2010 年（新知杯）上海市初中数学竞赛试卷

（2010 年 12 月 12 日　上午 9:00~11:00）

题　号	一（1~10）	二				总分
		11	12	13	14	
得　分						
评　卷						
复　核						

解答本试卷可以使用计算器

一、填空题（第 1~5 小题，每题 8 分，第 6~10 小题，每题 10 分，共 90 分）

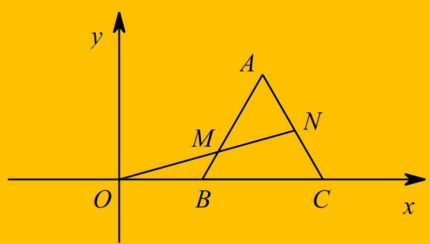
1. 已知 $x+\frac{1}{x}=3$，则 $x^{10}+x^{5}+\frac{1}{x^{5}}+\frac{1}{x^{10}}=$________。

2. 满足方程 $(x+3)^2+y^2+(x-y)^2=3$ 的所有实数对 $(x，y)$ 为________。

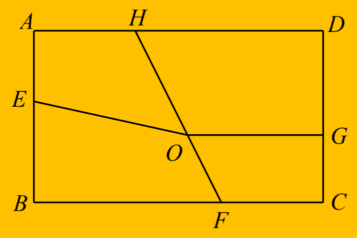
3. 已知直角三角形 ABC 中，$\angle C=90^{\circ}$，$BC=6$，$CA=3$，CD 为 $\angle C$ 的角平分线，则________。

4. 若前 2011 个正整数的乘积 $1\times2\times\cdots\times2011$ 能被 2010^k 整除，则正整数 k 的最大值为________。

5. 如图，平面直角坐标系内，正三角形 ABC 的顶点 B，C 的坐标分别为（1，0），（3，0），过坐标原点 O 的一条直线分别与边 AB，AC 交于点 M，N，若 OM=MN，则点 M 的坐标为________。



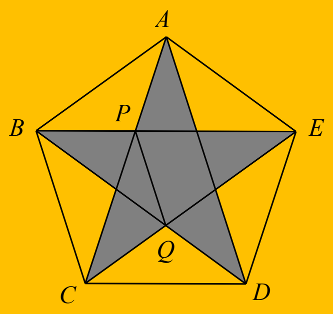
6. 如图，矩形 ABCD 中，AB=5，BC=8，点 E，F，G，H 分别在边 AB，BC，CD，DA 上，使得 AE=2，BF=5，DG=3，AH=3，点 O 在线段 HF 上，使得四边形 AEOH 的面积为 9，则四边形 OFCG 的面积是________。



7. 整数 p，q 满足 $p+q=2010$，且关于 x 的一元二次方程 $67x^2+px+q=0$ 的两个根均为正整数，则 $p=$________。

8. 已知实数 a，b，c 满足 $a\geq b\geq c$，$a+b+c=0$ 且 $a\neq 0$。设 x_1，x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个实数根，则平面直线坐标系内两点 $A(x_1, x_2)$，$B(x_2, x_1)$ 之间的距离的最大值为________。

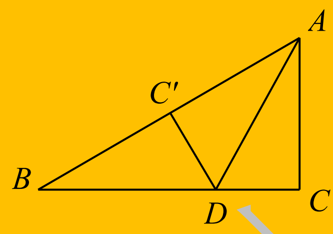
9. 如图，设 ABCDE 是正五边形，五角星 ACEBD（阴影部分）的面积为 1，设 AC 与 BE 的交点为 P，BD 与 CE 的交点为 Q，则四边形 APQD 的面积等于________。



10. 设 a，b，c 是整数，$1\leq a<b<c\leq 9$，且 $\overline{abc}\cdot\overline{bca}\cdot\overline{cab}+1$ 能被 9 整除，则 $a+b+c$ 的最小值是________，最大值是________。

二、 解答题（每题 15 分，共 60 分）

11. 已知面积为 4 的 ΔABC 的边长分别为 $BC=a$，$CA=b$，$AB=c$，$c>b$，AD 是 $\angle A$ 的角平分线，点 C' 是点 C 关于直线 AD 的对称点，若 $\Delta C'BD$ 与 ΔABC 相似，求 ΔABC 的周长的最小值。



12. 将 1，2，…，9 这 9 个数字分别填入图 1 中的 9 个小方格中，使得 7 个三位数 $\overline{abc}$，$\overline{def}$，$\overline{ghi}$，$\overline{beh}$，$\overline{cfi}$ 和 $\overline{aei}$ 都能被 11 整除，求三位数 $\overline{ceg}$ 的最大值

a	b	c
d	e	f
g	h	i

13. 设实数 x，y，z 满足 $x+y+z=0$，且 $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\le 2$，求 x 的最大值和最小值

14. 称具有 a^2+161b^2 形式的数为"好数"，其中 a，b 都是整数

（1）证明：100，200 都是"好数"。

（2）证明：存在正整数 x，y，使得 $x^{161}+y^{161}$ 是"好数"，而 $x+y$ 不是"好数"。