

上海市六年级数学第一学期总结 G61X001

一 数的整除

概念：整除、倍数和因数、奇数和偶数、素数和合数、分解素因数、公倍数和公约数、最小公倍数和最大公约数、互素

1.1 整除：整数 a 除以整数 b ，如果除得的商是整数且余数为零，我们就说 a 能够被 b 整除，或者 b 能整除 a ，记作 $b|a$ ，

$a \div b = c$ ，其中 a 、 b 、 c 都是整数。

掌握被 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,13 整除的数的特征。记住一些特殊数 $1001=7 \times 11 \times 13$ ， $\overline{abcabc} = \overline{abc} \times 1001$

1.2 倍数和因数：整数 a 能够被 b 整除， a 就叫做 b 的倍数， b 就叫做 a 的因数。

1.3 奇数和偶数：整数中能被 2 整除的整数叫做偶数 ($2k$)，余下的整数都是奇数 [$(2k+1)$ 或 $(2k-1)$]

1.4 素数和合数：一个正整数，如果只有 1 和他本身两个因数，这样的数叫做素数（也叫做质数）；除了 1 和本身以外还有别的因数，这样的数叫做合数。其中：1 既不是素数也不是合数，所以正整数又可以分为 1、素数、合数三类。

1.5 分解素因数：每个合数都可以写成几个素数相乘的形式，其中每个素数都是这个合数的因数，叫做这个合数的素因数。把一个合数用素因数的相乘的形式表示出来，叫做分解素因数。
($72=8 \times 9=2 \times 4 \times 3 \times 3=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$)

1.6 公倍数和公约数：几个数公有的倍数，叫做这几个数的公倍数，其中最小的一个叫做最小公倍数 LCM；几个数公有的因数，叫做这几个数的公因数，其中最大的一个叫做最大公约数 GCD。

1.7 互素：如果两个整数的最大公因数为 1，那么这两个数互素

1~100 的素数（共 25 个）有：2 3 5 7；11 13 17 19；23 29；31 37；41 43 47；53 59；61 67；71 73 79；83 89；97 （特点：两位素数的个位数都是 1,3,7,9）

1.8 2 是偶数中唯一的素数；零和正整数统称为自然数；正整数、零、负整数都称为整数；

1.9 用短除法求几个数的最大公因数就是左边分解数字的乘积，用短除法求几个数的最小公倍数就是 L 型分解数字的乘积。

1.10 唯一分解定理：每一个大于 1 的正整数 n 都可以写成几个素数的连乘积，即

$$n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdots p_k^{a_k} \quad (1)$$

其中 $p_1 < p_2 < \dots < p_k$ 为素数， a_1, a_2, \dots, a_k 为正整数，并且这种表示是唯一的，故称为 n 的素因数分解或标准分解。

1.11 约数个数定理：设 n 的标准分解式为 (1)，则它的正约数个数（包含 1 和它本身）为：

$$F(n) = (a_1+1)(a_2+1) \dots (a_k+1) \quad (2)$$

二. 分数

概念：分数的种类、最简分数、约分、通分、分数的运算法则、倒数、分数和小数的互化。

2.1 分数的种类：真分数、假分数、带分数。其中假分数和带分数可以相互转化，

分子比分母小的分数叫做**真分数**，分子大于或者等于分母的分数叫做假分数，一个正整数与一个真分数相加的结果叫带分数。

2.2 最简分数：分子和分母互素， $\text{GCD}(\text{分子}, \text{分母})=1$ 。

2.3 约分：把一个分数的分子分母的公因数约去的过程。

2.4 通分：将异分母的分数分别化为与原分数大小相等的同分母的分数，叫做通分。

2.5 分数的四则运算：分数的加、减法要在同分母的情况下进行，然后分子相加减，这时候就要用到通分和约分。乘法：分母乘以分母，分子乘以分子，除法：除以一个分数就等于乘以一个分数的倒数。

2.6 倒数：1 除以一个**不为零**的数所得到的商，叫做这个数的倒数，互为倒数的两个数的乘积是 1。

2.7 分数和小数的互化：任何一个分数都能化为小数。如： $1/3=0.333\cdots$ ， $1/5=0.2$ 等。但能化为有限小数的分数特征：首先将这个分数化为最简分数，在这个最简分数中，将分母进行分解素因数，若分母的素因数中只含有素因素 2 和 5，则这个分数可以化为最简分数。否则不能。

三. 比和比例

概念：比和比值、比和分数以及除法三者之间的关系、比的基本性质、比例、百分比、等可能事件、

3.1 a 、 b 是两个数**或两个相同的量**，为了把 b 和 a 相比较，将 a 与 b 相除，叫做 a 与 b 的比，记作 $a:b$ 或写成 $\frac{a}{b}$ ，其中 $b \neq 0$ 读作 a 比 b ，或 a 与 b 的比。

其中 a 叫做比的前项， b 叫做比的后项，前项 a 除以后项 b 所得的商叫做**比值**。

3.2 比和分数以及除法三者之间的关系：

比：前项：后项=比值

分数： $\frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \text{分数值}$ （分子 \div 分母=分数值）

除法：被除数 \div 除数=商

3.3 比的基本性质：

1.比的前项和后项同时乘以或除以相同的数（0 除外），比值不变

2.三连比的性质：如果 $a:b=m:n, b:c=n:k$ ，那么 $a:b:c=m:n:k$

$$\text{如果 } l \neq 0, \text{ 那么 } a:b:c = al:bl:cl = \frac{a}{l}:\frac{b}{l}:\frac{c}{l}$$

当 $a:b=p:q, b:c=s:t$ 时，要将 a, b, c 写成三联比的形式，那么首先要将两个式子中 b 所对应的比值进行调整，调整到一致：

$$\textcircled{1} a:b=p \times s:q \times s, b:c=s \times q:t \times q$$

$a:b:c=p \times s:q \times s:t \times q$ ，最后在得出的结果中约去他们的最大公因数即可

②或者直接寻找 q 和 s 的最小公倍数，将 q 和 s 直接调整到这个数值，那么根据 q 的变化，对 p 进行相同的变化，根据 s 的变化对 t 进行相同的变化。例如：

$a:b=3:4, b:c=6:7$ ，可以知道， b 在两个比中所对应的数值分别为 4 和 6，我们首先寻找出 4 和 6 的最小公倍数为 12，那么要将 4 变成 12，应该乘以 3，要将 6 变成 12，应该乘以 2，于是：（这里存在

一个假设条件为 a 与 b 的比, b 与 c 的比已经是最简比)

$$a:b=3\times 3:4\times 3=9:12, b:c=6\times 2:7\times 2=12:14, \text{ 那么 } a:b:c=9:12:14$$

3.4 a 、 b 、 c 、 d 四个量中, 如果 $a:b=c:d$, 那么就说 a 、 b 、 c 、 d 成比例, 也就是表示两个比相等的式子成比例。(可以用分数的约分去理解)

3.5 百分比: 把两个数的比值写成 $\frac{n}{100}$ 的形式, 称为**百分数**, 也叫做**百分比**或者**百分率**。记作 $n\%$ 。

其中%叫做百分号(按比例来理解可理解为 $a:b=c:100$)

$$\text{及格率} = \frac{\text{及格人数}}{\text{总人数}} \times 100\%$$

$$\text{合格率} = \frac{\text{合格产品数}}{\text{产品总数}} \times 100\%$$

$$\text{增产率} = \frac{\text{增加的产量}}{\text{原来的产量}} \times 100\%$$

$$\text{出勤率} = \frac{\text{实际出勤人数}}{\text{应该出勤的人数}} \times 100\%$$

$$\text{得票率} = \frac{\text{得票数}}{\text{总的投票数}} \times 100\%$$

$$\text{增长率} = \frac{\text{增长的数}}{\text{原来的基数}} \times 100\%$$

$$\text{盈利率} = \frac{\text{盈利}}{\text{成本}} \times 100\% = \frac{\text{售价} - \text{成本}}{\text{成本}} \times 100\%, \text{ 利息} = \text{本金} \times \text{利率} \times \text{期数} \times (1 - \text{税率})$$

$$\text{亏损率} = \frac{\text{亏损}}{\text{成本}} \times 100\% = \frac{\text{成本} - \text{售价}}{\text{成本}} \times 100\%$$

应用 1: 解决“增加了百分之几”“减少了百分之几”“降价了百分之几”“节约了百分之几”之类的问题, 都用公式(大的数-小的数)÷单位“1”

例 1. 学校图书室原有图书 1400 册, 今年图书册数增加了 12%。现在图书室有多少册图书?

例 2. 张老师把 20000 元存入银行, 定期 5 年, 年利率是 6.40%, 利息税是 5%, 到期后, 张老师可取回本息多少元?

应用 2 折扣: 商品按原定价格的百分之几出售, 叫做折扣。

(a) 通称“**打折**”。几折就表示十分之几, 也就是百分之几十。例如八折=0.8=80%, 六折五=0.65=65%

(b) **成数**: 一成是十分之一, 也就是 10%。三成五就是十分之三点五, 也就是 35%

应用 3 纳税 (a) 纳税: 纳税是根据国家税法的有关规定, 按照一定的比率把集体或个人收入的一部分缴纳给国家。

(b) **纳税的意义**: 税收是国家财政收入的主要来源之一。国家用收来的税款发展经济、科技、教育、文化和国防安全等事业。缴纳的税款叫做**应纳税额**。应纳税额与各种收入的比率叫做**税率**。

$$\text{应纳税额} = \text{总收入} \times \text{税率}$$

应用 4 利息 (1)存款分为活期、整存整取和零存整取等方法。

(2) **储蓄的意义**: 人们常常把暂时不用的钱存入银行或信用社, 储蓄起来, 这样不仅可以支援国家建设, 也使得个人用钱更加安全和有计划, 还可以增加一些收入。

(3) 存入银行的钱叫做**本金**, 取款时银行多支付的钱叫做**利息**。利息与本金的比值叫做**利率**。

$$\text{利息} = \text{本金} \times \text{利率} \times \text{期数} \quad \text{【不考虑利息税的情况下】}$$

注意：如要上缴利息税，则：**税后利息=利息×(1-利息税率)**，国债和教育存款的利息不纳税。

例 3. 某银行存款一年期的年利率是 2.5%，两年期的年利率是 3.25%，这样一共可以选择两种存款方式：第一种方式是存一年后取出，连本带息再存一年；第二种方式是直接存两年期。小杰妈妈有 10000 元，问：（都不考虑利息税）

- (1) 如果存一年后取出，她可取得多少元？
- (2) 如果存两年，她选哪种方案最划算？请计算说明。

例 4. 小丽的妈妈把 5000 元存入银行，按年利率 2.05% 计算，2 年后扣除 20% 的利息税，可获得本利共多少元？

3.6 等可能事件：如果一次试验由 n 个基本事件组成，而且所有结果出现的可能性都是相等的，那么

每一个基本事件互为等可能事件。概率 $P = \frac{\text{发生的结果数}}{\text{所有等可能的结果数}}$

例 5. 一副 52 张的扑克牌（无大王、小王），从中任意取出一张，共有 52 种等可能的结果。

- (1) 列出抽到 K 的所有可能的情况；
- (2) 求抽出红桃 K 的可能性的的大小；
- (3) 求抽到 K 的可能性的的大小。

四. 圆和扇形

概念：圆和弧线的周长、圆和扇形的面积

4.1 圆有无数条半径，有无数条直径；圆心决定圆的位置，半径决定圆的大小；把圆对折，再对折就能找到圆心；圆是轴对称图形，直径所在的直线是圆的对称轴，圆有无数条对称轴。

4.2 圆的周长： $C = \pi d = 2\pi r$ ，其中 d 为直径， r 为半径， $d = 2r$ 。圆的周长除以直径的商是一个固定的数，叫做**圆周率**，用字母 π 表示， $\pi \approx 3.14$ （或者约率 $\frac{22}{7}$ ，密率 $\frac{355}{113}$ ，祖冲之），

弧长公式： $l = \frac{n}{360} \times 2\pi r = \frac{n}{180} \pi r$ 用分数来理解

4.3 半圆的周长公式： $C_{\text{半圆}} = \pi r + 2r = \pi r + d$

4.4 扇形的周长： $C(n, r) = \text{弧长 } l + 2r = \frac{n}{180} \pi r + 2r = \frac{n}{180} \pi r + d$

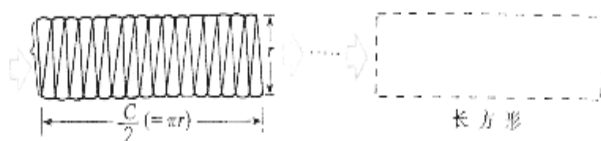
4.5 圆所占平面的大小叫做圆的面积，扇形所占平面的大小叫做扇形的面积。

圆和扇形的面积推导，是用逐渐逼近的转化思想。

把一个圆等分（偶数份）成的份数越多，拼成的图形越接近长方形。

体现化圆为方，化曲为直的思想，应用转化的思想。

找出拼出的图形与圆的周长和半径有什么关系？



圆的半径 = 长方形的宽，圆的周长的一半 = 长方形的长，长方形面积 = 长 × 宽

所以：圆的面积 = 圆的周长的一半 × 圆的半径

$$S = \pi r \times r, \text{ 即 } S_{\text{圆}} = \pi r \times r = \pi r^2$$

扇形：从圆的圆心出发，画出两条半径，两条半径和他们之间的弧长所围成的图形。

圆的面积公式： $S = \pi r^2$

扇形面积公式： $S = \frac{n}{360} \pi r^2 = \frac{1}{2} l r$ （结合三角形面积公式记忆，底是弧长，高是半径）

4.6 圆环的面积公式： $S = \pi R^2 - \pi r^2$ 或 $S = \pi (R^2 - r^2)$

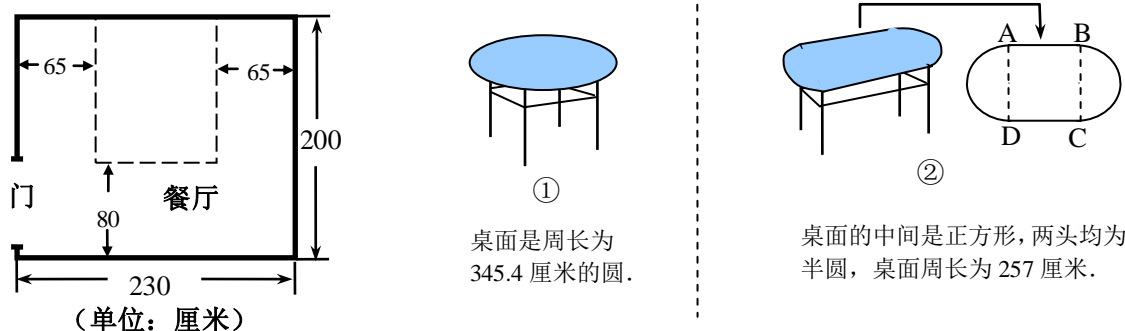
4.7 显然 弧长 L ：圆周长 C = 扇形面积 $S_{\text{扇形}}$ ：圆面积 $S_{\text{圆}}$ （同一圆中，等半径，故面积之比等于弧长之比）

4.8 在面积相等的情况下，圆的周长最短，而长方形的**周长最长**；反之，在周长相等的情况下，圆的面积则最大，而长方形的**面积则最小**。

在周长相同时，圆面积最大，利用这一特点，篮子、盘子、窰井盖做成圆形。

例 6. 陈老师要为他家的长方形餐厅(如图)选择一张餐桌，并且想按如下要求摆放：餐桌一侧靠墙，靠墙对面的桌边留出宽度至少 80 厘米的通道，另两边各留出宽度至少 65 厘米的通道（如图虚线所示）。

- (1) 在下面两张餐桌中，其大小规格符合要求的餐桌编号是几号桌？请计算说明。
- (2) 陈老师喜欢②号桌的形状，摆放需要桌边 AB 与一面墙平行，则符合要求的②号形状桌子桌面的最大面积是多少平方厘米？



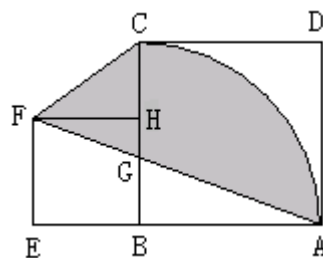
第 6 题图

例 7. 如图，大正方形 $ABCD$ 与小正方形 $BEFH$ 并排放在一起，已知大正方形的边长是 6，以点 B 为圆心，边 AB 长为半径画圆弧，联结 AF 、 CF 。

计算：(1) 当小正方形边长是 2，求阴影部分的面积。

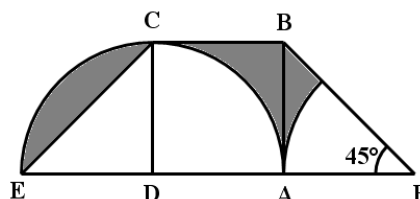
(2) 当小正方形边长是 3，求阴影部分的面积。

探究：由上述计算，你感到阴影部分的面积与小正方形边长有关吗？请说明理由。



例 8. 如图， $ABCD$ 是一个正方形， $ED = DA = AF = 3$ 厘米，求：图形中阴影部分的面积。

（结果保留到小数点后一位）



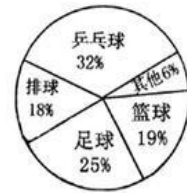
五. 统计初步

5.1 条形统计图：能清楚地看出各种数量的多少。

5.2 折线统计图：不但可以看出各种数量的多少，而且可以看出各种数量的增减变化情况。

5.3 扇形统计图：表示各部分数量同总数之间的关系。

以下是对六（1）班各运动项目的统计情况



- (1) 喜欢乒乓球的比喜欢篮球的多占运动总项目的百分之几？
- (2) 如果运动项目共有 50 个，乒乓球人数比排球人数多百分之几？
- (3) 你还能提出什么数学问题？并解决你所提出的问题。

补充一：图形计算公式

1 正方形：周长=边长 \times 4 面积=边长 \times 边长

2 长方形：周长=(长+宽) \times 2 长=周长 \div 2-宽
面积=长 \times 宽 长=面积 \div 宽

3 三角形：面积=底 \times 高 \div 2
三角形高=面积 \times 2 \div 底

三角形底=面积 \times 2 \div 高

4 平行四边形：面积=底 \times 高 底=面积 \div 高

5 梯形：面积=(上底+下底) \times 高 \div 2
高=面积 \times 2 \div (上底+下底)
上底=面积 \times 2 \div 高-下底

6 圆形

(1) 周长=直径 \times 圆周率(π)=2 \times 圆周率 π \times 半径

(2) 面积=半径 \times 半径 \times 圆周率(π)

7 正方体 表面积=棱长 \times 棱长 \times 6

体积=棱长 \times 棱长 \times 棱长

8 长方体 表面积=(长 \times 宽+长 \times 高+宽 \times 高) \times 2

体积=长 \times 宽 \times 高

植树问题：(1) 两端都要植树 棵数=全长 \div 棵距+1

(2) 一端植树及封闭线路上植树 棵数=全长 \div 棵距

(3) 两端都不植树 棵数=全长 \div 棵距-1

盈亏问题

(盈+亏) \div 两次分配量之差=参加分配的份数

(大盈-小盈) \div 两次分配量之差=参加分配的份数

(大亏-小亏) \div 两次分配量之差=参加分配的份数

相遇问题

相遇路程=速度和 \times 相遇时间

相遇时间=相遇路程 \div 速度和

速度和=相遇路程 \div 相遇时间

追及问题

追及距离=速度差 \times 追及时间

追及时间=追及距离 \div 速度差

速度差=追及距离 \div 追及时间

年龄问题：年龄差永远不变

补充二：其他应用题基本数量关系式

平均数问题：总数 \div 总份数=平均数

和差问题：(和+差) \div 2=大数,(和-差) \div 2=小数

和倍问题：和 \div (倍数+1)=1 份数 1 份数 \times 倍数=几份数

差倍问题：差 \div (倍数-1)=1 份数 1 份数 \times 倍数=几份数