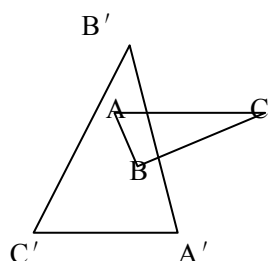


2006 年“新知杯”上海市初中数学竞赛

(时间: 2006 年 12 月 10 日上午 9:00~11:00)

一、 填空题 (第 1~5 小题, 每题 8 分, 第 6~10 题, 每题 10 分, 共 90 分)

- 1、 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=70^\circ$, $\angle B=90^\circ$, 点 A 关于 BC 的对称点是 A' , 点 B 关于 AC 的对称点是 B' , 点 C 关于 AB 的对称点是 C' , 若 $\triangle ABC$ 的面积是 1, 则 $\triangle A'B'C'$ 的面积是_____

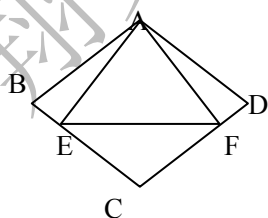


- 2、 已知实数 a, b, c, d, e, f 满足如下方程组:

$$\begin{cases} 2a+b+c+d+e+f=20 & \textcircled{1} \\ a+2b+c+d+e+f=40 & \textcircled{2} \\ a+b+2c+d+e+f=80 & \textcircled{3} \\ a+b+c+2d+e+f=160 & \textcircled{4} \\ a+b+c+d+2e+f=320 & \textcircled{5} \\ a+b+c+d+e+2f=640 & \textcircled{6} \end{cases}$$

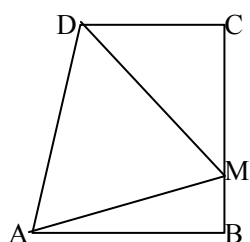
则 $f-e+d-c+b-a$ 的值是_____

- 3、 如图, 菱形 ABCD 中, 顶点 A 到边 BC, CD 的距离 AE, AF 都为 5, $EF=6$, 那么菱形 ABCD 的边长为_____

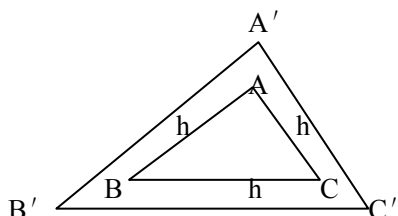


- 4、 已知二次函数 $y=x^2-x+a$ 的图像与 x 轴的两个交点到原点的距离之和不超过 5, 则 a 的取值范围是_____
- 5、 使得 $n+1$ 能整除 $n^{2006}+2006$ 的正整数 n 共有_____个
- 6、 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 方程 $[2x]+[3x]=8x-\frac{7}{2}$ 的所有实数解为_____

7、如图，ABCD 为直角梯形（ $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ），且 $AB = BC$ ，若在 BC 上存在一点 M，使得 $\triangle AMD$ 为等边三角形，则 $\frac{CD}{AB}$ 的值为_____



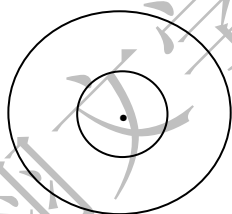
8、如图， $\triangle ABC$ 的面积为 S ，周长为 p ， $\triangle A'B'C'$ 的三边在 $\triangle ABC$ 外，且与对应边的距离均为 h ，则 $\triangle A'B'C'$ 周长为_____，面积为_____



9、 n ($n > 1$) 个整数（可以相同） a_1, a_2, \dots, a_n 满足 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 a_2 \dots a_n = 2007$ ，则 n 的最小值是_____

10、把能表示成两个正整数平方差的这种正整数，从小到大排成一列： $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ ，例如： $a_1 = 2^2 - 1^2 = 3, a_2 = 3^2 - 2^2 = 5, a_3 = 4^2 - 3^2 = 7, a_4 = 5^2 - 4^2 = 9, \dots$ ，那么， $a_1 + a_2 + \dots + a_{99} + a_{100}$ 的值是_____

二、（20 分）如图，已知半径分别为 1, 2 的两个同心圆，有一个正方形 ABCD，其中点 A, D 在半径为 2 的圆周上，点 B, C 在半径为 1 的圆周上，求这个正方形的面积。



三、（20 分）关于 x, y, z 的方程组 $\begin{cases} 3x + 2y + z = a \\ xy + 2yz + 3zx = 6 \end{cases}$ ，有实数解 (x, y, z) ，求正实数 a 的最小值。

四、（20 分）设 A 是给定的正有理数。

（1）若 A 是一个三边长都是有理数的直角三角形的面积，证明：一定存在 3 个正有理数 x, y, z ，使得 $x^2 - y^2 = y^2 - z^2 = A$

（2）若存在 3 个正有理数 x, y, z ，满足使得 $x^2 - y^2 = y^2 - z^2 = A$ ，证明：存在一个三边长都是有理数的直角三角形，它的面积等于 A 。