

第十二届中环杯小学生思维能力训练活动

六年级选拔赛 答案

一、填空题（每题 7 分，共 $7 \times 8 = 56$ 分）

1. 某个社团一共有 48 人在公园里划船。每只小船坐 4 人，租金 20 元；每只大船坐 5 人，租金 30 元。48 人都要划上船，最少要付租金(240 元)。

【解】设租小船 x 只，大船 y 只，则：

$4x+5y=48$ ，是满足人数的等式，即 48 人都能划上船。

问题转换为求 $20x+30y$ 的最小值。

不妨将 $4x=48-5y$ 代入上式，得到

$$5(48-5y)+30y=240+5y$$

显然上式在 $y=0$ 时，取最小值 240.即全部租小船，支付押金最少。

答：最少要付租金 240 元。

2. 设 $A=12345678910111213 \div 31211101987654321$ ，那么 A 的小数点后前 3 位数字和为(17)。

【解】A 的分子为 $a=12345678910111213$ ，分母为 $b=31211101987654321$ ，正好颠倒顺序。

题目要求小数点后三位的数字和。题目所求的是小数点后前三位字,只需计算到小数点后第 4 位就可以了。

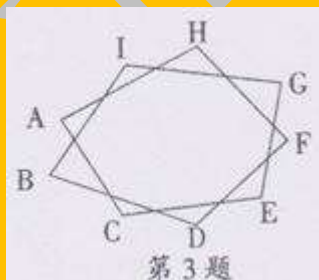
$$\text{显然 } 3121 \times 10^{13} < b < 3122 \times 10^{13}, \quad 1234 \times 10^{13} < a < 1235 \times 10^{13}$$

$$\text{所以 } 1234/3122 < A = a/b < 1234/3121$$

$$0.3952594 < A < 0.395386$$

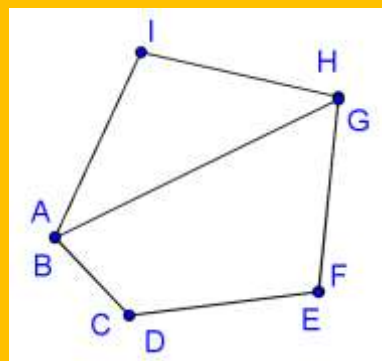
故 A 的小数点后三位是 395，数字和为 $3+9+5=17$

3. 如左图， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I =$ (900)度。



【解】左图不是两个多边形叠加组成的。我们可以考虑特殊情形，如 A 和 B，C 和 D，E 和 F，G 和 H，

参见右图：这样就变成了 2 个四边形和一个三角形了。其内角和 $= 2 \times (4-2) \times 180 + 180 = 900^\circ$



4. 比较分数的大小： $\frac{20112011}{201201}$ (>) $\frac{20122012}{202202}$ (填“>”，“=”或“<”)。

【解】设 $a=20112011/201201$, $b=20122012/202202$

$$\text{显然 } a = \frac{2011 \times (10000 + 1)}{201 \times (1000 + 1)}, b = \frac{2012 \times (10000 + 1)}{202 \times (1000 + 1)}$$

只需要比较 $\frac{2011}{201}$ 和 $\frac{2012}{202}$ 的大小了。

显然 $2011 \times 202 = 2011 \times (201 + 1) = 2011 \times 201 + 2011 > 2012 \times 201 = 2011 \times 201 + 201$
故 $a > b$

5. 左图中共有 (27) 个三角形。

【解】几何题，数三角形的个数。

以 A 为顶点的三角形有：

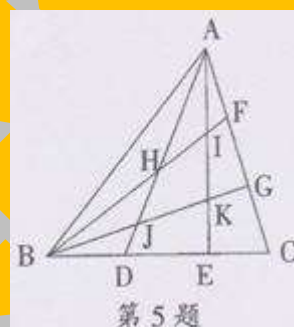
ABF 这个大三角形中就包括了 6 个，A 的对边分别是 BH, BI, BF, HI, HF, IF

同理 ABG 和 ABC 也是分成了 3 段，

故以 A 为顶点的三角形有 $6 \times 3 = 18$ 个。

同样，以 B 为顶点的三角形中，排除包含顶点 A 的三角形，只需要在 BFC 这个大三角形中讨论，分析方法同上，

BHD 中，B 的对边被分成了 2 段，B 的对边可以是 DJ, DH, JH, 共 3 个三角形，故含 B 不含 A 的三角形一共有 $3 \times 3 = 9$ 。
一共有三角形 $18 + 9 = 27$ 个。



6. 一个袋子里放着很多大小完全相同的红球、黄球、白球和黑球(每种球的量足够多)。现在大家轮流从袋中摸球，都不能用眼睛看，每人一次性摸出 3 个球。

那么最少有 (21) 个人摸球，才能保证有两人摸出的球完全一样。

【解】分类讨论。4 种不同颜色的球。每人一次摸 3 个球。这 3 个球的可能情形如下：

(1) 三个同色球：有 4 种，(4R, 4Y, 4W, 4B)

(2) 两个球同色：有 $4 \times 3 = 12$ 种，(2R+Y, 2R+W, 2R+B,)

(3) 三个都不同色：有 4 种。(RYW, RYB, RWB, YWB)

故共有 $4 + 12 + 4 = 20$ 种可能，故至少需要 21 人摸球，才能保证有两个人摸出的球完全一致。

$$7. \text{ 计算: } \frac{(10.75 - 4\frac{1}{12}) \times 2\frac{7}{11}}{(1.125 + \frac{1}{12}) \div (2.25 \div 10\frac{10}{11})} = (3)。$$

【解】计算题，化成分数后计算。

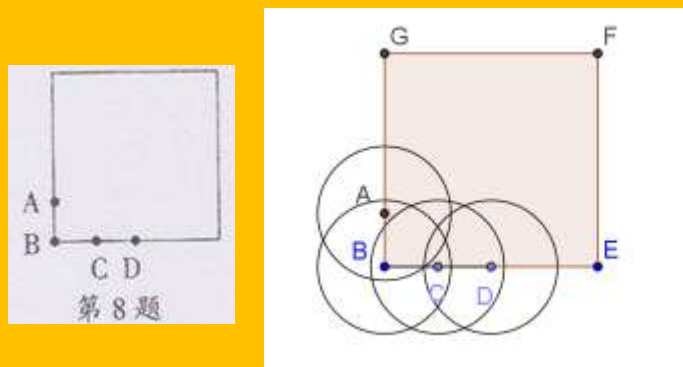
$$\frac{(10\frac{3}{4} - 4\frac{1}{12}) \times \frac{29}{11}}{(1\frac{1}{8} + \frac{1}{12}) \div (2\frac{1}{4} \div \frac{120}{11})} = \frac{6\frac{2}{3} \times \frac{29}{11}}{\frac{29}{24} \div (\frac{9}{4} \times \frac{11}{120})} = \frac{\frac{20 \times 29}{3 \times 11}}{\frac{29}{24} \times \frac{4 \times 120}{9 \times 11}} = 3$$

8. 如图所示, 边长为 16 米的正方形池塘的周围是草地, 池塘边 A、B、C、D 处各有一棵树, 且 $AB=BC=CD=4$ 米。现用长 5 米的绳子将一头羊拴在任意的一棵树上, 则羊在草地上活动区域的最大面积为 $(75\pi/4)$ 平方米。(圆周率用 π 表示)

【解】从下图看出, 显然在 B 这棵树上, 活动面积最大, 为半径为 5 的圆面积的 $3/4$ 。即 $75\pi/4$ 。

在 D 树上, 活动面积最小, 为半径为 5 的圆面积的一半。

在 A 树和 C 树上, 活动面积一样。介于 B 和 D 之间。



二、动手动脑题: (每题 11 分, 共 44 分。)

1. 甲、乙二人在边长为 100 米的正方形水池相邻的两角上, 同时按逆时针方向出发(甲在乙的前面), 沿水池步行, 甲的速度为每分钟 44 米, 乙的速度为每分钟 34 米。问甲、乙二人自出发后, 经过多长时间才能走到同一条边上?(结果精确到 0.01)

【解】显然这是一个行程问题, 也可以说是追及问题, 甲追乙, 但是并不要求追到, 两者之间可以相距 100 米, 同时满足在同一条边上。

我们现在考虑两个极端情况:

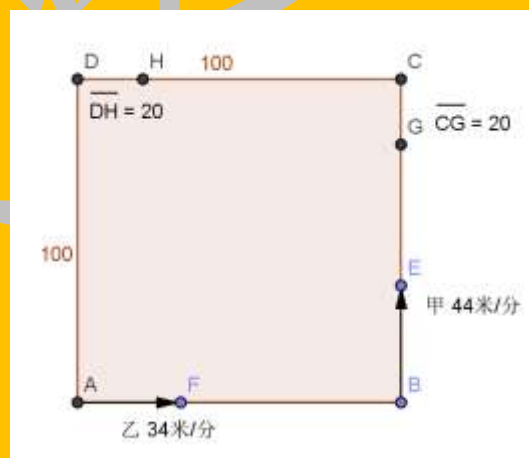
(1) 甲追上乙, 由于每分钟甲比乙快 10 米(即甲相对于乙的速度是 10 米/分), 刚开始时, 乙(慢)在甲(快)前 300 米处, 所以甲追上乙花时为 $300 \div 10 = 30$ 分钟;

(2) 甲追乙, 之间还有 100 米间距, 实际上只要甲比乙多走 200 米, 即 $200 \div 10 = 20$ 分钟;

所以, 甲乙在同一条边上用时一定在 20 到 30 分钟之间。

当 $t=20$ 分钟时, 甲在离出发点 B $44 \times 20 \bmod 400 = 80$ 米处(见图中 G 点), (mod 表示 取模的意思); 此时 乙在离出发点 A $34 \times 20 \bmod 400 = 280$ 米处(见图中 H 点)。

由于甲走完剩下的 20 米后, 乙还在 CD 边上。甲走完 20 米花时为 $20 \div 44 = 5/11$ 分钟, 所以当 $20 + 5/11 = 225/11$ 分钟后, 甲乙走在同一条边上。





2. 如图，共有 1、2、3……8 号八个房间，每相邻两个房间都有小门以“o”代替，例如：由 1 号房间可以到 2 号或 3 号房间，由 5 号房间可以到 6 号、7 号或 8 号房间。且有两个进口 A 和 B，只有一个出口 C。规定只能由小号房间进入大号房间为通路，否则为死路。问共有多少条通路？

【解】条件限制，小号房间在前。

起点可以是 A 或 B，我们来分析每个节点有多少种可能。

- (1) 起点：2 种，A→1 或 B→2；
- (2) 节点 1：2 种，1→3，1→2；
- (3) 节点 2：1 种，2→4；
- (4) 节点 3：2 种，3→4，3→5；
- (5) 节点 4：1 种，4→6；
- (6) 节点 5：3 种，5→6，5→7，5→8；
- (7) 节点 6：2 种，6→7，6→8；
- (8) 节点 7：1 种，7→8；
- (9) 节点 8：1 种，8→C。

故通路有 A1246 (8C, 78C), A1346 (8C, 78C), A135 (8C, 68C, 678C, 78C), B246 (8C, 78C)，共有 $2+2+4+2=10$ 条。

3. 小明家里来了客人，小明的妈妈给了小明 13 元让小明买些奶茶。由于客人喜欢的口味不同所以小明的妈妈特意关照他买些不同口味的奶茶回来。过了一会儿，小明买好奶茶回来。妈妈问小明买了哪些奶茶，小明已经不记得了，只记得奶茶铺一共有三种奶茶：3 元一杯的、4 元一杯的和 5 元一杯的。已知小明买的奶茶的数量超过 3 杯，并且小明正好用完 13 元钱。问：小明买了几杯 3 元的奶茶？

【解】设 3 元、4 元、5 元的奶茶各买了 x, y, z 杯，依题意知：

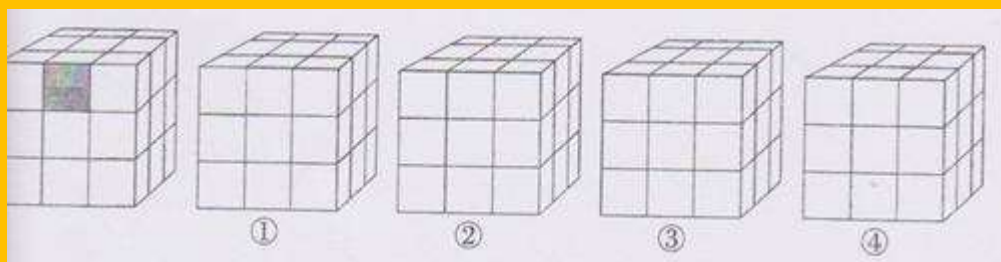
- (1) $3x+4y+5z=13$,
- (2) $x+y+z>3$ 其中 x, y, z 为自然数 (含 0),

由 (1) 不难看出 $x<4, y<3, z<3$

经验算，只有当 $x=3, y=1, z=0$ 时，满足条件。

所以 小明买了 3 杯 3 元的奶茶。

4. 如图是一个立方体魔方，我们可以从图中看到它的右侧。上侧和前侧。如果顺时针转动魔方右侧第一层 90 度，我们记作进行一次 R 操作；如果逆时针转动右侧第一层 90 度，则记作 R' 。对于上侧和前侧分别进行相同的旋转操作，分别记为 U、 U' 、F、 F' 。现在对魔方进行 4 次转动：①F，②R，③ U' ，④F，请在图中依次画出每完成一次转动后，阴影面所在的位置。



- 【解】(1) F 后，阴影面顺时针转 90° ，还在前侧的第二排第三列的位置。
(2) R 后，阴影面顺时针转 90° ，到了上面的第二排第三列的位置。
(3) U' 后，阴影面所在的上侧逆时针转 90° ，阴影面到了上面的第一排第二列。
(4) F 后，阴影面位置不变。

翔文学习提供,

Email:xiangwenjy@gmail.com

QQ:2254 2374 33

