

2011 年第十二届“中环杯”中学生思维能力训练活动  
初二年级模拟练习题(一)

一. 填空题:

1. 若  $M$  为整数, 且满足  $M = \frac{16 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{2}{7} + \frac{1}{11}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11}}$ , 则  $M = ( \quad )$ 。
2. 在实数集  $R$  中定义运算  $*$ , 满足 (1)  $x * 0 = 1$  (任意  $x \in R$ ); (2)  $(x * y) * z = (z * xy) + z$  (任意  $x, y, z \in R$ )。则  $31 * 32$  的值是  $( \quad )$ 。
3. 若不等式  $|2-x| - |x+3| < a$  有解, 则  $a$  的取值范围为  $( \quad )$ 。
4.  $\triangle ABC$  中,  $D$  在  $BC$  上,  $E$  在  $AC$  上,  $BE$  交  $AD$  于  $F$ 。已知  $S_{\triangle AEF} = 10, S_{\triangle AFB} = 16, S_{\triangle BFD} = 16$ , 则  $S_{\triangle ABC} = ( \quad )$ 。
5. 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ , 若将  $Rt\triangle ABC$  绕直角顶点  $C$  顺时针旋转  $90$  度, 点  $A, B$  分别旋转至  $A_1, B_1$ , 连接  $AA_1$ , 则  $\angle AA_1B_1 = ( \quad )$ 。
6. 已知一次函数  $y = ax + b$  ( $a$  为整数) 的图像经过点  $(88, 17)$ , 它与  $x$  轴的交点为  $(p, 0)$ , 与  $y$  轴的交点为  $(0, q)$ 。若  $p$  为素数,  $q$  为正整数, 那么满足条件的所有一次函数的解析式的个数有  $( \quad )$  个。
7. 老师让小明算  $108, B, 396$  这三个数的最小公倍数, 小明将  $108$  看成  $180$ , 得出的结果与正确答案一致。  $B$  最小等于  $( \quad )$ 。
8. 一个正方形纸片, 用剪刀沿一条不过任何顶点的直线将其剪成两部分; 拿出其中一部分, 再沿一条不过任何顶点的直线将其剪成两部分; 又从得到的三部分中拿出其中之一, 还是沿一条不过任何顶点的直线将其剪成两部分……如此下去, 最后得到了  $34$  个六十二边形和一些多边形纸片。  
则至少要剪的刀数是  $( \quad )$ 。

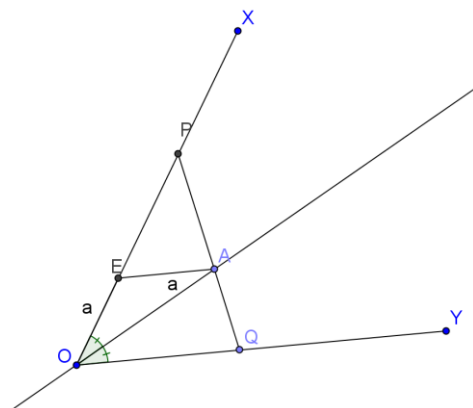
二. 动手动脑题

9. 一位教授为了考验本学期课程的成效, 拿出  $16$  张扑克牌放在桌上, 如下:
- 黑桃: A    7    Q  
红心: 3    4    7    9    J    Q  
梅花: 2    3    5    Q    K  
方块: A    5
- 教授从中选出一张。把这张牌的数告诉了学生甲, 把花色告诉乙。然后问甲: “你知道是哪一张吗?” 甲: “我不能确定是哪张。” 乙: “我知道你会这样说。” 甲: “现在我知道了。” 乙: “现在我也知道了。”
- 教授高兴地点点头。甲、乙两人都有很强的逻辑推理能力, 并且都说了实话。根据以上信息, 通过你的推理, 回答出这张牌是什么?

10. 如图,已知 A 是  $\angle XOY$  的平分线上的定点,  
过点 A 任作一条直线分别交 OX、OY 于 P、Q。

(1) 证明:  $\frac{1}{OP} + \frac{1}{OQ}$  是定值;

(2) 求  $\frac{1}{OP^2} + \frac{1}{OQ^2}$  的最小值。



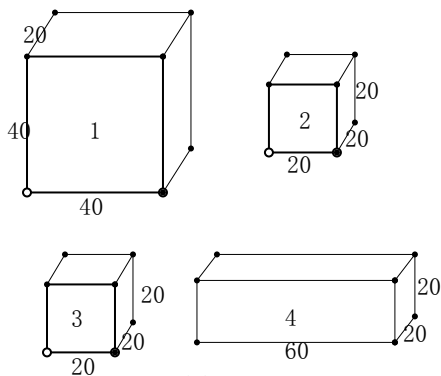
11. 小明为书房买灯,现有两种可供选择,其中一种是 9 瓦(即 0.009 千瓦)的节能灯,售价为每盏 69.8 元;另一种是 40 瓦(即 0.04 千瓦)的白炽灯,售价为每盏 32.6 元。假设两种灯的照明亮度一样,使用寿命都可以达到 2800 小时,已知小明家所在地的电价是每千瓦时 0.6 元。

(1) 设照明时间是  $x$  小时,请用含有  $x$  的代数式分别表示用一盏节能灯的费用和用一盏白炽灯的费用(注:费用=灯的售价+电费)。

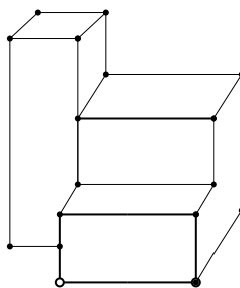
(2) 小明想在这两种灯中选购一盏,如何选择,可以使费用最低?

(3) 假定照明时间是 3000 小时,此时小明想在这两种灯中选购两盏,又如何选择,可以使费用最低?

12. 图一中是编号 1~4 的四块立体积木,请你用它们拼搭出图二中立体图形。每块积木只能用一次,可翻转拼搭。请在图二上用粗线条画出你的拼法,并标上每块积木的编号。



图一



图二