"希望杯"全国数学邀请赛培训题 第十八届 "希望杯"命题委员会 初中二年级

- 一、选择题
- 1、有下面的四个叙述:
- ① 整式加整式还是整式; ②整式减整式还是整式;
- ② 整式乘整式还是整式: ④整式除整式还是整式。

其中正确叙述的个数为()

- A, 4
- B₃ 3
- $C_{\sim} 2$
- D_v 1
- 2、若 x 是有理数,分式 $-\frac{1}{|x|-2}$ 的值为正整数,则 x 的个数为()
- B, 4
- C、6 D、无数个
- 3、将分式中的 a 扩大 2 倍, b 扩大 4 倍, 而分式的值不变,则()

- A、a=0 B、b=0 C、a=0 且 b=0 D、a=0 或 b=0
- 4、已知 x 与 v+2 成反比例, 当 x=1 时, v=4, 那么 v=1 时, x 的值是()

- $B_{\lambda} 1 \qquad C_{\lambda} 2$
- D, 4
- 5、若实数 a、b、c 满足 $a^2+b^2\neq 0$, $a^3+a^2c-abc+b^2c+b^3=0$, 则 a+b+c 的值是 ()
- A, -1 B, 0 C, 1 D, 2

- 6、若实数 a, b, c 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$, 则 a+b, b+c, c+a 中等于零的()
- A、有且只有1个
- B、至少有1个 C、最多有1个 D、不可能有2个
- 7、设 $f=2x^2-3x-2$, g=x-2, 考察下面四个叙述: ①f+g 是整式: ②f-g 是整式: ③ $f\times g$ 是整式:
- ④当 x≠2 时, f÷g 是整式。其中正确叙述的个数为()
- A, 4
- В, 3
- C, 2

8、如果 $\left|\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right|=\left|\sqrt[3]{a}\right|-\sqrt[3]{b}$ $ab\neq 0$ 成立,那么下列各式中

正确的是()

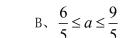
- A, a+b≥0
- B, a+b>0 C, $a+b\leq 0$ D, a+b<0
- 9、甲、乙两人从 A 地出发, 骑自行车在同一条路上行驶到 B 地, 他们离出发地的距离 S (千米) 和行驶时间 t (时) 之间的函数 关系的图象如图 1,根据图中提供的信息,有下列叙述:
- ①他们都行驶了18千米;
- ②甲在途中停留了 0.5 小时;
- ③ 乙比甲晚出发了 0.5 小时;
- ④ 相遇后, 甲的速度小于乙的速度:
- ⑤ 甲、乙两人同时到达目的地。

其中,符合图象的叙述的有()个

- A, 2 B, 3
- C \ 4
- D_v 5

10、已知直线 y=2x+a 与 y=2a-x 的图像的交点在如图 2 所示的阴影长方形区域内(含长方形 边界),则 a 的取值范围是()

A,
$$0 \le a \le \frac{3}{2}$$



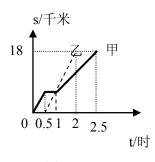


图 1

$$C, \quad \frac{6}{5} \le a \le \frac{3}{2}$$

D,
$$0 \le a \le \frac{9}{5}$$

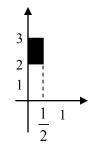


图 2

11、甲车追赶前方的乙车,经过时间 t 后在 A 处追上, 若甲、乙各提速 a%, 则()

- A、 甲车追上乙车所用的时间增加了 a%
- B、甲车追上乙车所用的时间减少了 a%
- C、甲车仍在 A 处追上乙车
- D、甲车驶过 A 处后才追上乙车
- 12、某人用 1000 元钱购进一批货物,第二天售出,获利 10%,过几天后又以上次售出的价 格的 90%购进一批同样的货物,由于卖不出去,两天后他将其按第二次购进价的九折再出 售,这样他在两次交易中()
- A、刚好盈亏平衡

- B、盈利 1 元 C、盈利 9 元 D、亏损 1.1 元
- 13、某足球赛, 计分规则如下: 胜一场积 3 分, 平一场积 1 分, 负一场积 0 分, A 队经过 12 场比赛后,积19分,若队员出赛一场的出场费为500元/人,胜一场奖金1000元/人,平 一场奖金 500/人,那么 A 队队员在 12 场比赛后的最高收益可能是()
- A、13500 元/人
- B、14000 元/人
- C、13000 元/人
- D、12500 元/人
- 14、小明和小刚用掷两枚骰子的方法来确定点 P(x,y)在坐标系上的位置,他们规定:小 明掷得的点数为 x, 小刚掷得的点数为 y, 那么, 他们各掷一次所确定的点落在已知直线 y=-2x+6 上的概率()
- (注: 骰子是骨制的一个白色小正方体,它的六个面上分别刻有1个,2个,3个,4个,5 个,6个红色小圆点,将其随意掷放于一个平面上,骰子必有一面向上,这个面上红色圆点 的个数叫做点数)

$$A_{\lambda} \frac{1}{6}$$

C, $\frac{1}{18}$ D, $\frac{1}{9}$

15、如图 3, 晴朗的夏天, 太阳当空, 一只小鸟以不变的速度水平地飞过一个斜坡上空, 则 小鸟在斜坡上的影子移动的速度()

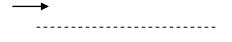




图 3

A、越来越大

B、越来越小

- D、一定和小鸟的飞行速度 一样大
- 16、当5个整数从小到大排列时,中位数是4,如果这5个整数的惟一众数是6,则这5个 整数的和最大是()
- B₂ 21
- C、22
- D₂₃
- 17、某市出租车的起步价为 12 元 (行程在 3 公里以内), 行程达到 3 公里之后, 每增加 1

公里需加付 m 元 (不足 1 公里亦按 1 公里计价)。张老师坐这种出租车从学校到离学校 n 公 里的教育局开会,沿途未遇红灯,下车时付车费28元,则m与n的关系是m=() (注: [n]表示不大于 n 的整数,如[3.2]=3,[4]=4)

A,
$$\frac{16}{[n]-3}$$

$$B, \frac{16}{[n]-2}$$

$$C_n = \frac{28}{[n]-3} - 3$$

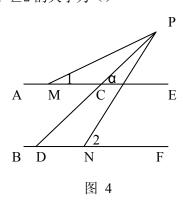
B,
$$\frac{16}{[n]-2}$$
 C, $\frac{28}{[n]-3}-3$ D, $\frac{28}{[n]-2}-3$

18、用 200 元钱买 A、B、C、D 四种商品共 10 件, 若 A、B、C、D 的单价依次是 13 元、 17元、22元、35元、则()

A、A、B、C、D 各买了 2, 3, 4, 1 件 B、A、B、C、D 各买了 4, 2, 2, 2 件 C、以上两种情况都可能

D、以上三种情况都不可能

19、如图 4, 直线 AE // BF, 点 P 在 AE 上方, 点 M、N 分别在 AE、BF 上, 若 PC 平分∠MPN 交 AE、BF 于 C、D 两点, ∠PCE=α ,则∠1=∠2 的大小为()



 $A_{\lambda} \alpha \qquad B_{\lambda} 2\alpha \qquad C_{\lambda} 3\alpha$

D₂ 4α

20、周长为30,各边长互不相等且都是整数的三角形的个数为()

B, 12

C, 7 D, 6

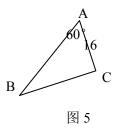
21、如果△ABC 的垂心 G (三条高的交点) 在△ABC 的内部,并且在 BC 边的中线 AD 上,那 么△ABC 一定是()

A、直角三角形

B、等腰三角形 C、等边三角形

D、等腰直角三角形

22、如图 5, \triangle ABC 中, \angle A=60° ,AC=16, $S_{\triangle ABC}$ =220 $\sqrt{3}$,则 AB= ()



$$A, \frac{55}{4}\sqrt{3}$$

B, 55 C, 45

D. $55\sqrt{3}$

23、有下面四个判断性语句:

①平行四边形的四个内角之和为 360°; ②有两个内角相等的四边形是平行四边形;

③平行四边形的四个内角中有两对是相等的: ④四个内角中有两对相等的四边形是平行四边 形,其中正确语句的个数为()

A, 4 B, 3 C, 2 D, 1

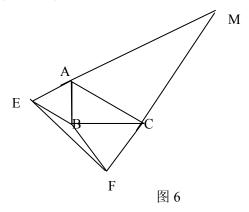
24、对凸四边形 ABCD, 给出下列 4 个条件:

①AB//CD; ②AD//BC ; ③AB=CD; ④ \angle BAD= \angle DCB

现从以上 4 个条件中任选 2 个条件为一组,能推出四边形 ABCD 为平行四边形的概率是()

A, $\frac{1}{3}$ B, $\frac{1}{2}$ C, $\frac{2}{3}$ D,

25、如图 6,以 Rt \triangle ABC 的两直角边 AB、BC 为边,在 \triangle ABC 外部作等边 \triangle ABE 和 \triangle BCF,EA、FC 的延长线交于 M 点,则点 B 一定是 \triangle EMF 的()



A、垂心 B、重心 C、内心 D、外心

26. Assume that in Fig. 7 ABCD is a square, and point E is on the line BC, CE=AC, we connect A and E , AE intersects CD at point F, then the degree of \angle AFC is ()

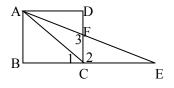


Fig.7

A, 150° B, 125° C, 135° D, 112.5°

(英汉词典: Fig 是 figure (图、图形)的缩写; to connect 连接; to intersect 相交于; degree 度、度数)

27、如图 8,在菱形 ABCD 中, \angle BAD=80°,AB 的垂直平分线交对角线 AC 于点 F,E 为垂足,连结 DF,则 \angle CDF 等于()

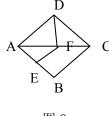


图 8

A, 80° B, 70° C, 65° D, 60°

28、如图 9, 顺次连接凸四边形 ABCD 的中点,得到四边形 EFGH,要使四边形 EFGH 是正方形,

应补充的条件是()

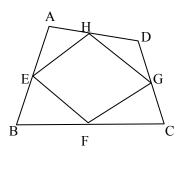


图 9

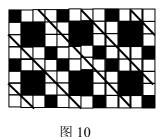
A、四边形 ABCD 是等腰梯形 B、四边形 ABCD 是平行四边形

C、四边形 ABCD 是菱形 D、AC=BD, 且 AC L BD

29、将一把折扇逐渐打开,会发现打开部分的扇形面积随圆心角的变化而变化,那么能正确 描述这种变化的函数是()

A、正比例函数 B、反比例函数 C、一次函数 y=kx+b $(b\neq 0)$ D、以上都不是

30、如图 10 是一间卧室地面瓷砖的图案,在这间卧室地下藏有一宝物,则藏在白色瓷砖和 灰色瓷砖下的可能性是()



- A、藏在白色瓷砖下的可能性大
- B、藏在灰色瓷砖下的可能性大
- C、藏在两种瓷砖下的可能性一样大
- D、藏在灰色瓷砖下与藏在白色瓷砖下的可能性之比是 3:2
- 二、填空题
- 31、计算: 2008²+2007²+2006²-2008×2007-2007×2006-2006×2008=
- 32、己知 x²⁰⁰⁷=2, 则(x²⁰⁰⁶+x²⁰⁰⁵+x²⁰⁰⁴+····+x+1)(x-1)=____

出两个满足条件即可)

34. If m and n are positive integers satisfying m²+27mn+n²=729 ang m+n>mn, then the value of m+n is

(英汉词典: positive integer 正整数; to satisfy 满足; value 值、数值)

35、计算:
$$(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})$$
 $(3\sqrt{2} + 3\sqrt{6} - \sqrt{4})$ +2=

36、已知 A=2007²⁰⁰⁷×2008²⁰⁰⁸×2009²⁰⁰⁹,B= (2007×2008×2009) 3 ,则 A 与 B

的大小关系是 A_______B (填 ">"、"<" 或 "=")

37、设 A=
$$\sqrt{2008} - \sqrt{2006}$$
 , B= $\frac{1}{\sqrt{2007}}$ 则 A_____B. (填 ">"、"<" 或 "=")

38、化简:
$$\sqrt{(x-\frac{4}{x})+8} - \sqrt{(x+\frac{4}{x})-8} =$$

39. If a and b are constant, and the set of solutions of the inequality ax+b>0 is $x<\frac{1}{3}$, then the set of solutions of the inequality ba<0 is_____

(英汉词典: constant 常数; set 集合; solution 解、解答; inequality 不等式)

41、设正数 a, b, c, x, y 满足: a ≠ c, x+y=
$$6\sqrt{223}$$
, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{xy}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1$, $\frac{x^2}{c^2} + \frac{xy}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

则代数式 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ 的值为_____

42、若以 x 为未知数的方程
$$\frac{4-ax}{x+2} = 3$$
 无解,则 $a =$ ______

43、已知 m 与 n 使
$$\frac{m}{m+n} + \frac{m}{m-n}$$
 的值等于 $-\frac{1}{4}$, 则 $\frac{n}{m}$ 的值是______

44、当 x=2 时,多项式
$$\frac{a}{x^7} + \frac{b}{x^5} + \frac{c}{x^3} + \frac{d}{x} + \frac{1}{2}$$
 的值是 3,那么当 x=-2 时,多项式的值是____

45、若实数 a,b 满足
$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{a+b} = 0$$
 ,则 $\frac{b^2}{a^2} - \frac{a^2}{b^2}$ 的值等于______

46、如果 z,y 为元的二元一次方程组
$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + ay = 2 \end{cases}$$
 有解,那么 a 不等于______

47、设 100 个实数 $a_1,a_2,...a_{100}$ (n-2) a_n -(n-1) a_{n-1} +1=0(2 \leqslant n \leqslant 100)并且已知 a_{100} =199,则 $a_1+a_2+...+a_{100}$ =

48、a,b 为正整数,
$$x = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$
, $y = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ 且 $19x^2 + 145xy + 19y^2 = 2007$,那么 $a + b$ 的最

小值是_____

49、设实数 x, y, z 互不相等,满足 $x^3+y^3+z^3=3xyz$, $x-y=3+\sqrt{7}$,则 $(2x+z)^2+(2y+z)^2$ 的值是

50、反比例函数 y=
$$\frac{2}{x}$$
 过点 (a, b),如果 $a^2+b^2=4$,那么 $a+b=$ ______

51、已知三个数 1, $\sqrt{2}$, 2,请你再添上一个数,使它们构成一个比例式,这个数可以使 或 或

52、如图 11, $\triangle P_1OA_1$ 、 $\triangle P_2A_1A_2$ 是等腰直角三角形,点 P_1 、 P_2 在函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图像上,斜边 OA_1 、 A_1A_2 都在 x 轴上,则点 A_2 的坐标是______

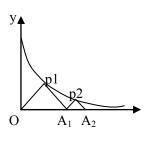


图 11

53. In the following traffic marks, the number of marks whose figures are axially-symmetric is







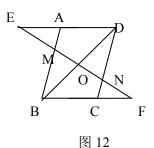


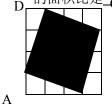
(英汉词典: traffic 交通; mark 标志; number 个数; figure 图形; axially-symmetric 轴对称)

54、仅将两个全等的非等腰的直角三角形的一条边重合,拼接成新的图形,拼成的图形可能是下列各种图形中的一种或几种:

①矩形; ②菱形; ③直角梯形; ④平行四边形; ⑤等腰三角形; ⑥等腰梯形则正确结论的序号是_____(把所有 的图形的序号都填上)

55、如图 12 所示,平行四边形 ABCD 中,过 BD 的中点 O 的直线交 AB、CD 于 M、N,交 DA、BC 延长线于 E、F,则图中有全等三角形_____对。

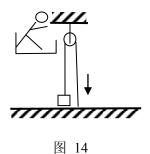


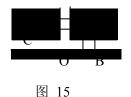


В

57、在平面直角坐标系内点 A、B 的坐标分别为 (-3, -2), (3, a), 点 B 在第一象限,且 A,B 两点间的距离为 10, 那么 a 等于______

58、在建筑工地上,工人用如图 14 所示的装置能将重物运往高处:绳子绕过定滑轮,一端系着重物,在地面上的工人手拿绳子的另一端,沿着垂直于滑轮轴的方向,向前走一端距离,重物便上升到定滑轮处,被高处的工人卸下,已知重物上升的距离是 5 米,则地面上的工人向前行走的距离为 米。





60、如图 16, \triangle ABC 的边 AB 长为 2,AB 边上的中线 CD 长为 1,AC、BC 两边之和为 $\sqrt{3}$ +1,则 \triangle ABC 的面积为

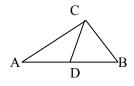


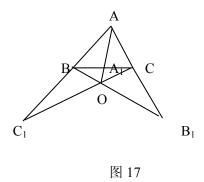
图 16

61、a, b, c 是三角形的三边,它们满足 $ac^2+b^2c-b^3=abc$,若三角形的一个内角是 120° ,那 么 a:b:c=

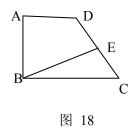
62、设 a,b,c 是 \triangle ABC 的三条边,满足 $\frac{c}{a+b-c}$ < $\frac{a}{b+c-a}$ < $\frac{b}{c+a-b}$ 则三边中最长的边是_____

63、如图 17, 0 是△ABC 外部一点, A0 交 BC 于 A₁点, B0、C0 的延长线分别交 AC、AB 的延

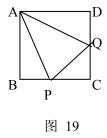
长线于点
$$B_1C_1$$
,则 $\frac{AO}{AA_1} + \frac{BO}{BB_1} + \frac{CO}{CC_1}$ 的值为______



64、如图 18,已知菱形 ABCD 中,AD // BC, \angle A=90°,E 为 CD 的中点,BE= $\frac{13}{2}$,梯形 ABCD 的面积为 30,则 AB+BC+DA 的值为_____



65、如图 19, 边长为 2 的正方形 ABCD 中, 若∠PAQ=45°, 则△PCQ 的周长是_____



66、如图 20, A、B 两个平行四边形草坪有公共部分 (阴影处), A、B 草坪面积之和为 $160m^2$, A 的面积为 $120m^2$, B 的面积为 $74m^2$,则重叠部分的面积是______

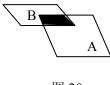


图 20

67、若凸 4n+2 边形 $A_1A_2\cdots A_{4n+2}$ (n 为正整数) 的每个内角都是 30° 的整数倍,且 $\angle A_1=\angle A_2=\angle A_3=90$ ° ,则 n 的值是_____

68、服装店进了某款式的时装,开始按比进价提高 30%的价格销售,但是无人问津,于是决定打折降价销售。如果要使利润率不低于 10%,那么打折的幅度不能低于_____(保留两位有效数字)

 $2+3+4=3^2$,

 $3+4+5+6+7=5^2$,

...

从中找出一般规律是

73、一种商品的进价为 90 元,原售价定为 m 元,售出一半之后,剩余的一半按 8 折出售,全部售出后共获利 10%,则原售价定为 m=_____元。

74、某 学校八年级的数学竞赛小组进行了一次数学测验,如图 21 所示是反映这次测验情况的频率分布直方图,那么该小组共有 人,70.5 $^{\circ}$ 90.5 这一分数段的频率是

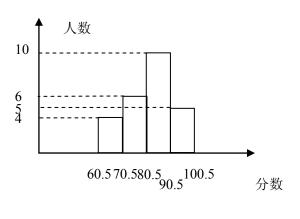
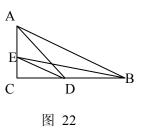


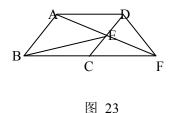
图 21

75、用[a, b]表示自然数 a, b 的最小公倍数, (a, b)表示 a, b 的最大公约数, 若 [a, b]=1085-(a, b), 那么当 a>b 时, a-b 的最小值是______

76、如图 22, \triangle ABC 中, \angle C=90°, EC= $\frac{1}{3}$ AC, CD= $\frac{1}{3}$ BC, BE=8,AD=EC+CD=6,则 $S_{\triangle BCD}$ =_



77、如图 23,E 是平行四边形 ABCD 的边 CD 上任一点,AE 的延长线与 BC 的延长线交于点 F,连结 BE、DF,则 $S_{\triangle DEF}$ (填 ">"、"<" 或 "=")



$$\frac{x+2005}{x+2004} + \frac{x+2007}{x+2006} = \frac{x+2008}{x+2007} + \frac{x+2004}{x+2003}$$
 $= x =$ $=$

80、某班有语文、数学两个课外兴趣小组,其中参加语文组的人数是全班人数的 $\frac{2}{3}$,既参

加语文组又参加数学组的人数是参加数学组人数的 $\frac{2}{3}$,另外有 4 位同学既不参加语文组,

也不参加数学组,如果这 4 位同学参加语文组,那么参加数学组与参加语文组的人数恰好相等,问全班有多少同学? 既参加语文组又参加数学组的人数是多少?

81、某工厂计划生产 A、B 两种产品,为取得最大生产利润,事先做了市场调查,根据厂内实际情况和市场需要得到有关数据如下表:

2 11 7 11 7 2 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7		
	A产品	B产品
原料及消耗(元/件)	3000	2000
工资支出(元/件)	500	1000
获得利润(元/件)	600	800

现在工厂可以筹集到的资金用于原料及消耗的是 300000 元/月,用于工资支出的是 110000元/月,问如何确定两种产品的月产量,可以使工厂得到的总利润达到最大?并求这个最大利润值。

82、如图 24,从直线 COD 上一点 0 引两条射线 0E、0F,使∠GOF=∠FOE=∠EOD=60°,在射线 0F、0G、0E 上各取一点 A、B、C,使∠CAB=60°,若 0A=m,求△ABC 面积的最大值。

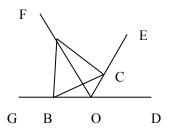


图 24

83、从2006年元旦起,公民的月工资、薪金个人所得税的起征点由原来的800元调整为1600元。如果公民的月工资、薪金超过1600元,则税款按下表累加计算:

全月应纳税所得额	税率
不超过 500 元的部分	5%
超过 500 元至 2000 元的部分	10%
超过 2000 元至 5000 元的部分	15%
	•••

根据上表,请:

- (1) 写出所纳款税 y (元) 与该月收入 x (元) 之间的函数关系式;
- (2) 作出所纳款税 y (元) 与该月收入 x (元) 之间的函数图像;
- (3) 若李先生月薪 4000 元,他应交纳的个人所得税是多少元?
- 84、用红色刻度线将一根木棍分成 135 等份,再用黑色刻度线将这根木棍分成 40 等份, 沿两种刻度线将这一木棍锯成短木棍。问共有多少种不同长度的短木棍?
- 85、100条线段的长度分别为 1, 2, 3, …99,100, 从中取出一些线段, 要使取出的线段中的任意三条能构成一个三角形, 问最多能取出多少条线段?