一元一次方程

**1.** “一沙一世界”，你怎么看字母“*a*”和数字“1”？

**2.** 如何利用字母*x*和数字1，采用已学过的数学运算符号和等号“=”列出等式呢？

**3.** 我们发现（1） 1×*a*=*a*，（2）0+*a*=*a*，不要小看这样两个基本式子，下面我们经常用到。

**4.** 对于简单的式子 *x*=2，我们可以根据3（1）来变形，1×*x*=2，再根据3（2）来变形，得到 1×*x*+0=2。如果我们稍作变换，将1视为*a*，0视为*b*，2视为*c*，就有*ax*+*b*=*c*，这是一个等式，就像天平的两边放了相等的砝码一样，天平平衡了，左边是*ax*+*b*，右边是*c*。如何求解*x*呢？

**5.** 现在 我们对天平两端作如下操作：

（1）各拿掉质量为*b*的砝码，左边就是*ax*+*b*－*b*=*ax*，右边就是*c*－*b*，天平应该还是平衡的，即 *ax*=*c*－*b*；

（2）或者 当*a*≠0时，我们将（1）中天平两边的砝码平均分成*a*份，都保留1份在天平上，左边剩下就是*x*，右边剩下(*c*－*b*)/*a*, 天平继续保持平衡，即*x*=(*c*－*b*)/*a*

（3）如果*a*=0，则0×*x*=*c*－*b*， 这时如果*c*=*b*，则*x*有无数解，否则，无解。

**6.** 归纳总结 一元一次方程的解法如下：

***Ax*=*B*求解：(1) *A*≠0，有一个解*x*=*B*/*A*, (2) *A*=0, 如果*B*也等于0，有无数解，（3）否则，如果*B*≠0，无解。**

【例1】 解方程 

【例2】 解方程 2|*x*－0.5|－3=

含字母系数的一元一次方程

【例3】 解关于*x*的方程 4*a*2－*x*=2*ax*+1，

【例3a】 关于*x*的方程(*k*+1)*x*－2=1－*k*(4－*x*)的解不大于2，求*k*的取值范围

【例4】解关于*x*的方程 *m*2（1－*x*）=*mx*+1

【例5】 若*abc*=1，解方程

【例6】 若一元一次方程*ax*=*b*有两个不相等的解，求证：这个方程有无数多个解。

一元一次方程的应用

【例7】 上海第一百货商店的一种商品的进价降低了8%，而售价保持不变，可使得商店的利润提高10%，问：原来的利润率是百分之几？

【例8】 《孙子算经》卷下第十七问，“荡杯问题”，题曰：“今有妇人河上荡杯。津吏问曰：‘杯何以多？’妇人曰：‘有客。’津吏曰：‘客几何？’妇人曰：‘二人共饭，三人共羹，四人共肉，凡用杯六十五。不知客几何？”

注：其有“术曰：置六十五杯，以一十二乘之，得七百八十，以十三除之，即得”

【例9】 10个人围成一个圆圈做游戏，游戏的规则是：每个人心里都想好一个数，并把自己想好的数如实地告诉他两旁相邻的两个人，然后每个人将他两旁的两个人告诉他的数的平均数报出来，若报出来的数如图所示，则报3的人心里想的数是几？



【例10】如图，一个高为10*cm*， 半径为6*cm*的圆柱，以每分钟一圈的速度旋转，一个宽为3*cm*的刷子，从圆柱侧面的顶端以每分钟移动1*cm*的速度垂直向下移动，那么刷子刷过圆柱侧面50%的面积所花的时间是多少分钟？

 

图（1） 图（2）

回家练习

**1. 解方程**

  |*x*+1|+3=5

**2. 解关于*x*的方程**

（1）*ax*+1=*bx* （2）（*ax*－*b*）（*a*+*b*）=0

（3） （*a*≠0，*a*2≠*b*2）

（4）设*a*为整数，已知关于*x*的方程|*x*|=*ax*+1既有一个正根，又有一个负根，求*a*的值。

（5）已知关于*x*的方程3*m*(*x*+3)=9*x*+4无解，求*m*的值。

3. 已知一个多边形的内角和等于其外角和的3倍，求此多边形的边数。

4. 0~9这10个数，每个数字恰用一次，组成若干个数，它们的和为100，问有多少种方法？

5. 甲乙两个机器人同时从起点出发，沿跑道匀速向终点行进，电子记录仪表明：当甲距离终点1米时，乙距离终点2米，当甲到达终点时，乙距离终点1.01米，那么，跑道的长度为多少米？