关键词：数，分类，数轴，整数，整除，质数（素数），合数，奇数，偶数，应用

# 数形结合

经过小学六年的学习，同学们将进入一个新的学习阶段——初中。与小学相比，初中阶段学习科目增加了好几门，需要学习的**知识内容**大大增加了；不仅如此，知识的**难度和深度**也提高了不少。这些变化要求同学们在学习方法上必须作出相应的转变和准备，否则很容易在初中学习的开始就败下阵来，造成整个初中学习的被动。

此外，小学与初中教材在知识体系上的脱节，也给同学们的初中学习带来很大的困难。为了帮助即将和刚刚踏入初中的同学们尽快适应新阶段的学习，我们组织编写了一套循序渐进的数学学习教材，供大家参考学习使用。

初中数学特点：**初一数学知识点多，初二数学难点多，初三数学考点多。**

可见，初一阶段的数学学习是中学数学的基础，而数学又是所有理科学习的基础学科。由此可见，能否学好初一数学关系到学生整个初中阶段的理科学习质量。

初中学习和小学学习的差异：

1. 小学模块化而初中体系化

   初中学习注重课程前后衔接，前面学习的效果对后续学习会产生严重的影响，所以，衔接教育尤为重要。
2. 初中 1 节课相当于小学 3 节课

   与小学学习相比，初中学习内容多难度大，重点中学基本上都是提前学习，六年级就开始学习初一的课程。
3. 小学是达标教育，要求及格达标即可，而初中时满分教育，要求学生满分。

**学习知识、掌握方法、提高技能。**

# 数的认识

- 复数 C
  - 实数
  - 虚数
- 实数 R
  - 有理数
  - 无理数
- 实数 R
  - 正数
  - 0
  - 负数
- 有理数 Q
  - 整数
  - 分数
- 整数 Z
  - 奇数
  - 偶数
- 整数 Z
  - 正整数
  - 0
  - 负整数
- 正整数、0 → 自然数 N
- 正整数
  - 质数
  - 合数
  - 1
- (正)整数
  - (正)奇数
  - (正)偶数

中英对照

**复数 Complex number** 虚数 Imaginary number **实数 Real number**

**有理数 Rational number 无理数 Irrational number**

**整数 Integer 分数 Fractional number**

**自然数 Natural number**

**正数 Positive number 负数 Negative number**

数的集合表示

**整数 Z={…,-2,-1,0,1,2,…}, $Z_n$={j|i∈Z，j=i mod n}, 如 $Z_2$={0,1} Zahlen（German for numbers** ['tsa:lən]）

**特殊整数：0、1 和 2**

0 是正数和负数的分界，它本身非正非负；0 是偶数；0 的相反数是 0；

0 乘以任何数都等于 0，0 加上任何实数等于其本身；（0・a=0,0+b=b）

0 没有倒数和负倒数，一个非 0 的数除以 0 无意义，0 除以 0 有无穷多个解；

0 的正数次方等于 0，0 的负数次方无意义；($0^r=0$，$r>0$)

0 不能作为对数的底数和真数；

0 不能作为除数，即分母不能为 0。

$0^x=0(x\neq0)$，$0^0=1$(?)

1 单位数, 1•a=a•1 =a, $1^a=1$,$a^1=a$（任何数的 1 次方是它自己）,a÷1=a，a÷a=1（a≠0），|1|=1，$X^0=1(X\neq0)$，1x1=1；

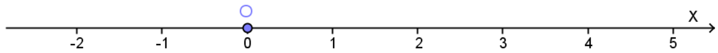
最小的正整数，最小的正奇数，既不是质数也不是合数；计算机技术中，1 和 0 是最小的存储基本单位;两个互质数的最大公约数是 1;1 是任何自然数的因数；1 的因数是 1；1 的倒数是 1；1 的相反数是-1；1 是 Fibonacci 数列的第 1,2 项，是该数列中出现次数最多的数；1 的算术平方根还是 1;在阶乘中，0!=1!=1。

2 是自然数中最小的偶数和质数，也是唯一的偶质数，偶数中唯一的质数，能被 2 整除的数是偶数，2 是第 3 个斐波那契数 Fibonacci（1,1,2,3,5,8，。。。），2 是最小的可以分解成两个非零完全平方之和 $2=1^2+1^2$，2 的算术平方根是最早被发现的无理数。2^10=1024=1K

# 数的表现

## 数轴

数轴三要素：原点，正方向和单位长度；
数轴与实数：数轴上的点与实数是**一一对应**的（实数是**稠密的**）。要求可以用来表示实数，利用它比较大小（数轴右边的点表示的数大于其左边的点表示的数），进行加减法。
数形结合的工具：要求在一维空间引入几何初步知识。
数轴的引入，使我们能用直观图形来了解数的有关概念，这就是“数”与“形”的结合，数形结合是一种重要的方法，我们应注意掌握。




## 可以引导学生：了解空间维数概念

空间是三维的，时空是四维的。平面是二维的，数轴就是一维的。平面上有笛卡尔坐标系。

## 相反数 Opposite number

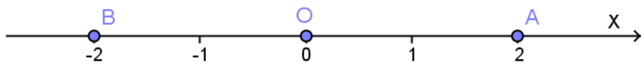
代数意义：只有符号不同的两个数称互为相反数。即实数 a 的相反数是－a；

几何意义：在数轴上，表示相反数的两个点位于原点的两侧，并且到原点的距离相等。

对称性：关于原点对称，对称中心为原点 0。

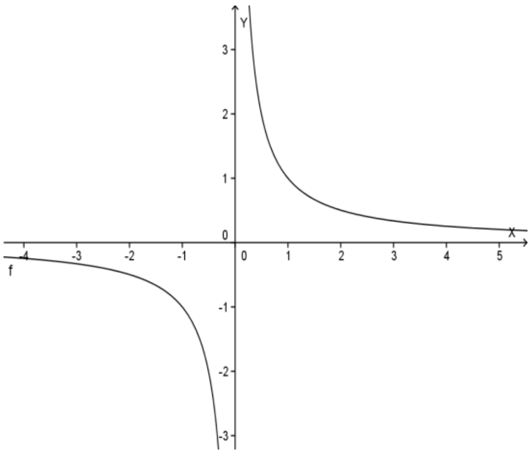
翻折（轴对称），旋转 180°（中心对称）。

0 的相反数是 0；正数的相反数是负数，负数的相反数是正数。

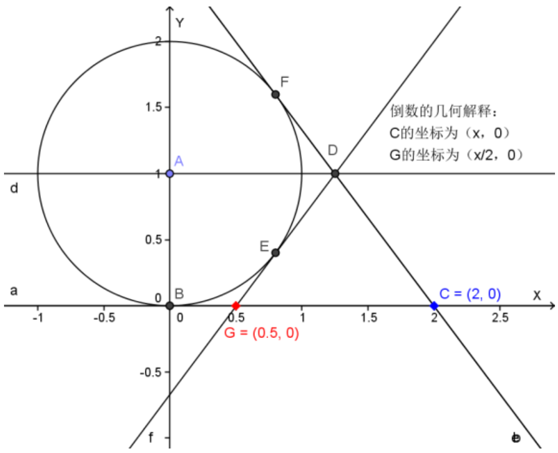



## 倒数 Reciprocal of number

若两个数的积等于 1，则这两个数互为倒数。即如果 x •y=1，则 x 和 y 互为倒数。
0 没有倒数；除了 0 以外的复数都有倒数；求倒数的过程也叫“乘法逆”。




函数 y=1/x 的图像




倒数的单位圆投影 C(x,0),G(x/2,0)

**绝对值 Absolute Value**

代数意义：正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0；（语言描述，还有符号描述或解析描述）

几何意义：一个数的绝对值，就是在数轴上表示这个数的点到原点的距离。结合数形结合思想，培养学生思维能力。会利用绝对值比较两个负数的大小。

绝对值性质：

1）对称性 Symmetry： |a| = |-a| （两个相反数的绝对值相等）

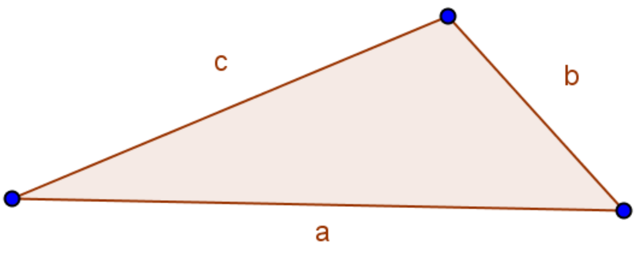
2）乘积性质 Multiplicativeness： |ab|=|a||b|

3）非负性质 Non-negativity： |a|≥0 （关键性质：一个实数的绝对值不能是负数，但不一定是正数，只能说是非负数。实数范围内，绝对值最小的数是零）

4）任何实数都有唯一绝对值，并且任何一个实数都不大于它的绝对值，
即 a≤|a|

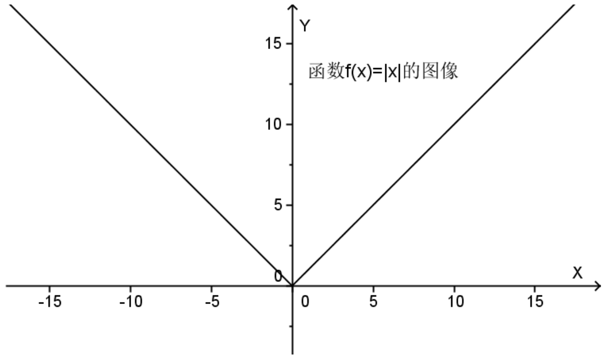
4）除法规则 Preservation of division： $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

5）不等式 Subadditivity：||a|-|b||≤ |a+b|≤ |a|+|b|
这个不等式的几何解释：三角形三条边之间的关系。




三角形三边长分别为a,b,c, 则：
|a-b|<c<|a+b|
|b-c|<a<|b+c|
|c-a|<b<|c+a|

$$|a|=\begin{cases} a & (a\geqslant 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$




## 例题

1、在图 3 中数轴上点 A、B、C 所对应的有理数依次用字母 a、b、c 表示，则 ab，ac，bc 这三个数的大小关系是（　　）

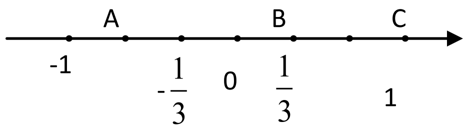



图 1

A、ab>ac>bc　　　B、bc>ac>ab　　　C、bc>ab>ac　　D、ac>ab>bc

【解】∵　a<0,　0<b<c,　∴　0 > ab > ac, bc>0，　选择 C。

2、若 a、b 互为相反数，则在

①2a 与 3b；②a 与−b；③3a 与−2b；④−a 与 b 中，不能互为相反数的有（　）组

A、0　　B、1　　C、2　　D、3

【解】由已知得 a+b=0, 即 b= -a,　注意 0 的相反数是 0，所以选 A。

3、If rational number a ,b and c satisfy a<b<c, then |a-b|+|b-c|-|c-a|=______

(英汉小字典：　rational number　有理数: satisfy　满足)

【解】∵　a<b<c　　∴　|a-b|=b-a, |b-c|=c-b, |c-a|=c-a, 三者之和为 b-a+c-b-(c-a)=0

4、如图 2，在数轴 Ox 上（O 为原点），点 B 的坐标为 6，且|AB|=8，P 点在 Ox 上，且|AP|=5，则点 P 的坐标是____________

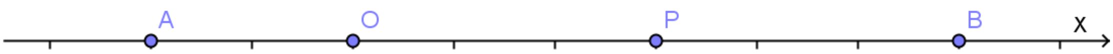
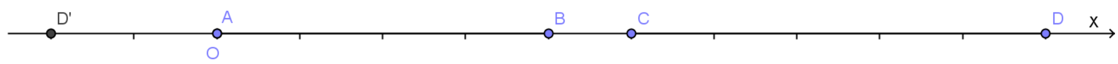



图 2

【解】从图上看出，A 在原点 O 的左边（负值），因为 B 的坐标为 6，|AB|=8，所以 A 的坐标为-2，又从图上看出 P 在原点 O 的右边，|AP|=5，所以 P 的坐

标为 5+（-2）=3

5、A、B、C、D 是数轴上从左到右排列的 4 个不同的点，若点 A 重合原点 O，AC≥5，AB≤4，BD≤6，则 CD 的取值范围是________________




【解】假定 A，B，C，D 各点对应的坐标分别为 a,b,c,d。A 与原点重合，说明 A 点固定，即 a=0。从左到右排列，说明 b,c,d 都大于零。
因为 AC=c-a≥5==>C 点坐标所在范围为 c≥5；
同样 AB=b-a≤4==>B 点坐标所在范围为 0<b≤4 ；
BD=d-b≤6 ==>D 点坐标所在范围 0<d≤10；
所以 CD=d-c≤5,故 CD≤5

6、在数轴上，表示数（$\frac{a}{2}$+2）的点 M 和表示数（$\frac{a}{3}$+3）的点 N 关于原点对称，则 a 的值为____________

【解】由题意知：$(\frac{a}{2}+2)+(\frac{a}{3}+3)=0$，解得：a=-6

7、指出下列各数，哪些是无理数？哪些是有理数？并用“<”由小到大排列出来。

3.14，π，$0.\dot{\ }\dot{\ }$，$\frac{1}{7}$，0.80108，$-\sqrt{2}$，$(\sqrt{2})^2$，$(1-\sqrt{3})^0$，$(-1)^{51}$

【解】无理数有 π，$-\sqrt{2}$

$-\sqrt{2}$ $<(-1)^{51}$ $<\frac{1}{7}$ $<0.\dot{\ }\dot{\ }$ <0.80108<$(1-\sqrt{3})^0$ $<(\sqrt{2})^2$<3.14<π

8、If |x|=4，$y^2$=81，and xy<0，then x+y=___________

【解】由题意可知 x=4 或 -4， y=9 或-9，又因为 xy<0, 所以只有 2 种可能，即 x=4 且 y=-9，则 x+y=-5, 或者 x=-4 且 y=9, x+y=5，结果应该是±5