**中国剩余定理**

**经典例题1**

**数119很奇特，被2除余1；被3除余2；被4除余3；被5除余4；被6除余5，**

**问：具有这种性质的三位数还有几个？**

**分析：典型的中国剩余定理经典例题。**

思路1：如果将该数增加1， 则可以从题意了解到：新数是2,3,4,5,6的倍数，而它们的最小公倍数为 [2,3,4,5,6]=60, 1000/60=16…4, 故1000以内 60的倍数有16个，其中60是唯一的一个两位数，故共有15个三位数，所以，除了119外，还有15-1=14个这样的三位数，分别是179,239,299，…，959.

通解为60*k*，*k*为整数。

思路2：按照中国剩余定理方法来做。

【答案】14个

**经典例题2**

**有连续的三个自然数*a*,*a*+1, *a*+2, 它们恰好分别是9, 8, 7的倍数， 求这三个自然数中最小的数至少是多少？**

分析：因为 *a* *mod* 9=0, (*a*+1) *mod* 8=0, (*a*+2) *mod* 7=0,

所以 *a* *mod* 8=7, *a* *mod* 7=5

这显然是一个中国剩余定理问题。

**方法一、同余的加法性质，设 *a*=*m*+*n*+*p*, 其中**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *m* *mod* 9=0 | *n* *mod* 9=0 | *P* *mod* 9=0 |
| *m* *mod* 8=0 | *n* *mod* 8=7 | *P* *mod* 8=0 |
| *m* *mod* 7=0 | *n* *mod* 7=0 | *P* *mod* 7=5 |
| *m*=56×9=504是*m*的一个解 | *n*=63×1是*n*的一个解 | *P*=72×6是*p*的一个解 |

又[7,8,9]=504, 所以通解为 *m*+*n*+*p*+[7,8,9]*k*=504+63+432+504*k*=495+504*k*’

当 *k*’=0时，取最小值 495.

【显然，第一列*m*可以忽略的】

方法二、同余的加法和乘法性质，设 *a*=7*N*+5*P*, 其中

|  |  |
| --- | --- |
| *N* *mod* 8=1 | *P* *mod* 8=0 |
| *N* *mod* 7=0 | *P* *mod* 7=1 |
| *N*=7×7=49为*N*的一个解 | *P*=8×1=8为*P*的一个解 |

同时满足 除8余7，除7余5的数的通解为7×49+5×8+[7,8]*k*=383+56*k*

另外 9|*a*，故9|（383+56*k*）, 9|(2*k*+5), *k*=2时取最小的自然数，

故 *a*=383+56×2=495.

方法三、仔细观察，因为 *a*, *a*+1, *a*+2分别是9,8,7的倍数，所以*a*+9,*a*+1+8,*a*+2+7还是9,8,7的倍数，即*a*+9是9,8,7的倍数。故*a*+9=[9,8,7]*k*=504*k*, 当*k*=1时，有最小非零自然数*a*=504-9=495

【答案】495