第十八届（2007 年）“希望杯”全国数学邀请赛初一培训题（1-85 题）

答案-解析

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	D	B	A	B	D	B	C	B
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	A	C	D	B	A	A	A	B	D	C
题号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	A	B	C	C	C	C	B	A	A	B

1、 由于 3|2001,5|2005,9|2007，所以 2001,2005,2007 都是合数。

经检验知，2,3,5,7,11,13,15,17,19,23,29,31,37,41,43 都不是 2003 的约数，所以，2003 是质数。选（A）

2、 正方形有 4 条对称轴 ，其中 2 条是对角线，另两条是对边中点的连线，选(C)

3、 $|a_1-a_2|,|a_2-a_3|,|a_3-a_4|,\cdots|a_{99}-a_{100}|,|a_{100}-a_1|$ 中各数的奇偶性分别与 $a_1-a_2, a_2-a_3, a_3-a_4, \cdots, a_{99}-a_{100}, a_{100}-a_1$ 中各数的奇偶性相同。

又 $(a_1-a_2)+(a_2-a_3)+(a_3-a_4)+\cdots+(a_{99}-a_{100})+(a_{100}-a_1)=0$，

故这组数中有偶数个奇数，

又这组数共有 100 个，故其中也有偶数个偶数，故选（D）

4、 因为 $a<b$,

所以 $a-b<0$，

$|a-b|=-(a-b)$

又因为 $b<0<c<-b$,

所以 $|b|>C, c+b<0$,

$|a-b|+|c+b|$,

因此 $=-(a-b)-(c+b)=-a-c$ 选（B）

5、 大于 90° 且小于 180° 的角叫钝角，所以度数为 89°，126°，180°，216° 的 4 个角中只有 126° 的角是钝角，选（A）

6、 译文：在 1~100 这 100 个自然数中，能同时被 2,3,5 整除的数共有（）个。

A、2　B、3　C、4　D、5

同时被 2,3,5 整除，即可被[2,3,5]=30 整除，有 30,60,90 这 3 个。选（B）

7、 译文：图 1 中共有（）条射线。

A、2　B、3　C、4　D、5

以 A 为端点的射线有 2 条，以 B 为端点的射线有 3 条，共有 5 条。选（D）

8、 分子的最小公倍数是 60，题给的 5 个分数依次是

$$\frac{2}{3}=\frac{60}{90},\frac{5}{8}=\frac{60}{96},\frac{15}{23}=\frac{60}{92},\frac{10}{17}=\frac{60}{102},\frac{12}{19}=\frac{60}{95}$$

分子相同的分数，分母较大的分数值较小，所以题给的 5 个分数按从小到大的顺序排列是

$\frac{10}{17},\frac{5}{8},\frac{12}{19},\frac{15}{23},\frac{2}{3}$ 选（B）

9、 由上次奥运会中美国射击名将失利可知，“可能性很小”的事件也是可以出现的。选（C）

10、观察图形知，“丽”、“运” 两字不是轴对称图形，选(B)

11、每增加一条横线，就增加 6 个三角形，则三角形个数是 6 的倍数，故选（A）

12、$2007=3^2\times 223$，所以 2007 的约数是 1,3,9,223,669,2007，共计 6 个，选（C）

13、这个圆柱体最上面的三分之一的圆柱锯掉了四分之 i，所以锯掉部分的体积为 $\frac{v}{12}$。选（D）

14、当 a=-b 时，a+b=0,排除（A）；

当 a=-1，b=0 时，$a+\left(\frac{b}{2}\right)^2=-1<0$，排除（C）；

当 a=1，b=-1 时，$ab+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}<0$，排除（D）。故选（B）

事实上，由于 $a^2\geqslant 0, 0.01b^2\geqslant 0$，

所以 $a^2+0.01b^2\geqslant 0$

15、已知关于 z 的方程（2007a+2008b）x+2007=0 无解，

故可知　2007a+2008b=0

于是　$a+b=\frac{b}{2007}$，

由 b<0，知 $-\frac{b}{2007}>0$，即 a+b>0.选（A）

16、2 与-1 为符号相反的两个数，但 2 与-1 不互为相反数，易知①错误；

0 的相反数与绝对值都是 0，但是 0 既不是正数也不是负数，故③和④错误。

只有②正确。故选(A)

17、由题意可知，出生时间应该是身份证编号中的倒数 7 到 14 位，所以韩光出生的时间是 1995 年 8 月 15 日，选（A）

18、根据两点之间线段最短，知选（B）

19、“从对甲、乙企业的投资额中各抽回 15%和 10%”与“从对甲、乙企业的投资额中各抽回 10%和 5%”相比，前者比后者各多抽回 5%，即从对甲、乙企业的投资额中各抽回 5%+8%-13%，总投资额减少 130 万元，所以李先生投资的这笔资金为 130÷13%=1000（万元），故选（D）

20、原方程整理为 （a+b-4）x=a-b-2，

由于此方程有无穷多个解，所以

$$\begin{cases} a+b-4=0 \\ a-b-2=0 \end{cases}$$

解得　a=3，b=1

所以 $(ab)^4=81$，选（C）

21、已知关系式可化为 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=0$,

即 $\frac{1}{12}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac)=0$,

所以 $\frac{1}{12}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]=0$

故　a=b，b=c，a=c

即 a=b=c，选（A）

22、译文：在 3 点半时，钟表上的时针和分针所成的锐角是（）

A、70°　　B、75°　　C、85°　　D、90°

钟表在 3 点时，时针与分针成 90°角，再过半小时，分针转过 180°指向“6”，而时

针转了$\frac{360}{12}\times\frac{1}{2}$=15°，所以在 3 点半时，钟表上的时针和分针所成的锐角是 90°-15°=75°，选（B）

23、设这两个角为α 和β （α >β ），则（α +β ）+（α -β ）=180°，所以 a=90°，选（C）

24、因为 a 是质数，b 是质数，3a+2b 是质数，3a+2b<20，

所以 a 只能取 3,5，b 只能取 2,5，

经检验，只有（3,2），（3,5），（5,2）适合，故选（C）

25、由已知得 $(x-3)^2\leqslant(x+a)^2$，$(a+3)[2x+(a-3)]\geqslant0$.

当 a=-3 时，解是一切实数，包含 x≥a；

当 a>-3 时，$x\geqslant\frac{3-a}{2}$，

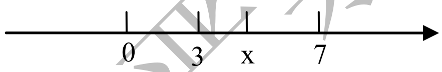
要包含 x≥a，则必有 $a\geqslant\frac{3-a}{2}$，

则 a≥1；

当 a<-3 时，$x\leqslant\frac{3-a}{2}$，不能包含 x≥a

所以 a≥1 或 a=-3。选（C）

26、如图 22 所示，



但 3≤x≤7 时，|x-3|+|x-7|=4

若三条线段能够成三角形，那么

各选项中 x 的取值范围应能包含 3≤x≤7，选（C）

27、令 c=0，则可排除（A）、（C）、（D），所以选（B）

事实上，由图知 a<0，b>0.

若 0<c<b,又 a<0，相加得 a+c<b；

若 a<c≤0，得 a+c<0<b

所以总有 a+c<b

28、若 a 不是整数，则 2a 不是偶数，①不成立；

当 a=0 时，$-a^2=0$，②不成立；

当 0≤a≤1 时，$a^2\leqslant a$，③不成立；

当 a=0 时，|a|=0，④不成立；

$(-a)^3=(-1)^3\ (a)^3=-a^3$，⑤成立，选（A）

29、计算得

d_1=|-2007-(+19)|=2026；

d_2=|-2007-(-4032)|=2025；

d_3=|(+19)-(-4032)|=4051.比较知，选（A）

30、由“a，b 是两个相邻的正整数”必能推得“a 与 b 互质”，甲真；但反过来，如 3,7 两个数互质，但 3 与 7 不是两个相邻正整数，乙不真，选（B）

二、填空题

题号	31	32	33	34	35	36	37
答案	-149，+697	8	-1	a<b<c	1	2.25	$-\frac{8}{13}$
题号	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**
答案	0	（5,4）	36	2	24682008	29	1
题号	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**	**51**
答案	5	100,48	50,	32	1	130°	-2；$-\frac{1}{2}$
题号	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**
答案	-2	-18	-1	-5	14	-1	14
题号	**59**	**60**	**61**	**62**	**63**	**64**	**65**
答案	$\frac{8}{27}$	5	2.135	3	1.374；1	13	2000
题号	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**	**71**	**72**
答案	-ab；$-a^2b^2$	$m<-\frac{2}{3}$ 或 m>2	4n	29．,47，83；56；65	4015；-1	315°	2:4:3
题号	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**		
答案	16；8	39	4	9；$\frac{10}{57}$	8		

31、司马迁出生于公元-149 年；李白出生于公元+697 年。

32、译文：如图 6，长度为 12 的线段 AB 的中点为 M，点 C 将 MB 分成 MC：CB=1:2，则线段 AC 的长度是____________

$AC=AM+MC=6+\frac{1}{3}MB=6+2=8$

33、$(2x+y^3)\div 2$

$=[2\times 3+(-2)^3]\div 2$

$=(6-8)\div 2$

$=-1$

34、$a=\dfrac{(2006-1)(2006+1)}{2006}=\dfrac{2006^2-1}{2006}=2006-\dfrac{1}{2006}$

同理可得 $b=2007-\dfrac{1}{2007}$，$c=2008-\dfrac{1}{2008}$

显然 $a=2006-\dfrac{1}{2006}$

$<2007-\dfrac{1}{2007}$

$<2007-\dfrac{1}{2007}=b$

$<2007-\dfrac{1}{2008}$

即 a<b<c

35、由图知 a<-1

所以　a+1<0

原式=$\frac{-a-1}{-a-1}=1$

36、15 瓦的灯泡每月耗电：

$\frac{15\times3\times30}{1000}=\frac{135}{100}$（度）

40 瓦的灯泡每月耗电：$\frac{40\times3\times30}{1000}=\frac{360}{100}$（度）

每月可节约用电：

$\frac{360}{100}-\frac{135}{100}$=2.25（度）

37、由$\frac{a+b}{b}=-\frac{5}{8}$，得$\frac{a}{b}+1=-\frac{5}{8}$

即 $\frac{a}{b}=-\frac{13}{8}$

所以$\frac{b}{a}=-\frac{8}{13}$

38、（$3a^2+4a^2b-3b^2$）+（$-3a^2-4a^2b+2a^2b+2b^2+1$）$|_{m=1}$

　　　　$=-b^2+1|_{m=1}$

　　　　=-（-1）^{2}+1=0

39、（5,4）

40、摆成等边三角形时第 1 排 1 个，第 2 排 2 个，第 3 排 3 个，……第 8 排 8 个。

而$\frac{(8+1)\times8}{2}$=36，

又 6×6=36，

所以　小球的个数是 36

41、两根毛线从中间打结后拉紧，相当于有公共端点的四条线段，易知，最多能形成 2 对对顶角，最少能形成 0 对邻补角，即 a=2，b==0

所以　a+b=2

42、以 n 表示 12342006，则原分数的分母=n^2-（n-1）（n+1）=$n^2-n^2+1=1$

所以原式的值是 24682008.

43、因为 a+b=3，$a^2b+ab^2-ab(a+b)=-30$,

所以　ab=-10

则　　a^2+b^2=（a+b）^{2}-2ab

　　　$=3^2-2\times$（-10）=29

44、由$x^n+\frac{1}{x^n}=1$，

得 x-x+1-0，

从而　原式

-（x-x+1）（x+x^n+1）+1=1

45、可以加上的单项式有$-4x^2$，-1,4x，$4x^4$ 共 5 个

46、设易拉罐地面圆的半径为 r 厘米，则 EF 等于 4r，所以船应等于 27π r，故有 2r+27π r=AB=16.56，解得 r=2.

所以易拉罐的容积式

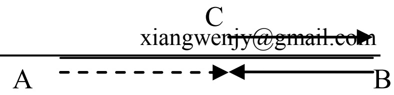


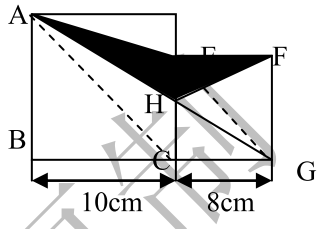
图 23

$\pi r^2 \times EF$

$=3.14\times 2^2\times 4\times 2$

=100.48(立方厘米)

47、如图 23，小林学校在 A，家在 B，下午 4 点他步行从 A 出发，与按时从 B 来接他的车相遇于 C，结果汽车由 C 返回 B 比往常提前了 20 分钟，表明汽车由 C-A-C 共需 20 分钟，因此汽车由 C 到 A 需 10 分钟，则汽车在 4：50 与小林相遇，即小林步行 50 分钟遇到来接他的爸爸。



48.连结 AC、EG，如图 24，则 AC∥EG。

即 ACGE 是梯形，△AHE 的面积等于△CHG 的面积。

△ AHE 的面积+△EHF 的面积

=△CHG 的面积+△EHF 的面积

=正方形 CEFG 的面积-△HFG 的面积=$8\times 8-\dfrac{8\times 8}{2}$=32（平方厘米）

49、由于 $1+3+5+\cdots+101=51^2$ 为奇数，

最小的正奇数为 1，所以前 3 个奇数添加符号如下 -1-3+5=1，

而其余 48 个连续奇数按每连续四个添加符号如下，使其结果为 0，即

（2n+1）-（2n+3）-（2n+5）+（2n+7）=0

于是推知和的绝对值的最小值是 1.

50、由题意知 AE∥CD.

过点 B 在∠ABC 内部作 BF∥AE,则 BF∥CD,所以∠ABF=∠A=100°，∠FBC=∠ABC-∠ABF=150°-100°=50°.

所以∠C=180°-∠FBC=180°-50°-130°

51、由 $P-Q=a2b2+5-2ab+a2+4a==(ab-1)^2+(a+2)2=0$

所以 ab=1，a=-2，$b=-\dfrac{1}{2}$

52、易知 b=a+2，代入 3a=4b-3 中，得 3a=4（a+2）-3，解得 a=-5，于是 b=-3，C=-2，d=0，所以 C+2d=-2

53、$(m+n)^2=m^2+2mn+n^2=9$，mn=1，$(m+n)^3=m^3+3m^2n+3mn^2+n^3=m^3+n^3+3mn(m+n)=-27$

所以 m3+n3=-27+9=-18

54、因为|x-y+1|≥0，|x+y-2007|≥0，所以|x-y+1|+|x+y-2007|≥0

又由题设知

|x-y+1|+|x+y-2007|=0，所以|x-y+1|+|x+y-2007|=0

解方程组 $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x+y-2007=0 \end{cases}$，得 $\begin{cases} x=1003 \\ y=1004 \end{cases}$ 于是$[-\dfrac{x}{y}]=[-\dfrac{1003}{1004}]=-1$

55、因为|3a-2b|≥0，$(4b-12)^2\geq 0$，又 2|3a-2b|+$(4b-12)^2$，

所以 3a-2b=4b-12=0，于是 a=2，b=3，所以原式$=\dfrac{1}{4}\times 2^{2\times 3-4}-(2^3+\dfrac{1}{27}\times 3^2+4)=-5$

56、由原方程，得 $a=\dfrac{14}{15}x-140$，因为 a 为正整数，所以$\dfrac{14}{15}x>140$，所以 x>150.

又因为$\dfrac{14}{15}$x 为整数，所以 x 是 15 的倍数，所以 x_{min}=165，所以 a_{min}=$\dfrac{14}{15}$×165-140=14

即 a 的最小正整数值是 14.

57、$y^3+3xy-x^3=(y-x)(y^2+xy+x^2)+3xy=-(y^2+xy+x^2)+3xy=-y^2+2xy-x^2=-(y-x)^2=-1$

58、由已知等式，得 $x^4+y^4+z^4+x^2+4y^2+9z^2-2(x^3+2y^3+3z^3)=0$,

即 $x^2(x-1)^2+y^2(y-2)^2+z^2(z-3)^2=0$，由于 $x^2(x-1)^2$，$y^2(y-2)^2$，$z^2(z-3)^2$均为非负数，所以 $x^2(x-1)^2=y^2(y-2)^2=z^2(z-3)^2=0$，因为 x，y，z≠0，所以 x=1，y=2，z=3.

因此 原式=$(4x^2-4x+1)+(4y^2-8y+4)+(4z^2-12z+9)=1+4+9=14$

59、原式=$\dfrac{2^3(1^3-2^3+3^3-4^3+5^3-6^3+7^3-8^3)}{3^2(1^3-2^3+3^3-4^3+5^3-6^3+7^3-8^3)}=\dfrac{2^3}{3^3}=\dfrac{8}{27}$

60、设顶层有灯 x 盏，则有 x+2x+4x+8x+16x+32x+64x=635，

即 127x=635，

解得 x=5

61、公比值为$\dfrac{0.517}{0.483}=1.0704$，而该地区出生的性别比例为 $\dfrac{160}{70}=2.2857$，这个比值是公认比值的 $\dfrac{2.2857}{1.0704}\approx 2.135$ 倍。

62、因为 7×11×13=1001，一个六位数等$\overline{1a3b7c}$于 1001 乘以一个三位数$\overline{1d3}$，这恰好是将此三位数$\overline{1d3}$重写一遍，即$\overline{1d31d3}$，所以 C=3，d=7，a=7，因此 $\dfrac{b-a}{d-c^3}=3$。

63、1 升水重 1 千克，1 升 97#汽油重（1000÷1374）千克，它们的比是 1.374:1.

64、1 两鱼价值 236000÷（34×10）=694.1（元），1 两黄金价值 180×50=9000（元）

65、令 a=2007，则原式=

$\dfrac{a^2-6a-7}{a+1}=\dfrac{(a^2-1^2)-(6a+6)}{a+1}=\dfrac{(a+1)(a-1)-6(a+1)}{a+1}$=a-7=2007-7=2000

66、由已知得-1<ab<0，因此 0<1+ab<1，因而 -1<ab（1+ab）<0，$a^2b^2-(-ab)=ab(ab+1)<0$，所以 $a^2b^2<-ab$. 又 $a^2b^2-(-a^3b^3)=a^2b^3(1+ab)>0$，所以$-a^3b^3<a^2b^2$，因此，在-1<a<0，0<b<1 的条件下，-ab，a^2b^2，$-a^2b^2$中最大的是-ab，最小的是$-a^3b^3$

此题也可以用特殊值法莱检验判断。

67、当 m≥0 时，原不等式化为 2m-1>m+1，解得 m>2，当 m<0，原不等式化为 -2m-1>m+1，，解得 m< -$\dfrac{2}{3}$,所以 m 的取值范围是 m<- $\dfrac{2}{3}$ m>2.

68、显然，蜗牛所走过的路线是一个轴对称图形，所以 S=2n×2=4n（cm）

69、设$\overline{ab}$=10a+b，$\overline{ba}$=10b+a，其中 1≤a，b≤9，于是$\overline{ab}+\overline{ba}$=（10a+b）+（10b+a）=11（a+b），且 2≤a+b≤18

因为$\overline{ab}+\overline{ba}$是完全平方数，只须 a+b=11，其中 29,47,83 均为质数，而 92,74,38 是合数；另外 56 与 65 均为合数。

70、原方程等价于|x-2007|-1=±2007，因为|x-2007|≥0，所以|x-2007|-1=2007，即

|x-2007|=2008，那么 x-2007=±2008，所以 x=4015 或 x=-1.

71.由题图可知∠4=45°，∠1+∠7=90°，∠2+∠6=90°，∠3+∠5=90°.

四式相加得∠1+∠2+∠3+∠4+∠5+∠6+∠7=3×90°+45°=315°.

72、译文：在△ABC 中，∠A、∠B、∠C 的度数分别为α，β，γ，已知β是α的 2 倍，∠C 的外角等于 120°，则α：β：γ=__________

由已知得β=2α，α+β=120°，所以α+β=3α=120°，解得α=40°.

因此β=80°，γ=60°，故有α：β：γ=2：4:3

73、互为补角的有

∠1，∠2；∠2，∠3；∠3，∠4；∠4，∠1；∠5，∠6；∠6，∠7；∠7，∠8；∠8，∠5；∠1，∠6；∠1，∠8；∠2，∠5；∠2，∠7；∠3，∠6；∠3，∠8；∠4，∠5；∠4，∠7.共计 16 对。

其中∠1，∠2；∠2，∠3；∠3，∠4；∠4，∠1；∠5，∠6；∠6，∠7；∠7，∠8；∠8，∠5；共 8 对互为邻补角。

74、设有 x 天的上午下雨，则暑假有（30+x）天。则依题意列出方程：13+（35-x）=30+x，解得 x=9，即这个暑假有 39 天。

75、假设③成立，则与①、②矛盾，故④成立，由此可知甲、乙、丙、丁 4 人均中奖。

76.依统计 26 个英文字母出现的次数为：

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
2	0	1	3	5	1	2	4	10	0	2	6	1
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
6	4	0	0	1	4	4	2	0	0	0	0	0

其中，一次都未出现的字母有 9 个（b,j,p,q,v,w,x.y.z）;出现次数最多的字母为 i，共出现 10 次，其频率为$\frac{10}{57}$。

77、将 x=1 代入 $p^3x+q=11$ 得 $p^3+q=11$,则 p^3，q 必为一奇一偶。若 p=2,则 $p^3=8$，q=3，此时 p，q 都是质数，符合题意；若 q=2，则 $p^3=9$，此时不存在符合条件的质数 p。

故 $p^3=2^3=8$

三、解答题

78、（1）通过观察可知，a=5，b=6，则 $S=a+\frac{1}{2}b-1=5+\frac{1}{2}\times6-1=7$（$cm^3$）。

（2）由题意知 S=6，根据公式 $s=a+\frac{1}{2}b-1$，可列出关于 a，b 的二元一次方程 $a+\frac{1}{2}b-1=6$，其中 b≥6，不妨设 b=6，则 a=4，可画出如图 25 的四种图形。

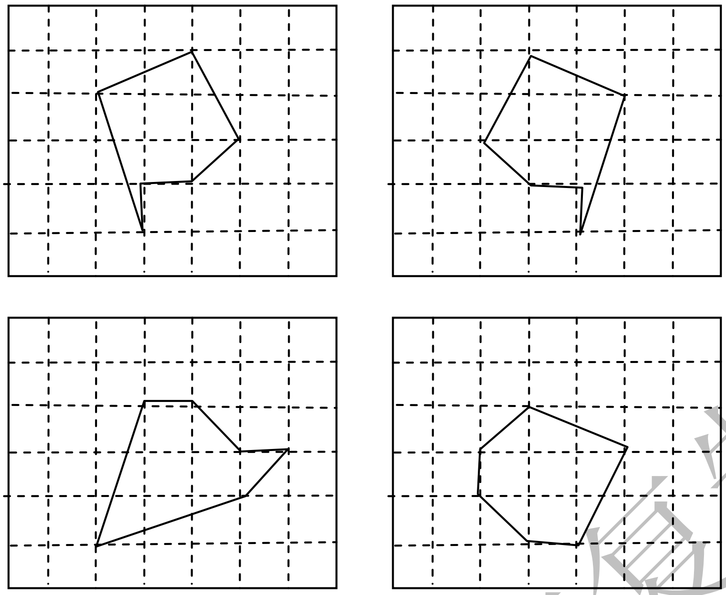


图 25

79、若 p 与 AB 中点重合，如图 26，易知 p^3 就与 p 重合，则小明的路程为六边形周长的 $\frac{3}{4}$，即为 $\frac{3}{4}$ ×2007= $\frac{6021}{4}$（米）

若 P 与 A 中点不重合，如图 27，由 pp_1∥EF∥pp, pp∥DE∥pp，pp∥CD∥pp，所以 P 与 P 重合，小明的总路程为 3（PP+PP）=3（BC+AD）= $\frac{6021}{2}$

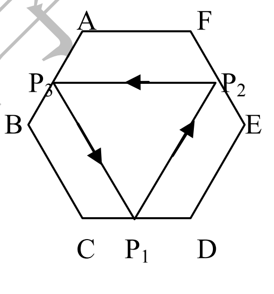


图 26

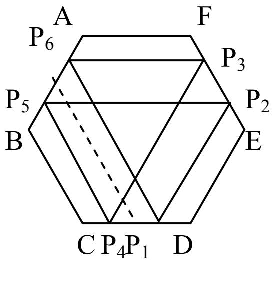


图 27

80、设语文、数学、英语分别有 x 册、y 册、z 册。

则 $\begin{cases} x+y+z=40 ① \\ 7x+8y+10z=391 ② \end{cases}$ ①×10-②得， 3x+2y=9，所以 $x=\frac{9-2y}{3}$

因为 x，y 是正整数，所以 y 只能等于 3，此时 x=1，z=36

即语文、数学、英语课本分别有 1,3,36 册。

81、由 a-c=1-b，①

d-c=b-2，②

d=a-c+3 ③

① 代入③得 d=4-b，再代入②得 c=6-2b，从而由①得 a=7-3b。

所以 a+b+c+d=（7-3b）+b+（6-2b）+（4-b）=17-5b，因为 b≥0，

所以 a+b+c+d 的最大值为 17

82、由 EF⊥AD 于 P，所以∠1+∠AEP=90°，∠2+∠AFP=90°，已知∠1=∠2，所以∠AEP=∠AFP. 由三角形外角的性质得 ∠ACB=∠CFM+∠M=∠AEP+∠M=∠ABC+∠M+∠M,

因此 2∠M=∠ACB-∠ABC, 所以∠M= $\frac{1}{2}$（∠ACB-∠ABC）

83、从第 2 列， 京+京+奥+京=8,

第 3 行，京+奥+京+奥=16，即 $\begin{cases}3\times 京+奥=8\\2\times 京+2\times 奥=16\end{cases}$，解得 京=0，奥=8

再从第 1 行 北+0+8+运=36.8，

即 北+运=28.8，从第 4 列 运+运+8+北=45.6，即北+2×运=37.6，解得 北=20，运=8.8

再从第 1 列 北+在+京+在=60，即 20+在+0+在=60，可得 在=20，从第 2 行 在+京+开+运=36.8，即 20+0+之+8.8=36.8，可得开=8. 最后从第 4 行 在+京+之+北=48，

即 20+0+之+20=48，可得 之=8，即表中文字代表的数值如下：北=20，京=0，奥=8，运=8.8，在=20，开=8，之=8.

84、设甲、乙、丙单独完成工程所需时间分别为 x，y，z，丙单独完成工程所需时间是甲、乙合作所需时间的 a 倍，依题意可得

$$\begin{cases}\frac{4}{x}=\frac{1}{y}+\frac{1}{z},①\\\frac{3}{y}=\frac{1}{x}+\frac{1}{z},②\\\frac{a}{z}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y},③\end{cases}$$

①×②×③，得 12a= $\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}=\frac{2xyz+x^2y+y^2z+z^2x+yz^2}{xyz}$

$=2+x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)+y\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{z}\right)+z\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=2+4+3+a$，所以 a= $\frac{9}{11}$。

85、假定存在这样的五个正整数，设它们分别是 x，y，z，u，v。

由于“它们中任意三个数的和是 3 的倍数”，可知 x，y，z，u，v 被 3 除的余数相同。

由于“它们中任意四个数的和是 4 的倍数”，可知 x，y，z，u，v 被 4 除的余数也相同。

由于 (3,4)=1，因此 x，y，z，u，v 被 12 除的余数相同，由 x+y+z+u+v=2007.

而上式右边的 2007 被 12 除余 3，

左边的 x，y，z，u，v 被 12 除的余数都相同，

所以 满足题设要求的五个正整数 x，y，z，u，v 都应是被 12 除余 3 的数。

如 3,15,27,39,1923 即是满足题设要求的一组数。