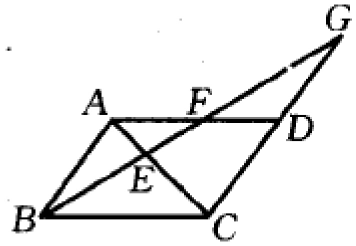
2000年“弘晟杯”上海市初中数学竞赛

一、填空题（每小题7分，共70分）

1. 如图，已知$\square ABCD$中，过点B的直线与AC相交于点E、与AD相交于点F、与CD的延长线相交于点G. 若$BE=5$，$EF=2$，则$FG=$________.



2. 有四个底部都是正方形的长方体容器A、B、C、D，已知A、B的底面边长均为3，C、D的底面边长均为a，A、C的高均为3，B、D的高均为a. 在只知道$a\neq 3$，且不考虑容器壁厚度的条件下，可判定________、________两容器的容积之和大于另外两个容器的容积之和.

3. 若n的十进制表示为99…9（共20位9），则n^3的十进位制表示中含有________个数码9.

4. 在ΔABC中，若$AB=5$，$BC=6$，$CA=7$，H为垂心，则$AH=$________.

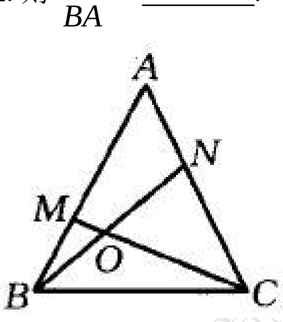
5. 若直角三角形两直角边上中线长度之比为m，则m的取值范围是________.

6. 若关于x的方程$|1-x|=mx$有解，则实数m的取值范围是________.

7. 从1000到9999中，四位数码各不相同，且千位数与个位数之差的绝对值为2的四位数有________个.

8. 方程$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{xy^2}=\frac{3}{4}$的整数解（$x$，$y$）=________.

9. 如图，在正ΔABC中，点M、N分别在AB、AC上，且$AN=BM$，BN与CM相交于点O. 若ΔABC的面积为7，ΔOBC的面积为2. 则$\frac{BM}{BA}=$________.



10. 设x、y都是正整数，且使$\sqrt{x-116}+\sqrt{x+100}=y$，则$y$的最大值为________.

二、（16分）

求所有满足下列条件的四位数：能被111整除，且除得的商等于该四位数的各位数之和.

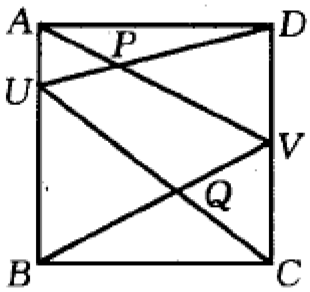
三、（16 分）

（1）在 4×4 的方格纸中，把部分小方格涂成红色，然后划去 2 行和 2 列. 若无论怎么划，都至少有一个红色的小方格没有被划去，则至少要涂多少个小方格？证明你的结论.

（2）如果把上题中的“4×4 的方格纸”改成“$n \times n$的方格纸（$n \geq 5$）”，其他条件不变，那么，至少要涂多少个小方格？证明你的结论.

四、（18 分）

如图，$ABCD$是一个边长为 1 的正方形，U、V 分别是 AB、CD上的点，AV 与 BU 相交于点 P，BV 与 CU 相交于点 Q. 求四边形 $PUQV$ 面积的最大值.



中华数学竞赛网www.100math.com