

分数计算与比较大小_学生篇

一、知识点

1. 分数(Fraction)的定义

把整体分成相等的若干份，取其中的一份或几份所表示的数就是分数，表示成 $\frac{a}{b}$ ，这里 a, b 都是整数，且 $b \neq 0$ ，属于有理数范围。

2. 分数的类别

1. 真分数(Proper Fraction)分子小于分母，如 $\frac{2}{3}$
2. 假分数(Improper Fraction)分子不小于分母，如 $\frac{3}{2}, \frac{5}{5}$
3. 带分数(Mixed Fraction)一个整数加一个真分数，如 $3\frac{2}{7}$

3. 最简分数

分子和分母都是整数且互素的分数，即 $\frac{a}{b}$ ，且 $(a, b) = 1, b \neq 0, a, b \in \mathbb{N}$ ，如 $\frac{18}{17}, \frac{17}{20}$ 。

注意：结果通常要求化为最简分数，且如果是假分数，最好也化成带分数，这样约定后，结果不会出现很多形式，计算结果形式可以唯一确定。

4. 分数的基本性质

分子和分母同时乘以或除以一个相同的数（0除外），分数大小不变，

$$\text{即 } \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a \div c}{b \div c}, c \neq 0$$

5. 倒数

1. 非零整数 n 的倒数是分数 $\frac{1}{n}$
2. 分数 $\frac{b}{a}$ 的倒数是 $\frac{a}{b}$ ，此处 $a \neq 0, b \neq 0$
3. 互为倒数的两个数的乘积为1，即 $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$
4. 带分数的倒数求法，先化成假分数，然后利用第2条规则即可得到
5. 除0以外的数都有倒数，乘积为1的两个数是互为倒数关系

举例：

1. 整数15的倒数是 $\frac{1}{15}$
2. 分数 $\frac{3}{4}$ 的倒数是 $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
3. 带分数 $3\frac{2}{5}$ 的倒数是 (1) 化成假分数 $\frac{17}{5}$ ，(2) 再颠倒就是 $\frac{5}{17}$
4. 倒数是本身的数 即 $x = \frac{1}{x}$ ，所以 $x^2 = 1, x = \pm 1$

6. 分数的计算

1. 分数加减：先通分（将两个加数的分母化成相同的分母，通常取两个分母的最小公倍数），再加减，再化简（约分：分子分母同时除以它们的公因数，一般是最大公约数）

2. 分数乘法：先约分，再分子相乘作分子，分母相乘作分母
3. 分数除法：等于乘以除数的**倒数**，化为乘法来计算

7. 分数大小比较

- 分子通分法
- 分母通分法
- 交叉相乘法
- 倒数法
- 特殊数比较法
- 相除与1比大小
- 相减与0比大小

二、例题

分数乘除法要求：先约分后乘除，这样可以减少计算量和出错概率。

计算结果要求：化为最简分数；如果是假分数要化为带分数。

约分举例：

- $\frac{5}{8^2} \times \cancel{4}^1 = \frac{5}{2} \times 1 = 2\frac{1}{2},$
- $\frac{\cancel{355}^{71}}{113} \times \frac{2}{\cancel{5}^1} = \frac{71}{113} \times \frac{2}{1} = \frac{142}{113} = 1\frac{29}{113}$

三、练习题

1. 将假分数化为带分数或整数

$$\frac{5}{3} =$$

$$\frac{47}{21} =$$

$$\frac{64}{15} =$$

$$\frac{9}{8} =$$

$$\frac{72}{12} =$$

2. 将带分数化为假分数

$$3\frac{1}{3} =$$

$$2\frac{3}{7} =$$

$$1\frac{4}{15} =$$

$$11\frac{9}{11} =$$

$$10\frac{7}{12} =$$

3. 请找出下列分数中的最简分数，并把其余的分数约分成最简分数

$$\frac{28}{36} =$$

$$\frac{35}{24} =$$

$$\frac{38}{57} =$$

$$\frac{91}{84} =$$

$$\frac{82}{90} =$$

$$\frac{80}{14} =$$

$$\frac{91}{77} =$$

$$\frac{39}{69} =$$

$$\frac{34}{15} =$$

$$\frac{51}{84} =$$

4. 请将下面两组分数分别通分

$$(a) \frac{2}{6} = \frac{2}{3} = \frac{3}{4} = \frac{5}{12} = \frac{1}{2} =$$

$$(b) \frac{7}{9} = \frac{3}{4} = \frac{1}{6} = \frac{7}{12} = \frac{7}{18} =$$

5. 计算下列各式

$$(a) \frac{5}{7} + \frac{1}{3} = \quad (b) \frac{7}{20} - \frac{1}{5} =$$

$$(c) \frac{27}{48} + \frac{17}{12} - 1\frac{4}{9} = \quad (d) \frac{7}{12} - \frac{4}{15} + \frac{9}{20} =$$

6. 计算下列各式

$$(a) \frac{8}{21} \times \frac{5}{7} \times \frac{49}{20} = \quad (b) \frac{27}{48} \times \frac{16}{21} \times 3\frac{8}{9} =$$

$$(c) 1\frac{7}{15} \times \frac{9}{14} \div 1\frac{3}{63} = \quad (d) \frac{2}{7} \div 1\frac{2}{7} \div 4\frac{1}{2} =$$

7. 简便计算

$$\left(3\frac{1}{4} + 6\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} + 8\frac{1}{3}\right) \times \left(2 - \frac{7}{20}\right)$$

8. 计算

$$\left(2\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3} \times 5\right) \div 3\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}$$

9. 计算

$$\begin{aligned} &\left(1 - \frac{11}{36} \times 3\right) + \left(3 - \frac{11}{36} \times 5\right) + \left(5 - \frac{11}{36} \times 7\right) + \left(7 - \frac{11}{36}\right) \times 9 + \\ &\left(9 - \frac{11}{36} \times 11\right) + \left(11 - \frac{11}{36} \times 13\right) \end{aligned}$$

10. 比较大小(在方框内填写不等号或等号)

$$(a) \frac{3}{7} \square \frac{8}{19} \quad (b) \frac{8}{27} \square \frac{12}{41} \quad (c) \frac{33}{35} \square \frac{16}{17} \quad (d) \frac{7}{22} \square \frac{9}{28}$$

11. 由小到大排列

$$(a) \frac{13}{24}, \frac{18}{35}, \frac{31}{59}$$

$$(b) \frac{10}{17}, \frac{12}{19}, \frac{15}{23}, \frac{20}{33}, \frac{60}{101}$$