

# 分数应用题讲解

## 什么是单位 1

在小学学习数学的过程中，**单位 1** 这个概念非常重要，解应用题过程中，一定要明确 **单位1** 的概念。**单位1** 不是一个神秘的东西，它表示**一个整体**；比如我们把一块蛋糕平均分成三份，每一份是 $\frac{1}{3}$ ，这个时候，**这一整块蛋糕**就是单位1；**整个班级人数**，**全部的路程长度**，**所有的工作量**，**一本书的页数**，**树的棵数**等等都是常见的单位1。

## 如何确定单位1

可以从应用题中总结规律，找到最快判别单位1的方法。

首先来看关键词：“比” “的” “比后的前” 比后面的数量的前面的数量为单位1

### 例题1

一条公路，已经修好了2千米，这时未修的比已修的多 $\frac{1}{5}$ ，这条公路全长多少？

在这道应用题中，“比”这个字后面的是已经修好的长度，“的”这个字前面的也是已经修好的长度，因此单位1是已经修好的长度。有同学会说，不是公路全长为单位1吗？在这道题中，我们不把全长作为单位1，因为它不符合“比后的前”的规律

### 例题2

爸爸买了一箱猕猴桃40千克，第一天吃了这箱的 $\frac{1}{2}$ ，第二天比第一天少吃了 $\frac{1}{4}$ ，第二天吃了多少千克？

这个时候，我们要抓住关键的两句话（下划线的两句）。第一句：“的”字前面的是单位1，第二句：比字后面的是单位1

在做分数乘法和分数除法的应用题时，第一步就是明确单位1，通过比后的前四个字明确好单位1，当然一个复杂的应用题中不止一个单位1，这个就需要分开讨论了

## 为什么要找到单位1（求一个数的几分之几是多少）

一个数乘以分数的意义，比如  $5 \times \frac{1}{4}$  表示5的 $\frac{1}{4}$ 是多少，同样的5的 $\frac{1}{4}$ 是多少也可以用  $5 \times \frac{1}{4}$  来计算。大家可以看到，在这里“的”表示的就是一个乘法。根据我们前面的理论“比后的前”，的字前面就是单位1，这里所含有的思想就是把5看做一个整体，求5的 $\frac{1}{4}$ 是多少，更进一步拆解，就是把5看作一个整体，平均分成4份，求一份是多少？有关于单位1的都是这样的思想！

### 例题3

小明的零花钱是20元，张强的零花钱是小明零花钱的 $\frac{1}{4}$ ，问张强有多少元零花钱？

在这道题中，“的”字前面的数量也就是小明零花钱为单位1，“的”就表示乘法，因此张强的零花钱是： $20 \times \frac{1}{4} = 5$

因此找到单位1是我们去做分数乘法和分数除法最重要的第一步

#### 例题4

樟树可以活800年，榆树的寿命是樟树的 $\frac{5}{8}$ ，枣树的寿命是榆树的 $\frac{4}{5}$ ，枣树的寿命是多少年？

解题过程：榆树： $800 \times \frac{5}{8} = 500$ （年），枣树： $500 \times \frac{4}{5} = 400$ （年）

在这道题中，单位1在发生变化，一开始是樟树，后面是榆树，这还是很顺的单位1发生变化，顺着解下去就能得到最后的答案，当然还有不止那么简单的单位1转变

#### 例题5

一本书有240页，鹏鹏第一天看了全书的 $\frac{1}{4}$ ，第二天看了余下的 $\frac{1}{6}$ ，第三天应从多少页开始看？

解题过程：第一天： $240 \times \frac{1}{4} = 60$ （页）第一天看了60页，余下 $240 - 60 = 180$ 页

第二天： $180 \times \frac{1}{6} = 30$ （页）总共两天看了90页，第三天从91页开始看

## 比一个数多或少 几分之几

经过上面的拆解，我们已经知道一个数的几分之几是多少应该怎么去求了，直接用一个乘法就可以了。在此基础上我们再进行加深，当然这种题也不难，只需要在此基础上再加上一步就能求出正确答案。

#### 例题6

第一根绳子长2米，第二根绳子比第一根绳子长 $\frac{1}{4}$ ，那么第二根绳子长多少米？

明确单位1是第一根绳子，不用管太多，用单位1乘以分数， $2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ （米）

那么也就是说第二根绳子比第一根绳子长 $\frac{1}{2}$ 米，第一根绳子是2米，那么第二根绳子就是 $2 + \frac{1}{2} = 2.5$ 米

#### 例题7

食堂买进600千克大米，第一天吃了总数的 $\frac{1}{5}$ ，第二天比第一天多吃了 $\frac{1}{8}$ ，那么第二天吃了多少千克大米？

第一天： $600 \times \frac{1}{5} = 120$ （千克）

第二天比第一天多吃了多少呢？ $120 \times \frac{1}{8} = 15$ （千克）也就是说第二天比第一天多吃了15千

克，第一天吃的数量在“的”的前面是单位1

第二天：120+15=135千克

### 例题8

某车间有男职工80名，女职工的人数比男职工少 $\frac{1}{5}$ 。女职工有多少人？

在这道题中，比后面的数量是男职工的人数，因此男职工为单位1，男职工的 $\frac{1}{5}$ 可以顺利的求出 $80 \times \frac{1}{5} = 16$ 人，也就是说女职工比男职工少16人， $80 - 16 = 64$ 人。

为了说明问题，选取的例子都是典型例题，当然也有较为综合的例题，内核思想不变，只是题目的步骤增加不少

### 例题9

十一黄金周，北京故宫第一天的门票收入240万元，第二天的门票收入比第一天增加了 $\frac{1}{8}$ ，第三天的收入是第二天收入的 $\frac{5}{9}$ ，这三天共收入多少元？

第二天：240 + 240  $\times$   $\frac{1}{8}$  = 270（万元）

第三天：270  $\times$   $\frac{5}{9}$  = 150（万元）

总共三天：240+270+150=660（万元）

## 分数乘除法公式

现在我们引入三个概念，标准量，比较量和分率

标准量为单位1，是一个整体，比较量就是标准量的几分之几。

### 例题10

举个例子，把一个10千克蛋糕平均分成5份，求其中一份蛋糕重量是多少千克？

$$10 \times \frac{1}{5} = 2 \text{ (千克)}$$

在这道题中，标准量就是一个蛋糕10千克，比较量2千克，分率就是 $\frac{1}{5}$

因此：**比较量=标准量 $\times$ 分率**

由此可以引申：**标准量=比较量 $\div$ 分率，分率=比较量 $\div$ 标准量**

## 分数应用题的分类

1. 求一个数是另一个数的几分之几（所求的分率）

这类问题的特点是已知两个量，比较它们间的倍数关系，解这类题用除法。

◦ 求  $a$  是  $b$  的几分之几。  $a \div b = \frac{a}{b}$  = 分率（几分之几）

- 求  $a$  比  $b$  多几分之几。相差量 $\div$ 单位1的量=分率（多几分之几），即  $(a - b) \div b = \frac{a - b}{b}$
- 求  $a$  比  $b$  少几分之几。相差量 $\div$ 单位1的量=分率（少几分之几），即  $(b - a) \div b = \frac{b - a}{b}$

## 2. 已知单位“1”和分率，求对应的量。

这类问题的特点是已知单位“1”的量，求一个数的几分之几是多少的数量，解这类题型，通常用乘法。

- 求  $a$  千克的  $\frac{n}{m}$  是多少千克？ $a(\text{单位1}) \times \frac{n}{m}(\text{分率}) = \text{是多少千克}(\text{分率对应的量})$
- 求比  $a$  千克多  $\frac{n}{m}$ ，多多少千克？ $a(\text{单位1}) \times \frac{n}{m}(\text{分率}) = \text{多的千克}(\text{分率对应的量})$
- 求比  $a$  千克多  $\frac{n}{m}$  是多少千克？ $a(\text{单位1}) \times (1 + \frac{n}{m})(\text{分率}) = \text{是多少千克}(\text{分率对应的比较量})$
- 求比  $a$  千克少  $\frac{n}{m}$ ，少多少千克？ $a(\text{单位1}) \times \frac{n}{m}(\text{分率}) = \text{是多少千克}(\text{分率对应的比较量})$
- 求比  $a$  千克少  $\frac{n}{m}$  是多少千克？ $a(\text{单位1}) \times (1 - \frac{n}{m})(\text{分率}) = \text{是多少千克}(\text{分率对应的比较量})$

## 3. 已知一个数的几分之几是多少，求这个数。

这类问题的特点是已知一个数的几分之几是多少的数量，求单位“1”的量，解这类题型，通常用除法。

- 一个数的  $\frac{n}{m}$  是  $a$ ，求这个数。 $a(\text{分率对应的量}) \div \frac{n}{m}(\text{分率}) = \text{单位1}$
- $a$  比一个数多  $\frac{n}{m}$ ，求这个数。 $a(\text{分率对应的量}) \div (1 + \frac{n}{m})(\text{分率}) = \text{单位1}$
- 一个数比另一个数多  $\frac{n}{m}$ ，一个数比另一个数多  $a$ ，求另一个数。  
 $a(\text{分率对应的量}) \div \frac{n}{m}(\text{分率}) = \text{单位1}$

# 分数应用题解法

## 正确审题

要正确审题，否则前功尽弃。首先根据题中的分率句子，准确判断单位1的量和对应量（通常情况下看分率谁的几分之几，谁就是单位1的量），且判断单位1的量已知（用乘法）或者单位1的量未知（用除法或者列方程）；其次会把“比”字句转换成“是”字句；第三是能够将模糊分率句转换成较详细的句子。

## 画线段图

线段图有直观、形象等特点。按照数量比例，恰当选用实线或虚线把已知条件和问题表示出来，数形结合，有利于确定解题思路。

## 对应量、分率、单位1的量之间的转换

### 例题11

一批货物，第一次运走总数的 $\frac{1}{5}$ ，第二次运走总数的 $\frac{1}{4}$ ，还剩下 110 吨。对应量，分率，单位1的量之间的对应关系如下：

- 单位1的量：货物的总重量；
- 第一次运走的量：总重量的 $\frac{1}{5}$ ；
- 第二次运走的量：总重量的 $\frac{1}{4}$ ；
- 两次运走的重量： $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$ ；
- 两次后剩下的量： $1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$ ；
- 两次后剩下的分率与对应量：110和 $\frac{11}{20}$ ；

### 寻找分率

在解决较复杂的分数应用题时，需要将间接分率转化为能够解题的分率，也就是我们需要的分率，由已知的分率联想到和它相关的分率。

### 例题12

一项工程，已经完成了全部的 $\frac{7}{10}$ ，那么未完成的就  $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$