

素数拓展题-7答案

1. 四个连续自然数的乘积是3024，则这四个数中最大数是（ ）

解析：重点是将3024进行素因数分解，然后找出可以组合的四个自然数。

$$\text{因为 } 3024 = 2^4 \times 3^3 \times 7 = 6 \times 7 \times 8 \times 9$$

故最大数是9

2. 爸爸比妈妈大一岁，他们有三个小孩，小孩之间的年龄间隔为两岁，爸爸和妈妈的年龄乘积小于2019，小孩的年龄乘积也小于2019，明年，上述两个乘积都大于2020，请问这五个人今年的年龄总和为多少？

解析：爸爸比妈妈大一岁，设妈妈今年年龄为 a ，则爸爸是 $a+1$ 岁，且 $a(a+1) < 2019$, $(a+1)(a+2) > 2020$.

先从 $x \times x < 2019$, 得到 $x < 45$ 入手猜测。

$$\text{因为 } 45 \times 45 = 2025 > 2019, 44 \times 45 = 1980$$

所以 爸爸和妈妈的年龄只可能是45岁和44岁

设年龄居中的小孩年龄为 b ，则其他两个小孩的年龄分别是 $b-2, b+2$.

依题意： $(b-2)b(b+2) < 2019$, $(b-1)(b+1)(b+3) > 2020$ ，即 $b^3 < 2023$,

$$\text{因为 } 12^3 = 1728, 13^3 = 2197$$

所以 $b = 12$ ，从而其他两个小孩的年龄分别为10和14，且满足：

$$(1) 10 \times 12 \times 14 = 1680 < 2019; \quad (2) 11 \times 13 \times 15 = 2143 > 2020$$

故五个人的年龄总和为 $44 + 45 + 10 + 12 + 14 = 125$

答：这家五个人的年龄总和为125岁。

3. 两个素数的和为40，求这两个素数的乘积的最大值是多少？

解析：先将40拆成两个素数之和。

$$\because 40 = 3 + 37 = 23 + 17 = 11 + 29$$

两个加数之差分别为 $37-3=34$, $23-17=6$, $29-11=18$ ，其中最接近的是23和17.

故乘积最大值是 $23 \times 17 = 391$

答：这两个素数的乘积的最大值是391.

4. 自然数123456789是素数还是合数，为什么？

解析：首先用弃九法判断该数是9的倍数。

所以自然数123456789是合数。

$$123456789 = 3^2 \times 3607 \times 3803$$

5. 把5、6、7、14、15这五个数分成两组，使每组数的乘积相等。

解析：对每个数分解素因数，然后将素因数平均分成两组即可。

$6 = 2 \times 3$, $14 = 2 \times 7$, $15 = 3 \times 5$, 5和7 是素数。

(1) 6和14不能在一组, 分开。 (2) 7和14分开, 5和15分开, 6和15分开。

从而得到两组乘积相等, A组包括5, 6, 7, B组包括14和15.