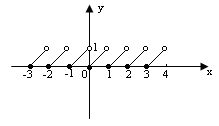
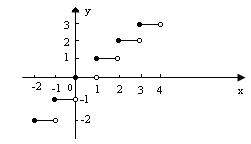
**有关高斯(取整)函数 [*x*] 和 {*x*}的计算与方程**

**一、高斯函数定义**

**用[*x*]表示不大于*x*的最大整数，定义*x*的小数部分 {*x*}=*x*－[*x*]**，故有

**[*x*]≤*x*＜[*x*]+1, 或者 *x*－1＜[*x*]≤*x***

我们称y=[*x*]为高斯函数（或*f*(*x*)=[*x*]取整函数，计算机里也称为地板函数*floor*(*x*),对应的有天花板函数*ceil*(*x*)）



*图1 f*(*x*)=[*x*] *图2 f*(*x*)={*x*}

**二、高斯函数性质**

1﹒ 高斯函数*f*(*x*)=[*x*]是一个分段、不减（非单调）、无界函数，

满足 **if  *x1*≤*x2*then [*x1*]≤[*x2*] ；**

*f*(*x*)={*x*}是一个分段、不减（非单调）、有界、周期为1的函数

2﹒ [*n+x*]=*n*+[*x*], 其中*n* ∈Z；

3﹒ *x*－1＜[*x*]≤*x* <[*x*]+1

4﹒ [*x*]+[*y*]≤[*x+y*]，对所有 *x*∈R，*y*∈R

5﹒ [*x*][*y*]≤[*xy*], 其中 *x*，*y*都是非负数

6﹒ [－*x*]=

7﹒ *x*是正实数，*n*是正整数，则在不超过*x*的正整数中，*n*的倍数共有个；

8﹒ 设*p*为任一素数，在*n*！中含*p*的最高乘方次数记为*p*(*n*！)，则有：

。

证明：由于*p*是素数，所有*n*！中所含*p*的方次数等于*n*！的各个因数1,2，…，*n*所含*p*的方次数之总和。由性质7可知，在1,2，…，*n*中，有个*p*的倍数，有个*p2*的倍数，有个*p3*的倍数，，当*p m*≤*n*<*pm+1*时，，所以命题成立。

高斯函数是非常重要的数学概念。它的定义域是连续的，值域却是离散的，高斯函数关联着连续和离散两个方面，因而有其独特的性质和广泛的应用。

解决有关高斯函数的问题需要用到多种数学思想方法，其中较为常见的有分类讨论（例如对区间进行划分）、命题转换、数形结合、凑整、估值等等。

**三、例题**

1﹒ 计算 [6]= , [3﹒5]= , []= , [－5]= , [－0﹒1]= , [－3﹒6]= ,

2﹒ 计算 的值﹒

3﹒ 已知 0<*a*<1, 且满足 [*a*+]+[*a*+]+…+[*a*+]=18, 试求 [10*a*]的值﹒

4﹒ 求满足25{*x*}+[*x*]=125的所有实数 *x* 的和﹒

5﹒ 已知2003<*x*<2004, 如果要求 [*x*]×{*x*}是正整数，求满足条件的所有实数*x*的和

6﹒ 求的值．

7﹒ 解方程

8﹒ 解方程

9﹒ 某市电信局130手机与137、138、139手机有不同是收费方式。137、138、139手机的收费方式为：月租费50元，基本通话费0﹒40元/分钟，不足一分钟按一分钟计算。130手机的收费方式为：没有月租费，但是基本通话费为0﹒54元/分钟，不足一分钟也按一分钟计算。小明今购了一部手机，他每月通话的时间大约20小时，请帮他参考一下，选用哪种收费方式的手机网络合算？

练习

若实数使得，求。