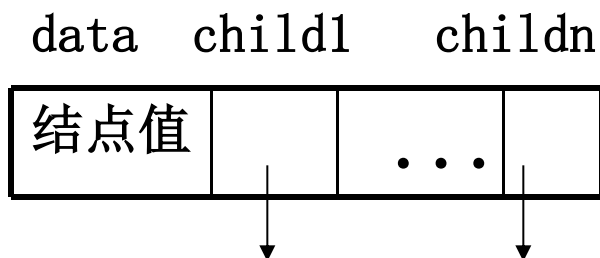
1	A	0
2	B	1
3	C	1
4	D	3
5	E	3
6	F	3
7	G	4

t[1..7]

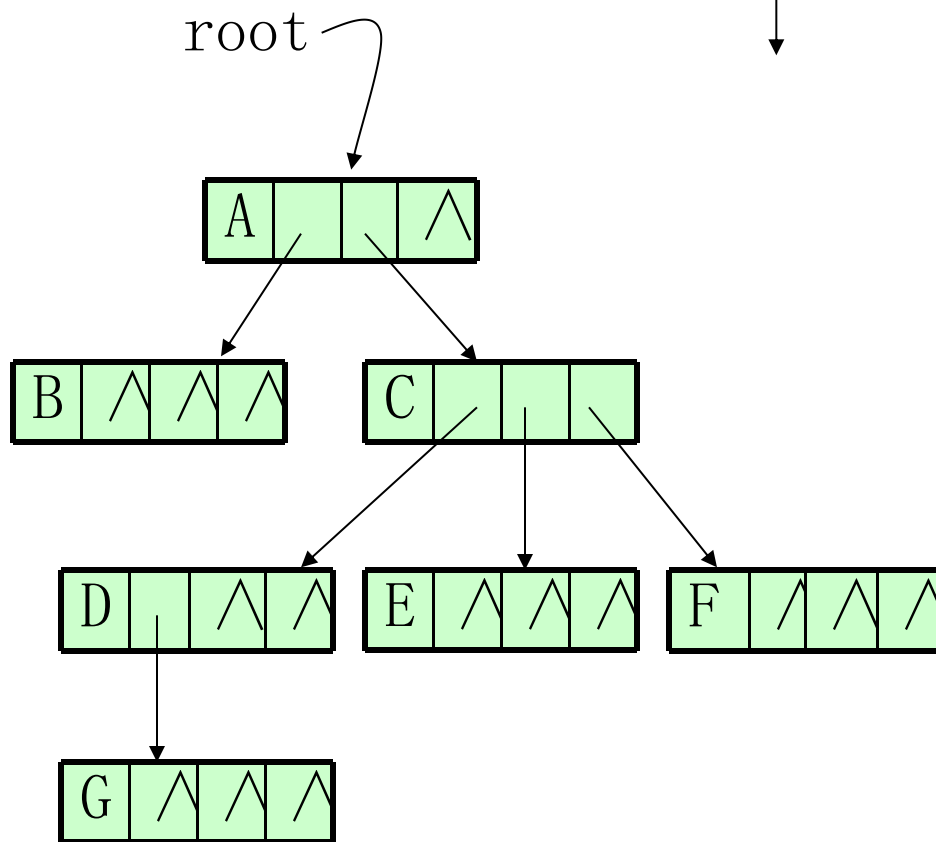


## 2. 孩子表示法/链接表表示法

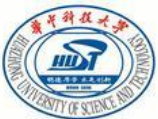
(1) 固定大小的结点格式，设  
树T的度为n



树T



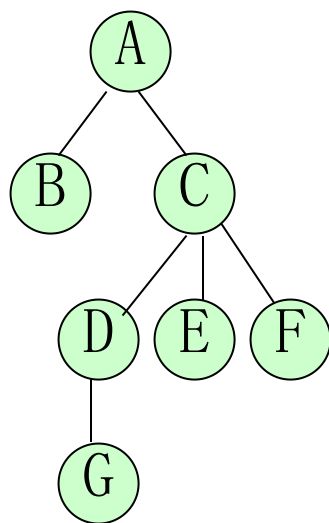
T的链接表



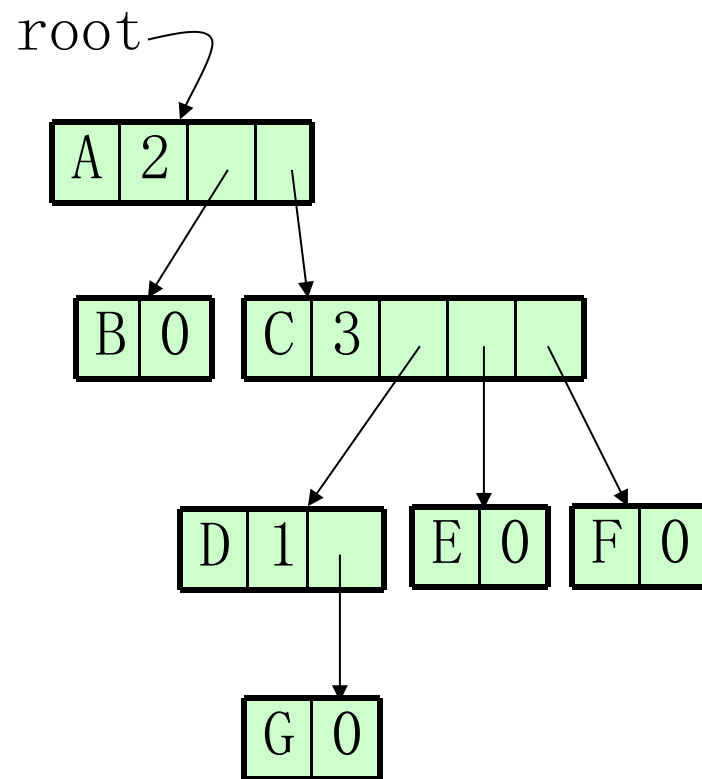
## 2.孩子表示法/链接表表示法

### (2)非固定大小的结点格式

data	degree	child1	...	childn
结点值	结点的度n		...	



树

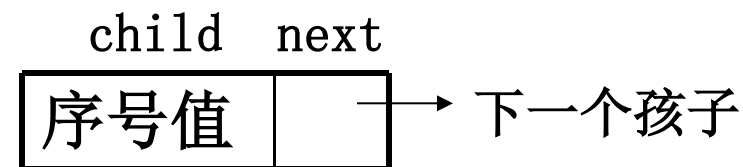
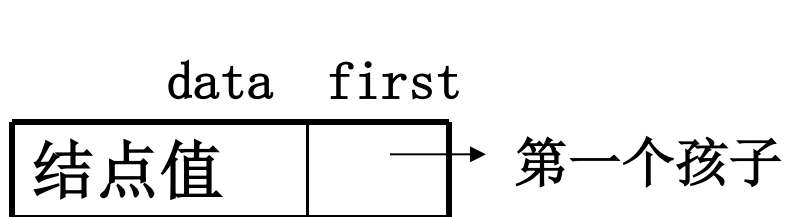


链接表



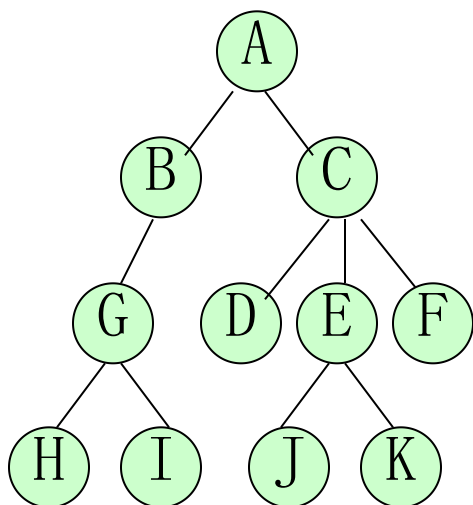


### 3.孩子链表表示法/单链表表示法

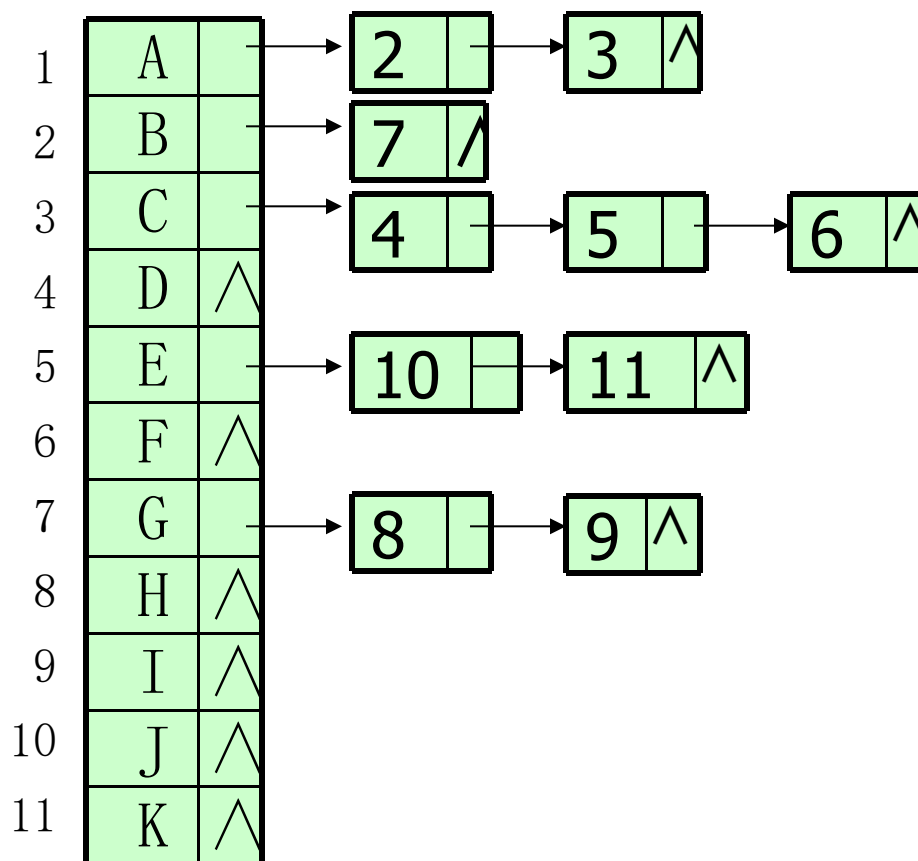


孩子结点/表结点

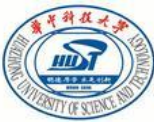
表头结点



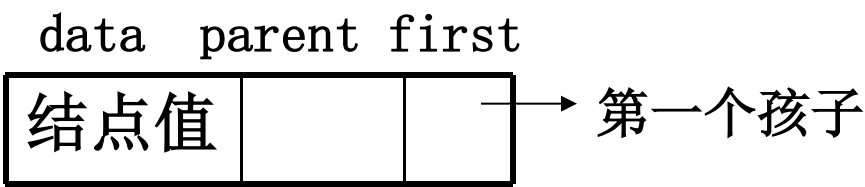
树



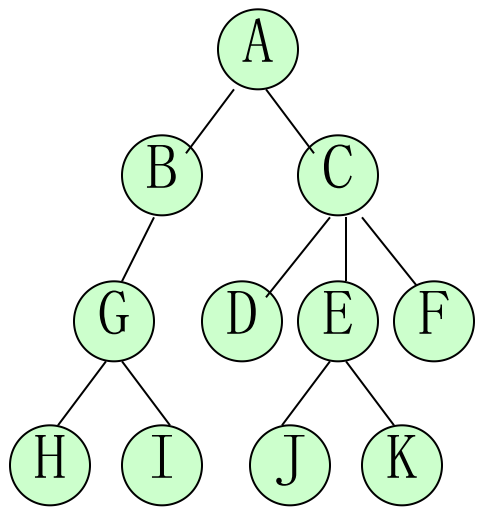
表头结点数组



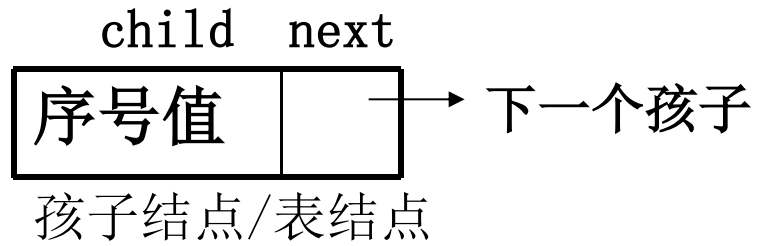
# 4.带双亲的孩子链表表示法



表头结点

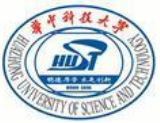


树



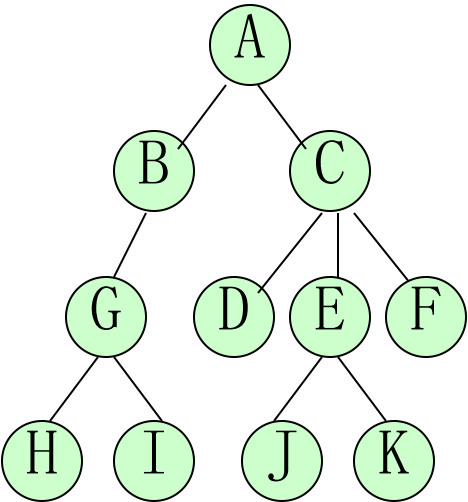
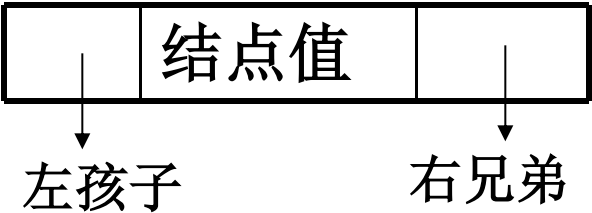
1	A	0	-	2	-	3	^
2	B	1	-	7	^		
3	C	1	-	4	-	5	-
4	D	3	^			6	^
5	E	3	-	10	-	11	^
6	F	3	^				
7	G	2	-	8	-	9	^
8	H	7	^				
9	I	7	^				
10	J	5	^				
11	K	5	^				

表头结点数组

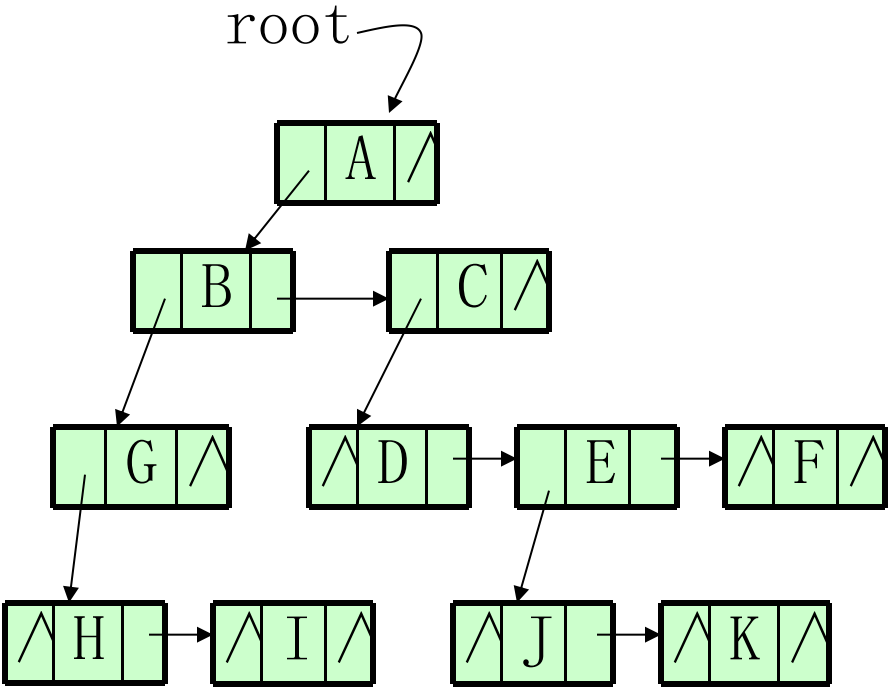


# 5.孩子兄弟表示法/二叉树表示法/二叉链表

firstchild data nextbrother



树

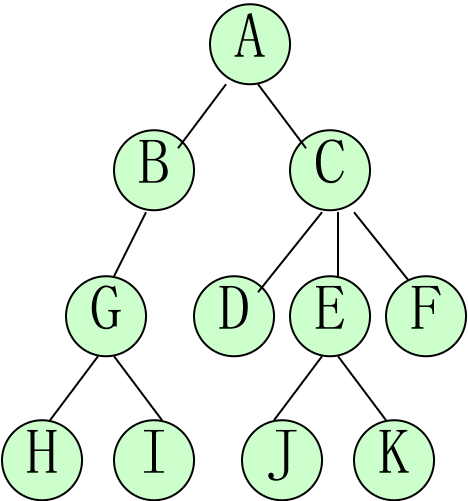
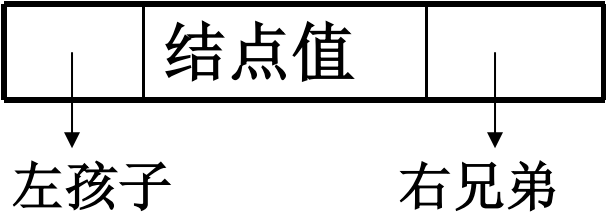


二叉链表

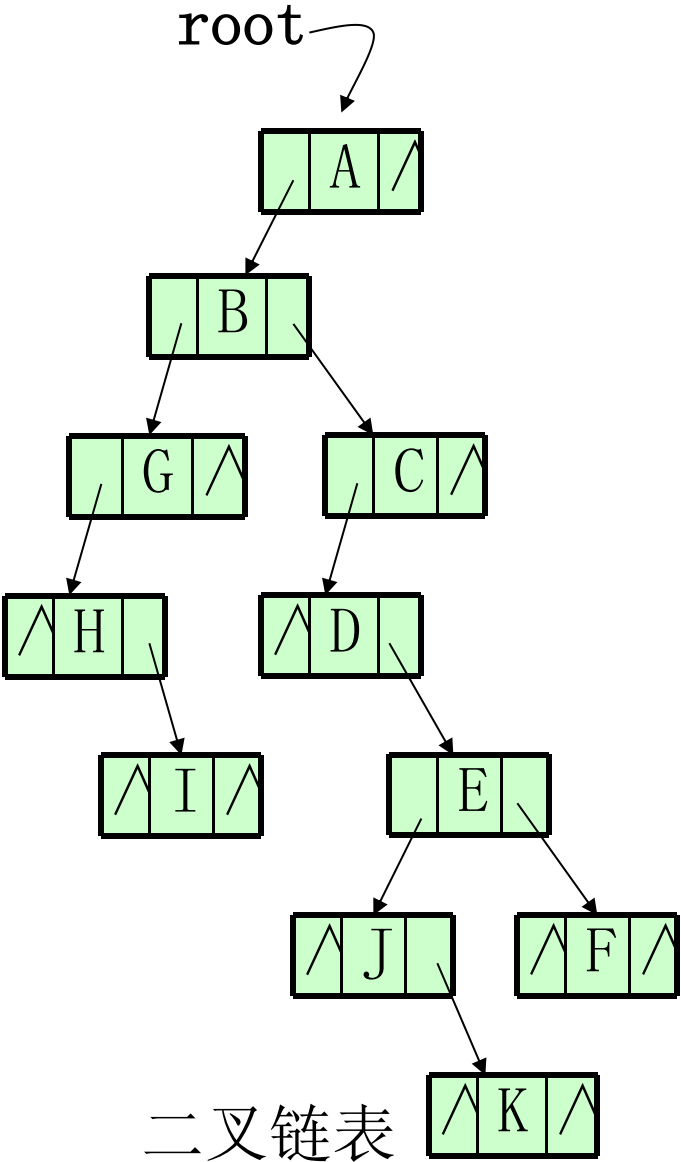


# 5. 孩子兄弟表示法/二叉树表示法/二叉链表

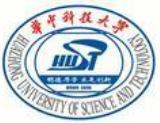
firstchild data nextbrother



树

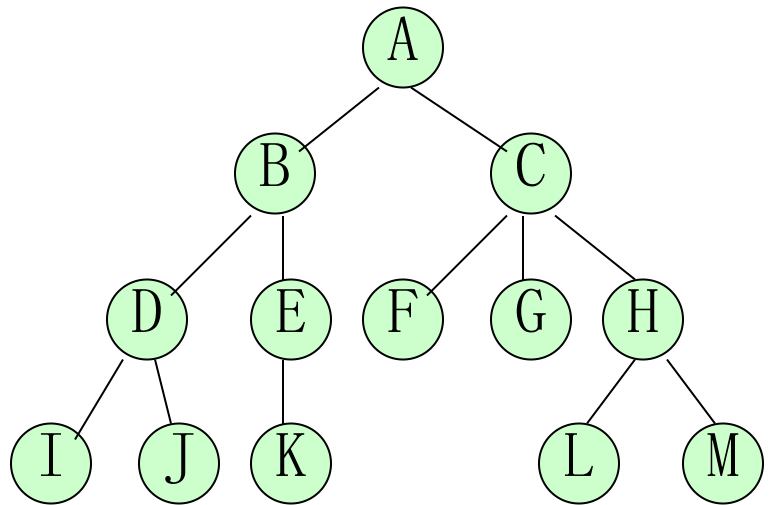


二叉链表

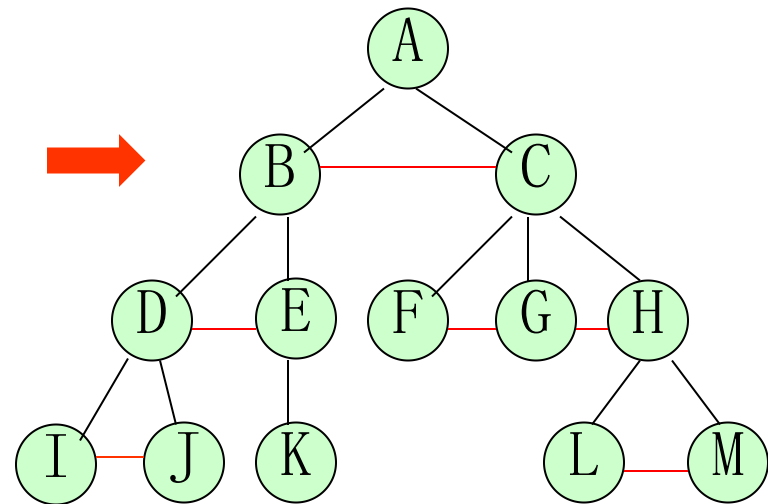


# 5.4.2 树与二叉树的转换

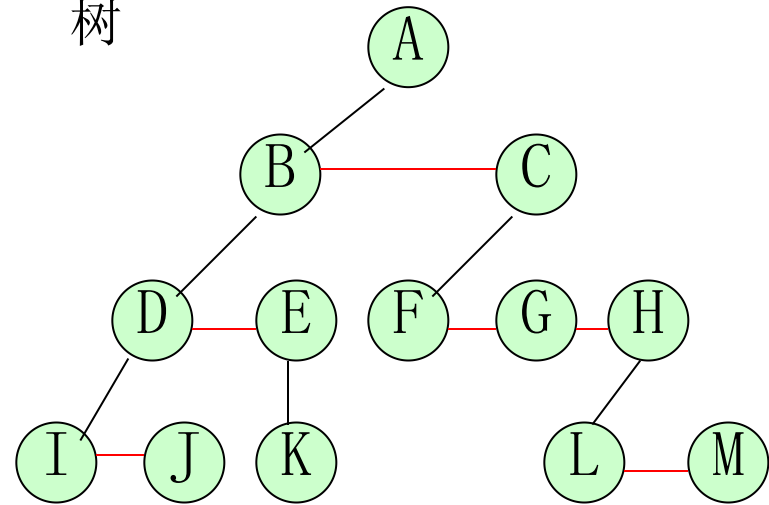
## 1. 树 → 二叉树



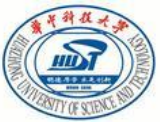
树



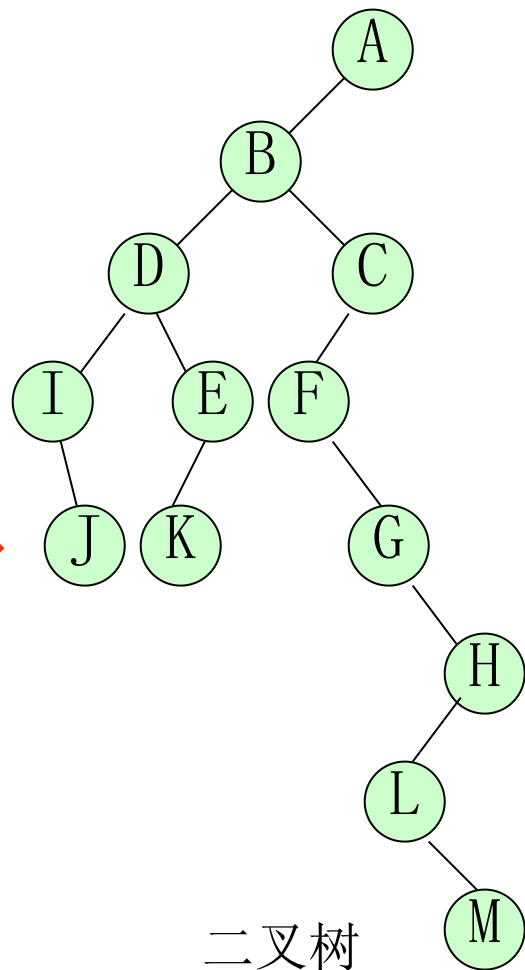
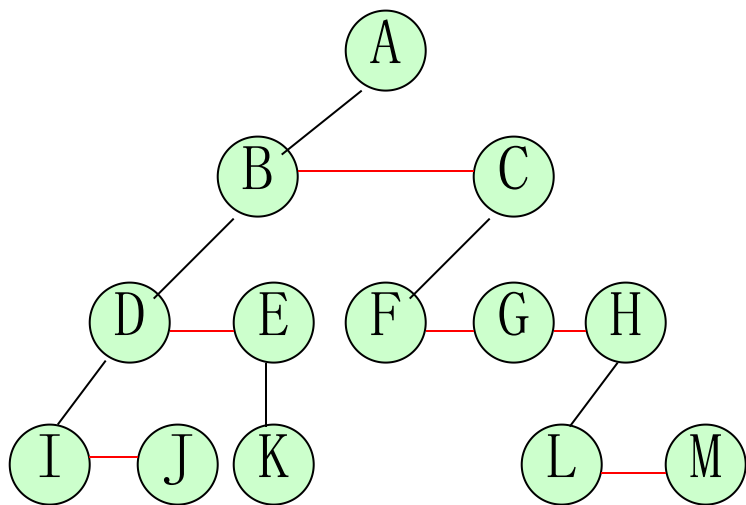
1. 在兄弟之间加连线



2. 保留父结点（包括根）与最左孩之间的连线，删除与其它孩子之间的连线

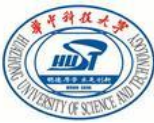


# 1. 树 $\rightarrow$ 二叉树

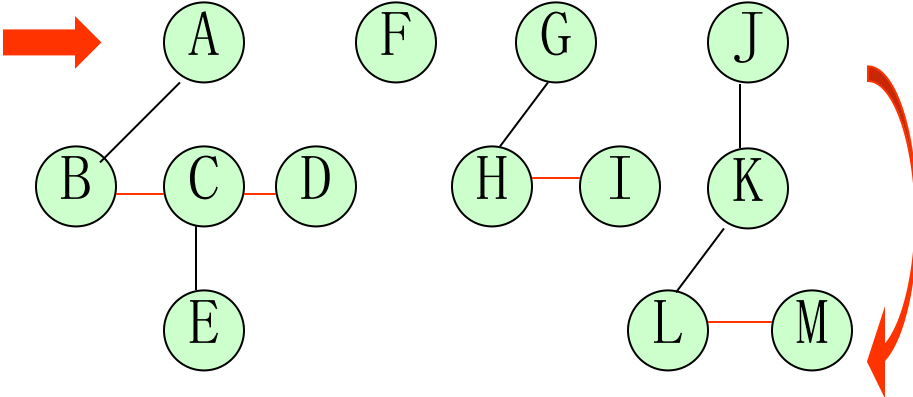
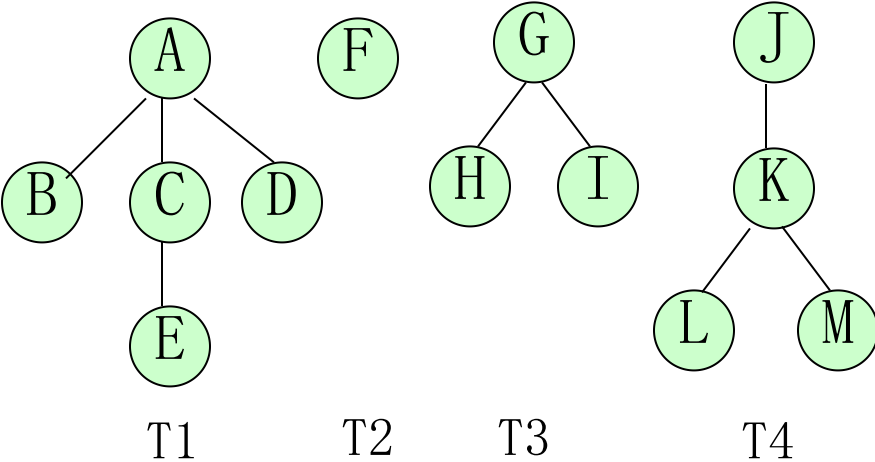


2. 保留根与最左孩之间的连线  
删除与其它孩子之间的连线

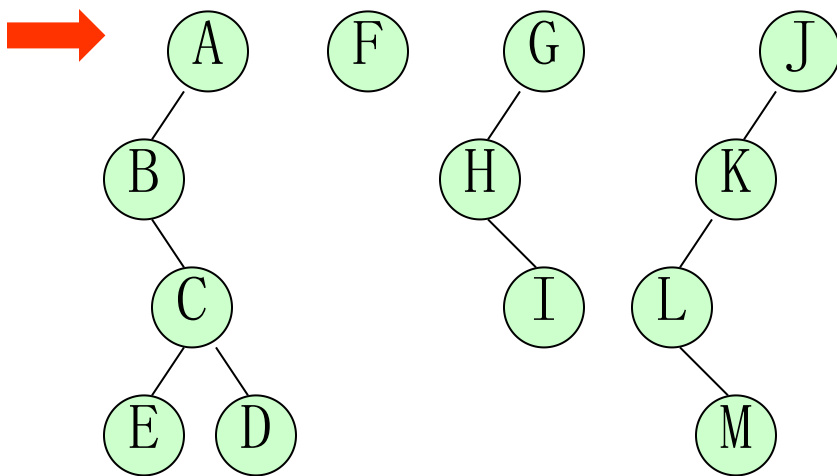
3. 以根为轴心顺时针  
方向旋转45度



# 2.森林 → 二叉树

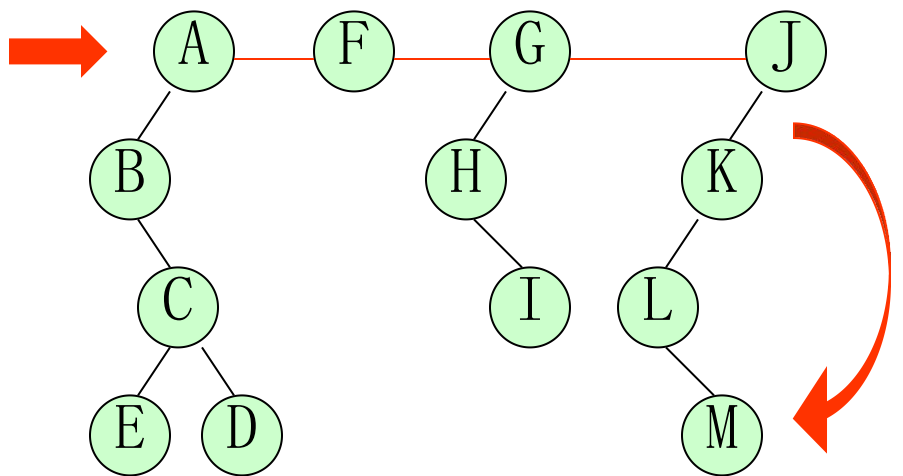


加线拆线之后



B1      B2      B3      BT4

旋转后变为多棵二叉树

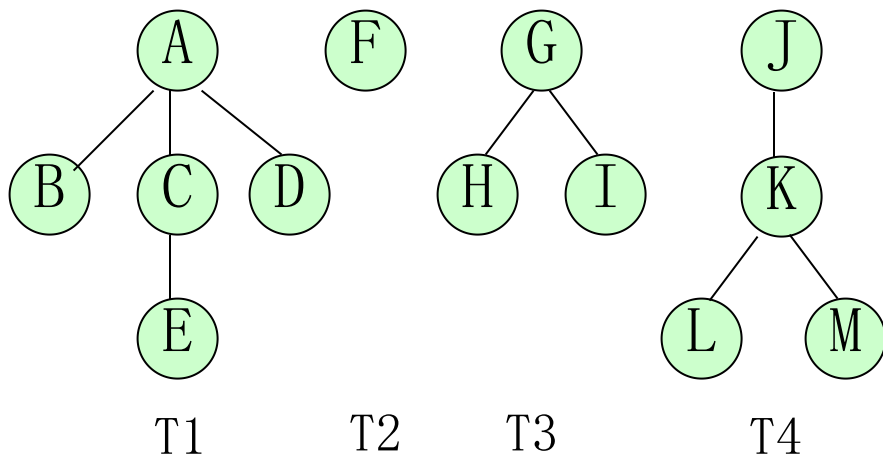


B1      B2      B3      BT4

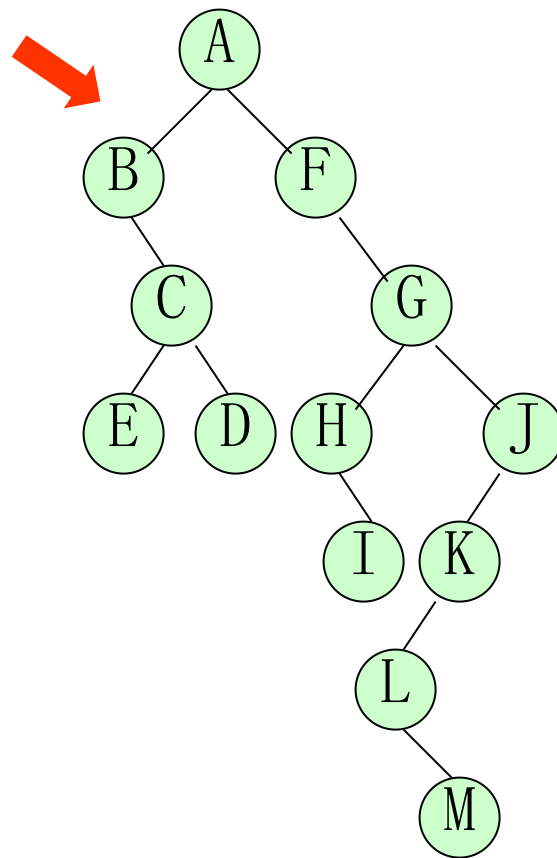
连成一棵二叉树



## 2. 森林 $\rightarrow$ 二叉树



森林  $F = \{T1, T2, T3, T4\}$

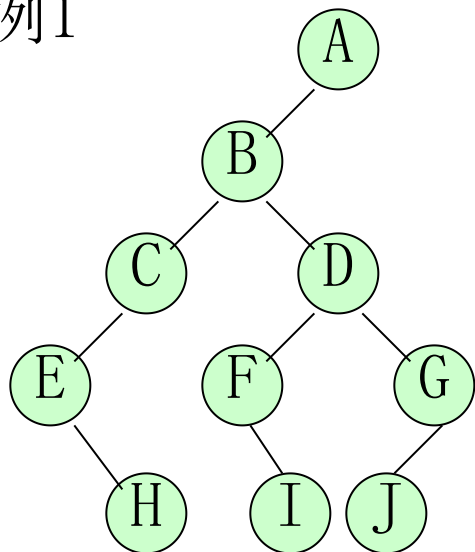


旋转后, 变为一棵二叉树

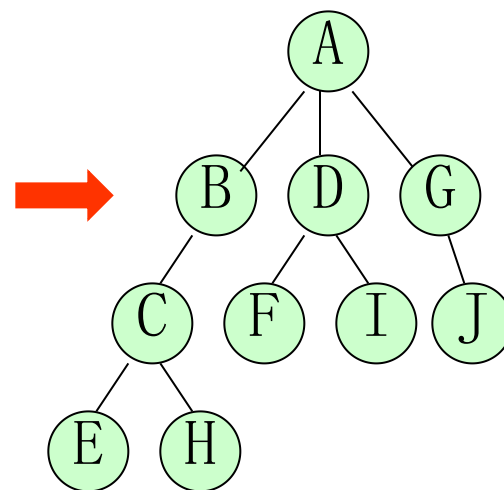
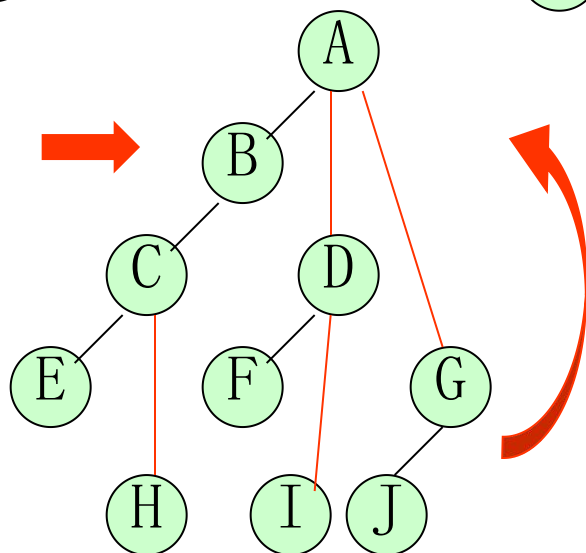
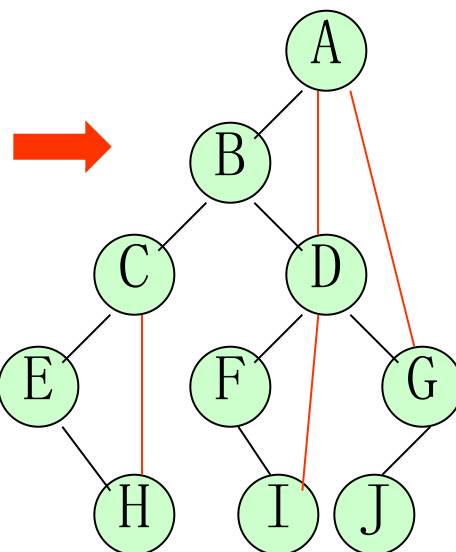


### 3. 二叉树 → 树

例1



二叉树B

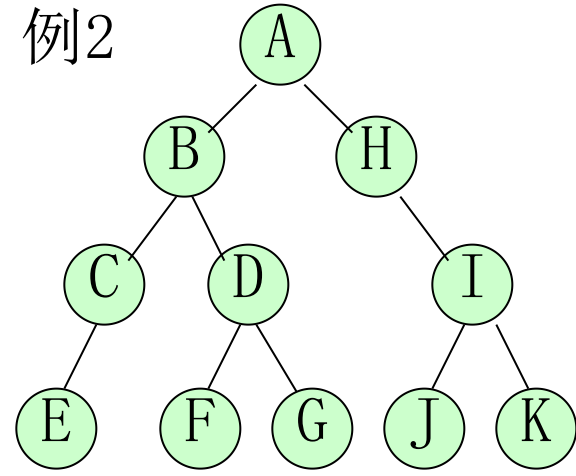


树T

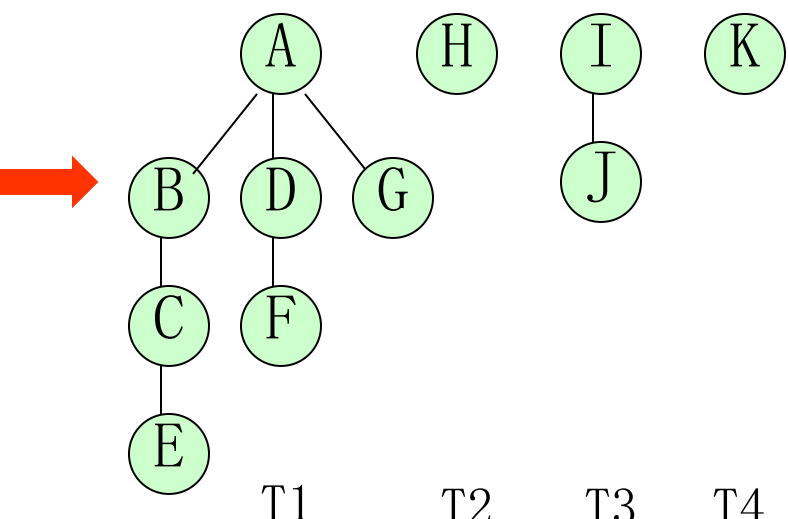
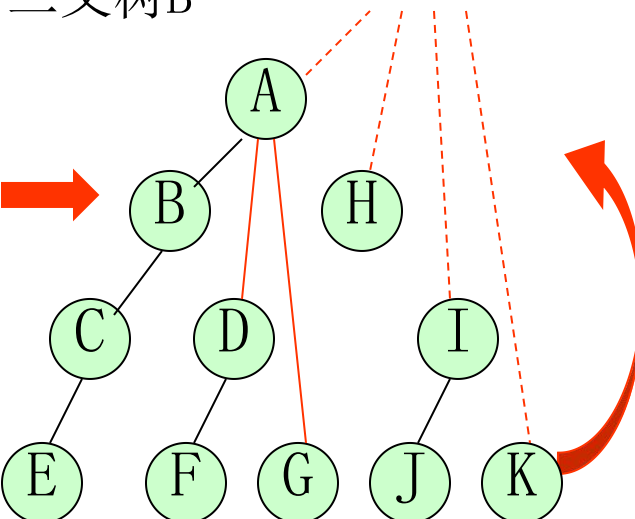
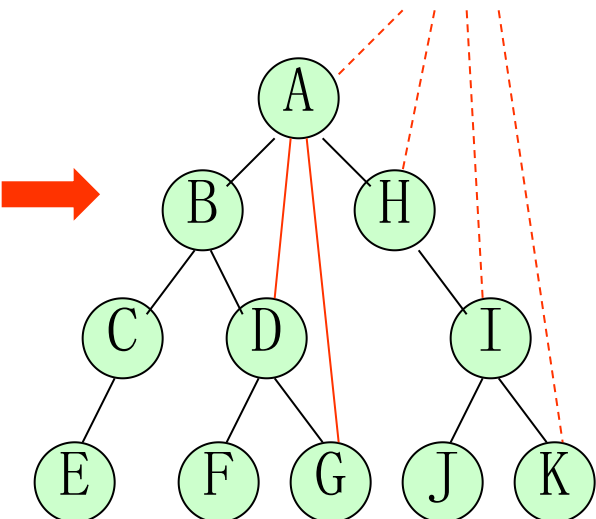


### 3. 二叉树 → 森林

例2



二叉树B

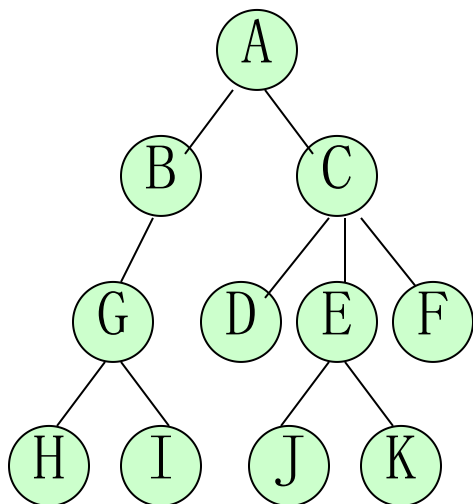


T1      T2      T3      T4



## 5.4.3 树和森林的遍历

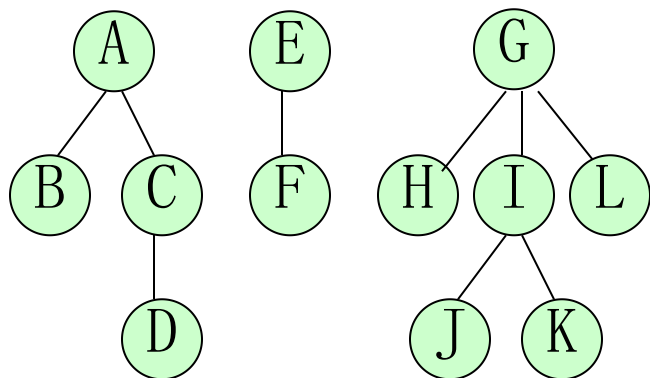
### 1. 树的遍历



前根遍历: A B G H I C D E J K F

后根遍历: H I G B D J K E F C A

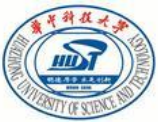
### 2. 森林的遍历



前序遍历: A B C D E F G H I J K L

后序遍历: B D C A F E H J K I L G

(依次对每一棵树后序遍历)



# Thank You!

## Q&A