分式方程提高复习题

1. 解方程  [【*x*=2】](#A1)

2. 解方程  [【*x*=0，±1】](#A2)

3. 解方程 *x*2+=5 [【*x*=－1，2】](#A3)

4. 解方程  [【*x*=1，】](#A4)

5. 解方程  [【*x*=5,5/2,】](#A5)

6. 解方程  [【*x*=1,6,3±√2】](#A6)

7. 解关于*x*的方程  [【*a*≠*b*, *x*=*a*－2*b*,*b*－2*a*; *a*=*b*无解】](#A7)

8. 如果方程 只有一个实数根，求*a*的值及对应的原方程的根。

[【](#A8)*[a](#A8)*[=－7/2,](#A8) *[x](#A8)*[=1/2;](#A8) *[a](#A8)*[=－4,](#A8) *[x](#A8)*[=1;](#A8) *[a](#A8)*[=－8,](#A8) *[x](#A8)*[=－1】](#A8)

《分式方程复习提高》参考答案

**1. 解** 初步估算*x*=0不是原方程的解，所以 *x*≠0。

原方程左边分式的分子和分母分别除以*x*，有 

发现有公共部分，不妨设 *u*=*x*+，则上述方程可化为 

解这个方程，得到 *u*=4 或*u*=－，

于是有 *x*+=4， 或 *x*+=－，

解得 *x*=2，经检验，*x*=2是原方程的解。

**注**：形如=*m* （*m*≠0）的分式方程，均可变形为

=*m*（*m*≠0），再用换元方法求解。

**（**[**返回**](#T1)**）**

**2. 解** 考虑到分子分母只有一次项的系数互为相反数，故可考虑用合分比定理来化简，

原方程化为

****

****

当*x*≠0时，解得 *x*=±1，

经检验，*x*=±1是原方程的根，*x*=0也是原方程的根。

**注**：\*\*使用合分比定理化简时，可能发生增根与**失根**的现象，故需仔细验根。

**（**[**返回**](#T2)**）**

**3. 解** 方程左边是平方和的形式，凑完全平方得到

****

****

****

于是有 +5=0，即 *x*2+5*x*+10=0, 无实数解 （其判别式∆=25-40=-15<0）

或 －1=0，即*x*2－*x*－2=0，（*x*+1）（*x*－2）=0， 所以*x*=－1,2

经检验 *x*=－1，*x*=2都是方程的解。

**（**[**返回**](#T3)**）**

**4. 解** 原方程可以化为





令 *y*=, 则有 *y*+

所以 *y*1=, *y*2=

当=时，*x*=；

当=时，*x*=1；

经检验， *x*=1，*x*=都是原方程的解。

**注**：类似*x*+=*a*+至多有两个根，可以化为一元二次方程求根，显然*a*≠1时，*x*=*a*与*x*=1/*a*就是所求的两个根。

**（**[**返回**](#T4)**）**

**5. 解** 原方程可化为



即

令*u*=，则有 *u*+，即*u*=，或*u*=

当=时，（2*x*－5）（*x*－5）=0，*x*=5或5/2

当=时，2*x*2+9*x*+1=0，*x*=

经检验，都是方程的根。

**（**[**返回**](#T5)**）**

**6. 解** 令 =*y*，则原方程可化为 *xy*(*x*+*y*)=42;

又根据所设得到 13－*x*=*xy*+*y*，即 *xy*+（*x*+*y*）=13；

由韦达定理可得 *x*+*y*=7 或 *x*+*y*=6

*xy*=6 *xy*=7

解得 *x*=6 *x*=1 *x*=3+√2 *x*=3－√2

*y*=1 *y*=6 *y*=3－√2 *y*=3+√2

经检验，都是原方程的根。

**（**[**返回**](#T6)**）**

**7. 解** 设*y*=，则原方程化为 *y*+=2+

所以 *y*=2，或*y*=1/2

当 *a*+*x*=2（*b*+*x*）时，*x*=*a*－2*b*；

当*b*+*x*=2（*a*+*x*）时，*x*=*b*－2*a*；

将*x*=*a*－2*b*, 或*x*=*b*－2*a*代入分母*b*+*x*, 得*a*－*b*, 2(*b*－*a*), 代入分母*a*+*x*，得2(*a*－*b*),*b*－*a*,

所以 当*a*≠*b*时，*x*=*a*－2*b*, 或*x*=*b*－2*a*都是原方程的根；当*a*=*b*时，无解。

**（**[**返回**](#T7)**）**

**8. 解** 原方程两边同时乘以 *x*(*x*－2), 得到整式方程

2*x*2－2*x*+（*a*+4）=0 ①

（1）若方程①有两个相等的实数根，则

一元二次方程的判别式∆=4－4·2（*a*+4）=0

解得 *a*= －7/2, 此时方程①的两个相等的实数根为 1/2

（2）若方程①有两个不等的实数根，而其中一个根使原方程分母为零，即方程①有一个根为0或2（增根）。

（2.1）当*x*=0时，代入方程①得 *a*+4=0， 即*a*=－4，这时方程①的另外一个根为*x*=1，经验算，*x*=1确实是原方程的一个根，它不会使原分式方程的分母为零。

（2.2）当*x*=2时，代入方程①得 8－4+（*a*+4）=0，即*a*=－8. 这时方程①的另外一个根为*x*=－1，经验算，*x*=－1确实是原方程的一个根，它不会是原分式方程的分母为零。

综上所述，若原分式方程只有一个实数根，所求的*a*分别为－7/2, －4, －8, 其对应的唯一根分别为 1/2, 1, －1.

**（**[**返回**](#T9)**）**