2004 年“宇振杯”上海市初中数学竞赛

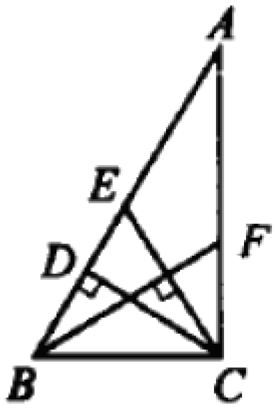
一、填空题（前5 小题，每题6 分，后5 小题，每题8 分，共70 分）

1. 若关于x 的二次方程$x^2+(3a-1)x+a+8=0$ 有两个不相等的实根x_1、x_2，且$x_1<1$，$x_2>1$，则实数a 的取值范围为________.

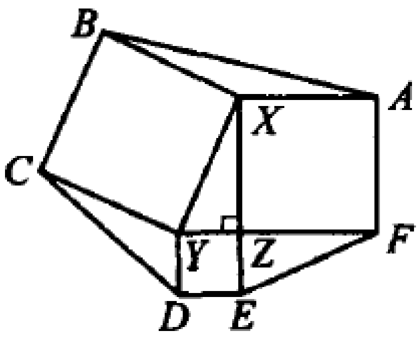
2. 方程$\frac{1}{5-x}+\frac{2}{4-x}+\frac{3}{3-x}=-3$的解是________.

3. 一个二位数的两个数字之积是这二位数两个数字之和的2 倍.又若这二位数加上9,则得到的和恰好是原二位数的个位数与十位数交换位置后的数的2 倍.原二位数是________.

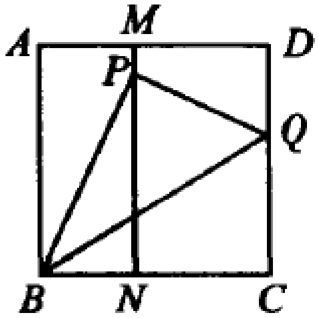
4. 如图，△ABC 中，CD、CE 分别是AB 边上高和中线，CE＝BE＝1，又CE 的中垂线过点B，且交AC 于点F，则CD＋BF 的长为________ .



5. 如图，分别以Rt△XYZ 的直角边和斜边为边向形外作正方形AXZF、BCYX、DEZY，若直角边YZ＝1，XZ＝2，则六边形ABCDEF 的面积为 ________.



6. 如图，正方形纸片ABCD 的面积为1，M、N 分别在AD、BC 上，且AM＝BN＝$\frac{2}{5}$，将点C 折至MN 上，落在点P 的位置，折痕为BQ（Q 在CD 上），连PQ，则以PQ 为边长的正方形面积为_________ .

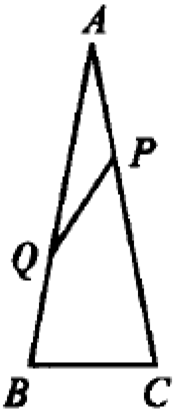


7. 三个不同的正整数a、b、c，使$a+b+c=133$，且任意两个数的和都是完全平方数，则a、b、c 是________________ .（不计a、b、c 的顺序）.

8. 若实数a、b、c、d 满足$a^2+b^2+c^2+d^2=10$，则
$y=(a-b)^2+(a-c)^2+(a-d)^2+(b-c)^2+(b-d)^2+(c-d)^2$的最大值是_______.

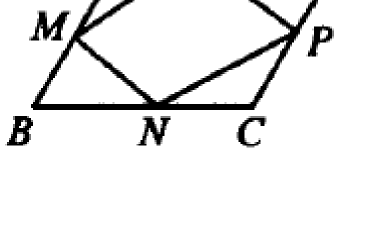
9. 已知实系数一元二次方程$ax^2+2bx+c=0$有两个实根$x1$、$x2$，若$a>b>c$，且$a+b+c=0$，则$d=|x1-x2|$ 的取值范围为___________.

10. 如图，△ABC 中，AB＝CD，点P、Q 分别在AC、AB 上，且AP＝PQ＝QB＝BC，则∠A 的大小是_______ .



二、（16 分）

如图，四边形 $PQMN$ 是平行四边形$ABCD$ 的内接四边形.



（1）若$MP // BC$ 或$NQ // AB$，求证： $S_{四边形PQMN}=\frac{1}{2}S_{▱}$ ；

（2）若 $S_{四边形PQMN}=\frac{1}{2}S_{▱}$ ，问是否能推出$MP // BC$ 或$NQ // AB$？证明你的结论.

三、（16 分）

设 n 是正整数，$d_1 < d_2 < d_3 < d_4$ 是n 的四个最小的正整数约数，若 $n=d_1^2+d_2^2+d_3^2+d_4^2$ ，求n 的值.

四、（18 分）

如图，已知△ABC，且$S_{\Delta ABC}=1$，D、E 分别是AB、AC 上的动点，BD 与CE 相交于点P，使$S_{BCDE}=\frac{16}{9}S_{\Delta BPC}$ ，求$S_{\Delta DEP}$ 的最大值.