

平面图形的面积计算（2011-11-05）

【知识点拨】

定理：等底等高的两个三角形的面积相等。

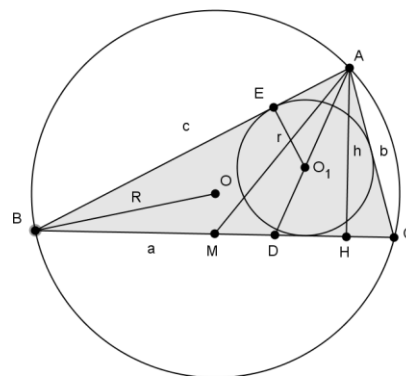
重要推论：三角形一边的中线平分这个三角形的面积。

基本三角形的面积 S 计算公式：

设 a, b, c ; m_a, m_b, m_c ; h_a, h_b, h_c ; r_a, r_b, r_c 分别表示 $\triangle ABC$ 的三边长, 中线, 高和旁切圆半径, p, R, r 分别表示 $\triangle ABC$ 的半周长, 外接与内切半径, A, B, C 分别表示 $\triangle ABC$ 的三内角.

1. 已知一边长和该边上的高, $S_{\triangle} = a \cdot h_a / 2 = b \cdot h_b / 2 = c \cdot h_c / 2$
2. 已知三边长, 海伦公式 $S_{\triangle}^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$, $p = (a+b+c)/2$;
3. 内切圆半径 $S_{\triangle} = pr$, $r = S_{\triangle} / p$
4. 外接圆半径 $S_{\triangle} = (abc) / 4R$, $R = S_{\triangle} / (abc)$
5. 已知两边长和夹角, $S_{\triangle} = ab \sin C / 2 = ac \sin B / 2 = bc \sin A / 2$
6. 已知三点坐标 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$,

$$\text{面积为: } \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \text{ 的绝对值 (三阶行列式)}$$



7. 向量求面积: (向量是既有方向又有大小的量, 也叫矢量, 数学)

向量叉积。

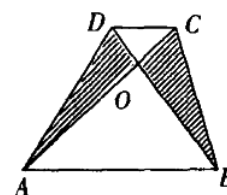
简单提到特殊三角形的面积公式。

利用软件演示结论。

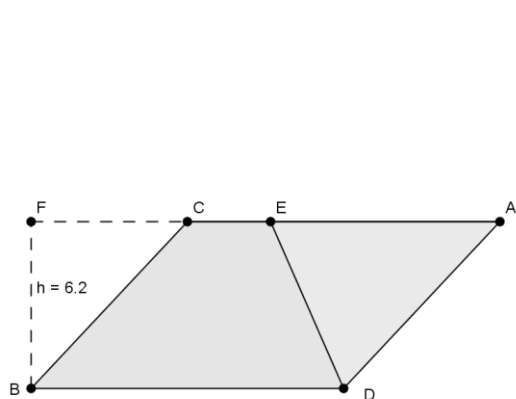
并从三角形推广到四边形、多边形、圆等。

例题、在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, AC, BD 相交于 O 。

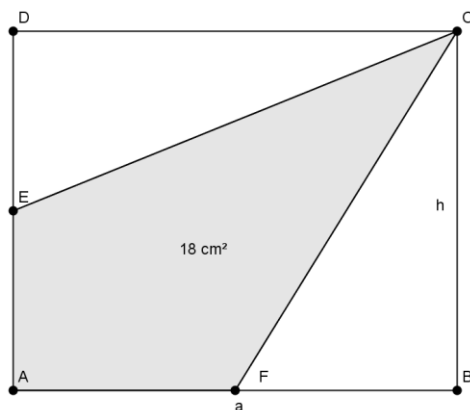
求证: $S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC}$ 。逆定理也成立。



- 1、一个平行四边形被分割成面积相差 18.6 平方厘米的两块：左边为梯形，右边为三角形。
已知 BD 边上的高是 6.2 厘米，问梯形 CEDB 的上底 CE 长多少？(图 1)
- 2、在矩形 ABCD 中，E、F 分别是 AD、AB 的中点，四边形 AFCE 的面积是 18cm^2 ，则矩形 ABCD 的面积是_____ cm^2 (图 2)

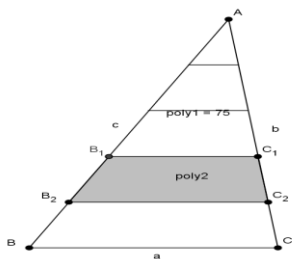


第 1 题

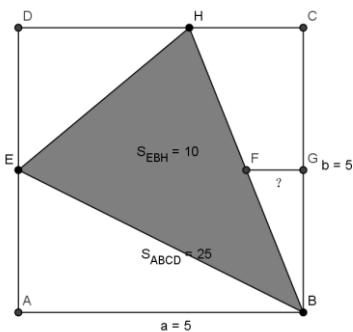


第 2 题

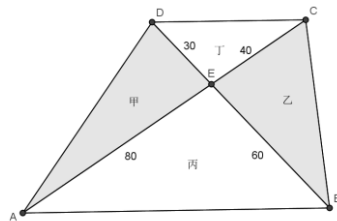
- 3、图 3 中三角形 ABC 的面积是 75cm^2 ，把三角形 ABC 的边 AB 和 AC 都五等分，求图中阴影部分的面积是_____ cm^2 ?
- 4、图 4 中正方形 ABCD 的边长是 5cm，CDEG 是长方形，三角形 EBH 的面积为 10cm^2 ，则 $FG =$ _____ cm.
- 5、四边形 ABCE，对角线分割如图 5 所示，问：丙丁面积和是甲乙面积和的_____倍？



第 3 题

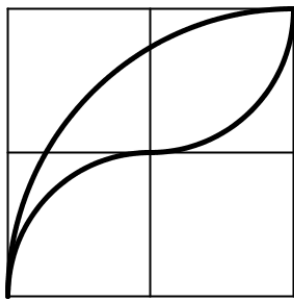


第 4 题



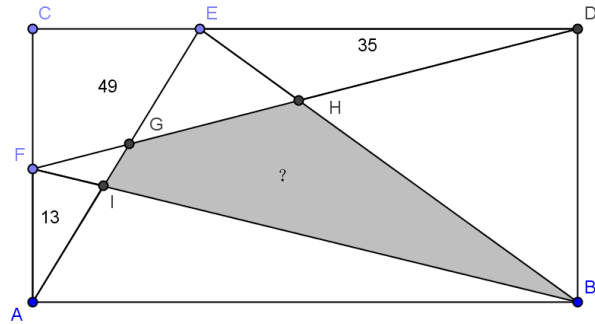
第 5 题

- 6、图 6 中三条圆弧围成的面积=_____ (取 $\pi=3.14$) 大圆弧半径是 4，小圆弧半径为 2。
- 7、长方形内画一些线段，使得边上三个图形的面积分别是 13、35、49，那么图中阴影部分 BHGI 的面积是_____。



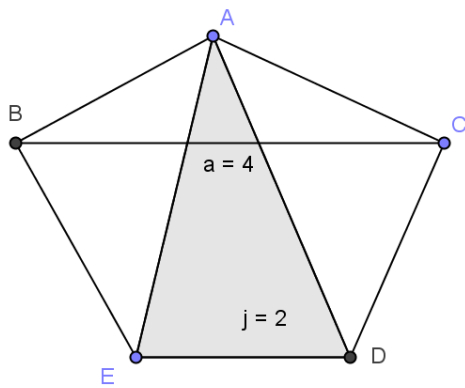
$b = 4$

第 6 图

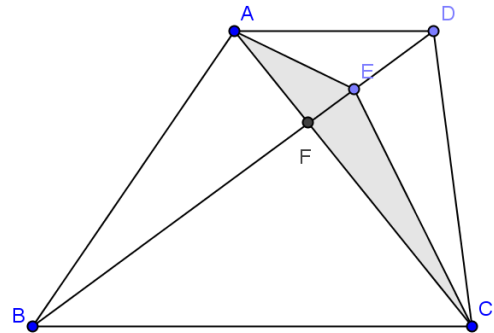


第 7 题

- 8、三角形 ABC 的面积=2, 梯形 BCDE 的面积=6, 且 $BC=2DE$, 求三角形 ADE 的面积_____。
- 9、梯形 ABCD, 三角形 ADE 的面积为 1, 三角形 ABF 的面积为 9, 三角形 BCF 的面积为 27, 求三角形 ACE 的面积_____。



第 8 题



第 9 题