**中国剩余定理**

**经典例题1**

**数119很奇特，被2除余1；被3除余2；被4除余3；被5除余4；被6除余5，**

**问：具有这种性质的三位数还有几个？**

**分析：典型的中国剩余定理经典例题。**

思路1：如果将该数增加1， 则可以从题意了解到：新数是2,3,4,5,6的倍数，而它们的最小公倍数为 [2,3,4,5,6]=60, 1000/60=16…4, 故1000以内 60的倍数有16个，其中60是唯一的一个两位数，故共有15个三位数，所以，除了119外，还有15-1=14个这样的三位数，分别是179,239,299，…，959.

通解为60k，k为整数。

思路2：按照中国剩余定理方法来做。

【答案】14个

**经典例题2**

**有连续的三个自然数a,a+1, a+2, 它们恰好分别是9, 8, 7的倍数， 求这三个自然数中最小的数至少是多少？**

分析：因为 a mod 9=0, (a+1) mod 8=0, (a+2) mod 7=0,

所以 a mod 8=7, a mod 7=5

这显然是一个中国剩余定理问题。

**方法一、同余的加法性质，设 a=m+n+p, 其中**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| m mod 9=0 | n mod 9=0 | P mod 9=0 |
| m mod 8=0 | n mod 8=7 | P mod 8=0 |
| m mod 7=0 | n mod 7=0 | P mod 7=5 |
| m=56x9=504是m的一个解 | n=63x1是n的一个解 | P=72x6是p的一个解 |

又[7,8,9]=504, 所以通解为 m+n+p+[7,8,9]k=504+63+432+504k=495+504k’

当 k’=0时，取最小值 495.

【显然，第一列m可以忽略的】

方法二、同余的加法和乘法性质，设 a=7N+5P, 其中

|  |  |
| --- | --- |
| N mod 8=1 | P mod 8=0 |
| N mod 7=0 | P mod 7=1 |
| N=7x7=49为N的一个解 | P=8x1=8为P的一个解 |

同时满足 除8余7，除7余5的数的通解为7x49+5x8+[7,8]k=383+56k

另外 9|a，故9|（383+56k）, 9|(2k+5), k=2时取最小的自然数，

故 a=383+56x2=495.

方法三、仔细观察，因为 a, a+1, a+2分别是9,8,7的倍数，所以a+9,a+1+8,a+2+7还是9,8,7的倍数，即a+9是9,8,7的倍数。故a+9=[9,8,7]k=504k, 当k=1时，有最小自然数a=504-9=495

【答案】495