

2012 年第 23 届希望杯初赛

初二年级试题答案

(1) 选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	B	C	D	B	A
题号	6	7	8	9	10
答案	B	D	D	D	B

(2) A 组填空题

题号	11	12	13	14	15
答案	①②③④	25	-1	85	40°
题号	16	17	18	19	20
答案	钝角	4 或 3 或 0	$\frac{1}{8}$	2012	$\frac{1}{4}$

(3) B 组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	$1; (-\frac{1}{4}, \frac{9}{4})$	$7; \frac{15}{2}$	$(-1, \frac{1}{2}); (5, \frac{17}{2})$	$5; 7-2\sqrt{6}$	$4; 3$

(1) 第 1-10 题：答对得 4 分；答错或不答，得 0 分。

(2) 第 11-20 题：答对得 4 分；答错或不答，得 0 分。 QQ:2254237433

(3) 第 21-25 题：答对得 8 分，每空 4 分；答错或不答，得 0 分。翔文学习提供

初二年级试题详解

1. 答案 B

【解析】 $0 < m < 1$, $\therefore \frac{1}{m} > 1$ 即 $m < \frac{1}{m}$

2. 答案 C

$$2^{77} = (2^7)^{11} = 128^{11}$$

$$3^{55} = (3^5)^{11} = 243^{11}$$

【解析】 $5^{44} = (5^4)^{11} = 625^{11}$, $\therefore 5^{44} > 3^{55} > 6^{33} > 2^{77}$, 5^{44} 最大

$$6^{33} = (6^3)^{11} = 216^{11}$$

3. 答案 D

【解析】

$$\frac{a^2 - b^2 + 2b - 1}{a^2 - b^2 + a + b} = \frac{a^2 - (b-1)^2}{(a+b)(a-b) + (a+b)} = \frac{(a+b-1)(a-b+1)}{(a+b)(a-b+1)} = \frac{a+b-1}{a+b} = \frac{2011}{2012}$$

4. 答案 B

【解析】 $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{3}$, $\frac{x+1-2}{x^2-1} = \frac{1}{3}$, $\frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{3}$

$$x \neq 1 \therefore \frac{1}{x+1} = \frac{1}{3} \text{ 即 } x+1=3, x=2$$

5. 答案 A

$$\begin{cases} x+y+z=10 & \text{①} \\ 3x+y-z=50 & \text{②} \\ 2x+y=40 & \text{③} \end{cases} \quad \text{①+②得 } 4x+2y=60 \text{ 与③矛盾} \therefore \text{无解} \therefore \therefore$$

6. 答案 B

【解析】四边形内角和为 360° ， \therefore 阴影面积刚好与一个圆面积相等

$$S_{\text{阴}} = \pi r^2 = \pi \times 2^2 = 4\pi$$

7. 答案 D

【解析】 $y=3x-2$ 关于 x 轴作轴对称即 $-y=3x-2$

$-y=3x-2$ 关于 y 轴作轴对称即 $-y=-3x-2$ ，化简得 $y=3x+2$

8. 答案 D

【解析】 $P(0, 1-m)$ ， $Q(0, m^2-3)$

P 、 Q 关于 x 轴对称， $\therefore 1-m+m^2-3=0$ ， $m^2-m-2=0$

$$(m-2)(m+1)=0, m=2 \text{ 或 } m=-1$$

当 $m=2$ 时， $m^2-4=0$ 第一个函数变为 $y=-1$ ，不是一次函数与题目不符，舍去

$$\therefore m=-1$$

9. 答案 D

【解析】 $EO \perp BD$ 且 $BO=OD$ 即 EO 是 BD 的中垂线

$$\therefore BE=OE$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 的周长} = AB+AE+BE = AB+AE+DE = AB+AD = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

10. 答案 B

【解析】设 $x_1^1, x_2^1, \dots, x_{100}^1$ 是连续自然数则 $S_{100}^1 = 100_1^1 + \frac{100 \times 99}{2} = 100x_1^1 + 4950$

$$\text{当 } x_1^1 = 20 \text{ 时, } S_{100}^1 = 6950 = 7001 - 51$$

\therefore 为了保证 $x_1+x_2+\dots+x_{50}$ 最大

依次将 $x_{50}^1, x_{51}^1, \dots, x_{100}^1$ 加 1，作为 $x_{50}, x_{51}, \dots, x_{100}$.

$x_1^1, x_2^1, \dots, x_{49}^1$ 作为 x_1, x_2, \dots, x_{49} 时 $x_1+x_2+\dots+x_{50}$ 最大

$$S = 20 \times 50 + \frac{50 \times 49}{2} + 1$$

$$= 1000 + 1226$$

$$= 2226$$

11. 答案 ①②③④

12. 答案 25

【解析】 $(2x^{3n})^2 \div (4x^{2n}) = 4x^{6n} \div 4x^{2n} = x^{4n} = (x^{2n})^2 = 25$

13. 答案 -1

【解析】 $6ab=9a-10b+16$

$$6ab-9a+10b-15=1$$

$$(3a+5)(2b-3)=1$$

$$\begin{cases} 3a+5=1 \\ 2b-3=1 \end{cases} \text{ 无整数解, 舍去, 而 } \begin{cases} 3a+5=-1 \\ 2b-3=-1 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases}$$

14. 答案 85

$$\text{【解析】} \frac{310}{v} - \frac{280}{2v} = 2 \quad \frac{170}{v} = 2 \quad x = 85 \text{ km/h}$$

15. 答案 40°

【解析】 $\because AD$ 为 $\angle BAC$ 角平分线, 在 AC 上截 $AE=AB$. 连接 DE 则 $\triangle BAD \cong \triangle EAD$.

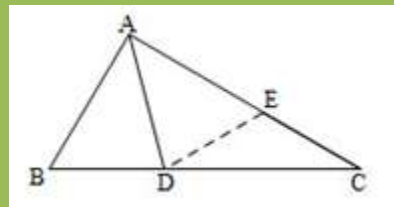
$$\therefore BD=DE$$

$$AB+BD=AE+DE=AC$$

$$\therefore DE=EC$$

$$\therefore \angle AED = 2\angle C = 40^\circ$$

$$\angle B = \angle AED = 40^\circ$$



16. 答案 钝角

【解析】 $3\angle A < 5\angle B$, $3\angle C < 2\angle B$

$$\therefore 15\angle C < 10\angle B < 6\angle A$$

$$10\angle B < 6\angle A$$

$$10\angle C < 4\angle A$$

$$\therefore 10\angle B + 10\angle C < 10\angle A, \text{ 即 } \angle A > 90^\circ$$

$\therefore \triangle ABC$ 为钝角

17. 答案 0, 3, 4

$$\text{【解析】} \frac{mx-1}{x-2} + \frac{1}{2-x} = 2 \quad \frac{mx-2}{x-2} = 2$$

$$mx-2=2x-4 \quad (x \neq 2)$$

$$(2-m)x=2$$

$$2-m=\pm 1, \pm 2$$

$$x \neq 2 \quad \therefore 2-m \neq 1$$

$$2-m=-1, \pm 2$$

$$m=0, 3, 4$$

18. 答案 $\frac{1}{8}$

【解析】 $c-b=1$, $b-a=1$

$$\frac{a}{bc} + \frac{c}{ab} + \frac{b}{ac} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac}{abc}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(a-b)^2 + \frac{1}{2}(a-c)^2 + \frac{1}{2}(b-c)^2}{abc}$$

19. 答案 2012

【解析】设 $x+13=a^2$ $x-76=b^2$ $a^2-b^2=89$ 即 $(a+b)(a-b)=89$

$$\begin{cases} a+b=89 \\ a-b=1 \end{cases} \text{解} \begin{cases} a=45 \\ b=44 \end{cases}$$

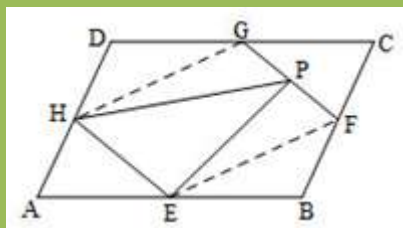
$$x=45^2-13=2025-13=2012$$

20. 答案 1; 4

【解析】连结 HG 、 EF

$$S_{\triangle PHE} = \frac{1}{2} S_{Y_{EFGH}} = \frac{1}{4} S_{Y_{ABCD}}$$

$$\therefore S_{\triangle PHE} : S_{Y_{ABCD}} = 1 : 4$$



21. 答案 $(-\frac{1}{4}, \frac{9}{4})$

$$\begin{cases} y = 3x + k + 2 \\ y = -x + 2k \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + k + 2 = -x + 2k \\ x = \frac{k-2}{4} \end{cases} \quad y = \frac{2-k}{4} + 2k = \frac{7k+2}{4}$$

【解析】 $\frac{k-2}{4} < 0$ $\frac{7k+2}{4} > 0$ 且 k 为正整数

$$\therefore k=1 \quad \text{代入得} \quad x = -\frac{1}{4} \quad y = \frac{9}{4}$$

\therefore 交点坐标为 $(-\frac{1}{4}, \frac{9}{4})$

22. 答案 7 或 7.5

$$\text{【解析】} \begin{cases} 3x-2=7 \\ 2y+1=10 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 3x-2=10 \\ 2y+1=7 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=3 \\ y=4.5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$$

$$x+y=7 \text{ 或 } 7.5$$

23. 答案 $(-1, \frac{1}{2})$ 或 $(5, \frac{17}{2})$

【解析】 $A(2, \frac{9}{2})$ 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 绕 A 顺时针旋转 90° 后斜率为 $\frac{4}{3}$ ，且经过点 A

$$\text{直线为 } y = \frac{4}{3}x + \frac{11}{6}$$

$\therefore A、B$ 距离为 5，即横坐标相差 3

$\therefore B$ 坐标为 $(-1, \frac{1}{2})$ 或 $(5, \frac{17}{2})$

24. 答案 5 或 $7-2\sqrt{6}$

【解析】 分情况讨论

① D 比 E 更靠近 A 点

作 $BF \perp AB$ 且 $BF = AD = 3$

连结 CF 则 $\triangle BCF \cong \triangle ACD$

连结 EF

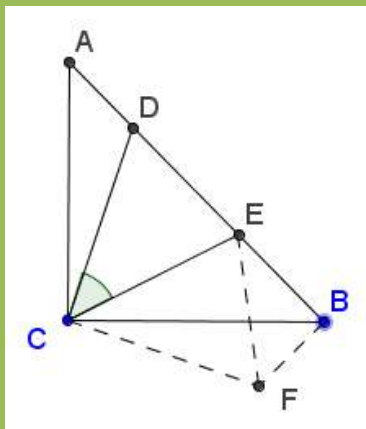
$$EF = \sqrt{BE^2 + BF^2} = 5$$

$$\angle DCE = \angle FCE = 45^\circ$$

$$CF = CD, CE = CE$$

$$\therefore \triangle FCE \cong \triangle DCE$$

$$DE = EF = 5$$



②E 比 D 更靠近 A 点

与前一种情况除了 D、E 调换情况相同

设 $AE=a$, $DE=3-a$, $BD=a+1$

$$DF^2 = BD^2 + BF^2 = a^2 + a^2 + 2a + 1 = 2a^2 + 2a + 1$$

$$DE^2 = DF^2$$

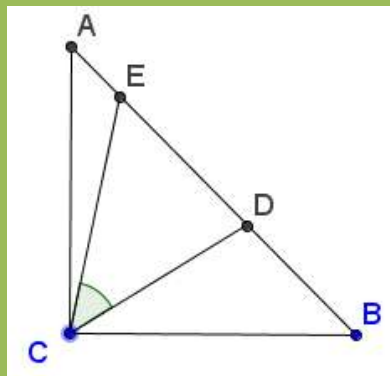
$$2a^2 + 2a + 1 = a^2 - 6a + 9$$

$$a^2 + 8a - 8 = 0$$

$$a = -4 \pm 2\sqrt{6} \text{ 其中 } -4 - 2\sqrt{6} \text{ 为负数, 舍去.}$$

$$\therefore a = 2\sqrt{6} - 4$$

$$3 - a = 7 - 2\sqrt{6}$$



25. 答案 4; 3

【解析】黄色球和黑色球个数分别少于红色球个数

若红色球数 ≤ 3 , 则总球数 $\leq 2 + 2 + 3 = 7$, 不合题意.

\therefore 红色球数 ≥ 4

$39 \div 8 < 5 \quad \therefore$ 红色上数字小于 5

若数字 ≤ 3 , 则数字和 $\leq 3 \times 4 + 3 \times 6 + 5 = 35$ (舍)

\therefore 数字为 4 $\quad \because 5 \times 8 - 39 = 1 \quad \therefore$ 红球比黑球多 1 个

\therefore 红球 4 个, 黑球 3 个, 黄球 1 个