关键词：数，分类，数轴，整数，整除，倍数，因数（约数），素数（质数），合数，奇数，偶数，应用

# 整除规则 Divisibility Rule

**【预备知识】**

**整数 Integer**

正整数（positive integer）、零(zero)、负整数(negative integer)，统称为整数。

零和正整数统成为自然数(natural number)。

**【整除定义】Definition**

一个整数能够被另外一个非零整数整除，即自然数*a*除以非零自然数*b*时，余数为零。*a*=*kb* (*k*也是非零的自然数)。描述了两个自然数之间的一种特殊关系。

**表示方法：** *b*|*a* 表示*b*整除*a*，即*a*是*b*的**倍数**，*b*是*a*的**因数**。如3|15

**【因数与倍数】**

如果数*a*能被数*b*整除，那么*a*就叫做*b*的倍数，*b*叫做*a*的因数(也称为约数)。

因数、倍数是互相依存的。不能说*a*是倍数、*b*是因数！

一个整数的因数的个数是有限的，其中最小的因数是1，最大的因数是它本身。

一个整数的倍数的个数是无限的，其中最小的倍数是它本身。

1只有一个因数1，除1以外的整数，至少有2个因数。

**求法：**

因数的求法有2种，列乘法算式和列除法算式。

一个整数的倍数有无数个，没有最大的倍数，最小的倍数是它本身。

**性质：**

一个非零整数既是它本身的约数又是它本身的倍数。

1是任何一个整数的因数，任何整数都是1的倍数。

0是任何一个不为0的整数的倍数，任何一个不等于0的整数都是0的因数。

**【整除规律】(针对整数而言)**

**被2整除规律**： 最后一位数是0,2,4,6,8。

**被5整除规律**： 最后一位数是5或0．

**被10整除规律**： 最后一位数为0．

**被4整除规律**： 最后两位数是4的倍数。如312,200,532,616,908,724

**被25整除规律**： 最后两位数是25的倍数，即是00,25,50,75

**被100整除规律**： 最后两位数是00．

**被8整除规律**： 最后三位数是8的倍数．

**被125整除规律**： 最后三位数是125的倍数。

**被3整除规律**：一个整数所有数位相加之和（即数字和）是3的倍数。

**被9整除规律**：一个整数所有数位相加之和（即数字和）是9的倍数。

**被6整除规律**：一个整数能同时被2和3整除。

**被7整除规律**：一个整数的个位数字截去，再从余下的数中，**减去**个位数的**2倍**，如果差是7的倍数，则可被7整除。如果差太大或心算不易看出是否7的倍数，就需要继续上述「截尾、倍大、相减、验差」的过程，直到能清楚判断为止。

【例如】判断133是否7的倍数的过程如下：

1 3 | 3

－ 6（3×2）

7

因为7|7，所以133是7 的倍数；

又例如判断6139是否7的倍数的过程如下：

613|9

－ 18（9×2）

5 9|5

－ 1 0 （5×2）

4 9

因为7|49，所以6139是7的倍数，余下类推。

**被11整除规律**：

(1) 若一个整数的奇位数字之和与偶位数字之和的差的绝对值能被11整除（0,或11的倍数），则这个数能被11整除。

(2) 11的倍数检验法也可用上述检查7的“割尾法”处理！过程唯一不同的是：**倍数不是2而是1**。

**被12整除规律**：同时被3和4整除。

**整除性质**（以下*a*, *b*, *c*都是整数）

1．如果*a*、*b*能被*c*整除，那么（*a*+*b*）与（*a*-*b*）也能被*c*整除；

2．如果*a*能被*b*整除，*c*是整数，那么*a*乘以*c*也能被*b*整除；

3．如果*a*能被*b*整除，*b*又能被*c*整除，那么*a*也能被*c*整除；

4．如果*a*能被*b*、*c*整除，那么*a*也能被*b*和*c*的最小公倍数整除；

5．如果 *a*|*bc*,且*a*与*c*互质，则*a*|*b*；特别地，若质数*p*|*bc*,则必有*p*|*b*或*p*|*c*,若*p*|*bn*,则*p*|*b*。

**【素数和合数与分解素因数】**

正整数按照因数的个数分类可以分为素数、合数、1.

素数(质数)只有1和它本身两个因数；合数至少要有3个因数。

最小的素数是2；最小的合数是4；既不是素数也不是合数的正整数是1.

把一个合数用素因数相乘的形式表示出来叫分解素因数。

分解素因数常用的方法有：树枝分解法、短除法、口算法等。

**【算术基本定理】（也叫唯一分解定理）**

任一整数*n*>1,可以分解成 *n* =  ， *k* ≥1

其中 *p*1, *p*2,…, *pk*是互不相同的质数，*a*1, *a*2,…, *ak*是正整数，而且在不考虑*p*1, *p*2,…, *pk*的顺序时，这样的分解只有一种。

这个定理在数论中有着广泛的应用，其实在小学阶段学的分解素因数，就是采用的这一算术基本定理。

**【正约数个数】求正整数*n*的正约数个数的一般方法如下：**

先将*n*分解成 *n* = ，则*n*的正约数个数*f*(*n*)为：

（*a*1+1）(*a*2+1)…（*ak*+1）=

**【正约数之和】求正整数*n*的所有正约数之和为:**



