

# 小学数学-几何面积模型（一）

FileName: 小学数学-几何面积模型（一）.md

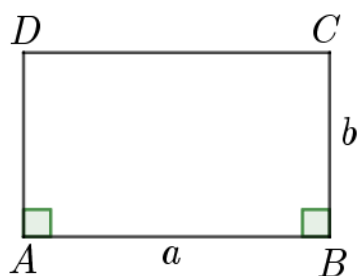
Created Date: August 31, 2020

Contact: [kumath@outlook.com](mailto:kumath@outlook.com)

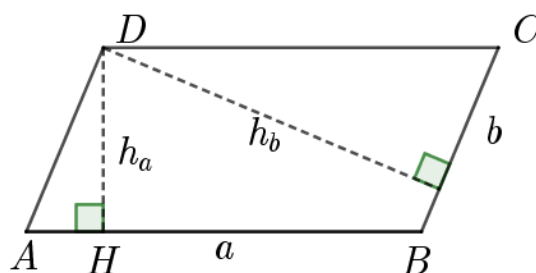
## 1. 常用几何图形的面积

(1) **矩形 Rectangle** 的面积是 **长 $\times$ 宽**，即  $S_{\text{矩形}} = a \times b$ ， $a, b$  分别是矩形的长和宽。

(2) **平行四边形 quadrilateral** 的面积是 **长 $\times$ 高**，即  $S_{\text{平行四边形}} = a \times h_a$ ， $a$  是平行四边形的一边， $h_a$  是该边上的高。



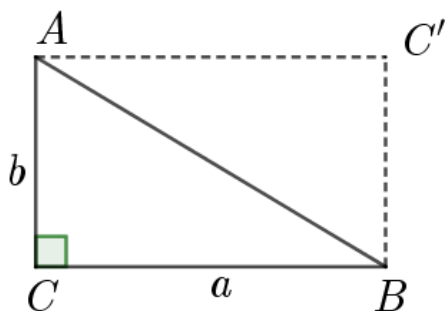
矩形面积  $S_{ABCD} = ab$



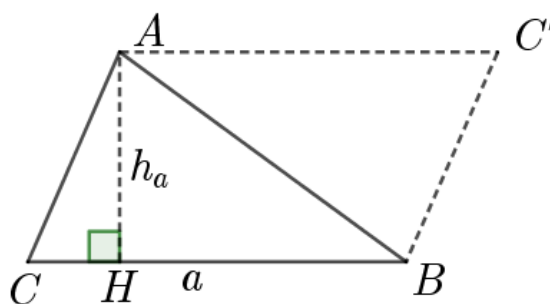
平行四边形面积  $S_{ABCD} = ah_a = bh_b$

(3) **直角三角形 Right triangle** 的面积：通过构造 **矩形** 得到，等于 **两直角边乘积的一半**，即  $S_{\text{直角三角形}} = \frac{1}{2}ab$ ， $a, b$  分别是直角三角形的两直角边长。

(4) **三角形 Triangle** 的面积：通过构造 **平行四边形** 得到，**底乘以高除以2**，即  $S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2}ah_a$ ， $a$  为三角形的底边长， $h_a$  为该底边上的高 *Height*。

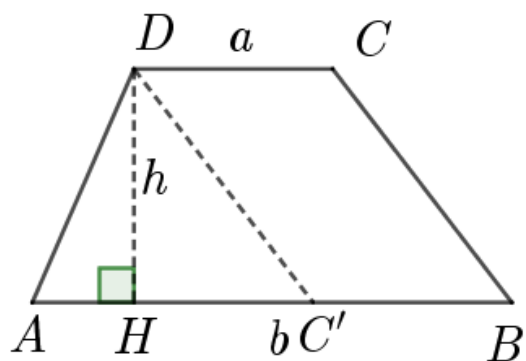
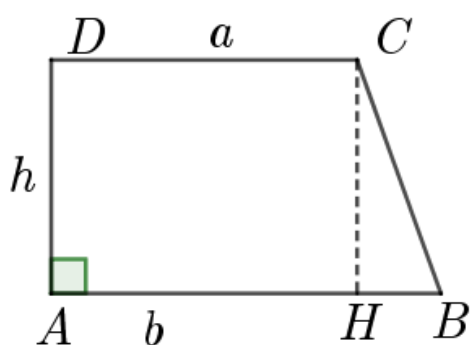


直角三角形面积  $S_{ABC} = \frac{1}{2}ab$



三角形面积  $S_{ABC} = \frac{1}{2}ah_a$

(5) **梯形 Trapezoid** 的面积：通过分割成 **四边形和三角形之和** 而得到，**上下底之和乘以高除以2**，即  $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a + b)h$ ， $a, b$  为梯形的上底和下底边长， $h$  为该底边上的高。



$$\begin{aligned} \text{梯形面积 } S_{ABCD} &= \frac{1}{2}(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \\ &= \frac{1}{2}(a + b)h \end{aligned}$$

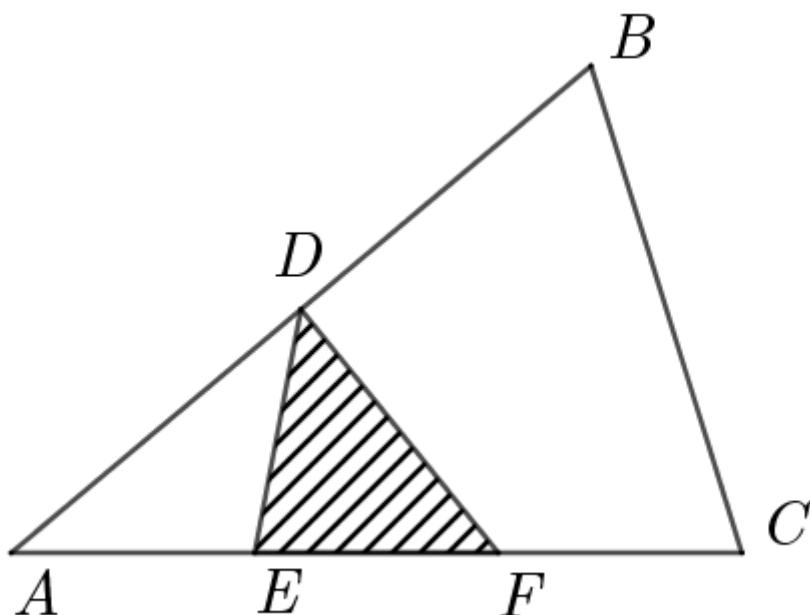
## 2. 等高模型

三角形面积与边长和高有关，故 **面积之比** 就等于 **边长与高的乘积之比**。

当两个三角形等高时，其面积之比就等于 **边长之比**。

求面积问题就转化为求边长之比的问题，反之也是。

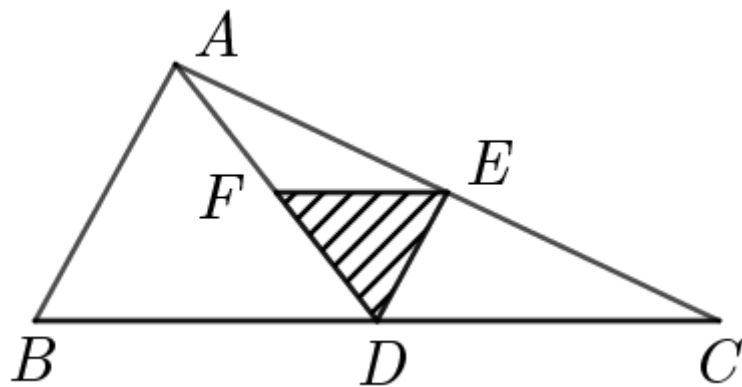
**例1.** 如图，三角形ABC中，D为AB的中点，即AD=DB，E、F为AC的三等分点，即AE=EF=FC，已知阴影部分的面积为2平方厘米，则 三角形ABC的面积是 \_\_\_\_\_ 平方厘米。



解题过程：

**例题1解析**

**练习1.** 如图，三角形ABC的面积是**48**，D、E和F分别是BC、AC和AD的中点，则 三角形DEF的面积是 \_\_\_\_\_。

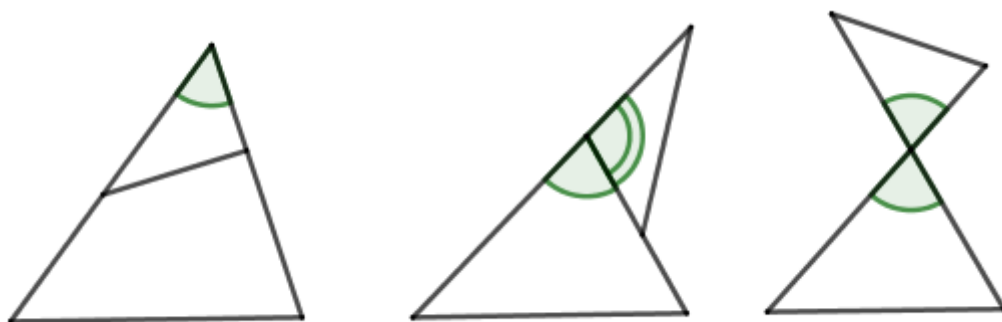


练习1解析

### 3. 鸟头模型

先看是否共角或等角或互补，判断是否是鸟头模型。

**鸟头模型的等角或互补角的两边乘积之比就是其面积之比。**

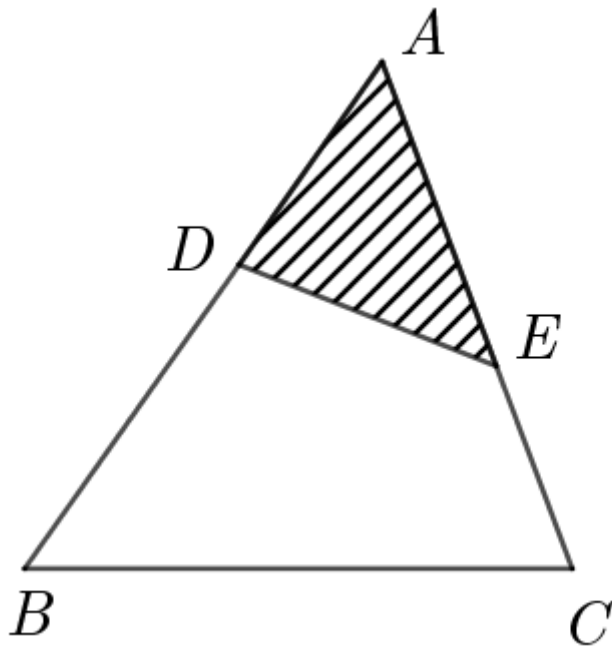


step1. 将四边形分割成两个三角形，有两种方法可选，连接一条对角线即可。

step2. 按比例计算目标面积，用已知面积表示未知面积。

step3. 最后得到目标面积与已知面积的比例关系。

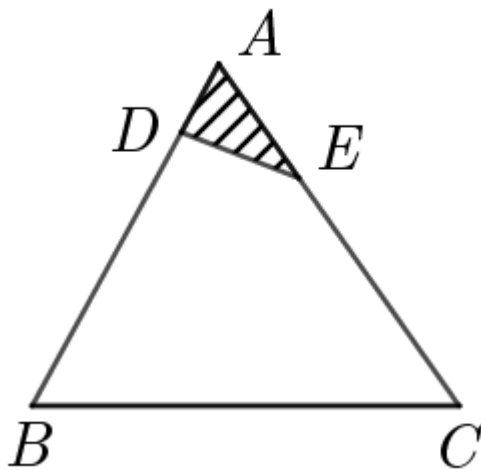
**例2.** 如图，三角形ABC中，D、E分别为AB、AC上的点，且 $AD:AB=2:5$ ， $AE:AC=3:5$ ，已知三角形ADE的面积为 **12** 平方厘米，则 三角形ABC的面积是 \_\_\_\_\_ 平方厘米。



解题过程：

例题2解析

练习2. 如图，三角形ABC中，AB是AD的5倍，AC是AE的3倍，三角形ADE的面积为1，则 三角形ABC的面积是 \_\_\_\_\_。

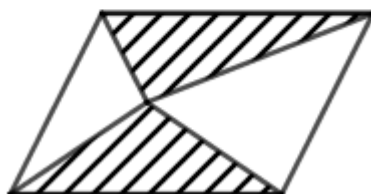
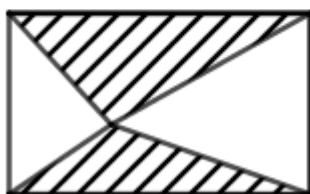


练习2解析

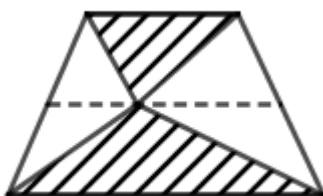
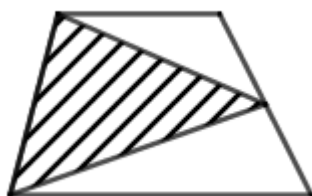
#### 4. 一半模型

! [一半模型]

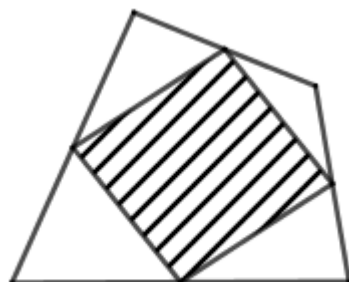
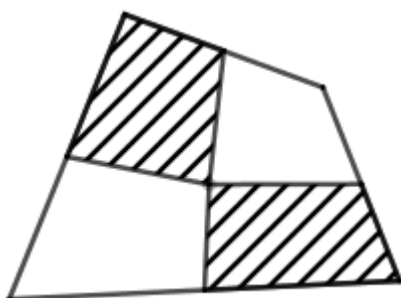
**长方形和平行四边形一半模型：**寻找长方形中 **同高**的三角形或者构造 **同高**三角形。



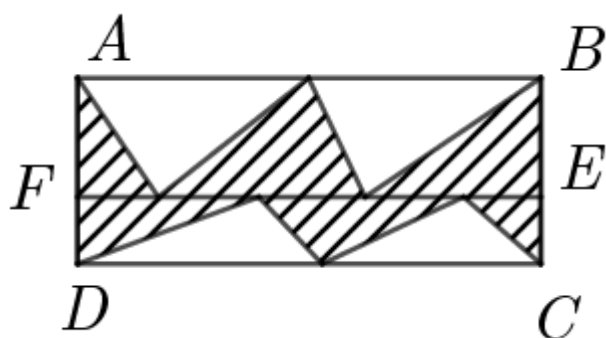
**梯形一半模型:** 图中为腰上的中点和中线



**中点一半模型:** 图中为中点



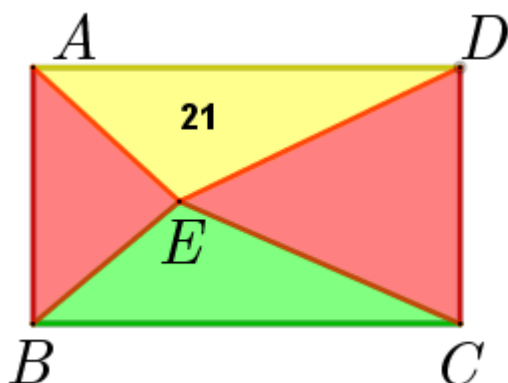
**例3.** 如图，长方形AFEB和长方形FDCE拼成了长方形ABCD，长方形ABCD的长为 **15**，宽为 **6**，则它内部阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_。



解题过程：

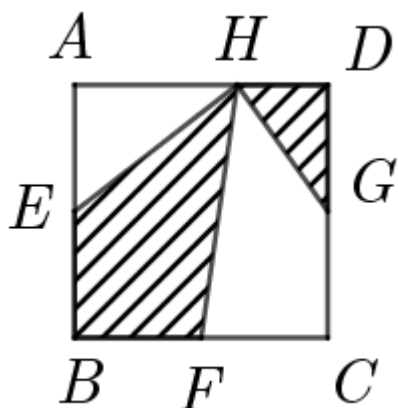
### 例题3解析

练习3. 如图，一个长方形ABCD分成4个不同的三角形，绿色三角形BEC面积占长方形面积的15%，黄色三角形ADE面积为21平方厘米，则长方形的面积是 \_\_\_\_\_平方厘米。



### 练习3解析

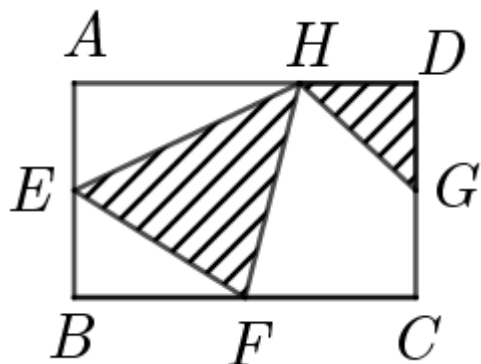
例4. 如图，正方形ABCD的面积是40平方厘米，点E、F、G分别是正方形ABCD边上的中点，H为AD边上的任意一点，则阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_平方厘米。



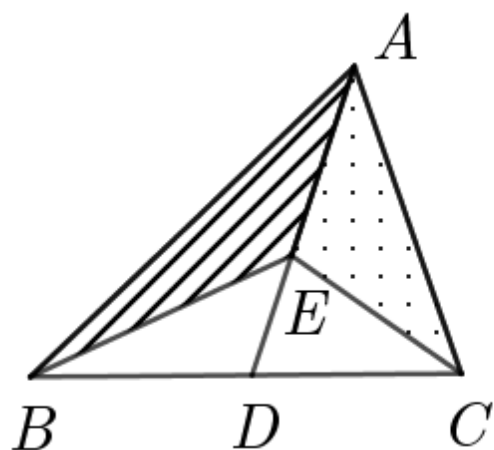
解题过程：

### 例题4解析

练习4. 如图，长方形ABCD的面积为40，E、F、G为各边中点，H为AD边上任意一点，问阴影部分面积是 \_\_\_\_\_。



## 5. 燕尾模型

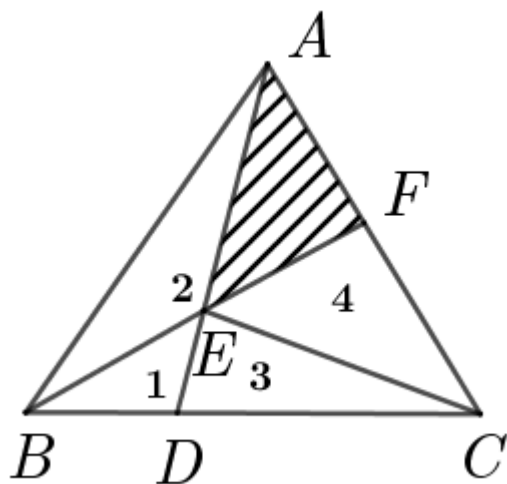


$$S_{\triangle ABE} : S_{\triangle AEC} = BD : DC$$

$$S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ADC} = BD : DC$$

$$S_{\triangle DBE} : S_{\triangle DEC} = BD : DC$$

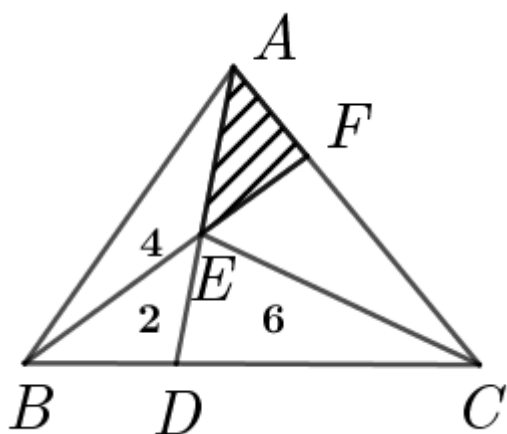
**例5.** 如图，三角形ABC被分成了5个小三角形，其中4个的面积已经标注在图上了，则阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_。



解题过程：

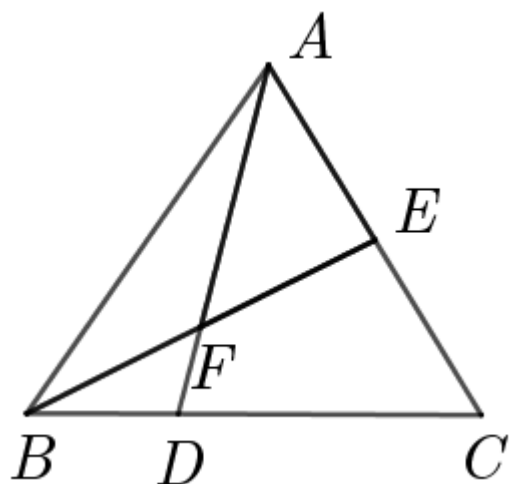
### 例题5解析

练习5. 如图，三角形ABC被分成了5个小三角形，其中3个的面积已经标注在图中，则阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_。



### 练习5解析

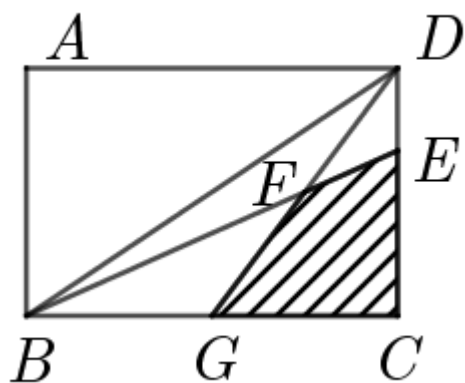
**例6.** 如图，三角形ABC的面积为1，E是AC的中点，点D在BC上，且 $BD:DC=1:2$ ，AD与BE交于点F，则四边形DFEC的面积是 \_\_\_\_\_。



解题过程：

### 例题6解析

**练习6.** 如图，长方形ABCD的面积为24平方厘米， $EC=2DE$ ，F是DG的中点，则阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_ 平方厘米。

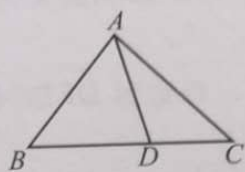


### 练习6解析

总结（一）

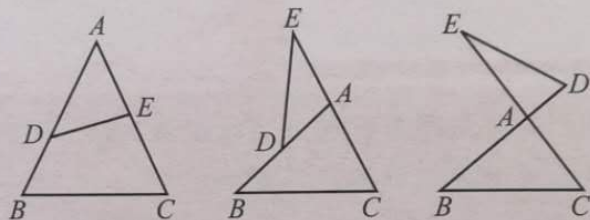


## 一、等高模型



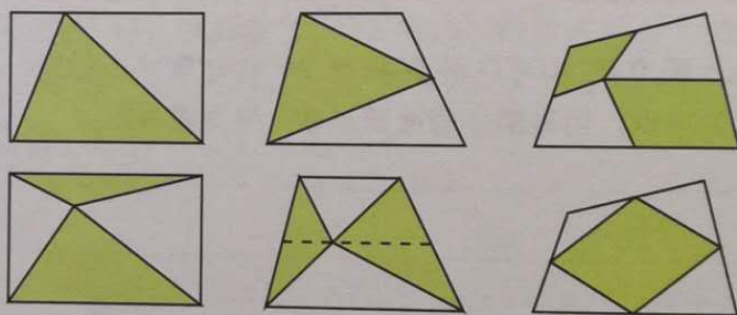
$$S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = BD : CD。$$

## 二、鸟头模型



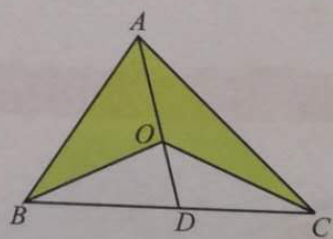
$$S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = (AD \times AE) : (AB \times AC)。$$

## 三、一半模型



阴影部分占总体积的一半。

## 四、燕尾模型



$$S_{\triangle ABO} : S_{\triangle ACO} = BD : CD。$$