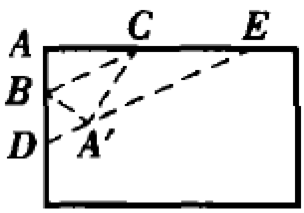
2002 年“宇振杯”上海市初中数学竞赛

一、填空题（1～5 题每小题 6 分，6～10 题每小题 8 分，共 70 分）

1. 在 2002 当中嵌入一个数码组成五位数 20□02. 若这个五位数能被 7 整除，则嵌入的数码“□”是________.

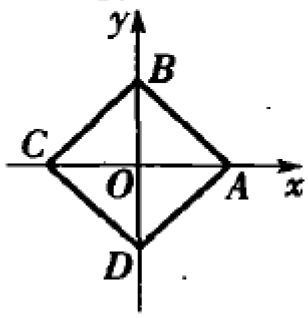
2. 若实数 a 满足 $a^3<a<a^2$，则不等式 $x+a>1-ax$ 解为________.

3. 如图，一张矩形纸片沿 BC 折叠，顶点 A 落在点 A' 处，第二次过 A' 再折叠，使折痕 $DE // BC$ 若 AB=2，AC=3，则梯形 $BDEC$ 的面积为________.

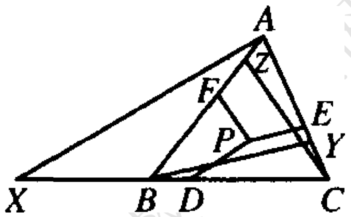


4. 已知关于正整数 n 的二次式 $y=n^2+an$（n 为实常数）. 若当且仅当 n=5 时，y 有最小值，则实数 a 的取值范围是________.

5. 如图，在平面直角坐标系中有一个正方形 $ABCD$，它的 4 个顶点为 A（10，0）、B（0，10）、C（−10，0）、D（0，－10），则该正方形内及边界上共有________个整点（即纵、横坐标都是整数的点）.



6. 如图，P 为△ABC 形内一点，点 D、E、F 分别在 BC、CA、AB 上. 过 A、B、C 分别作 PD、PE、PF 的平行线，交对边或对边的延长线于点 X、Y、Z. 若 $\frac{PD}{AX}=\frac{1}{4}$，$\frac{PE}{BY}=\frac{1}{3}$，则 $\frac{PF}{CZ}=$________.



7. 若△ABC 的三边两两不等，面积为 $\frac{\sqrt{15}}{3}$，且中线 AD、BE 的长分别为 1 和 2，则中线 CF 的长为________.

8. 计算：

$$\frac{1^2}{1^2-100+5000}+\frac{2^2}{2^2-200+5000}+\cdots+\frac{k^2}{k^2-100k+5000}+\cdots+\frac{99^2}{99^2-9900+5000}=$$________.

9. 若正数 x、y、z 满足 xyz（x+y+z）=4，则（x+y）（y+z）的最小可能值为________.

10. 若关于 x 的方程 $\sqrt{x^2}+\frac{1}{2}\sqrt[4]{x^2}-\frac{1}{3}=c$ 恰有两个不同的实数解，则实数 a 的取值范围是________.

二、（16 分）

已知 p 为质数，使二次方程 $x^2-2px+p^2-5p-1=0$ 的两根都是整数. 求出 p 的所有可能值.

三、（16 分）

已知△XYZ 是直角边长为 l 的等腰直角三角形（∠Z=90°），它的 3 个顶点分别在等腰 Rt△ABC（∠C=90°）的三边上. 求△ABC 直角边长的最大可能值.

四、（18 分）

平面上有 7 个点，它们之间可以连一些线段，使 7 点中的任意 3 点必存在 2 点有线段相连. 问至少要连多少条线段？证明你的结论.