

## 2012 年第 23 届希望杯初赛

## 初三年级试题答案

## (1) 选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	C	A	C	C	D
题号	6	7	8	9	10
答案	C	C	A	C	A

## (2) A 组填空题

题号	11	12	13	14	15
答案	4	5	$ac+2b+4=0$	$25\pi$	$1-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$
题号	16	17	18	19	20
答案	$0<m<7$	$-5x+4$	$m\leq -15$ 和 $m\geq 1$	4	8

## (3) B 组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	$-2; -\frac{2}{3}; (2, 0)$	1; 3	8; -8	$\frac{3}{4}\sqrt{17}; 2\sqrt{17}$	$4; 60^\circ$ 或 $90^\circ$

(1) 第 1-10 题：答对得 4 分；答错或不答，得 0 分。

(2) 第 11-20 题：答对得 4 分；答错或不答，得 0 分。QQ 2254237433

(3) 第 21-25 题：答对得 8 分，(第 21 题，第 1 空和第 2 空各 3 分，第 3 空 2 分；第 22-25 题，每空 4 分)；答错或不答，得 0 分。翔文学习提供

## 初三年级试题详解

1. C

2. A

【解析】设丙单独做所需天数为  $x$ ，则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x} = \frac{1}{c}$ ，解得： $x = \frac{abc}{ab-ac-bc}$  选 A

3. C

【解析】 $x < -1$  时，原式  $= -3$ ； $-1 < x < 0$  时，原式  $= -1$ ； $0 < x < 1$  时，原式  $= 1$ ； $x > 1$  时，原式  $= 3$ 。选 C

4. C

【解析】由已知， $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle BCE} = \sqrt{ab}$ 。∴  $S_{\text{梯形}ABCD} = a+b+2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ 。选 C

5. D

【解析】根据数轴表示，不等式组解集为  $-1 < x < 1$ ，即  $\begin{cases} x > -1 \\ x < 1 \end{cases}$ ，亦即  $\begin{cases} -x < 1 \\ x < 1 \end{cases}$ ，

与选项对比知，选 D

6. C

【解析】过 E 向 BC 作垂线，垂足记为 H，则  $\triangle DEH \cong \triangle ABD$ ，  
∴  $BH - EH = BH - BD = DH = AB$  为定值，选 C

7. C

【解析】令  $S=x_1+x_2+x_3+x_4$ ，则方程组变为 
$$\begin{cases} s-x_4=a_1 \\ s-x_1=a_2 \\ s-x_2=a_3 \\ s-x_3=a_4 \end{cases},$$

$a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ ， $\therefore x_4 > x_1 > x_2 > x_3$ ，选 C

8. A

【解析】 $2 \leq |x| \leq 3$ ， $\therefore -3 \leq x \leq -2$  或  $2 \leq x \leq 3$ ，由于函数的对称轴为  $x=1$ ， $x=-3$  时， $y=16$ ； $x=-2$  时， $y=9$ ； $x=2$  时， $y=1$ ； $x=3$ ， $y=4$ 。 $\therefore$  函数的取值范围是  $1 \leq y \leq 4$  和  $9 \leq y \leq 16$

9. C

【解析】记梯形高为  $h$ 。则  $AD = \frac{h}{\sin \alpha}$ ， $BC = \frac{h}{\sin \beta}$ ， $\therefore AD:BC = \sin \beta : \sin \alpha$ 。选 C

10. A

【解析】对于  $y=x^2-2mx+1$ ，当  $x=-1$  时， $y=2m+2$ ；当  $x=3$  时， $y=10-6m$

根据题意， $(2m+2-1)(10-6m-4) \leq 0$ ，解得  $m \geq 1$  或  $m \leq -\frac{1}{2}$ 。选 A

11. 4

【解析】设两位数为  $\overline{ab}$ ，则  $10a+b=7(a+b)$ ，有  $a=2b$ ，当  $b$  取 1、2、3、4 时符合题意，共 4 个

12. 5

【解析】 $x^2-4y^2-x-2y+5=(x+2y)(x-2y-1)+5$ ， $x-2y=1$ ， $\therefore x-2y-1=0$ 。 $\therefore$  原式=5

13.  $ac+2b+4=0$

【解析】由已知，有  $a(\frac{c}{2})^2+b \times \frac{c}{2}+c=0$ ，即  $ac^2+2bc+4c=0$ ， $c \neq 0$ ， $\therefore ac+2b+4=0$

14.  $25\pi$

【解析】当 D 与圆心重合时，取最小值  $S=25\pi$

15.  $1-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$

【解析】阴影部分四个顶点构成的正方形的面积为  $(2\sin 15^\circ)^2$ ，剩余的 4 个弓形的面积每个为  $\frac{1}{12}\pi \times 1^2 - \frac{1}{2} \times 2\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ$

$\therefore$  总面积为  $4\sin^2 15^\circ + 4(\frac{1}{12}\pi \times 1^2 - \frac{1}{2} \times 2\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ) = 1 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$

16.  $0 < m < 7$

【解析】根据题意，BC 长的一半大于梯形中位线的长

$$\therefore \begin{cases} \frac{m^2}{2} < \frac{6m+7}{2} \\ m > 0 \end{cases}, \text{ 解得: } 0 < m < 7$$

17.  $-5x+4$

【解析】由余数定理， $f(-1)=3$ ， $2f(2)=-4$ ，设所求余式为  $ax+b$

则有  $\begin{cases} 9 = 3f(-1) = -a + b \\ -6 = 3f(2) = 2a + b \end{cases}$ , 解得:  $\begin{cases} a = -5 \\ b = 4 \end{cases}$ , 所以所求余式  $-5x + 4$

18.  $m \leq -15$  和  $m \geq 1$

【解析】 $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$ ,  $\therefore (\frac{a+b}{4})^2 + (a+b) \geq 3$ . 解得:  $a+b \leq -6$  或  $a+b \geq 2$ , 而  $m+3=2(a+b)$ ,  $\therefore m+3 \leq -12$  或  $m+3 \geq 4$ .  $\therefore$  范围是  $m \leq -15$  和  $m \geq 1$

19. 4

【解析】设密码有  $n$  位, 则一次猜中的概率为  $\frac{1}{10^{n+1}}$ ,  $\therefore \frac{1}{10^{n+1}} < \frac{1}{2012}$ , 解得:  $n \geq 4$ , 最少有 4 位

20. 8

【解析】 $m = -\frac{2}{-1} = 2$ ,  $\therefore A(-1, 2)$ ,  $\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = 4 \times 1 \times 2 = 8$

21.  $-2$ ;  $-\frac{2}{3}$ ;  $(2, 0)$

【解析】由已知,  $2 = \frac{k_1}{-1}$ ,  $\begin{cases} -\frac{2}{3} = 3k_2 + b \\ 2 = -k_2 + b \end{cases}$ , 解得:  $k_1 = -2$ ,  $k_2 = -\frac{2}{3}$ ,  $b = \frac{4}{3}$ . 一次

函数的图象交  $x$  轴于点  $(2, 0)$

22. 1; 3

【解析】 $(a-1)^2 + \sqrt{b-3} = 0$ ,  $a=1$ ,  $b=3$

23. 8;  $-8$

【解析】 $(\sqrt{5}+1)^3 - a(\sqrt{5}+1) + b = 0$  化简得:  $(8-a)\sqrt{5} + (16-a+b) = 0$

$8-a=0$  且  $16-a+b=0$  解得:  $a=8$ ,  $b=-8$

24.  $2\sqrt{17}$

【解析】 $\cos \angle ACD = \frac{8}{9}$ ,  $\therefore \sin \angle ACD = \frac{\sqrt{17}}{9}$ , 则  $\frac{AD}{CD} = \frac{\sqrt{17}}{8}$ ,  $AD = \frac{\sqrt{17}}{8} \times 6 = \frac{3\sqrt{17}}{4}$

$BE \times AC = 2S_{\triangle ABC} = CD \times AB$   $\therefore BE = \frac{CD \times AB}{AC} = \frac{CD \times 3AD}{AC} = \frac{6 \times 3 \times \frac{3\sqrt{17}}{4}}{\frac{9}{8}} = 2\sqrt{17}$

25.  $4$ ;  $60^\circ$  或  $90^\circ$

【解析】由  $\angle APB = 45^\circ$ , 知  $\angle AOB = 90^\circ$ , 以  $AB$  为底边有两个,  $AM$ 、 $BM$  为底边各有一个, 所以共 4 个; 由于以  $AB$  为底边的等腰三角形  $\triangle ABM$  总存在, 所以当以  $AM$ 、 $BM$  为底边的等腰三角形  $\triangle ABM$  不存在或者与以  $AB$  为底边的等腰三角形  $\triangle ABM$  重合的时候, 只有两个满足题意的点  $M$ , 这两种情况对应的  $\alpha$  分别为  $90^\circ$  或  $60^\circ$