完全平方数 2012-10-6

1. 任意平方数的末位数字只可能是0,1,4,5,6,9这样六种情况，反之不成立。当一个数的末位数是2,3,7,8时, 这个数肯定不是完全平方数；
2. 任意平方数被3除的余数是0或1。当被3除余2的数（形如3n+2）肯定不是完全平方数；
3. 任意平方数除以4，非负最小余数只可能为0（x为偶数）或1（x为奇数）。当被4除余2或3的数（形如4n+2，4n+3）一定不是完全平方数；
4. 任意平方数除以8，所得非负最小余数只可能为0, 4（当x为偶数），或1（当x为奇数）。当被8除余2,3,5,6,7的数一定不是完全平方数；
5. 完全平方数除以9的余数只可能是0,1,4,7。当被9除余2,3,5,6,8的数不是完全平方数；
6. 完全平方数的素因数的指数都是偶数，即一个完全平方数的因子必然是**奇数个（奇数个约数），**如62的因子有6、1和36，2和18，3和12，4和9，其中6称为**自补因子**，后面的2和18等都称为**互补因子，反之成立，即约数个数为奇数的自然数是完全平方数**；
7. 奇数的平方数的十位数字必定是偶数；
8. 若一个数的平方数的十位数字是奇数，那么这个数一定是偶数，且它的个位数字一定是6；反之成立；（个位数是6，十位数是偶数的整数一定不是完全平方数）
9. 在两个连续（或相邻）整数的平方数之间不存在完全平方数（若，则k一定不是整数）；
10. 若素数p整除完全平方数a2，则p能被a整除（若,则a不是完全平方数）；
11. 几个平方公式：
12. **设n是一个正整数,且1×2×3×…×n+3是一个完全平方数，求n的值。**
13. 从完全平方数的个位数来分析，我们知道，**当一个数的末位是2，3，7，8时，这个数肯定不是完全平方数，可以达到否定平方数的目的**。反之，当一个数的末位是0，1，4，5，6，9时，这个数也不一定是平方数。
14. **正整数n，使得 n2+5n+13是一个完全平方数，求n的值。**
15. 完全平方数，除了用上述末位数来否定外，还可以用“夹逼法”来求解．即两个连续自然数的平方之间没有其它平方数。
16. **求的个位数字是多少？**
17. 完全平方数的个位数字有什么特点吗？我们知道 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10的平方数的个位分别为1,4,9,6，5,6,9,4,1,0，
18. **求证：三边长都是正整数的直角三角形必有一直角边能被4整除。**
19. 直接证明有点难度，一个数能被4整除，一定能被2整除，故我们从简单到复杂，先证明存在一条直角边，是偶数边。然后利用勾股定理，从分析平方数的特点入手，证明该偶数边也能被4整除。
20. **求证：当n为非负整数时，不是完全平方数。**
21. 证否定完全平方数，有很多种方法：（1）正约数个数是偶数，（2）十位数是奇数，（3）个位数不是0,1,4,5,6,9，而是2,3,7,8；（4）被8除的余数不是1.

已知数比较复杂，故采用后两种方法相对简单些。

1. 满足的整数对的组数是（ ）

A 0. B 1. C 2. D 3

1. 本题初看似乎可以化成(x-2y)(x+2y)=1x2011=(-1)x(-2011), 构成4对方程组，解这些方程组，就可以得到结果。这是2011年北京市初二数学竞赛题。

但是如果仔细分析等式两边的特点，可以发现，右边是一个素数2011，左边是两个完全平方数的差，利用完全平方数的余数来判断，应该可以达到事半功倍的效果。

1. **从**1**到**2008**的所有自然数中，乘以**72**后是完全平方数的数共有多少个？**
2. 完全平方数，其所有质因数必定成对出现．
3. **一个整数减去**100**是一个平方数，减去**63**也是一个平方数，问这个数是多少？**
4. **能否找到这么一个整数，它加上**24**，和减去**30**所得的两个数都是完全平方数？**
5. 假设能找到，设这两个完全平方数分别为、，那么这两个完全平方数的差为，

1. **有**5**个连续自然数，它们的和为一个平方数，中间三数的和为立方数，则这五个数中最小数的最小值为 ．**
2. 考查平方数和立方数的知识点，同时涉及到数量较少的连续自然数问题，设未知数的时候有技巧：一般是设中间的数，这样前后的数关于中间的数是对称的．

**【例10】如果一个完全平方数的8进制的表达式是,其中a≠0,那么c=？**